Física

Licenciatura em Engenharia Informática

Susana Sério

Aula 14

Sumário

- ✓ Lei de Gauss para o campo eléctrico
- ✓ Fluxo do campo eléctrico
- ✓ Lei de Coulomb e Lei de Gauss
- ✓ Esfera oca carregada
- ✓ Fio infinito carregado
- ✓ Esfera carregada
- ✓ Plano infinito carregado
- ✓ 2 planos paralelos infinitos carregados

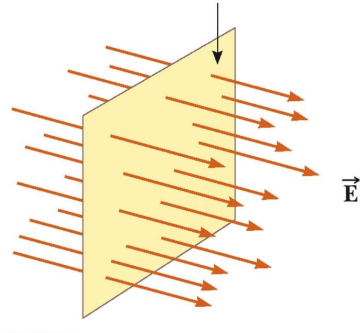
Fluxo do Campo Eléctrico

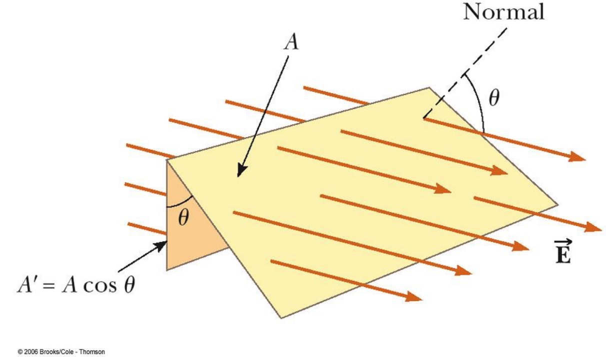
Consideremos uma superfície perpendicular às linhas de força do campo eléctrico O fluxo do campo eléctrico através da superfície é dado por:

$$\Phi = E\,A$$

O fluxo é proporcional ao número de linhas de força que atravessam a superfície. Assim, para uma superfície A cuja normal faz um ângulo θ com o campo eléctrico o fluxo vem:

$$\Phi = E\,A\cos\theta$$





Lei de Gauss para o campo eléctrico

$\Phi = E\,A\cos\theta$

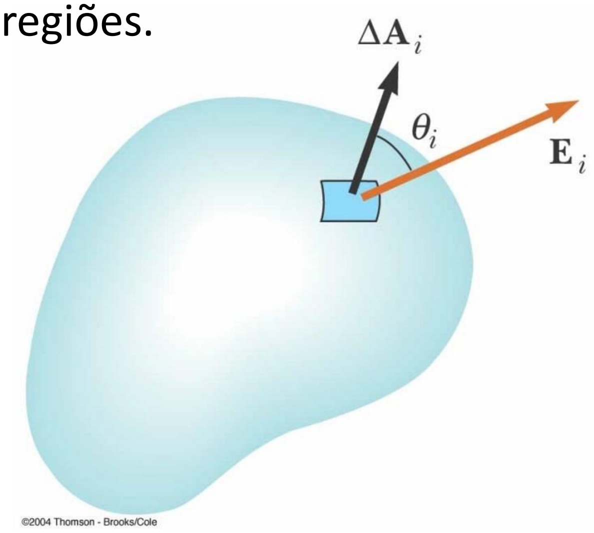
O fluxo é máximo quando E é perpendicular à superfície e nulo quando E é Paralelo à superfície.

Esta equação só é válida se E for constante, assim como o ângulo θ.
Se tal não for o caso, a relação só é válida para pequenas regiões.

$\Delta\Phi = E_i \Delta A_i \cos\theta_i = \mathbf{E}\cdot\Delta\mathbf{A}_i$

$\Phi E = \lim \sum \mathbf{E}\cdot\Delta\mathbf{A} = \int_{surface} \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A}$

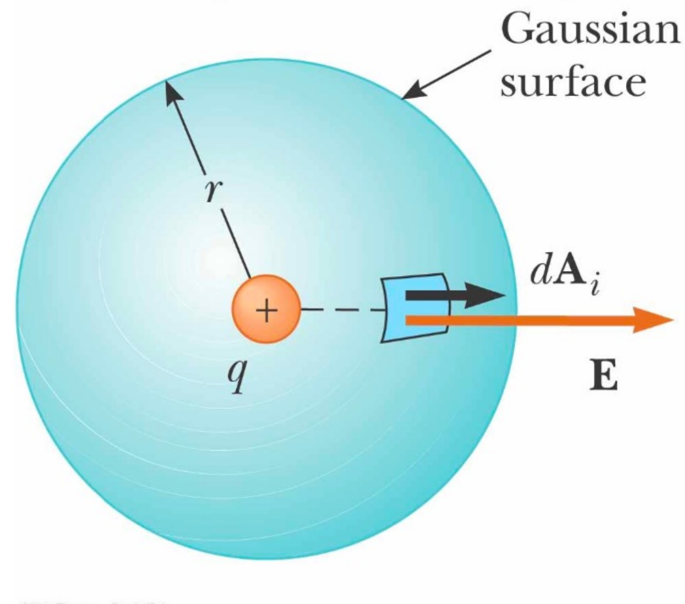
Este integral não é fácil de calcular.



Lei de Gauss para o campo eléctrico

- Para uma superfície fechada o integral tem que ser calculado para toda a superfície. Iremos fazer este cálculo para uma carga pontual no centro de uma superfície esférica, em que E é perpendicular à superfície em cada ponto e é constante para todos os pontos da superfície.

$$\Phi_E = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = E \int dA$$



Sabemos que $E = k_e q/r^2$ e $A_{sphere} = 4\pi r^2$,

$$\Phi_E = 4\pi k_e q = \frac{q}{\varepsilon_o}$$

dA é um vector perpendicular à superfície

Lei de Gauss para o campo eléctrico

- A lei de Gauss vem generalizar este resultado para qualquer superfície fechada

$$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{q_{\text{in}}}{\varepsilon_o}$$

- E é o campo eléctrico em qualquer ponto da superfície
- qint é a carga que está no interior da superfície.

- Se no interior de uma superfície não existir carga o fluxo é nulo.

dA é um vector perpendicular à superfície e dirigido para fora

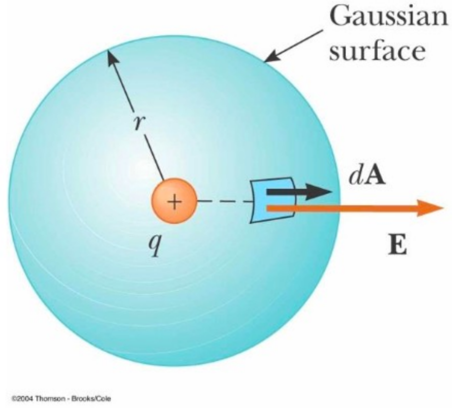
Lei de Coulomb e lei de Gauss

- A lei de Gauss permite obter a lei de Coulomb para uma carga pontual

$$\phi = \int \vec{E} \cdot \vec{u}\, dA = E \int dA$$

$$\phi = E\, 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

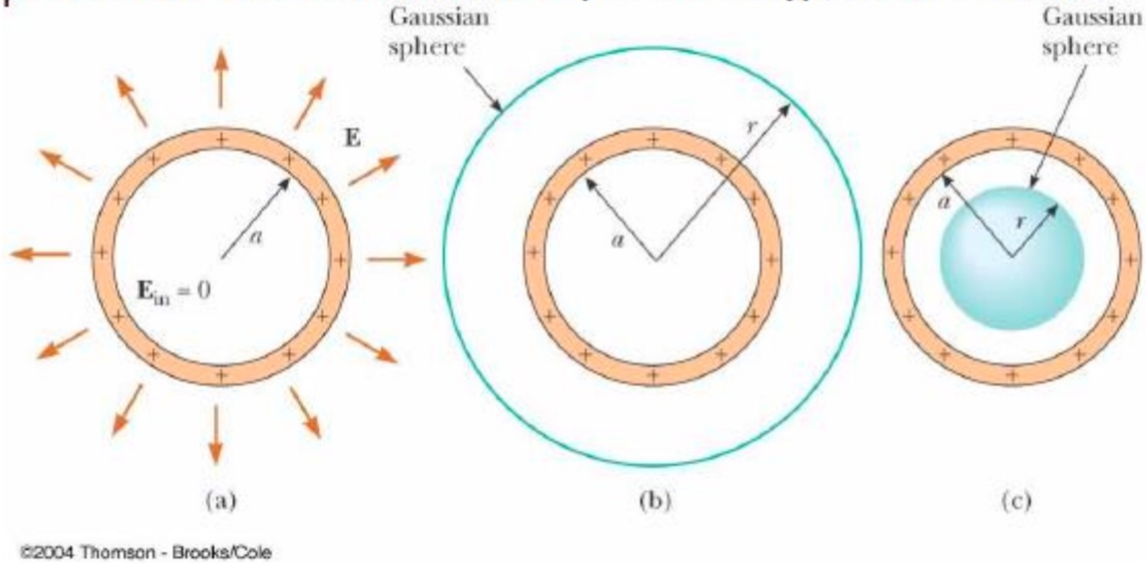
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$



- Para especificar que $d\overrightarrow{A}$ é um vector perpendicular à superfície podemos indicar o vector unitário $\vec{u}$ dessa direcção. É sempre dirigido para fora da superfície.

Lei de Gauss: esfera oca carregada

- Campo E devido a uma distribuição de carga numa esfera



- $E_{int}=0$

$$E_{ext} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$

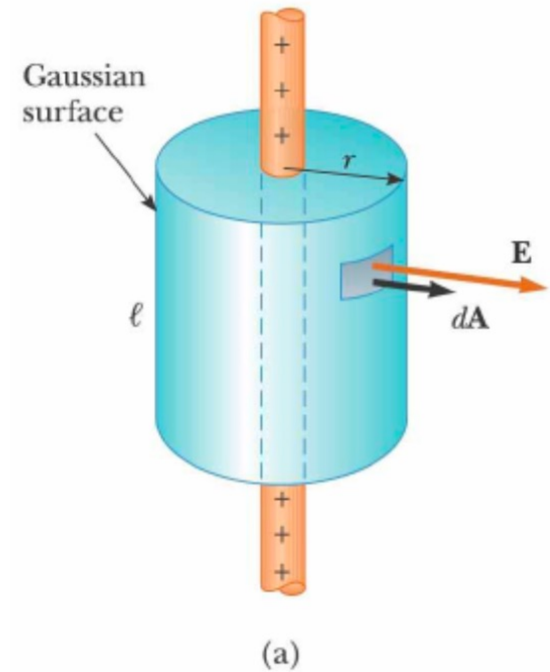
Lei de Gauss: fio infinito carregado

- Campo E a uma distância r do fio
- Por razões de simetria o campo E deve ser perpendicular ao fio.

$$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \oint E dA = \frac{q_{in}}{\varepsilon_o}$$

$$E(2\pi r \ell) = \frac{\lambda \ell}{\varepsilon_o}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o r} = 2k_e \frac{\lambda}{r}$$



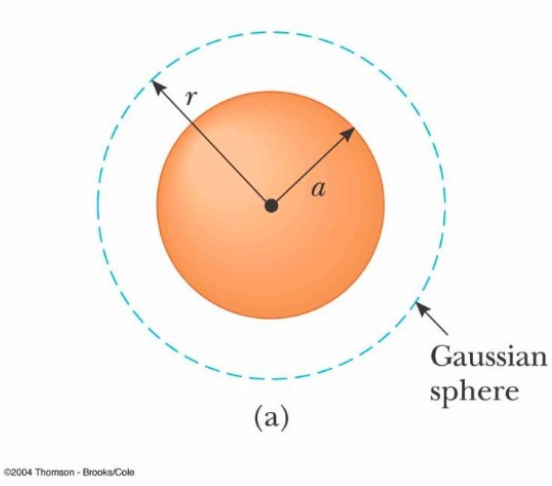
Lei de Gauss: esfera carregada

- Campo E devido a uma distribuição de carga numa esfera

$$\phi = \int \vec{E} \cdot \vec{u}\, dA = E \int dA$$

$$\Phi_E = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \int E dA = \frac{q_{\text{in}}}{\varepsilon_o}$$

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o r^2} = k_e \frac{Q}{r^2}$$



dA é um vector perpendicular à superfície e podemos preferir usar

$$\boxed{\mathbf{dA} = \vec{u}\, dA}$$

Lei de Gauss: plano infinito carregado

- Campo E a uma distância r do plano
- Usa-se uma superfície cilíndrica fechada

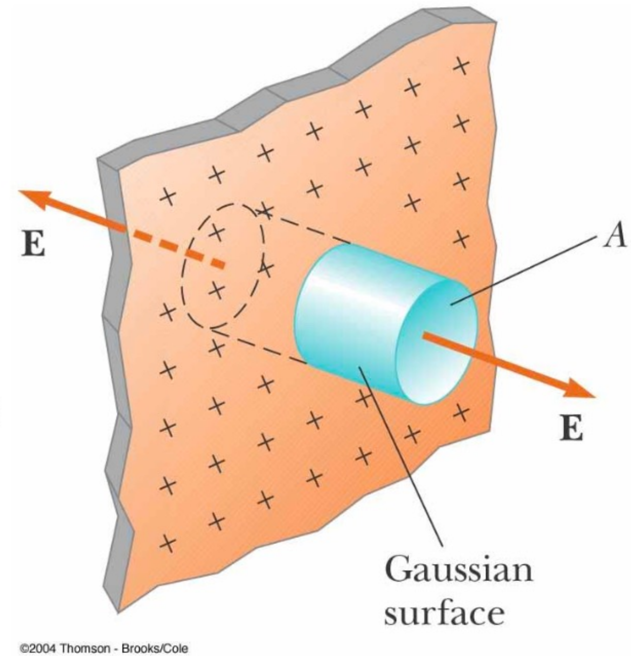
- Por razões de simetria o campo E deve ser perpendicular ao plano.

- O fluxo do campo através dos topos do cilindro vale ϕ=2EA (são 2 lados)

- Se a carga total vale Q = σA (σ é a densidade superficial de carga

$$2EA = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

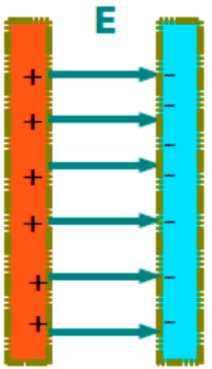
- $$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}}$$ E é constante



Lei de Gauss: 2 planos paralelos infinitos carregados

- Campo E na região interior dos planos é uniforme
- Se a carga existente entre as placas for igual

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}}$$



- Campo E no exterior dos planos é zero