Nome completo: ______________________________

N.º aluno: ____________ Curso: ____________

Em cada pergunta apenas uma das respostas está correcta. Assinale a sua resposta com um **X** no quadrado correspondente. Se pretender anular uma resposta já assinalada, rasure por completo o respectivo quadrado. Uma resposta correcta tem a cotação indicada na prova. Uma resposta incorrecta desconta 0.2 valores e uma não resposta nada vale nem desconta. n.o. significa nenhuma das outras opções de resposta.

---

1. Sejam A e B acontecimentos tais que $P(A) > 0$, $P(B) > 0$, $P(A) + P(B) = x$ e $P(A \cap B) = y$ com $x > y$.

(0.7) (a) A probabilidade de não se realizar nenhum dos dois acontecimentos é:

[A] $x - y$ [B] $1 - y$ [C] $x + y$ [D] $1 - x + y$ [E] n.o.

(0.7) (b) A probabilidade de se realize quanto muito um acontecimento é:

[A] $x - y$ [B] $1 - y$ [C] $x + y$ [D] $1 - x + y$ [E] n.o.

(0.8) (c) Se A e B são acontecimentos independentes, $P(A) < P(B)$, $x = 0.6$ e $y = 0.0275$, então $P(A)$ tem valor:

[A] 0.55 [B] 0.3725 [C] 0.05 [D] 0.5725 [E] n.o.

2. Considere o par aleatório (X, Y) com a seguinte função de probabilidade conjunta:

X/Y	0	1	2	
0	0.1	$0.3 - a$	0	
1	0	0.2	0.4	
2	0	a	0	

(0.7) (a) [V] [F] A função representada na tabela é uma função de probabilidade conjunta **se e só se** $a \in]0, 0.2]$

Considere para as restantes alíneas $\boldsymbol{a = 0.2}$

(0.7) (b) [V] [F] As v.a.'s X e Y são independentes.

(0.7) (c) Dado que $E(Y^2) = 2.1$, a $V(-2Y + 1)$ é

[A] 1.64 [B] 0.82 [C] −0.82 [D] 0.18 [E] n.o

(0.7) (d) Dado que $V(X) = 0.4$ e que $E(XY) = 1.4$, o coeficiente de correlação de (X, Y) é (valor arredondado com 5 casas decimais):

[A] 0 [B] 0.60976 [C] 1 [D] 0.24693 [E] n.o

(0.7) (e) A função de probabilidade de $M = max(X, Y)$ é:

[A] $M \begin{cases} 0 & 1 & 2 \\ 0.1 & 0.3 & 0.6 \end{cases}$ [B] $M \begin{cases} 1 & 2 \\ 0.2 & 0.8 \end{cases}$ [C] $M \begin{cases} 0 & 1 \\ 0.2 & 0.8 \end{cases}$ [D] n.o

3. Considere a função real de variável real:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{c\,x}{\theta^2}, & x \in [0,\theta] \\ 0, & x \notin [0,\theta] \end{cases}, \quad \theta \in \mathbb{R}^+, \quad c \in \mathbb{R}$$

(0.7) (a) A função f é efectivamente função densidade de probabilidade se e só se :

A $c=-2$ B $c=\theta$ C $c=2$ D $c=1$ E n.o.

(b) Seja X uma v.a absolutamente contínua com função densidade de probabilidade:

$$f_X(x) = \begin{cases} x/2, & x \in [0,2] \\ 0, & x \notin [0,2] \end{cases}$$

(0.8) i. Escolha a resposta correcta.

A $E\left(X^2\right)=2,\ \ V(3X+1)=2$ B $E\left(X^2\right)=\dfrac{16}{9},\ \ V(3X+1)=2$

C $E(X)=\dfrac{4}{3},\ \ V(3X+1)=1$ D n.o.

(0.7) ii. Sendo F_X a função distribuição da v.a. X, indique a resposta correcta:

A $P(|X|>a)=F_X(a)\,,\ \ a\in[0,2]$ B $F_X(1)=1/2$
C $P(X\le a+h\,|X\le a)=F_X(h)\ \ a\in[0,2]\,,\ h\in\mathbb{R}^+.$ D Se $F_X(a)=1/4$, então $a=1$
E n.o.

4. Todos os dias de manhã, o André vai para a escola de automóvel, com o pai. A duração da viagem, em minutos, é uma variável aleatória, X, com distribuição normal de valor médio igual a μ minutos e desvio padrão igual a 4 minutos. Considere ainda que as durações das viagens são independentes.

(0.7) (a) Se 84.13% das viagens não excedem 10 minutos, o valor de μ é:

A 6 B 10 C 5 D 15 E n.o.

(0.7) (b) Se $\mu=10$, a probabilidade da duração total de 4 viagens ser superior a 50 minutos é:

A 0.1056 B 0.0062 C 0.9938 D 0.8944 E n.o.

(0.8) (c) Se $P(X<c)=0.1$, o número de viagens com duração inferior a c minutos, num total de 40 viagens, tem distribuição aproximada:

A $N(4,3.6)$ B $B(40,0.1)$ C $G(0.1)$ D $P(4)$ E n.o.

5. Um fabricante de telemóveis assegura que o modelo XPTO tem um tempo médio de funcionamento de 210 horas ou mais, sem que a bateria precise de ser carregada.
Num estudo sobre o tempo de funcionamento/bateria (em horas) até que precise de ser carregada, foi obtida a seguinte amostra de tempos:

190 189 175 180 190 200 195 185 185 205 210 195 200 205 195 205

de onde se obteve os dados amostrais $n=16,\ \ \bar{x}=194$ e $s^2=98$.

Admita que o tempo (em horas) de funcionamento de cada bateria até que precise de ser carregada, X, tem distribuição Normal, $N\left(\mu,\sigma^2\right)$.

(0.7) (a) Admitindo que $\sigma=10$, a estimativa por intervalo de 92% de confiança para o tempo médio de funcionamento da bateria do modelo XPTO é (valores arredondados com 3 casas decimais)

A [190.475 , 197.525] B [191.500 , 196.500] C [187.750 , 200.250] D [189.625 , 198.375] E n.o.

(0.7) (b) A estimativa por intervalo de 95% de confiança para a variância do tempo de funcionamento da bateria do modelo XPTO é (valores arredondados com 3 casas decimais)

A [58.800 , 202.479] B [55.894 , 184.673] C [53.455 , 234.824] D [51.042 , 212.735] E n.o.

(0.7) (c) Para se testar a afirmação do Fabricante, as hipóteses a considerar são:

A $H_0 : \mu \geq 210 \quad vs \quad H_1 : \mu < 210$ B $H_0 : \mu \leq 210 \quad vs \quad H_1 : \mu > 210$

C $H_0 : \overline{X} \geq 210 \quad vs \quad H_1 : \overline{X} < 210$ D $H_0 : \mu = 210 \quad vs \quad H_1 : \mu \neq 210$ E n.o.

(d) Considere o teste das hipóteses $H_0 : \mu \geq 200 \quad vs \quad H_1 : \mu < 200$.

(0.7) i. Admitindo que a variância do tempo entre carregamento/bateria tem valor desconhecido, devemos usar a estatística de teste e a correspondente distribuição:

A $4\dfrac{\overline{X}-200}{S} \underset{\mu=200}{\overset{a}{\sim}} N(0,1)$ B $\sqrt{16}\dfrac{\overline{X}-194}{S} \underset{\mu=194}{\sim} t_{16}$ C $4\dfrac{\overline{X}-200}{S} \underset{\mu=200}{\sim} t_{15}$ D n.o.

(0.7) ii. Considere a seguinte estatística de teste e a correspondente distribuição: $\dfrac{\sqrt{n}}{10}\left(\overline{X}-200\right) \underset{\mu=200}{\sim} N(0,1)$.
Para um nível de 20% de significância, a região de rejeição é:

A $R_{0.2} =]-\infty, -1.28[$ B $R_{0.2} =]0.84, +\infty[$ C $R_{0.2} =]-\infty, -0.84[$ D n.o.

(e) Admita que foi obtida a seguinte amostra de tempos de funcionamento (em horas) de n baterias, até que estas necessitassem de carregamento.

180	189	175	180	190	185	180	185	185	205	190	195	200	205	195	190
189	205	185	195	190	180	185	200	195	175	210	195	190	195	215	180
195	200	190	205												

Considere a proporção $p = P(X \leq 195)$ e o teste das hipóteses $H_0 :\ p \geq 0.8 \ vs \ H_1 :\ p < 0.8$

(0.8) i. O valor observado da estatística de teste é (arredondado com 3 casas decimais):

A -0.693 B -0.750 C -1.875 D -8.250 E n.o.

(0.7) ii. Para **outra amostra de igual dimensão**, a estatística de teste, W, apresentou um valor observado $w_{obs} = -0.82$. O $p - value$ associado ao teste destas hipóteses, tem valor (com 4 casas decimais):

A 0.8969 B 0.1031 C 0.7939 D 0.2061 E n.o.

(1.0) 6. Admita que X é uma população cuja distribuição depende do conhecimento do valor de um parâmetro $\lambda \in \mathbb{R}$. Seja $\hat{\Lambda}$ um estimador do parâmetro λ. Para uma amostra aleatória de dimensão $n = 9$, a distribuição de $\hat{\Lambda}$ é:

$$W \equiv 9\left(\hat{\Lambda} - \lambda\right) \sim E(0,1)$$

Considere o teste das hipóteses $H_0 :\ \lambda = 0 \ vs \ H_1 :\ \lambda \neq 0$, com o seguinte critério para rejeição da hipótese H_0: Rejeitar H_0 se $|\hat{\Lambda}| > 0.1$

A probabilidade do erro de tipo I (erro de 1ª espécie) tem valor (arredondado com 4 casas decimais):

A 0.4066 B 0.9495 C 0.5934 D 0.0505 E n.o.

7. Seja X uma população com distribuição Uniforme de parâmetros $(2, \theta)$, $\theta \in]2, +\infty[$.
Para uma amostra aleatória $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$, $n \geq 2$, considere as estatísticas

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i, \quad S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^2 \quad \text{e} \quad M_n = \max(X_1, X_2, \ldots, X_n)$$

Saiba também que

$$E(M_n) = \frac{n\theta + 2}{n+1} \qquad V(M_n) = \frac{n}{(n+2)(n+1)^2}(\theta - 2)^2$$

(0.7) (a) O estimador dos momentos para o parâmetro θ é:

A $2\left(\overline{X} - 1\right)$ B $1 + \overline{X}/2$ C $2 + \sqrt{12\, S^2}$ D $\overline{X}$ E n.o.

(0.8) (b) Se $\hat{\theta} = M_n$ é um estimador para o parâmetro θ, indique a resposta correcta.

A $\hat{\theta}$ é centrado, $bias\left(\hat{\theta}\right) = 0$

B $\hat{\theta}$ é não centrado, $bias\left(\hat{\theta}\right) = \dfrac{1}{n+1}$

C $\hat{\theta}$ é não centrado, $bias\left(\hat{\theta}\right) = \dfrac{2-\theta}{n+1}$

D $\hat{\theta}$ é centrado, $bias\left(\hat{\theta}\right) = \dfrac{\theta}{n+1}$

E n.o.

(0.8) (c) Sejam $\theta^* = 2\overline{X} - 2$ e $\ddot{\theta}$ dois estimadores centrados para o parâmetro θ.
Sabendo que $V\left(\ddot{\theta}\right) = \dfrac{1}{n\,(n+2)}\,(\theta-2)^2$, e para $n \geq 2$, indique a resposta correcta.

A $V\left(\theta^*\right) = \dfrac{(\theta-2)^2}{12n}$ e, para $n = 10$, θ^* e $\ddot{\theta}$ são igualmente eficientes

B $V\left(\theta^*\right) = \dfrac{(\theta-2)^2}{n}$ e $\ddot{\theta}$ é o mais eficiente

C $V\left(\theta^*\right) = \dfrac{(\theta-2)^2}{12}$ e θ^* é o mais eficiente se $n = 2$

D $V\left(\theta^*\right) = \dfrac{(\theta-2)^2}{3n}$ e $\ddot{\theta}$ é o mais eficiente

E n.o.

(0.8) (d) Considere o estimador $\tilde{\theta} = 2\left(\overline{X} - 1\right)$. Para uma amostra de dimensão $n \geq 30$, e invocando o T.L.C., podemos afirmar que:

A $3n\dfrac{\tilde{\theta}-\theta}{(\theta-2)^2} \overset{a}{\sim} N(0,1)$

B $\sqrt{3n}\dfrac{\tilde{\theta}-\theta}{\theta-2} \overset{a}{\sim} N(0,1)$

C $3n\dfrac{\tilde{\theta}-2}{\theta-2} \sim N(0,1)$

D $\sqrt{3n}\dfrac{\theta-\tilde{\theta}}{\theta-2} \overset{a}{\sim} N(0,1)$

E n.o.

(0.8) (e) Seja $\tilde{\theta}$ um estimador para o parâmetro θ. Para uma amostra de dimensão $n \geq 30$, considere que $W = \sqrt{3n}\dfrac{\tilde{\theta}-\theta}{\tilde{\theta}-2}$ uma variável pivot para θ e que $W \overset{a}{\sim} N(0,1)$. O intervalo de aproximadamente $1-\alpha$ de confiança para θ tem expressão:

A $\left[\tilde{\theta} - 2\dfrac{z_{\alpha/2}}{\sqrt{3n}}\, , \, \tilde{\theta} + 2\dfrac{z_{\alpha/2}}{\sqrt{3n}}\right]$

B $\left[\tilde{\theta} - \dfrac{z_{\alpha/2}}{\sqrt{3n}}\left(\tilde{\theta}-2\right)\, , \, \tilde{\theta} + \dfrac{z_{\alpha/2}}{\sqrt{3n}}\left(\tilde{\theta}-2\right)\right]$

C $\left[\tilde{\theta} - \dfrac{\sqrt{3n}}{z_{\alpha/2}}\left(\tilde{\theta}-2\right)\, , \, \tilde{\theta} + \dfrac{\sqrt{3n}}{z_{\alpha/2}}\left(\tilde{\theta}-2\right)\right]$

D $\left[2 + \dfrac{\tilde{\theta}-2}{1+\dfrac{z_{\alpha/2}}{\sqrt{3n}}}\, , \, 2 + \dfrac{\tilde{\theta}-2}{1-\dfrac{z_{\alpha/2}}{\sqrt{3n}}}\right]$

E n.o.

Nome completo: ______________________________

N.º aluno: __________ Curso: __________

Em cada pergunta apenas uma das respostas está correcta. Assinale a sua resposta com um **X** no quadrado correspondente. Se pretender anular uma resposta já assinalada, rasure por completo o respectivo quadrado. Uma resposta correcta tem a cotação indicada na prova. Uma resposta incorrecta desconta 0.2 valores e uma não resposta nada vale nem desconta. n.o. significa nenhuma das outras opções de resposta.

---

1. Sejam A e B acontecimentos tais que $P(A) > 0$, $P(B) > 0$, $P(A) + P(B) = x$ e $P(A \cap B) = y$ com $x > y$.

(0.7) (a) A probabilidade de não se realizar nenhum dos dois acontecimentos é:

A $x - y$ B $1 - x + y$ C $x + y$ D $1 - y$ E n.o.

(0.7) (b) A probabilidade de se realize quanto muito um acontecimento é:

A $1 - y$ B $x - y$ C $x + y$ D $1 - x + y$ E n.o.

(0.8) (c) Se A e B são acontecimentos independentes, $P(A) < P(B)$, $x = 0.6$ e $y = 0.0275$, então $P(A)$ tem valor:

A 0.05 B 0.3725 C 0.55 D 0.5725 E n.o.

2. Considere o par aleatório (X, Y) com a seguinte função de probabilidade conjunta:

X/Y	0	1	2	
0	0.1	$0.3 - a$	0	
1	0	0.2	0.4	
2	0	a	0	

(0.7) (a) V F A função representada na tabela é uma função de probabilidade conjunta **se e só se** $a \in]0, 0.2]$

Considere para as restantes alíneas $\boldsymbol{a = 0.2}$

(0.7) (b) V F As v.a.'s X e Y não são independentes.

(0.7) (c) Dado que $E(Y^2) = 2.1$, a $V(-2Y + 1)$ é

A 0.18 B 0.82 C -0.82 D 1.64 E n.o

(0.7) (d) Dado que $V(X) = 0.4$ e que $E(XY) = 1.4$, o coeficiente de correlação de (X, Y) é (valor arredondado com 5 casas decimais):

A 0 B 0.24693 C 1 D 0.60976 E n.o

(0.7) (e) A função de probabilidade de $M = max(X, Y)$ é:

A $M \begin{cases} 0 & 1 \\ 0.2 & 0.8 \end{cases}$ B $M \begin{cases} 1 & 2 \\ 0.2 & 0.8 \end{cases}$ C $M \begin{cases} 0 & 1 & 2 \\ 0.1 & 0.3 & 0.6 \end{cases}$ D n.o

3. Considere a função real de variável real:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{c\,x}{\theta^2}, & x \in [0,\theta] \\ 0, & x \notin [0,\theta] \end{cases}, \quad \theta \in \mathbb{R}^+, \quad c \in \mathbb{R}$$

(0.7) (a) A função f é efectivamente função densidade de probabilidade se e só se :

A $c=-2$ B $c=\theta$ C $c=1$ D $c=2$ E n.o.

(b) Seja X uma v.a absolutamente contínua com função densidade de probabilidade:

$$f_X(x) = \begin{cases} x/2, & x \in [0,2] \\ 0, & x \notin [0,2] \end{cases}$$

(0.8) i. Escolha a resposta correcta.

A $E\left(X^2\right) = \frac{16}{9}$, $V(3X+1) = 2$ B $E\left(X^2\right) = 2$, $V(3X+1) = 2$

C $E(X) = \frac{4}{3}$, $V(3X+1) = 1$ D n.o.

(0.7) ii. Sendo F_X a função distribuição da v.a. X, indique a resposta correcta:

A $P(|X| > a) = F_X(a)$, $a \in [0,2]$

B $F_X(1) = 1/2$

C $P(X \leq a+h \,|X \leq a) = F_X(h)$ $a \in [0,2]$, $h \in \mathbb{R}^+$.

D Se $F_X(a) = 1/4$, então $a = 1$

E n.o.

4. Todos os dias de manhã, o André vai para a escola de automóvel, com o pai. A duração da viagem, em minutos, é uma variável aleatória, X, com distribuição normal de valor médio igual a μ minutos e desvio padrão igual a 4 minutos. Considere ainda que as durações das viagens são independentes.

(0.7) (a) Se 84.13% das viagens não excedem 10 minutos, o valor de μ é:

A 5 B 10 C 6 D 15 E n.o.

(0.7) (b) Se $\mu = 10$, a probabilidade da duração total de 4 viagens ser superior a 50 minutos é:

A 0.9938 B 0.0062 C 0.1056 D 0.8944 E n.o.

(0.8) (c) Se $P(X < c) = 0.1$, o número de viagens com duração inferior a c minutos, num total de 40 viagens, tem distribuição aproximada:

A $P(4)$ B $B(40, 0.1)$ C $G(0.1)$ D $N(4, 3.6)$ E n.o.

5. Um fabricante de telemóveis assegura que o modelo XPTO tem um tempo médio de funcionamento de 210 horas ou mais, sem que a bateria precise de ser carregada.
Num estudo sobre o tempo de funcionamento/bateria (em horas) até que precise de ser carregada, foi obtida a seguinte amostra de tempos:

190 189 175 180 190 200 195 185 185 205 210 195 200 205 195 205

de onde se obteve os dados amostrais $n = 16$, $\bar{x} = 194$ e $s^2 = 98$.

Admita que o tempo (em horas) de funcionamento de cada bateria até que precise de ser carregada, X, tem distribuição Normal, $N\left(\mu, \sigma^2\right)$.

(0.7) (a) Admitindo que $\sigma = 10$, a estimativa por intervalo de 92% de confiança para o tempo médio de funcionamento da bateria do modelo XPTO é (valores arredondados com 3 casas decimais)

A [189.625 , 198.375] B [191.500 , 196.500] C [187.750 , 200.250] D [190.475 , 197.525] E n.o.

(0.7) (b) A estimativa por intervalo de 95% de confiança para a variância do tempo de funcionamento da bateria do modelo XPTO é (valores arredondados com 3 casas decimais)

A [58.800 , 202.479] B [55.894 , 184.673] C [51.042 , 212.735] D [53.455 , 234.824] E n.o.

(0.7) (c) Para se testar a afirmação do Fabricante, as hipóteses a considerar são:

A $H_0: \mu = 210 \quad vs \quad H_1: \mu \neq 210$ B $H_0: \mu \leq 210 \quad vs \quad H_1: \mu > 210$

C $H_0: \overline{X} \geq 210 \quad vs \quad H_1: \overline{X} < 210$ D $H_0: \mu \geq 210 \quad vs \quad H_1: \mu < 210$ E n.o.

(d) Considere o teste das hipóteses $H_0: \mu \geq 200 \quad vs \quad H_1: \mu < 200$.

(0.7) i. Admitindo que a variância do tempo entre carregamento/bateria tem valor desconhecido, devemos usar a estatística de teste e a correspondente distribuição:

A $4\dfrac{\overline{X}-200}{S} \underset{\mu=200}{\overset{a}{\sim}} N(0,1)$ B $4\dfrac{\overline{X}-200}{S} \underset{\mu=200}{\sim} t_{15}$ C $\sqrt{16}\dfrac{\overline{X}-194}{S} \underset{\mu=194}{\sim} t_{16}$ D n.o.

(0.7) ii. Considere a seguinte estatística de teste e a correspondente distribuição: $\dfrac{\sqrt{n}}{10}\left(\overline{X}-200\right) \underset{\mu=200}{\sim} N(0,1)$.
Para um nível de 20% de significância, a região de rejeição é:

A $R_{0.2} =]-\infty, -0.84[$ B $R_{0.2} =]0.84, +\infty[$ C $R_{0.2} =]-\infty, -1.28[$ D n.o.

(e) Admita que foi obtida a seguinte amostra de tempos de funcionamento (em horas) de n baterias, até que estas necessitassem de carregamento.

180	189	175	180	190	185	180	185	185	205	190	195	200	205	195	190
189	205	185	195	190	180	185	200	195	175	210	195	190	195	215	180
195	200	190	205												

Considere a proporção $p = P(X \leq 195)$ e o teste das hipóteses $H_0: p \geq 0.8 \ vs \ H_1: p < 0.8$

(0.8) i. O valor observado da estatística de teste é (arredondado com 3 casas decimais):

A -0.693 B -1.875 C -0.750 D -8.250 E n.o.

(0.7) ii. Para **outra amostra de igual dimensão**, a estatística de teste, W, apresentou um valor observado $w_{obs} = -0.82$. O $p - value$ associado ao teste destas hipóteses, tem valor (com 4 casas decimais):

A 0.2061 B 0.1031 C 0.7939 D 0.8969 E n.o.

(1.0) 6. Admita que X é uma população cuja distribuição depende do conhecimento do valor de um parâmetro $\lambda \in \mathbb{R}$. Seja $\hat{\Lambda}$ um estimador do parâmetro λ. Para uma amostra aleatória de dimensão $n = 9$, a distribuição de $\hat{\Lambda}$ é:

$$W \equiv 9\left(\hat{\Lambda} - \lambda\right) \sim E(0,1)$$

Considere o teste das hipóteses $H_0: \lambda = 0 \ vs \ H_1: \lambda \neq 0$, com o seguinte critério para rejeição da hipótese H_0: Rejeitar H_0 se $|\hat{\Lambda}| > 0.1$

A probabilidade do erro de tipo I (erro de 1ª espécie) tem valor (arredondado com 4 casas decimais):

A 0.9495 B 0.4066 C 0.5934 D 0.0505 E n.o.

7. Seja X uma população com distribuição Uniforme de parâmetros $(2, \theta)$, $\theta \in]2, +\infty[$.
Para uma amostra aleatória $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$, $n \geq 2$, considere as estatísticas

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i, \quad S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^2 \quad \text{e} \quad M_n = \max(X_1, X_2, \ldots, X_n)$$

Saiba também que

$$E(M_n) = \frac{n\theta + 2}{n+1} \qquad V(M_n) = \frac{n}{(n+2)(n+1)^2}(\theta - 2)^2$$

(0.7) (a) O estimador dos momentos para o parâmetro θ é:

A $2 + \sqrt{12\, S^2}$ B $1 + \overline{X}/2$ C $2\left(\overline{X} - 1\right)$ D $\overline{X}$ E n.o.

(0.8) (b) Se $\hat{\theta} = M_n$ é um estimador para o parâmetro θ, indique a resposta correcta.

A $\hat{\theta}$ é centrado, $bias\left(\hat{\theta}\right) = 0$

B $\hat{\theta}$ é não centrado, $bias\left(\hat{\theta}\right) = \dfrac{1}{n+1}$

C $\hat{\theta}$ é não centrado, $bias\left(\hat{\theta}\right) = \dfrac{2-\theta}{n+1}$

D $\hat{\theta}$ é centrado, $bias\left(\hat{\theta}\right) = \dfrac{\theta}{n+1}$

E n.o.

(0.8) (c) Sejam $\theta^* = 2\overline{X} - 2$ e $\ddot{\theta}$ dois estimadores centrados para o parâmetro θ.
Sabendo que $V\left(\ddot{\theta}\right) = \dfrac{1}{n\,(n+2)}\,(\theta-2)^2$, e para $n \geq 2$, indique a resposta correcta.

A $V(\theta^*) = \dfrac{(\theta-2)^2}{12n}$ e, para $n = 10$, θ^* e $\ddot{\theta}$ são igualmente eficientes

B $V(\theta^*) = \dfrac{(\theta-2)^2}{n}$ e $\ddot{\theta}$ é o mais eficiente

C $V(\theta^*) = \dfrac{(\theta-2)^2}{12}$ e θ^* é o mais eficiente se $n = 2$

D $V(\theta^*) = \dfrac{(\theta-2)^2}{3n}$ e $\ddot{\theta}$ é o mais eficiente

E n.o.

(0.8) (d) Considere o estimador $\tilde{\theta} = 2\left(\overline{X} - 1\right)$. Para uma amostra de dimensão $n \geq 30$, e invocando o T.L.C., podemos afirmar que:

A $\sqrt{3n}\dfrac{\tilde{\theta}-\theta}{\theta-2} \overset{a}{\sim} N(0,1)$

B $3n\dfrac{\tilde{\theta}-\theta}{(\theta-2)^2} \overset{a}{\sim} N(0,1)$

C $3n\dfrac{\tilde{\theta}-2}{\theta-2} \sim N(0,1)$

D $\sqrt{3n}\dfrac{\theta-\tilde{\theta}}{\theta-2} \overset{a}{\sim} N(0,1)$

E n.o.

(0.8) (e) Seja $\tilde{\theta}$ um estimador para o parâmetro θ. Para uma amostra de dimensão $n \geq 30$, considere que $W = \sqrt{3n}\dfrac{\tilde{\theta}-\theta}{\tilde{\theta}-2}$ uma variável pivot para θ e que $W \overset{a}{\sim} N(0,1)$. O intervalo de aproximadamente $1-\alpha$ de confiança para θ tem expressão:

A $\left[\tilde{\theta} - \dfrac{z_{\alpha/2}}{\sqrt{3n}}\left(\tilde{\theta}-2\right),\ \tilde{\theta} + \dfrac{z_{\alpha/2}}{\sqrt{3n}}\left(\tilde{\theta}-2\right)\right]$

B $\left[\tilde{\theta} - 2\dfrac{z_{\alpha/2}}{\sqrt{3n}},\ \tilde{\theta} + 2\dfrac{z_{\alpha/2}}{\sqrt{3n}}\right]$

C $\left[\tilde{\theta} - \dfrac{\sqrt{3n}}{z_{\alpha/2}}\left(\tilde{\theta}-2\right),\ \tilde{\theta} + \dfrac{\sqrt{3n}}{z_{\alpha/2}}\left(\tilde{\theta}-2\right)\right]$

D $\left[2 + \dfrac{\tilde{\theta}-2}{1+\dfrac{z_{\alpha/2}}{\sqrt{3n}}},\ 2 + \dfrac{\tilde{\theta}-2}{1-\dfrac{z_{\alpha/2}}{\sqrt{3n}}}\right]$

E n.o.