HAUTE ÉCOLE
D'INGÉNIERIE ET DE GESTION
DU CANTON DE VAUD

www.heig-vd.ch

Haute Ecole d'Ingénierie et de Gestion du Canton de Vaud

Mesure de la matrice de transfert de deux lentilles épaisses

Laboratoire d'Optique

G12 / Matrice de transfert de 2 lentilles / 5

Auteurs:

Keroan Ringger

Responsables:

Jolissaint Laurent

Bouxin Audrey Tiphaine

18 Oct 2021

1 Introduction

Le but de cette expérience est de mesurer les coefficients de la matrice de transfert d'un système optique composé de deux lentilles épaisses, le tout afin de comparer les coefficients théoriques préalablement calculés avec les résultats de cette expérience.

2 Développement théorique

Tout système optique peut être représenté de manière matricielle par une matrice $\mathcal{H}_{ES}$, ce qui permet de simplifier des systèmes complexes en cette seule matrice.

$$\begin{bmatrix} h_s \\ n_s\alpha_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h_e \\ n_e\alpha_e \end{bmatrix} \equiv X_s = \mathcal{H}_{ES} \cdot X_e$$

où X_e et X_s sont respectivement les vecteurs d'entrée et de sortie. Le vecteur d'entrée

$$X_e = \begin{bmatrix} h_e \\ n_e\alpha_e \end{bmatrix}$$

possède deux composantes. h_e représente l'écart entre le point d'entrée et le vertex du dioptre; α_e représente l'angle par rapport à l'horizontale de ce même faisceau d'entrée; n_e représente l'indice de réfraction du milieu initial. Il en va de façon analogue pour le vecteur de sortie X_s.

Il est possible de déterminer la matrice $\mathcal{H}_{ES}$ de deux manières différentes; la première par les calculs théoriques, la deuxième par processus d'expérimentaton.

2.1 Détermination par calculs

Notre système optique est constitué d'un système de deux lentilles épaisses séparées de $100mm$. Une lentille épaisse peut être simplifiée en un sous-système optique de deux lentilles fine, et d'une matrice de transition. Cette dernière peut aussi être appliquée entre les deux lentilles épaisses de notre système.

Une matrice de réfraction (dioptre optique) peut s'écrire de la manière suivante:

$$\mathcal{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -V & 1 \end{bmatrix}$$

Ici, V représente la vergence du dioptre. Elle se calcule comme suit:

$$V \equiv \frac{n_i - n_o}{R}$$

Ici:
- n_o: Indice de réfraction dans l'espace objet
- n_i: Indice de réfraction dans l'espace image
- R: Rayon de courbure du dioptre

Dans le cas particulier où le dioptre n'aurait pas de rayon de courbure et serait un plan horizontal, il est admis que sa vergence est nulle ($V = 0$). De ce fait, sa matrice de réfraction serait la matrice identité:

$$\mathcal{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2.2 Matrice de translation

Une matrice de tranlation permet de calculer matriciellement la translation d'un rayon lumineux entre deux dioptres, au sein d'un milieu possédant un indice de réfraction homogène et invariant, et se calcule comme suit:

$$\mathcal{R} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\overline{AB}}{n} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ici:
- $\overline{AB}$: Distance entre les deux dioptres
- n: Indice de réfraction du milieu

2.3 Modélisation du système optique

Comme nous pouvons le voir sur le schéma, le rayon lumineux va commencer par entrer dans la première lentille épaisse. Le premier dioptre parcouru étant un plan horizontal, sa matrice de réfraction est $\mathcal{I}$, suivie d'une matrice de translation, puis d'une matrice de réfraction au dioptre courbé. L'espace de tranlation entre les deux lentilles se traduit de nouveau par une matrice de translation, suivi de la deuxième lentille épaisse. Cette dernière est à l'inverse simplifiable par un dioptre courbé, suivi d'une matrice de translation, puis d'un plan horizontal.

L'ensemble complet de ces matrices est calculé comme suit:

$$\mathcal{H}_{ES} = \mathcal{I}\mathcal{T}_3\mathcal{R}_2\mathcal{T}_2\mathcal{R}_1\mathcal{T}_1\mathcal{I} \quad (1)$$

Ici:
- T1:

$$\mathcal{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0.0067 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- R1:

$$\mathcal{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -7.4544 & 1 \end{bmatrix}$$

- T2:

$$\mathcal{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0.1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- R2:

$$\mathcal{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -11.396 & 1 \end{bmatrix}$$

- T3:

$$\mathcal{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0.0096 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Finalement, en se référant à l'équation matricielle (1), on obtient la matrice $\mathcal{H}_{ES}$ suivante:

$$\mathcal{H}_{ES} = \begin{bmatrix} 0.1548 & 0.0997 \\ -10.3554 & -0.2090 \end{bmatrix}$$

3 Fond théorique de l'expérimentation

Sachant qu'on peut modéliser notre système optique au moyen de la matrice $\mathcal{H}_{ES}$ comme suit:

$$\begin{bmatrix} h_s \\ n_s \cdot \alpha_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h_e \\ n_e \cdot \alpha_e \end{bmatrix}$$

en mesurant le vecteur en sortie du système optique en influant sur son entrée, il devient possible de retrouver les coefficients de la matrice $\mathcal{H}_{ES}$. Pour ce faire, il faudra réaliser deux séries de mesures distinctes; la première en figeant l'angle α_e du vecteur d'entrée à 0, mais en faisant varier sa hauteur, on pourra déduire les coefficients h_{11} et h_{21}. Quant aux coefficiants h_{12} et h_{22}, ils peuvent être obtenus en figeant cette fois-ci h_e à 0 et en faisant varier α_e.

Cet état de fait est dû aux simplifications suivantes de la modélisation matricielle du système optique suivantes:

$$\alpha_e = 0 \rightarrow h_s = h_{11} \cdot h_e, \alpha_s = h_{21} \cdot h_e$$
$$h_e = 0 \rightarrow h_s = h_{12} \cdot \alpha_e, \alpha_s = h_{22} \cdot \alpha_e$$

Ces équations prennent en compte le fait que n_e et n_s prennent tous les deux en compte l'indice de réfraction de l'air, qui vaut 1.

4 Procédé expérimental

1. Noter la position de l'axe optique (normalement à 100 mm sur l'axe transveral au rail);
2. Mesurer dans le plan de sortie S la distance de sortue du rayon par rapport à l'axe optique en collant l'écran contre la lentille de sortie;
3. Mesurer l'angle du rayon lumineux en éloignant l'écran le plus possible et en mesurant la distance à l'axe optique du spot ainsi que la distance entre la lentille et l'écran;
4. Déplacer le laser par pas de 4mm sur son support et refaire la mesure jusqu'à-ce-que le polariseur bloque le laser;
5. Replacer le laser à la hauteur de l'axe optique du système.

5 Présentation des données brutes

Pour $\alpha_s = 0$:

he [m]	**hs** [m]	$\boldsymbol{\Delta_Y}$ [m]	$\boldsymbol{\Delta_X}$ [m]	$\boldsymbol{\alpha_S}$ [rad]
0	0	0	0.26	0
0.069813170079773	0.001	-0.01	0.254	-0.039349756388605
0.10471975511966	0.0015	-0.01	0.177	-0.056437178311703
0.139626340159546	0.0015	-0.015	0.192	-0.077966633831542
0.174532925199433	0.002	-0.01	0.111	-0.089847539694628
0.20943951023932	0.002	-0.02	0.189	-0.105427751122891
0.244346095279206	0.0025	-0.02	0.151	-0.131683853555638
0.279252680319093	0.0025	-0.02	0.141	-0.14090400627121
0.349065850398866	0.0025	-0.02	0.112	-0.176708856070037
Incertitudes abs.				
0.0005	0.0005	0.0005	0.0005	0.017453292519943

Pour $h_e = 0$:

$\boldsymbol{\alpha_E}$ [rad]	**hs** [m]	$\boldsymbol{\Delta_Y}$ [m]	$\boldsymbol{\Delta_X}$ [m]	$\boldsymbol{\alpha_S}$ [rad]
0	0	0	0.012	0
0.05235987755983	-0.004	-0.0075	0.58	-0.012930313815177
0.087266462599717	-7.5	0.001	0.852	0.001173708381224
0.10471975511966	-0.0095	-0.005	0.338	-0.014791820507172
0.139626340159546	-13.8	-0.005	0.32	-0.015623728620477
0.174532925199433	-0.016	-0.005	0.25	-0.019997333973151
0.20943951023932	-0.0195	0	0.273	0
0.261799387799149	-0.025	0	0.175	0
Incertitudes abs.				
0.017453292519943	0.0005	0.0005	0.0005	0.017453292519943

Grâce à ces données, nous sommes à même d'effectuer la régression linéaire mentionnée précédemment afin d'établir la matrice $\mathcal{H}_{ES}$ de façon expérimentale:

$$\mathcal{H}_{ES_{ex}} = \begin{bmatrix} 0.0072 & 3.0360 \\ -0.5018 & 0.0040 \end{bmatrix}$$

6 Analyse des données finales

Comme il est possible de le voir, la matrice $\mathcal{H}_{ES_{ex}}$ a des composantes qui sont passablement éloignées de la matrice $\mathcal{H}_{ES}$ obtenue par calcul théorique. Cette différence peut notamment s'expliquer par un modèle théorique qui approxime trop les déviations pratiques comme les éventuelles aberrations géométriques, et qui part du principe que les lentilles sont parfaitement alignées. Ce n'est visiblement pas le cas au vu de la matrice $\mathcal{H}_{ES_{ex}}$ obtenue.

En effet, cet alignement est crucial puisque s'il n'est pas respecté, les angles incidents d'entrée dans les lentilles épaisses sont modifiés à cause du mauvais alignement sur le banc expérimental.

De ce fait, les offsets artificiels dûs à la disposition du système optique faussent les mesures d'angle à l'entrée, respectivement la sortie de ces lentilles. De ce fait, il est plus que raisonnable de penser que les mesures obtenues ne représentent pas la réalité et nous fournissent donc une matrice $\mathcal{H}_{ES_{ex}}$ imparfaite.

7 Conclusion