

Lógica Computacional

LEI, 2023/2024

FCT UNL

Aula Prática 1

Tradução de asserções em linguagem natural para fórmulas em lógica proposicional.

Verificação que sequências de símbolos são fórmulas.

Definições indutivas.

1. Identifique as asserções básicas e escreva fórmulas em lógica proposicional que representem as seguintes frases em linguagem natural.

- (a) O Pedro ficou doente em casa.
- (b) O Pedro não tem Gripe A se não tem febre.
- (c) O Pedro está doente se tiver Gripe A.
- (d) O Pedro fica em casa só se estiver doente.
- (e) O Pedro está em casa porque ficou doente.
- (f) Como ficou doente, o Pedro ficou em casa.
- (g) O Pedro ficou doente, mas já foi ao médico.
- (h) O Pedro foi ao médico e ficou doente.
- (i) O Pedro fica de mau humor se estiver doente em casa.
- (j) Estar doente ou ir ao médico deixam o Pedro de mau humor.
- (k) O Pedro vai ao médico desde que não esteja mau tempo.
- (l) Se o Pedro foi ao médico porque está doente, então não está em casa.
- (m) Se o Pedro foi ao médico e está doente, então não está em casa.
- (n) O Pedro vai ao médico se estiver doente, a não ser que esteja mau tempo e a Ana esteja aborrecida.
- (o) O Pedro vai ao médico se estiver doente e a Ana estiver aborrecida, a não ser que esteja mau tempo.
- (p) O Pedro está em casa ou a Rita está em casa e a Ana está feliz.
- (q) A Ana está feliz e, além disso, ou o Pedro está em casa ou a Rita está em casa.

2. Mostre que as seguintes sequências de símbolos de Alf_P são fórmulas de F_P

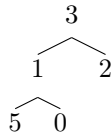
- (a) $\neg \top$
- (b) $(a \vee \neg a)$
- (c) $(a \rightarrow (a \vee b))$
- (d) $((a \vee a) \rightarrow a)$
- (e) $((a \wedge b) \rightarrow a)$
- (f) $(a \rightarrow (b \rightarrow a))$

- (g) $(\neg(a \vee b) \rightarrow \neg a)$
- (h) $(\neg a \rightarrow (a \rightarrow b))$
- (i) $((b \rightarrow c) \rightarrow ((a \wedge b) \rightarrow c))$
- (j) $((a \rightarrow b) \rightarrow (a \rightarrow (b \vee c)))$
- (k) $((a \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow c) \rightarrow (a \rightarrow c))$
- (l) $((a \rightarrow b) \wedge \neg b \rightarrow \neg a)$
- (m) $((a \rightarrow (b \rightarrow c)) \rightarrow ((a \rightarrow b) \rightarrow (a \rightarrow c)))$
- (n) $(a \leftrightarrow \neg \neg a)$

3. Considere a função $\text{npe} : F_P \rightarrow \mathbb{N}_0$ que calcula o número de parênteses esquerdos de dada fórmula de lógica proposicional.

- (a) Defina indutivamente a função
 - (b) Prove que $\text{npe}((p \vee (q \rightarrow (r \wedge s)))) = 3$, justificando cada passo.
4. Prove por indução estrutural que qualquer fórmula de lógica proposicional tem o mesmo número de parênteses esquerdos e direitos.
5. Considere o conjunto NatP dos números naturais pares.
- (a) Defina indutivamente o conjunto com as regras:
 - *ZERO*, que gera o primeiro valor do conjunto;
 - *PROX*, que gera um novo valor do conjunto a partir de um valor já existente.
 - (b) Mostre que 4 pertence ao conjunto NatP .
6. Considere o conjunto ArvBinNat das árvores binárias de naturais (na notação usual).

Exemplo: o termo $\text{junta}(\text{junta}(\text{raiz}(5), 1), \text{raiz}(0)), 3, \text{raiz}(2))$ denota a árvore



- (a) Defina indutivamente o conjunto ArvBinNat com as regras:
 - *RAIZ*, que gera o valor $\text{raiz}(n)$ do conjunto a partir de dado natural n (a árvore degenerada só com um nó, que tem o valor dado nesse nó);
 - *JUNTA*, que gera um novo valor do conjunto a partir de dois valores já existentes (serão as subárvores esquerda e direita) e de um dado natural (que ficará na raiz da nova árvore).
- (b) Mostre que o termo acima pertence ao conjunto ArvBinNat .