Nome completo: ____________________

N.º aluno: __________ Curso: __________

> Em cada pergunta apenas uma das respostas está correcta. Assinale a sua resposta com uma cruz no quadrado correspondente. Se pretender anular uma resposta já assinalada, rasure por completo o respectivo quadrado. Uma resposta correcta tem a cotação indicada na prova. Uma resposta incorreta desconta 0.2 valores e uma não resposta nada vale nem desconta. n.o. significa nenhuma das outras opções de resposta.

1. (B) Uma empresa farmacêutica fez um ensaio clínico para avaliar a eficácia dos medicamentos A, B e C para o tratamento da obesidade. Os três medicamentos foram administrados respetivamente a 30%, 30% e 40% dos doentes, tendo cada um recebido apenas um dos medicamentos. No final do estudo, 75% dos doentes perderam peso. Sabe-se ainda que 90% dos doentes que tomaram o medicamento A perderam peso, e a correspondente percentagem para o medicamento B é 80%.

(1.2) (a) Qual a probabilidade de um doente, que recebeu o medicamento C, perder peso?

[A] 0.6 [B] 0.7 [C] 0.4 [D] 0.5 [E] 0.3 [F] n.o.

(1.2) (b) Qual a probabilidade de um doente, que perdeu peso, ter recebido o medicamento A?

[A] 0.17 [B] 0.9 [C] 0.36 [D] 0.33 [E] 0.27 [F] n.o.

2. Uma caixa contém 8 dados azuis e 12 dados vermelhos.

(a) Numa selecção ao acaso e sem reposição de 4 dados,

(1.2) i. o n.º de dados vermelhos obtidos tem distribuição:

[A] $B(4, 0.6)$ [B] $H(12, 8, 4)$ [C] $H(20, 12, 4)$ [D] $B(12, 0.5)$ [E] $H(20, 4, 8)$ [F] n.o.

(1.2) ii. A probabilidade de vir a ser seleccionado um dado azul tem valor (arredondado com 4 casas decimais):

[A] 0.0646 [B] 0.3633 [C] 0.1536 [D] 0.1387 [E] 0.3456 [F] n.o.

(b) Numa selecção ao acaso e com reposição de 5 dados, considere a v.a. X- n.º de dados azuis obtidos.

(1.2) i. A probabilidade de serem obtidos mais de 4 dados azuis tem valor (arredondado com 4 casas decimais):

[A] 0.8925 [B] 0.8911 [C] 0.8448 [D] 0.0102 [E] 0.1648 [F] n.o.

(1.2) ii. A probabilidade da v.a. X assumir valores no intervalo $]E(X) - 1.5\sigma(X)\ ,\ E(X) + 1.5\sigma(X)[$ tem valor (arredondado com 4 casas decimais):

[A] 0.8925 [B] 0.8911 [C] 0.8448 [D] 0.8352 [E] 0.1648 [F] n.o.

(1.2) (c) Numa selecção ao acaso e com reposição de 100 dados, considere a v.a. Y- n.º de dados azuis obtidos.

A probabilidade $P(33 < Y \leq 47)$ tem valor aproximado:

[A] 0.8720 [B] 0.8472 [C] 0.2282 [D] 0.2434 [E] n.o.

Continua no verso

3. (B) Considere $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ uma amostra aleatória de dimensão $n \geq 2$, proveniente de uma população X com distribuição Uniforme no intervalo $[\theta, 0]$, com $\theta \in \mathbb{R}^-$.

(1.1) (a) O estimador dos momentos para o parâmetro θ é:

[A] $\overline{X}$ [B] $2\overline{X}$ [C] $\overline{X}/2$ [D] $2\sqrt{3M_2}$ [E] n.o.

(1.1) (b) Considere uma estatística T_n tal que $E(T_n) = 2\theta/n$. Admita que $\tilde{\theta} = \mathbf{a}\, T_n + \mathbf{b}$ é um estimador do parâmetro θ, sendo $\mathbf{a}$ e $\mathbf{b}$ contantes reais e $\mathbf{a} \neq 0$. $\tilde{\theta}$ é um estimador centrado para o parâmetro θ se, e só se:

[A] $\mathbf{a} = 1$ e $\mathbf{b} = \dfrac{n}{2}$ [B] $\mathbf{a} = 1$ e $\mathbf{b} = \dfrac{2}{n}$ [C] $\mathbf{a} = \dfrac{n}{2}$ e $\mathbf{b} = 0$ [D] $\mathbf{a} = \dfrac{2}{n}$ e $\mathbf{b} = 1$ [E] n.o.

(1.1) (c) Sejam $\hat{\theta} = 2\overline{X}$ e $\ddot{\theta}$ dois estimadores centrados para o parâmetro θ. Sabendo que $V\left(\ddot{\theta}\right) = \dfrac{\theta^2}{n\,(n+2)}$, qual das afirmações é verdadeira?

[A] $\ddot{\theta}$ é mais eficiente que $\hat{\theta}$ [B] $\hat{\theta}$ é tão eficiente quanto $\ddot{\theta}$ [C] $\hat{\theta}$ é mais eficiente que $\ddot{\theta}$

4. Admite-se que o peso (em Kg), de um saco de fertilizante produzido por uma determinada empresa é uma v.a. X com distribuição Normal de valor médio desconhecido. O responsável pelo controlo de qualidade afirma que o desvio padrão do peso dos sacos deverá ter um valor máximo de 3 kg. Foi recolhida uma amostra casual dos pesos de 25 sacos de adubos para a qual se obteve: $\sum_{i=1}^{25} x_i = 1255$ e $\sum_{i=1}^{25} (x_i - \overline{x})^2 = 245.76$.

(1.2) (a) A estimativa por intervalo de confiança a 90% para o desvio padrão do peso dos sacos de fertilizantes é (valores arredondados com 3 casas decimais):

[A] $[6.752, 17.809]$ [B] $[2.721, 3.956]$ [C] $[2.598, 4.220]$ [D] n.o.

(1.2) (b) Para uma estimativa por intervalo de confiança a 90% para o peso médio/saco, a amplitude deste intervalo tem valor (arredondado com 4 casas decimais):

[A] 1.0944 [B] 1.4008 [C] 2.1888 [D] n.o.

(1.2) (c) Numa outra amostra de pesos de 100 sacos, recolhida ao acaso, registaram-se 20 sacos com um peso superior a 51 kg. A estimativa por intervalo de confiança (o menos preciso) a 95% para a proporção de sacos com peso superior a 51 kg é (valores arredondados com 4 casas decimais):

[A] $[0.1216, 0.2784]$ [B] $[0.1340, 0.2660]$ [C] $[0.1686, 0.2314]$ [D] n.o.

5. (B) A concorrência publicita que tem um programa globalmente mais rápido para resolver conjuntos de 100 problemas de xadrez assegurando que o seu programa tem um desvio padrão para os tempos máximos de resolução de conjuntos de problemas dado por $\sigma_0 = 0.8$.

(1.1) (a) Pretende-se construir um teste de hipóteses com o fim de demonstrar que o nosso programa é globalmente mais rápido na medida em que tem um desvio padrão menor. A hipótese nula H_0 para o teste pretendido é dada por:

[A] $H_0 : \sigma < \sigma_0$ [B] $H_0 : \sigma \leq \sigma_0$ [C] $H_0 : \sigma > \sigma_0$ [D] $H_0 : \sigma \geq \sigma_0$ [E] $H_0 : \sigma = \sigma_0$ [F] n.o.

(1.2) (b) Considere o teste das hipóteses $H_0 : \sigma^2 \leq 0.64$ *vs* $H_1 : \sigma^2 > 0.64$
Assumindo a **normalidade** para a população em causa e para uma amostra aleatória de dimensão 25, a estatística de teste e a sua distribuição, quando H_0 é verdadeira é:

[A] $37.5\, S^2 \sim \chi^2_{24}$ [B] $\dfrac{\overline{X}}{0.8} \sim N(0,1)$ [C] $\dfrac{S^2 - 0.64}{n} \sim U(0,1)$ [D] n.o.

(1.2) (c) Considere o teste das hipóteses $H_0 : \sigma^2 \leq 0.64$ *vs* $H_1 : \sigma^2 > 0.64$
Para uma amostra observada de dimensão 25, em que o valor observado da estatística de teste foi de 29.6, o $p - value$ é.

[A] 0.05 [B] 0.2 [C] 0.1 [D] n.o.

(1.2) (d) Num teste de hipóteses, cujo $p - value = 0.15$, a hipótese nula pode ser rejeitada para níveis de significância:

[A] 0.1 e 0.22 [B] 0.05 e 0.13 [C] 0.2 e 0.19 [D] n.o.