Física

Licenciatura em Engenharia Informática

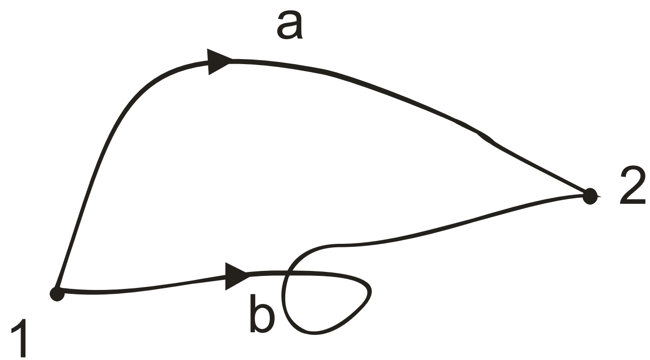
Susana Sério

Aula 07

Energia Potencial

Energia potencial é a energia associada à *configuração* de um sistema de corpos que interactuam uns com os outros.

As diferentes formas de energia potencial estão associadas a *forças conservativas.*



- ✓ Depende *apenas das posições* dos pontos 1 e 2 (independente do caminho)
- ✓ Num percurso fechado o trabalho resultante é nulo

Energia Potencial

Existem muitas formas de energia potencial, entre as quais:

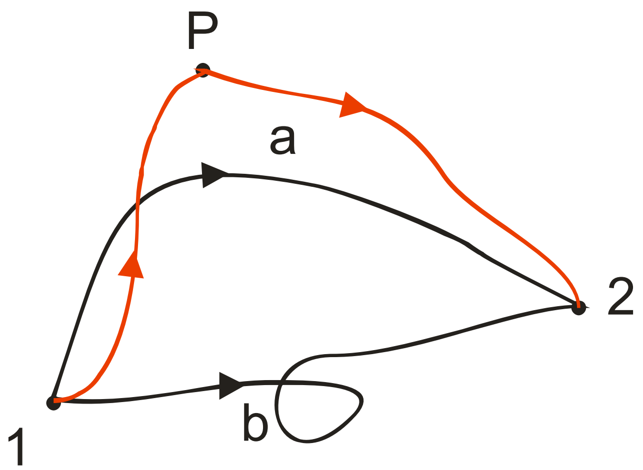
- ✓ Gravítica
- ✓ Electromagnética
- ✓ Química
- ✓ Nuclear

No interior de um sistema, uma forma de energia pode converter-se noutra; por exemplo, a energia potencial pode converter-se em cinética ou vice-versa.

Trabalho de uma Força Conservativa e Energia Potencial

O trabalho da força $\vec{F}$ *quando o corpo se desloca de* 1 para 2 é:

$$W_{1\to 2} = U_1 - U_2$$



U_1- energia potencial no ponto 1

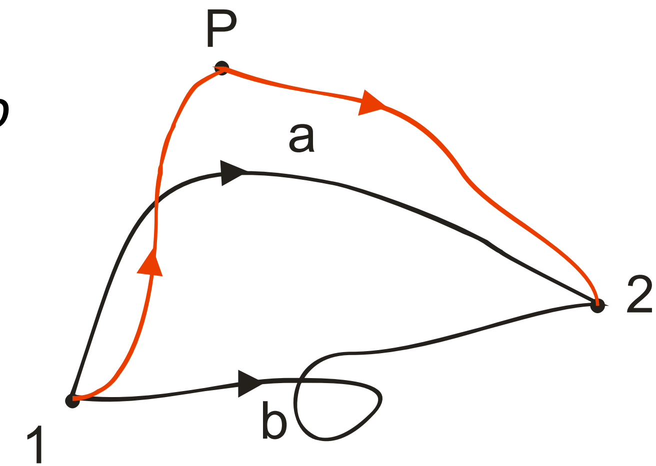
U_2- energia potencial no ponto 2

Trabalho de uma Força Conservativa e Energia Potencial

Seja P uma posição arbitrária;

O trabalho da força $\vec{F}$ *quando o corpo se desloca de* 1 para 2 é:

$$\int_1^2 \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_1^P \vec{F}\cdot d\vec{r} + \int_P^2 \vec{F}\cdot d\vec{r}$$



Se mantivermos o ponto P fixo, então:

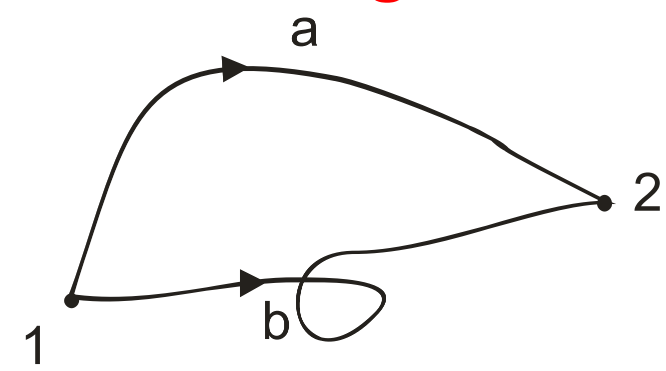
$$\int_P^2 \vec{F}\cdot d\vec{r} = f(2) = -U(2)$$

$$U(2) \equiv U(x_2, y_2, z_2)$$

Trabalho de uma Força Conservativa e Energia Potencial

Forças Conservativas

O trabalho efectuado sobre um corpo por uma força conservativa quando o corpo se desloca entre dois pontos quaisquer, 1 e 2, não depende da trajectória seguida:



$$\oint_{\substack{\text{qualquer}\\ \text{trajectória}\\ \text{fechada}}} \vec{F}.d\vec{r} = 0$$

$$W = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{r} = U_1 - U_2 = -\Delta U$$

U – energia potencial associada à força conservativa $\vec{F}$

Trabalho de uma Força Conservativa e Energia Potencial

Forças Conservativas

Relação da força com a energia potencial

$$W = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{r} = U_1 - U_2 = -\Delta U$$

Daqui obtemos a relação entre a força e a energia potencial:

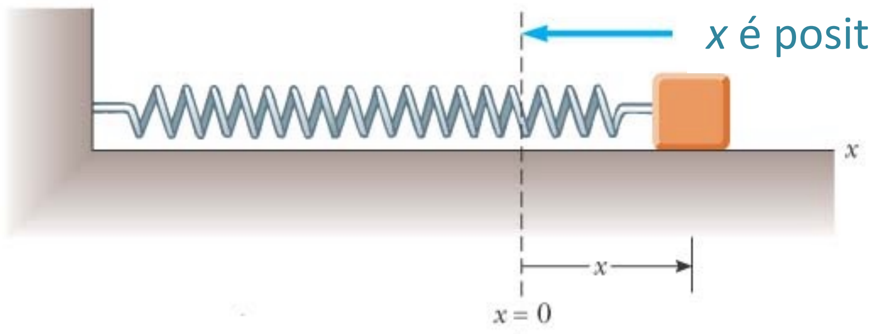
$$\boxed{\begin{aligned} Fx &= -\frac{dU}{dx} \\ Fy &= -\frac{dU}{dy} \\ Fz &= -\frac{dU}{dz} \end{aligned}}$$

$$\boxed{\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}}$$

Lei de Hooke

F_{el} é negativa,

x é positivo



A força exercida pela mola sobre o corpo é

$$F_{el} = -kx$$

x é a posição do bloco em relação à posição de equilíbrio (x = 0)

k é a constante da mola e mede a resistência desta à distensão ou compressão

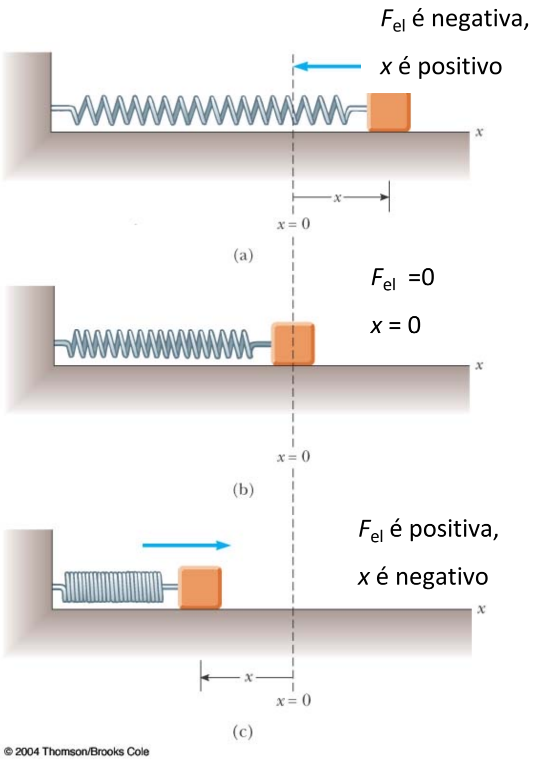
Esta equação exprime a Lei de Hooke

Lei de Hooke

Quando x é positivo (a mola está esticada), F_{el} é negativa

Quando x é 0 (na posição de equilíbrio), F_{el} é 0

Quando x é negativo (a mola está comprimida), F_{el} é positiva



Lei de Hooke

- ✓ A força exercida pela mola é sempre oposta ao deslocamento em relação à posição de equilíbrio

- ✓ $\vec{F}$ é denominada *força de restauração*

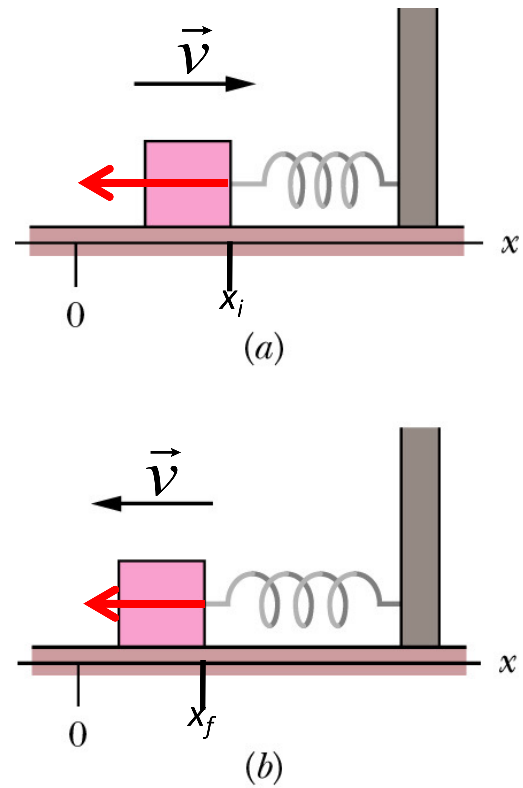
- ✓ Se o bloco é largado na posição de coordenada *x* (e não existe atrito) oscilará entre as posições $-x$ e $+x$

Energia Potencial Elástica

O trabalho efectuado pela mola sobre o corpo quando este se move do ponto x_i para o ponto x_f é:

$$W = \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx =$$

$$= \int_{x_i}^{x_f} -kx dx = \frac{1}{2} k({x_i}^2 - {x_f}^2)$$



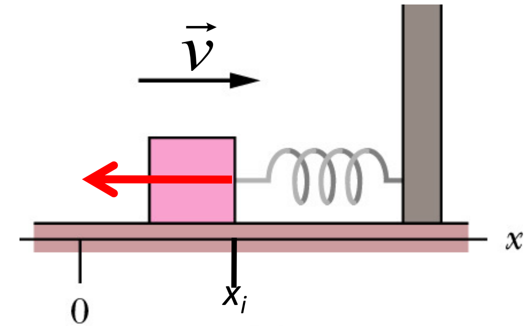
A variação da energia potencial elástica entre x_i e x_f é:

$$\Delta U_{el} = -W = \frac{1}{2} k({x_f}^2 - {x_i}^2)$$

Energia Potencial Elástica

A variação da energia potencial elástica entre x_i e x_f é:

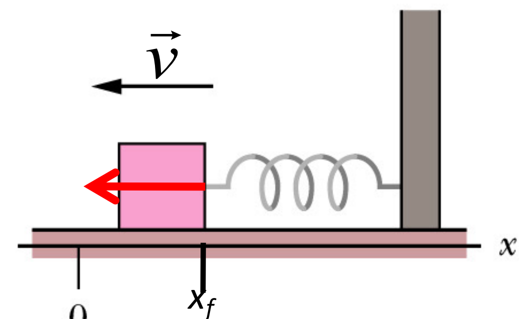
$$\Delta U_{el} = \frac{1}{2}k(x_f{}^2 - x_i{}^2)$$



(a)

Utilizando o ponto $x = 0$ (o ponto de equilíbrio) como ponto de referência obtemos para qualquer ponto x:

$$U_{el} = \frac{1}{2}kx^2$$



(b)

Energia Potencial Elástica

Dizemos que a energia potencial elástica acumulada na mola é nula, quando a mola está na posição de equilíbrio (U = 0 para x = 0);

Assim só há energia potencial acumulada na mola quando ela está comprimida ou esticada;

A energia potencial elástica é máxima quando a mola atingiu a extensão ou compressão máximas;

A energia potencial elástica é sempre positiva;
x^2 é sempre positivo.

Conservação de Energia Mecânica

Quando forças conservativas actuam no interior de um sistema isolado, a energia cinética ganha (ou perdida) pelo sistema quando os seus componentes alteram as posições relativas é equilibrada por perda (ou ganho) de energia potencial;

Esta é uma expressão da ***Conservação da Energia Mecânica***.

Conservação de Energia

O trabalho realizado pela resultante das forças aplicadas num corpo é igual à variação da sua energia cinética.

$$W_{12} = E_{c_2} - E_{c_1}$$

o trabalho realizado pela resultante das forças aplicadas num corpo, se todas elas forem conservativas, é igual ao simétrico da variação da sua energia potencial.

$$W_{12} = U_1 - U_2$$

$$E_{c_1} + U_1 = E_{c_2} + U_2 = \text{Constante}$$

$$E = E_c + U = \text{Constante}$$

Energia Mecânica

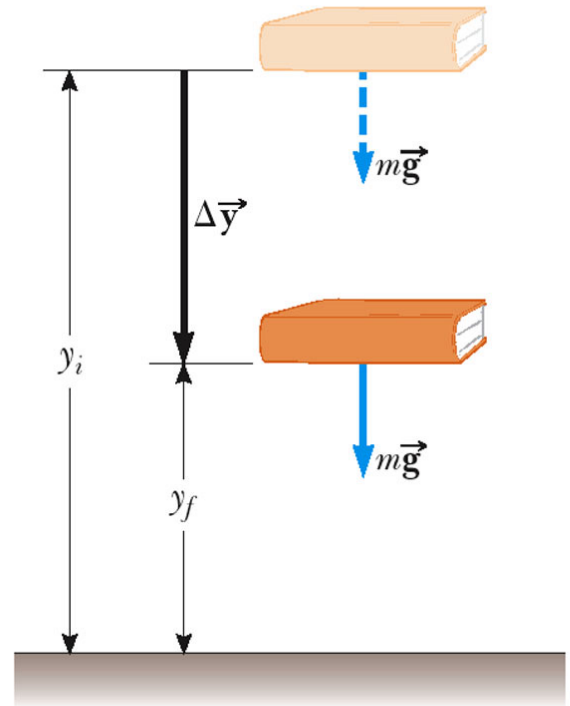
Conservação de Energia Mecânica

Considere-se o trabalho efectuado pela força gravítica sobre o livro, quando este cai de uma determinada altura:

$W_{\text{sobre o livro}} = \Delta E_{\text{cin livro}}$

Mas, $W = -\Delta U_g$

Portanto, $\Delta E_{\text{cin}} = -\Delta U_g$



Conservação de Energia Mecânica

Se a energia mecânica do sistema se conserva, isto é, se só há forças conservativas em jogo, escrevemos a energia total na forma:

$E_i = E_{\text{cin}\, i} + U_i$ para a configuração inicial

$E_f = E_{\text{cin}\, f} + U_f$ para a configuração final

Como a energia mecânica se conserva, $E_i = E_f$ e podemos obter a quantidade que desconhecemos.

Conservação da Energia Mecânica, Exemplo 1 (Queda de uma Bola)

Condições iniciais:

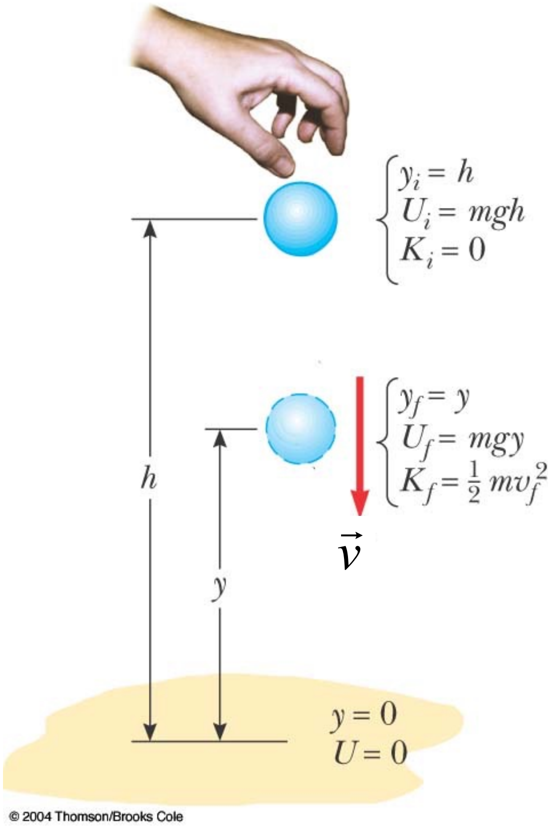
$E_i = E_{cin\ i} + U_i = mgh$

A bola é largada, de modo que $E_{cin\ i} = 0$

A configuração correspondente a energia potencial nula é a bola no solo

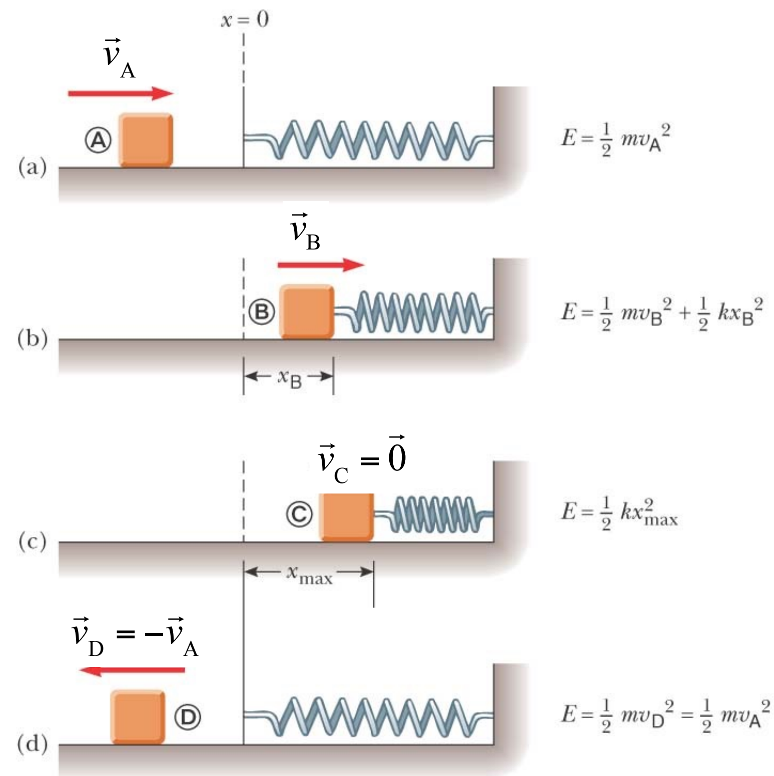
As regras de conservação aplicadas a um ponto y acima do solo conduz a

$\frac{1}{2} m v_f^2 + mgy = mgh$



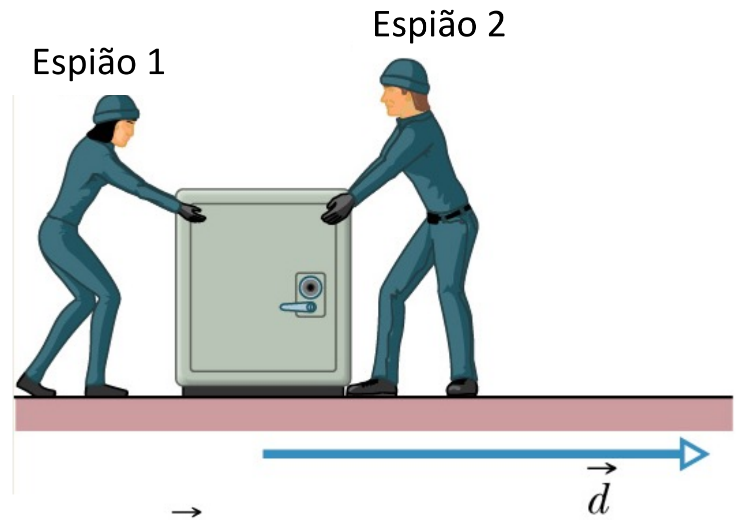
Conservação de Energia Mecânica: mola elástica

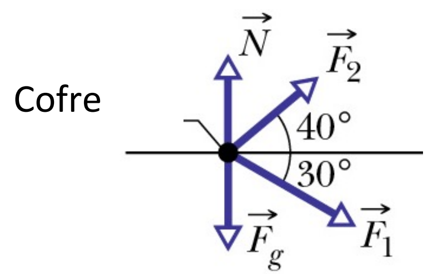
Sem atrito, a energia transforma-se continuamente entre potencial e cinética e a energia total permanece constante;



Teorema do Trabalho-Energia – Problema

Dois espiões industriais deslocam de 8.50 m um cofre com massa de 225 kg, fazendo-o escorregar sobre uma superfície sem atrito. As forças que actuam no cofre estão indicadas no diagrama.





m=225 kg

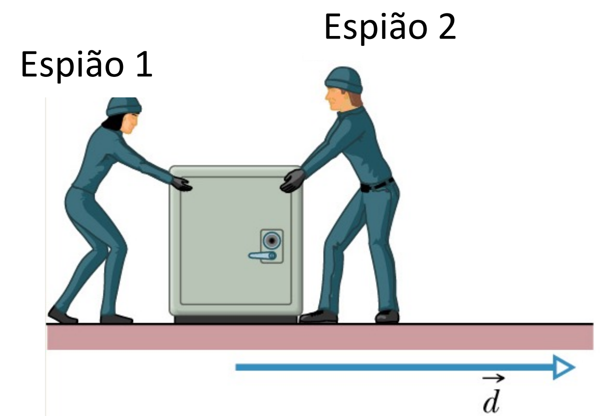
$F_1 = 12.0$ N
$F_2 = 10.0$ N
$d = 8.50$ m

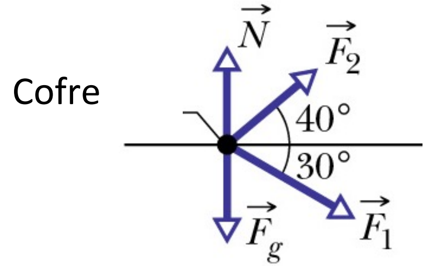
Teorema do Trabalho-Energia – Problema

a) Qual é o trabalho total realizado sobre o cofre pelas forças que nele actuam durante o deslocamento $\vec{d}$?

b) O cofre estava inicialmente em repouso. Qual é o módulo da sua velocidade após o deslocamento de 8.50 m?

$\boxed{V=2ad}$





$F_1 = 12.0$ N
$F_2 = 10.0$ N
$d = 8.50$ m

Teorema do Trabalho-Energia – Problema

Um objecto vai de A, onde tem uma velocidade indicada abaixo, para B sob a acção da força indicada abaixo. Determine o trabalho realizado pela força, pela definição e pelo teorema trabalho-energia cinética

$$\vec{F} = 2\vec{e}_x$$

$$\vec{v}_0 = 3\vec{e}_y$$

m = 1,0 kg

W_{AB} = ?? A(0,0); B(1,3)m

$$W_{AB} = \vec{F}.\Delta\vec{r}$$

$$W_{AB} = 2\vec{i}.(\vec{i} + 3\vec{j}) = 2\,\mathrm{J}$$

$$\vec{v}_A = 3\vec{e}_y \qquad \vec{v}_B = ??$$

$a_x = 2$ $\quad$ $v_x = 2t$ $\quad$ $x = t^2$

$a_y = 0$ $\Rightarrow$ $v_y = 3$ $\quad$ $y = 3t$

$t = 1$ s $\Rightarrow$ $\vec{v}_B = 2\vec{e}_x + 3\vec{e}_y$

$$E_{cA} = 4{,}5\,J \qquad E_{cB} = 6{,}5\,J \qquad \Delta E_c = 2\,J$$