

Física

Licenciatura em Engenharia Informática

Susana Sério

Aula 06

Movimento com Forças Resistivas

O movimento pode ocorrer num determinado meio, que pode ser um líquido ou um gás;

O meio exerce uma *força resistiva*, \vec{R} , num corpo que se mova através dessa meio;

O módulo de \vec{R} *depende do meio*;

O *sentido de* \vec{R} *é oposto* ao do movimento do objecto em relação ao meio;

O módulo da *força de resistência* \vec{R} em geral aumenta quando o *módulo da velocidade aumenta*.

Movimento com Forças Resistivas

O módulo de \vec{R} pode depender do módulo da velocidade de várias maneiras.

Duas delas são:

$|\vec{R}|$ é proporcional a v

É uma boa aproximação quando o módulo da velocidade é pequena e os corpos são de pequeno volume.

$|\vec{R}|$ é proporcional a v^2

É uma boa aproximação para corpos de grande volume, e o módulo da velocidade é elevado, de modo que o ar se torna turbulento (forma vórtices) por detrás do corpo.

R proporcional a v^2

No caso de objectos que se movem com velocidades de módulo elevado através do ar, o módulo da força resistiva é proporcional ao quadrado do módulo da velocidade:

$$R = \frac{1}{2} C_p A v^2$$

C é uma grandeza empírica sem dimensões, denominada *coeficiente de resistência*;

ρ é a massa volúmica (densidade) do ar;

A é a área da secção eficaz do corpo;

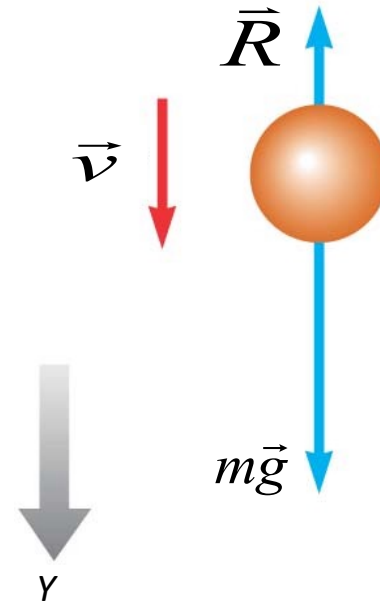
v é o módulo da velocidade do corpo.

R proporcional a v^2 , exemplo

Análise do movimento de um corpo que cai no ar, tendo em conta a resistência do ar:

$$\sum F = mg - \frac{1}{2} C \rho A v^2 = ma$$

$$a = g - \left(\frac{C \rho A}{2m} \right) v^2$$

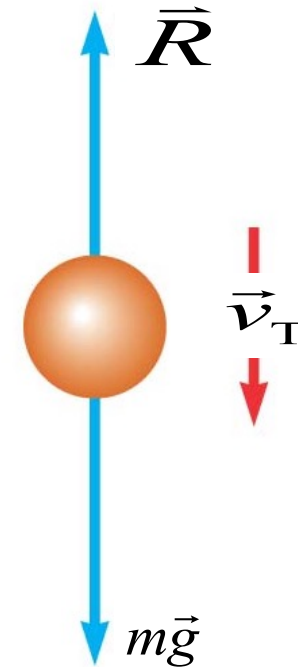


R proporcional a v^2 - Velocidade Terminal

A velocidade terminal é a velocidade do corpo quando a aceleração se anula;

A resolução da equação conduz a:

$$v_T = \sqrt{\frac{2mg}{C\rho A}}$$



Movimento de um pára-quedista

The diagram shows three stages of a skydiver's fall, labeled A, B, and C. In stage A, the skydiver is in a free fall position with arms and legs spread, and a single downward arrow labeled $\vec{F}_{grav.}$ is shown. In stage B, the skydiver is in a similar position, but two arrows are shown: a downward arrow labeled $\vec{F}_{grav.}$ and an upward arrow labeled \vec{R}_{ar} . In stage C, the skydiver is in a similar position, but the downward arrow is labeled $\vec{F}_{net} = \vec{0}$, indicating that the forces are balanced.

O movimento de um pára-quedista

O movimento de descida de um pára-quedista, desde o instante em que é lançado até atingir o solo, é condicionado pela **resistência do ar**:

- Inicialmente, o pára-quedista está sujeito, apenas, à acção da **força gravítica** ($\vec{F}_{grav.}$) que a Terra exerce sobre o sistema (considerado, neste caso, partícula material).

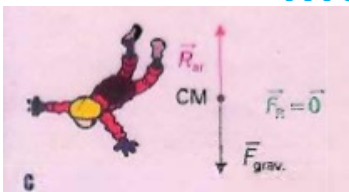
Por isso, desce em **queda livre** e o seu movimento é inicialmente **rectilíneo e uniformemente acelerado** (A).

- Após um certo intervalo de tempo, o ar oferece resistência ao movimento do pára-quedista.

O seu movimento depende da **resultante** das **forças** nele exercidas: **força gravítica** ($\vec{F}_{grav.}$) e **resistência do ar** (\vec{R}_{ar}).

Como a **intensidade da força gravítica** (no sistema pára-quedas fechado/pára-quedista) é **superior à intensidade da resistência do ar**, a qual vai aumentando, o pára-quedista move-se com uma **aceleração variável** (B).

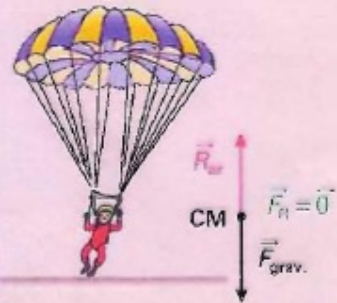
Movimento de um pára-quedista



C



D



E

[FIG. 39]

- No entanto, a partir de um certo instante, a **resultante das forças** (\vec{F}_R) que actua no sistema **anula-se**: as duas forças têm a **mesma direcção**, a **mesma intensidade** e **sentidos opostos** (C). O pára-quedista continua a mover-se em direcção ao solo, agora com **movimento uniforme** e, praticamente, **rectilíneo**.

Move-se com **velocidade constante** que se chama **velocidade terminal** (o seu valor é cerca de 56 m s^{-1}). Isto é, **não tem aceleração**.

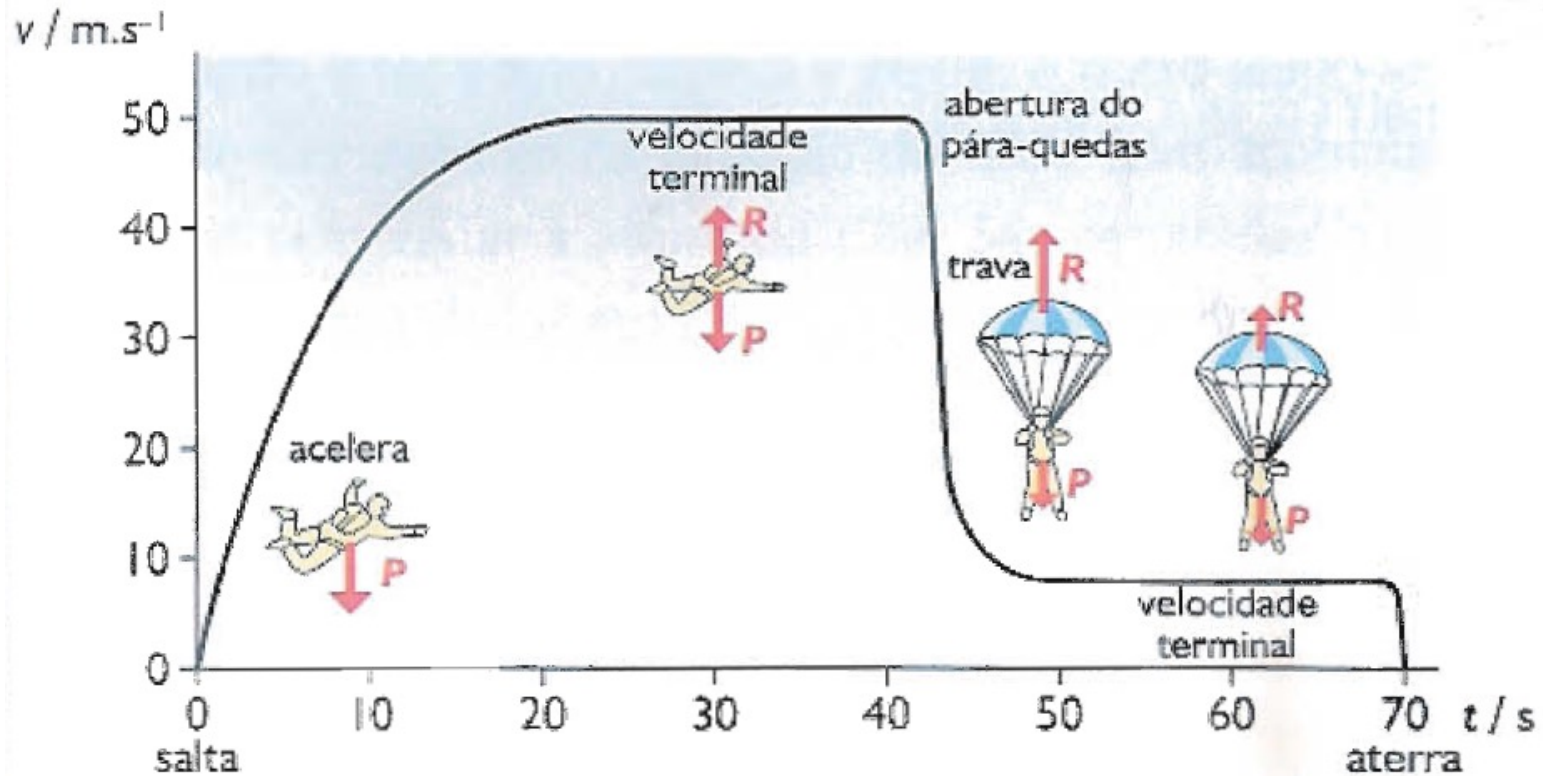
- No instante em que o pára-quedista abre o pára-quedas, o ar oferece uma grande resistência ao seu movimento. Esta força resistiva exerce-se em toda a superfície interior do pára-quedas.

A intensidade desta força é superior à intensidade da força gravítica exercida no sistema pára-quedas/pára-quedista. Logo, a **resultante das forças** que actua no sistema está dirigida para cima e, assim, o movimento passa a ser **retardado**. O valor da velocidade de descida do pára-quedista diminui acentuadamente (D).

- Antes de atingir o solo, o pára-quedista move-se novamente com velocidade de valor constante, designada por **velocidade terminal**.

O valor da nova velocidade terminal é cerca de 10 m s^{-1} (E).

Movimento de um pára-quedista

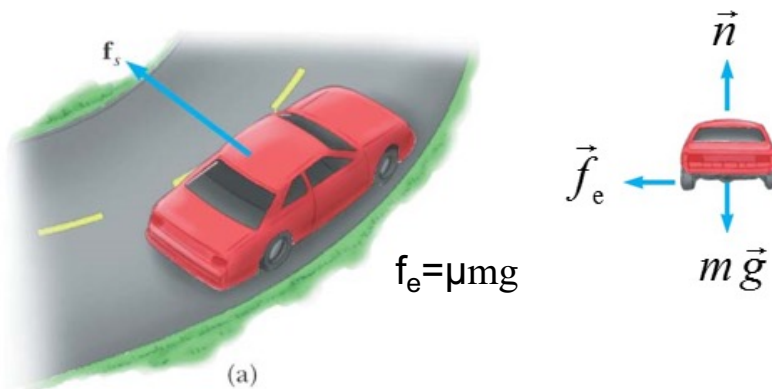


Alguns Valores de módulo da Velocidade Terminal

Valores do módulo da velocidade terminal para corpos que caem através do ar			
Corpo	Massa (kg)	Área da secção eficaz (m^2)	$V_T (\text{m s}^{-1})$
Homem fazendo parapente	75	0.70	60
Bola de basebol ($r = 3.7 \text{ cm}$)	0.145	4.2×10^{-3}	43
Bola de golf ($r = 2.1 \text{ cm}$)	0.046	1.4×10^{-3}	44
Pedra de granizo ($r = 0.50 \text{ cm}$)	4.8×10^{-6}	7.9×10^{-5}	14
Gota de chuva ($r = 0.20 \text{ cm}$)	3.4×10^{-6}	1.3×10^{-5}	9
Gota de chuva ($r = 0.15 \text{ cm}$)	1.4×10^{-6}	7.3×10^{-6}	6
Parquedista (típico)	75		3

Curva Horizontal

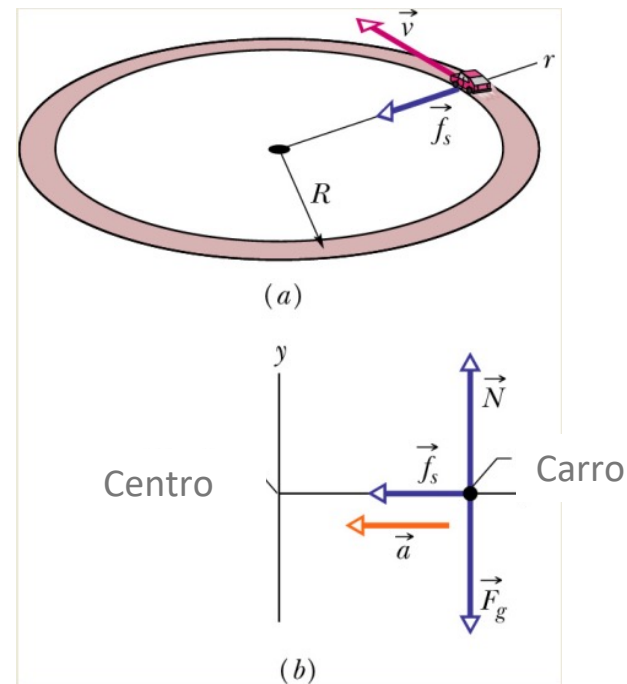
A força de atrito estático é a força centrípeta;



O valor máximo do módulo da velocidade a que o carro pode efectuar a curva é dado por:

$$v = \sqrt{\mu_e g r}$$

Repare-se que este valor *não depende da massa do carro*.



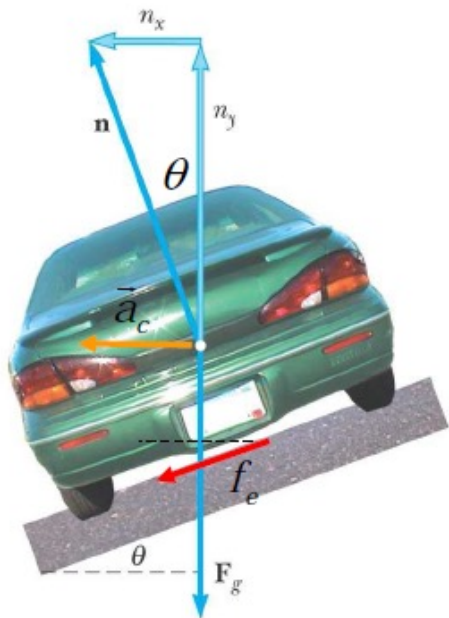
Curva com inclinação

Qual a velocidade para a qual a força de atrito perpendicular ao movimento, é nula?

$$\begin{cases} N \cos(\theta) - F_g = 0 & \text{dir. vertical} \\ N \sin(\theta) = ma_c & \text{dir. radial} \end{cases}$$

$$f_e = 0$$

$$v^2 = gr \tan(\theta)$$



© 2004 ThomsonBrooks/Cole

E qual a velocidade máxima para que não derrape na curva?

$$\begin{cases} N \cos(\theta) - f_e \sin(\theta) - F_g = 0 & \text{dir. vertical} \\ N \sin(\theta) + f_e \cos(\theta) = ma_c & \text{dir. radial} \end{cases}$$

$$f_{e,\max} = \mu_e N$$

$$v^2 = gr \frac{\sin(\theta) + \mu_e \cos(\theta)}{\cos(\theta) - \mu_e \sin(\theta)}$$

Curva inclinada com atrito

Neste caso há inclinação e ao mesmo tempo há força de atrito, que pode ser para cima ou para baixo

A força centrípeta é a componente horizontal da força normal que a estrada exerce no carro:

$$n_x = n \sin \theta$$

$$n_y = n \cos \theta$$

$$f_{a_x} = f_a \cos \theta$$

$$f_{a_y} = f_a \sin \theta$$

$$n_x = f_{a_x} + mv^2/r$$

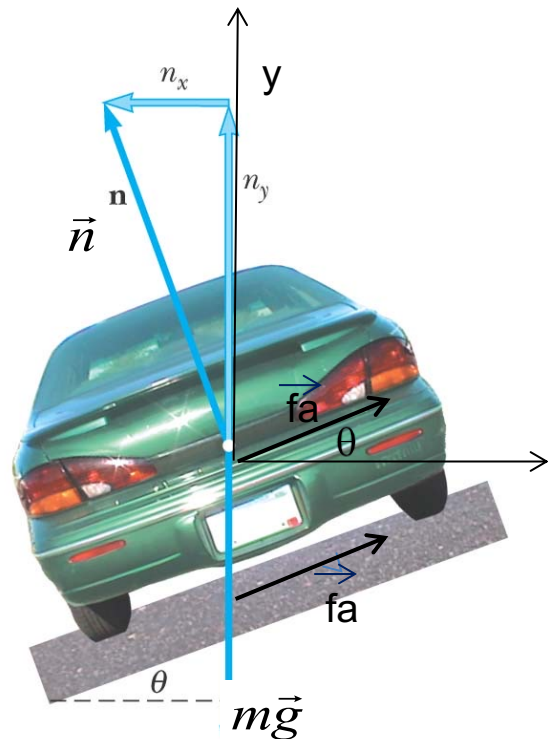
$$P = n_y + f_{a_y}$$

$f_a \leq \mu n$; consideremos o limite em que há igualdade

Os valores max e min da velocidade correspondem a fazermos f_a para baixo ou para cima, ou seja ou negativa positiva respectivamente. Obtem-se:

$$v_{\max}^2 = rg (\sin \theta + \mu \cos \theta) / (\cos \theta - \mu \sin \theta)$$

$$v_{\min}^2 = rg (\sin \theta - \mu \cos \theta) / (\cos \theta + \mu \sin \theta)$$



© 2004 Thomson/Brooks Cole

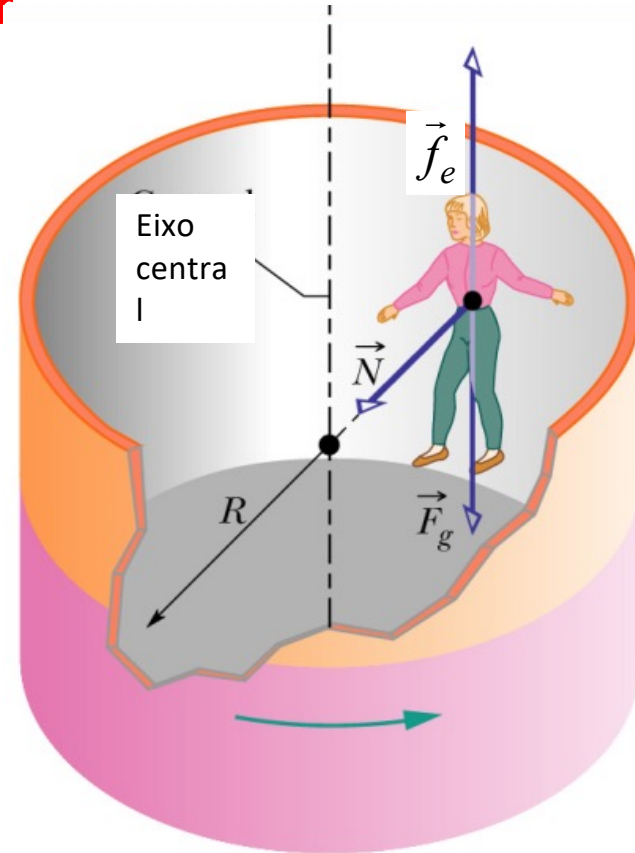
O Rotor

A força de atrito estática equilibra o peso;

A força centrípeta é a força normal que a parede do cilindro exerce no corpo:

$$\begin{aligned} f_e &= \mu_e N = mg \\ N &= mg / \mu_e \\ N &= mv^2 / R \\ mg / \mu_e &= mv^2 / R \end{aligned}$$

$$v = \sqrt{\frac{gR}{\mu_e}}$$



Trabalho

O trabalho, W , efectuado num sistema por um agente que exerce uma força constante sobre o sistema é o produto do módulo da força, $|\vec{F}|$ do módulo do deslocamento, $|\Delta\vec{r}|$, do ponto de aplicação da força, e de $\cos\theta$, em que θ é o ângulo entre os vectores força e deslocamento

$$W = |\vec{F}| |\Delta\vec{r}| \cos \theta = F \Delta r \cos \theta$$

Trabalho

A força não realiza trabalho sobre o corpo se não existe deslocamento do ponto de aplicação;

O **trabalho realizado** por uma força sobre um corpo que se move é nulo quando a força aplicada é perpendicular ao deslocamento do seu ponto de aplicação:

$$W = |\vec{F}| |\Delta\vec{r}| \cos \theta = F \Delta r \cos \theta$$

No caso geral em que a força não é constante

$$W = \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

Trabalho

O sinal que afecta o trabalho depende da direcção e sentido de \vec{F} relativamente a $\Delta\vec{r}$

- ✓ O trabalho é positivo se tiverem o mesmo sentido
- ✓ O trabalho é negativo se tiverem sentidos contrários

Trabalho é Transferência de Energia

Se é realizado **trabalho *positivo*** sobre um sistema, é transferida energia ***para*** o sistema;

Se o **trabalho** realizado sobre o sistema é ***negativo***, é transferida energia ***para fora*** do sistema.

Trabalho realizado por Várias Forças, podendo as forças não serem constantes – movimento unidimensional

Se mais do que uma força actua num sistema e o sistema pode ser considerado como uma partícula, o trabalho total realizado sobre o sistema é o trabalho realizado pela força resultante:

$$\sum W = W_{\text{resultante}} = \int \left(\sum \vec{F} \right) \cdot d\vec{r}$$

Para deslocamento segundo xx

$$\sum W = W_{\text{resultante}} = \int_{x_i}^{x_f} \left(\sum F_x \right) dx$$

Unidades de Trabalho

- ✓ Trabalho é uma grandeza escalar
- ✓ A unidade SI de trabalho é o joule (J)
- ✓ $1 \text{ joule} = 1 \text{ newton} \times 1 \text{ metro}$
- ✓ $J = N \cdot m$

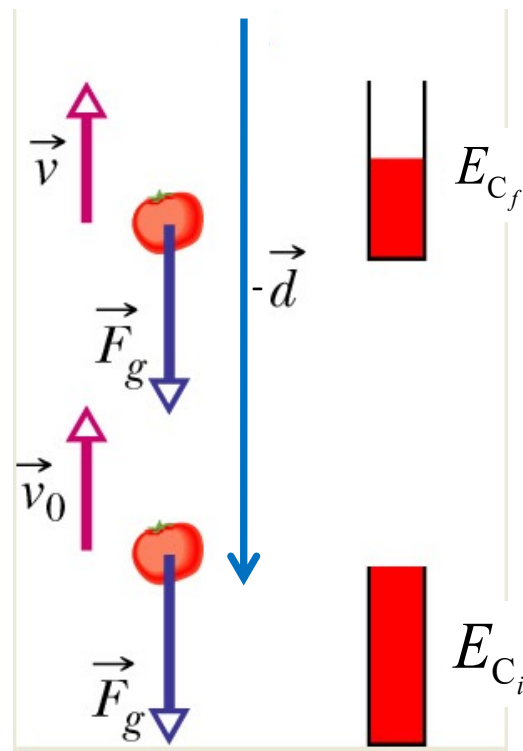
Trabalho realizado pela força gravítica

Um corpo é atirado *para cima* verticalmente com velocidade inicial \vec{v}_0 . Durante a subida a força gravítica efectua trabalho sobre o corpo

$$W = \vec{F}_g \cdot \vec{d} = -mgd < 0$$

Após atingir a altura máxima, o trabalho efectuado pela força gravítica sobre o corpo no deslocamento até ao ponto de partida é

$$W = \vec{F}_g \cdot (-\vec{d}) = mgd > 0$$



Energia Cinética

Energia cinética é a energia de uma partícula associada ao seu movimento:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

E_c é a energia cinética

m é a massa da partícula

v é o módulo da velocidade da partícula

A variação da energia cinética é um resultado possível do trabalho realizado para transferir energia para um sistema.

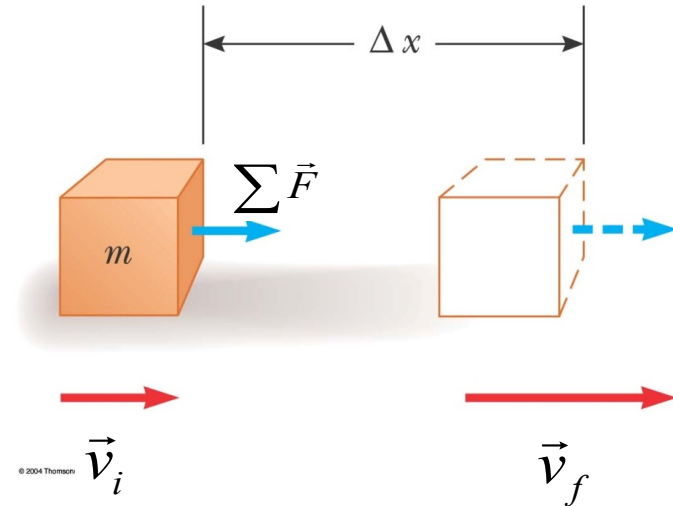
Energia Cinética

Calculamos o trabalho:

$$W = \int_{x_i}^{x_f} \sum F \, dx = \int_{x_i}^{x_f} ma \, dx$$

$$W = \int_{v_i}^{v_f} mv \, dv$$

$$\sum W = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$



Teorema do Trabalho-Energia ou da Energia Cinética

O **teorema da energia cinética** afirma:

No caso em que *a única alteração* no sistema é no *módulo da sua velocidade*, o trabalho realizado pela força resultante num determinado intervalo de tempo é igual à variação da energia cinética do sistema nesse intervalo de tempo.

$$\sum W = E_{C_f} - E_{C_i} = \Delta E_C$$