

Nome completo: \_

## D ril

2023/2024 Duração: 1h30

FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA	Probabilidades e Estatística I Teste 1 - 24 de Abi
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA	

	N.º al	uno:	Curso:	_					
ponde corre	ente. cta te	pergunta apenas uma Se pretender anular m a cotação indicada ata. n.o. significa ne	uma resposta já a na prova. Uma	assina respos	lada, rasure por sta incorrecta de	comple	to o respec	tivo quadrad	do. Uma resposta
1.	de se	aquel e o Carlos são licenciarem (em trê idere que existe inde	s anos) são 0.2 e	0.25, re	espectivamente.				
(1.2)	(a)	A probabilidade de	ambos se licencia	rem te	em valor?				
		A 0.4	15	B 0	.1	C	0.4	D	n.o.
(1.2)	(b)	A probabilidade de	pelo menos um s	e licen	ciar tem valor?				
		A 0.4	Į.	B 0	.05	C	0.45	D	n.o.
(1.2)	(c)	A probabilidade de	só se licenciar a l	Raquel	tem valor?				
		A 0.9	05	B 0	.2	C	0.15	D	n.o.
2.	diagr com	um certo tipo de ca nóstico para esta doc cancro (sensibilidado ro (especificidade do	ença é tal que: a p e do teste) é 0.99;	orobabi a prob	ilidade do teste : pabilidade do tes	resultar ste resul	positivo qu tar negativo	ando aplicado o quando o i	do a um indivídu
(1.4)	(a)	Se $P(TP) = 0.0594$	, a taxa de preval	lência	(proporção de de	oentes n	a população	o em geral),	p, é:
			A 0.01	В	0.05	C 0.9	95	D n.o.	
(1.2)	(b)	Considere $p = 0.05$ cancro é:		_				realizado a u	um indivíduo con
			$\boxed{\mathbf{A}}  \frac{0.0475}{1 - P(TP)}$	<u> </u>	$\frac{0.05}{P(TP)}$	$C$ $\frac{0.0}{P(0)}$	$\frac{0495}{(TP)}$	D n.o.	
3	Seia	(X V) um par aleat	ório discreto com	a segu	inte função de r	orobabili	idade coniu	nta com $a <$	1:

(a) A  $P(\max\{X,Y\}=1)$  é:

(1.2)

C 1/2 A 1/4  $\boxed{\mathsf{B}}$  3/8 D n.o.

1 1/8

1/8

1/8

 $\frac{a}{1/8}$ 

1/4

1/8

1/8

0

(b)  $\overline{\mathbb{V}}$   $\overline{\mathbb{F}}$  As variáveis aleatórias X e Y não são independentes. (1.2)

 $\begin{array}{c|c} X \setminus Y \\ \hline a \\ 1 \end{array}$ 

2

(c) Se a = 0, a cov(2X - 1, Y) é: (1.4)

> C -1/2D n.o $\boxed{\mathbf{A}}$  -1/4 $\boxed{\mathtt{B}}$  5/4

4	defeituosa. As pilh O n.º de interrupç	as são embaladas em o	eaixas com 6 unidades do processo de fabric	S.	a percentagem de produção Poisson com uma taxa de 4
(1.2)	` '	seleccionada ao acaso, 6 casas decimais):	a probabilidade de 5	ó ou mais pilhas não te	erem defeito tem valor (arre-
		<b>A</b> 0.354294	B 0.885735	C 0.999945	D n.o.
(1.2)	( )	, -	•	tuosas. Numa amostra $s$ com pilhas defeituosa	de dez caixas, seleccionadas as tem distribuição:
		$\blacksquare$ $H(30, 10, 19)$	$lacksquare{B} B (60, 0.1)$	$\square$ $H(30, 19, 10)$	D n.o.
(1.4)	(c) A probabilida	ade de, em $duas$ seman	as ser feita no máxim	o uma interrupção no p	processo de fabrico tem valor:
		$\boxed{\mathbf{A}}  5\left(\frac{1}{2}\right)^4$	$\boxed{\mathtt{B}} \ 1 - 2  e^{-4}$		D n.o.
(1.4)	` '	as seleccionadas aleate has defeituosas tem va	_		aproximada de se obter um
		A 0.13768	B 0.86232	0.00036	D n.o.

(1.2) (e) Deverão ser produzidas sucessivamente  $m \in \mathbb{N}$  pilhas para que, com probabilidade 0.0729, saia uma defeituosa pela  $1^a$  vez. Então m deve satisfazer:

 $lacksquare A \quad m \geq 5$   $lacksquare B \quad m = 4$   $lacksquare C \quad m = 3$   $lacksquare D \quad \text{n.o.}$ 

5. Considere a função real de variável real:

$$f\left(x\right) = \begin{cases} \frac{c}{h}\left(a-x\right), & x \in [a-h,a[\\ \frac{c}{h}\left(x-a\right), & x \in [a,a+h[\\ 0, & x \notin ]a-h,a+h] \end{cases}, \quad h \in \mathbb{R}^{+}, \quad a,c \in \mathbb{R}$$

(1.2) (a) A função f é efectivamente função densidade de probabilidade se e só se :

(b) Seja X uma v.a absolutamente contínua com função densidade de probabilidade:

$$f_X(x) = \begin{cases} (a-x), & x \in [a-1, a[\\ (x-a), & x \in [a, a+1[\\ 0, & x \notin [a-1, a+1[ \end{cases}], a \in \mathbb{R}^+$$

(1.2) i. Sabendo que  $E\left[\left(X-a\right)^2\right]=1/2,$  escolha a resposta correcta:

 $\boxed{ \textbf{A} } \quad E\left(X\right) = a, \quad V\left(X\right) = 1/2 \quad \boxed{ \textbf{B} } \quad E\left(X\right) = 0, \quad V\left(X\right) = 1 \quad \boxed{ \textbf{C} } \quad E\left(X\right) = a, \quad V\left(X\right) = 1/4 \quad \boxed{ \textbf{D} } \quad \text{n.o. }$ 

(1.2) ii. Sendo  $F_X$  a função distribuição da v.a. X, indique a resposta correcta:

 $\blacksquare$   $F_X\left(a\right)=0$   $\blacksquare$   $F_X\left(a+0.1\right)<1/2$   $\blacksquare$   $P\left(|X-a|\geq0.5\right)=2F_X\left(a-0.5\right)$   $\blacksquare$  n.o.

2023/2024 Duração: 1h30

Probabilidades e Estatística D Teste 1 - 24 de Abril CIÊNCIAS E TECNOLOGIA

ome completo:	_
$^{\circ}$ aluno: Curso:	
pergunta apenas uma das respostas está correcta. Assinale a sua resposta com um X no qua	

F ado correspondente. Se pretender anular uma resposta já assinalada, rasure por completo o respectivo quadrado. Uma resposta correcta tem a cotação indicada na prova. Uma resposta incorrecta desconta 0.2 valores e uma não resposta nada vale nem desconta. n.o. significa nenhuma das outras opções de resposta.

- 1. A Raquel e o Carlos são estudantes do primeiro ano da mesma licenciatura e na mesma escola. As probabilidades de se licenciarem (em três anos) são 0.2 e 0.25, respectivamente. Considere que existe independência na obtenção da licenciatura (em três anos) destes estudantes.
- (1.2)(a) A probabilidade de ambos se licenciarem tem valor?

A 0.1

0.45

 $\boxed{\mathtt{D}}$  n.o.

(b) A probabilidade de pelo menos um se licenciar tem valor? (1.2)

A 0.45

 $\boxed{\mathsf{B}}$  0.4

0.05

(1.2)(c) A probabilidade de só se licenciar a Raquel tem valor?

A 0.15

 $\boxed{\mathsf{B}}$  0.2

C 0.95 D n.o.

- 2. Para um certo tipo de cancro a taxa de prevalência (proporção de doentes na população em geral) é p. Um teste diagnóstico para esta doença é tal que: a probabilidade do teste resultar positivo quando aplicado a um indivíduo com cancro (sensibilidade do teste) é 0.99; a probabilidade do teste resultar negativo quando o indivíduo não tem cancro (especificidade do teste) é 0.95. Considere o acontecimento: TP - teste resultar positivo.
- (1.4)(a) Se P(TP) = 0.0594, a taxa de prevalência (proporção de doentes na população em geral), p, é:

 $\begin{bmatrix} A \end{bmatrix} = 0.05$ 

 $\begin{bmatrix} \mathsf{B} \end{bmatrix}$  0.95

C = 0.01

(b) Considere p = 0.05. Se o teste resultou positivo, a probabilidade de ter sido realizado a um indivíduo com (1.2)cancro é:

3. Seja (X,Y) um par aleatório discreto com a seguinte função de probabilidade conjunta com a < 1:

$X \setminus Y$	a	1	2
a	1/8	1/8	1/8
1		1/8	1/8
2	1/4	1/8	0

(a) A  $P(\max\{X, Y\} = 1)$  é: (1.2)

 $\boxed{A}$  1/2

B 1/4

C 3/8

(b)  $\overline{V}$   $\overline{F}$  As variáveis aleatórias X e Y são independentes. (1.2)

(c) Se a = 0, a cov(2X - 1, Y) é: (1.4)

 $\begin{bmatrix} A \end{bmatrix}$  -1/2

B = 5/4

C -1/4

 $D_{\rm n.o}$ 

4.	defeituosa. As pilhas O n.º de interrupçõe	são embaladas em ca	aixas com 6 unidades. lo processo de fabrico		percentagem de produção oisson com uma taxa de 4
(1.2)	` '	leccionada ao acaso, casas decimais):	a probabilidade de 5	ou mais pilhas não tere	em defeito tem valor (arre-
		A 0.999945	B 0.354294	C 0.885735	D n.o.
(1.2)	` '		-	osas. Numa amostra d com pilhas defeituosas	e dez caixas, seleccionadas tem distribuição:
		$\blacksquare$ $H(30, 19, 10)$	$B  ext{ } B  ext{ } (60, 0.1)$	$\Box$ $H(30, 10, 19)$	D n.o.
(1.4)	(c) A probabilidad	e de, em $duas$ semana	as ser feita no máximo	uma interrupção no pro	ocesso de fabrico tem valor:
		$\boxed{\mathbf{A}}  1 - 2 e^{-4}$	$^{}$ B $^{}$ 3 $e^{-2}$	$\boxed{C}$ $5\left(\frac{1}{2}\right)^4$	D n.o.
(1.4)	` '		riamente e com repos or (arredondado com		aproximada de se obter um
		A	D	<u>a</u>	Б

(1.2) (e) Deverão ser produzidas sucessivamente  $m \in \mathbb{N}$  pilhas para que, com probabilidade 0.0729, saia uma defeituosa pela  $1^a$  vez. Então m deve satisfazer:

5. Considere a função real de variável real:

$$f\left(x\right) = \begin{cases} \frac{c}{h}\left(a-x\right), & x \in [a-h,a[\\ \frac{c}{h}\left(x-a\right), & x \in [a,a+h[\\ 0, & x \notin ]a-h,a+h] \end{cases}, \quad h \in \mathbb{R}^{+}, \quad a,c \in \mathbb{R}$$

(1.2) (a) A função f é efectivamente função densidade de probabilidade se e só se :

lacksquare c=1/h lacksquare b h=18 lacksquare c=a lacksquare n.o.

(b) Seja X uma v.a absolutamente contínua com função densidade de probabilidade:

$$f_X(x) = \begin{cases} (a-x), & x \in [a-1, a[\\ (x-a), & x \in [a, a+1[\\ 0, & x \notin [a-1, a+1[ \end{cases}], a \in \mathbb{R}^+$$

(1.2) i. Sabendo que  $E\left[\left(X-a\right)^2\right]=1/2$ , escolha a resposta correcta:

 $\boxed{ \textbf{A} } \quad E\left(X\right) = 0, \quad V\left(X\right) = 1 \quad \boxed{ \textbf{B} } \quad E\left(X\right) = a, \quad V\left(X\right) = 1/4 \quad \boxed{ \textbf{C} } \quad E\left(X\right) = a, \quad V\left(X\right) = 1/2 \quad \boxed{ \textbf{D} } \quad \text{n.o. }$ 

(1.2) ii. Sendo  $F_X$  a função distribuição da v.a. X, indique a resposta correcta:

A  $F_X(a+0.1) < 1/2$  B  $P(|X-a| \ge 0.5) = 2F_X(a-0.5)$  C  $F_X(a) = 0$  D n.o.