

Lógica Computacional

LEI, 2023/2024

FCT UNL

Aula Prática 6

Sintaxe da Lógica de Primeira Ordem.

1. Para cada uma das seguintes frases em linguagem natural, escreva fórmulas em lógica de primeira ordem que as representem, indicando sempre a assinatura de primeira ordem que escolheu.
 - (a) O Manuel e a Maria são filhos da Rosa.
 - (b) O António tem um filho adulto.
 - (c) Os animais não são pessoas.
 - (d) Como ninguém é antepassado de si próprio, se A é antepassado de B então B não é antepassado de A .
 - (e) Uma pessoa com 18 anos é adulta.
 - (f) Os filhos da mesma mãe são irmãos.
 - (g) As pessoas que têm a mesma avó materna são primos.
 - (h) Uma pessoa é um mamífero, logo um animal.
 - (i) Quem tem filhos tem cadilhos.
 - (j) Um vegetariano não come animais.
 - (k) Todos os quadrados perfeitos são pares.
 - (l) Todo o primo é igual a 2 ou é ímpar.
 - (m) Alguns naturais são pares.
 - (n) Nenhum número par é primo.
 - (o) Nem todos os primos são ímpares.
 - (p) A soma de dado valor com ele mesmo é par.
 - (q) Todo o par é a soma de um ímpar com ele mesmo.
 - (r) Há pelo menos dois testes nesta cadeira.
 - (s) Não há mais do que dois testes nesta cadeira.
 - (t) Esta cadeira tem exatamente dois testes.

2. Considere dada assinatura de primeira ordem tal que $f \in SF_1$ e $P \in SP_1$. Seja $x \in X$.

Verifique se as expressões seguintes são fórmulas da Lógica de Primeira Ordem. Caso sejam, faça uma árvore de derivação que o mostre, caso não seja, explique porque não é.

- (a) $\forall_x f(x)$
- (b) $\forall_x P(f(f(x)))$
- (c) $\forall_x (P(x) \vee P(f(x)))$
- (d) $\exists_x P(P(x))$
- (e) $\exists_P P(x)$

3. Calcule os conjuntos das variáveis livre e mudas dos seguintes termos.

- (a) $Q(x) \wedge (\forall_y (Q(y) \rightarrow M(z, s(x))))$.
- (b) $Q(x) \wedge (\forall_x (Q(y) \rightarrow M(z, s(x))))$.
- (c) $Q(x) \wedge (\forall_y (Q(y) \rightarrow M(z, s(y))))$.
- (d) $\forall_x (Q(x, y) \rightarrow \exists_z M(z, s(x)))$.
- (e) $\forall_y (Q(x, y) \rightarrow \exists_z M(z, s(x)))$.
- (f) $\forall_x (Q(x, z) \rightarrow \exists_z M(x, s(y)))$.

4. Se cada termo em baixo for livre em dada fórmula para a variável referida, encontre a nova fórmula que resulta da substituição dessa variável por esse termo.

- (a) Seja $\varphi = Q(x) \wedge (\forall_y (Q(y) \rightarrow M(z, s(x))))$, e
 - i. $t = q(x)$, sendo a variável x .
 - ii. $t = q(x)$, sendo a variável y .
 - iii. $t = q(y)$, sendo a variável x .
 - iv. $t = q(z)$, sendo a variável x .
- (b) Seja $\varphi = \forall_x (Q(x) \rightarrow \forall_z M(z, s(y)))$, e
 - i. $t = q(z)$, sendo a variável y .
 - ii. $t = q(z)$, sendo a variável z .