Física

Licenciatura em Engenharia Informática

Susana Sério

Aula 08

Sumário

Movimento Oscilatório

- ✓ Movimento Harmónico Simples (MHS)
- ✓ A Lei da Força no Movimento Harmónico Simples

Movimentos Periódicos

Um movimento é ***periódico*** se todas as suas características se repetem em intervalos de tempo iguais

- ✓ Ao intervalo de tempo mínimo em que as características do movimento se repetem, dá-se o nome de **período**

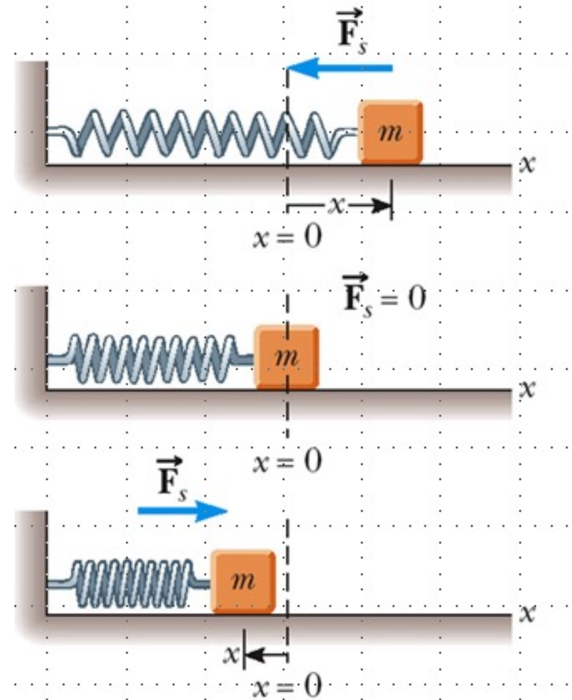
Um tipo especial de movimento periódico ocorre quando a força que actua num corpo é proporcional à distância do corpo a uma posição de equilíbrio

- ✓ Se a força está sempre dirigida para a posição de equilíbrio, o movimento é ***harmónico simples***

Movimento de um Sistema de uma Massa Ligada a uma Mola

- ✓ Um bloco de massa *m* está ligado a uma mola, o bloco move-se livremente sobre uma superfície horizontal sem atrito;

- ✓ Quando a mola não está comprimida nem esticada, o bloco está na ***posição de equilíbrio***, $x = 0$



Lei de Hooke

- ✓ A lei de Hook da elasticidade é uma aproximação útil para a resposta de um material que sofre uma pequena deformação.

- ✓ Os materiais que seguem a lei de Hook dizem-se linear-elásticos.

Lei de Hooke:

$$F_s = -kx$$

F_s é a força restauradora

Aponta sempre para a posição de equilíbrio

Portanto, tem sinal oposto ao do deslocamento a partir do equilíbrio

k é a constante da mola

x é o deslocamento

Aceleração

Sendo a força elástica, dada pela lei de Hooke, a força resultante, pela 2.ª Lei de Newton:

$$F = ma$$

$$-kx = ma$$

$$a = -\frac{k}{m}x$$

Aceleração

$$a = -\frac{k}{m}x$$

- ✓ A **aceleração é proporcional ao deslocamento do bloco**;
- ✓ O **sentido da aceleração é oposto ao do deslocamento**, a partir do equilíbrio;
- ✓ Se um corpo se move com ***movimento harmónico simples***, a sua **aceleração é proporcional à posição e aponta no sentido oposto ao do deslocamento** a partir da posição de equilíbrio.

Aceleração

$$a = -\frac{k}{m}x$$

A aceleração ***não*** é constante:

- ✓ Não podemos, portanto, aplicar a equação da cinemática do movimento uniformemente acelerado;
- ✓ Se o bloco é largado da posição $x = A$, então a sua aceleração inicial é $-kA/m$;
- ✓ Quando o bloco passa na posição de equilíbrio, a sua aceleração é $a = 0$;
- ✓ O bloco continua a mover-se até $x = -A$, onde a sua aceleração é $+kA/m$.

Movimento do Bloco

- ✓ O bloco vai oscilar entre $x = -A$ e $x = +A$;

Estes são os *pontos de retorno* do movimento;

- ✓ A força é conservativa;

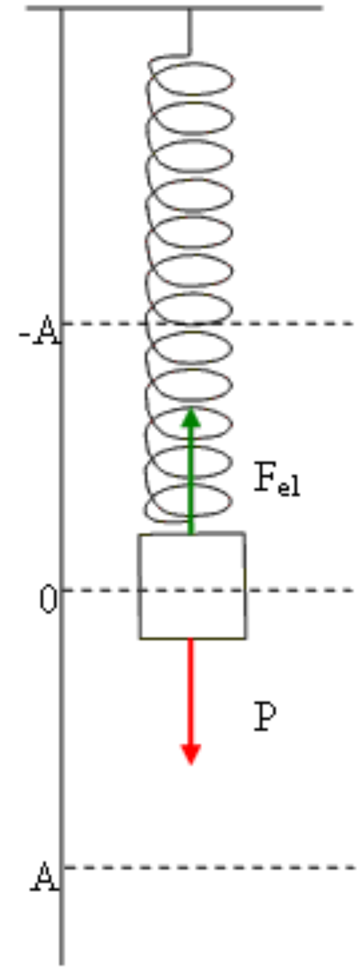
Na ausência de atrito, o movimento continuará indefinidamente;

- ✓ Nos sistemas reais existe geralmente atrito, pelo que não irão oscilar indefinidamente.

Mola Vertical

✓ Quando o bloco está pendurado numa mola vertical, o seu peso fará que a mola se distenda;

✓ Se a posição de repouso da mola for definida como $x = 0$, podemos aplicar a mesma análise da mola horizontal.



Movimento Harmónico Simples (MHS) – Representação Matemática

Consideramos o bloco como sendo uma partícula;

Escolhemos o eixo dos *x* para a direcção em que ocorre a aceleração;

Aceleração: $$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$$

Definimos: $$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

Então: $$a = -\omega^2 x$$

Movimento Harmónico Simples (MHS) – Representação Matemática

Necessitamos de uma função que seja solução da equação:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$$

A função $x(t)$ deve ter 2.ª derivada igual à função original com sinal negativo e multiplicada por ω^2;

Só as funções seno e co-seno satisfazem estas condições;

Movimento Harmónico Simples (MHS) – Representação Matemática

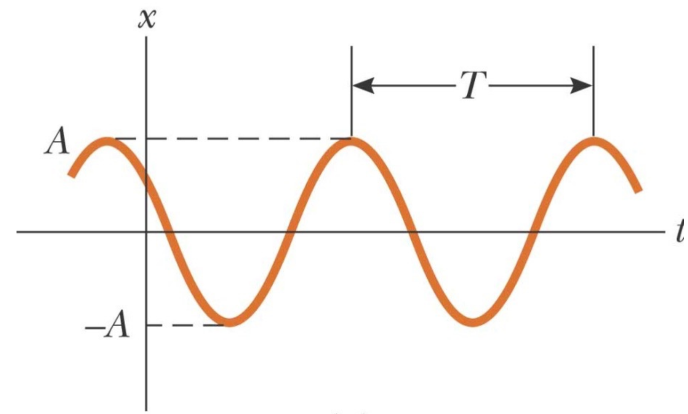
A solução mais geral é:

$$x(t) = a\cos(\omega t) + b\sin(\omega t)$$

Pode ser escrita na forma:

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$$

A, ω, ϕ são constantes



(a)

Movimento Harmónico Simples (MHS) – Representação Matemática

A é a amplitude do movimento

É o valor máximo da posição (elongação) da partícula, no sentido positivo ou negativo

ω é a frequência angular

A unidade SI é rad s^{-1}

ϕ é a constante de fase ou o ângulo de fase inicial

Movimento Harmónico Simples (MHS) – Representação Matemática

A e ϕ são determinados apenas pela posição e velocidade da partícula para $t = 0$;

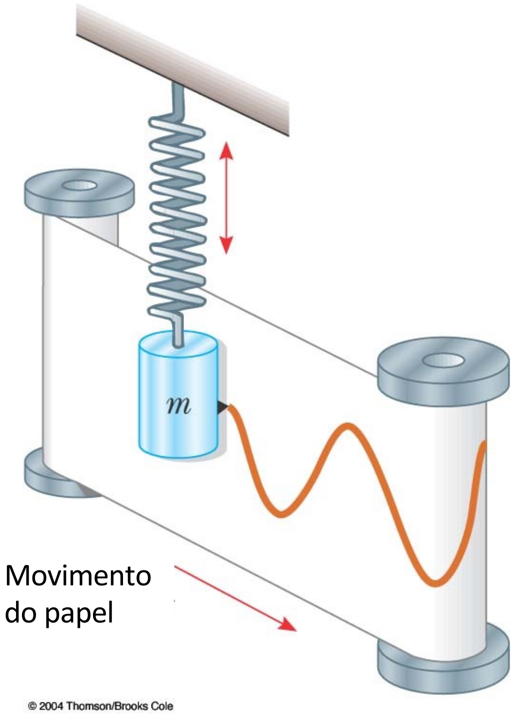
Se a partícula se encontra em $x = A$ para $t = 0$, então $\phi = 0$;

A ***fase*** do movimento é $(\omega t + \phi)$;

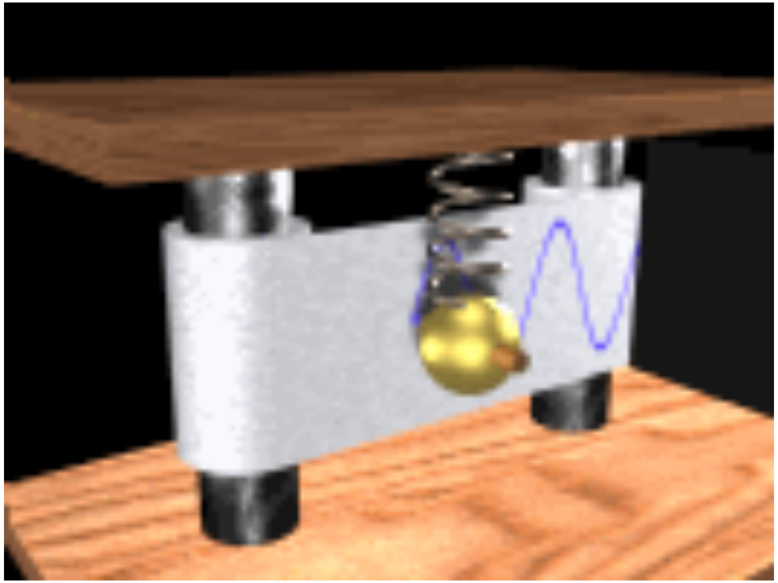
$x\,(t)$ é periódica e o seu valor é o mesmo sempre que ωt aumenta de 2π radianos.

Método experimental para demonstrar o MHS

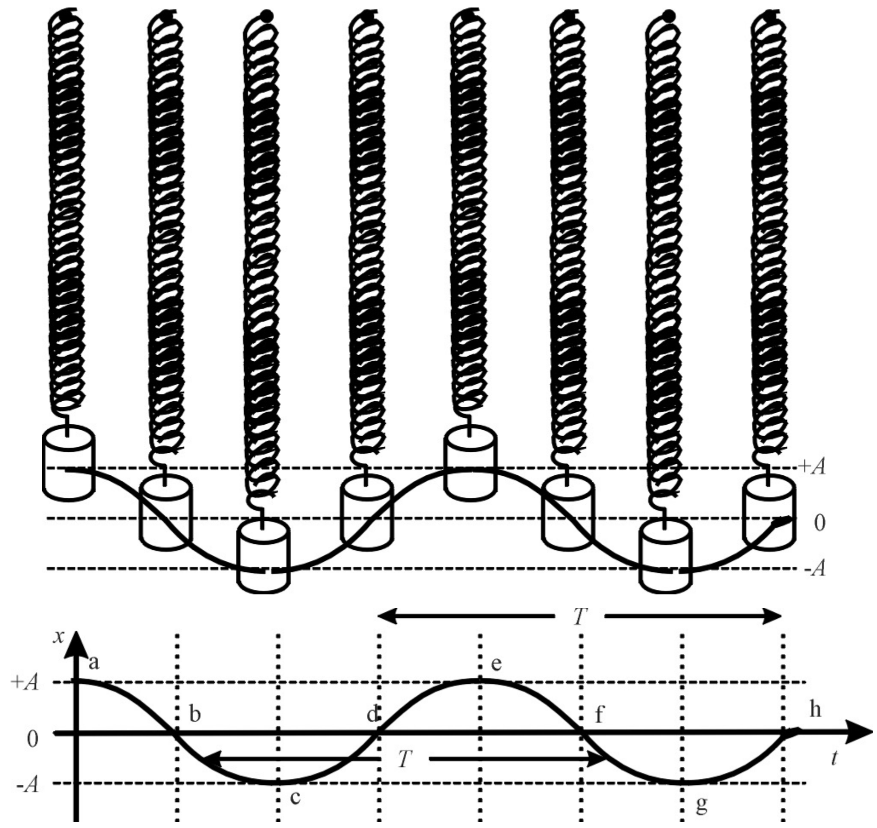
A caneta, ligada ao corpo que oscila, traça uma sinusóide no papel que está a mover-se.



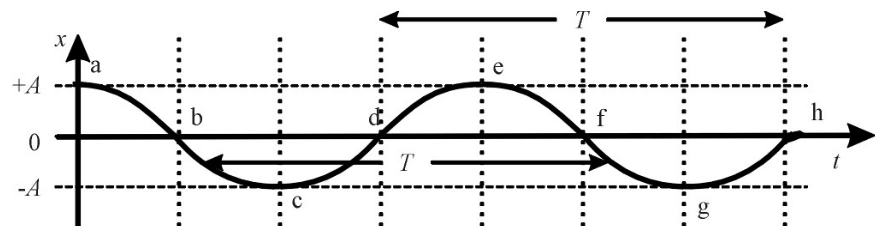
Método experimental para demonstrar o MHS



Método experimental para demonstrar o MHS



Período

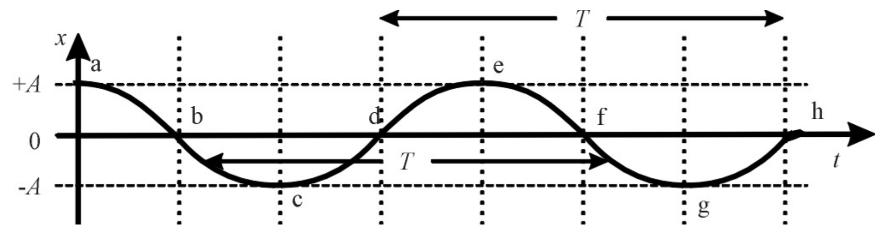


O ***período***, T, é o intervalo de tempo necessário para a partícula efectuar um ciclo do seu movimento

Os valores de x, v e a, da partícula no instante t são iguais aos valores de x, v e a, no instante $t + T$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Frequência



O inverso do período é a ***frequência***;

A frequência é o número de oscilações que a partícula efectua por unidade de tempo:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

A unidade é hertz (Hz) = 1 ciclo por segundo

Sumário – Período e Frequência

A frequência angular pode ser escrita em termos da frequência e do período:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

O período e a frequência podem ainda ser escritos na forma:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

Período e Frequência

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

A frequência e o período dependem apenas da massa da partícula e da constante de força da mola;

Não dependem dos parâmetros do movimento (tempo, posição);

A frequência é maior para uma mola mais dura (valor elevado de *k*) e diminui quando aumenta a massa da partícula.

Equações do Movimento MHS

Recordemos que o movimento harmónico simples **não** é movimento uniformemente acelerado:

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$$

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega \text{ t} + \phi)$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \cos(\omega \text{ t } + \ \phi)$$

Valores Máximos de *v* e *a*

Como as funções seno e coseno oscilam entre ±1, podemos facilmente obter os valores máximos da velocidade e aceleração de um objecto com MHS:

$$v_{\max} = \omega A = \sqrt{\frac{k}{m}}\, A$$

$$a_{\max} = \omega^2 A = \frac{k}{m}\, A$$

Representação Gráfica

Os gráficos mostram:

(a) o deslocamento em função do tempo;

(b) a velocidade em função do tempo;

(c) a aceleração em função do tempo.

A velocidade está *desfasada* de 90º em relação ao deslocamento e a aceleração está *desfasada* de 180º em relação ao deslocamento.