Nome completo: ______________________________

N.º aluno: __________ Curso: __________

---

Em cada pergunta apenas uma das respostas está correcta. Assinale a sua resposta com uma cruz no quadrado correspondente. Se pretender anular uma resposta já assinalada, rasure por completo o respectivo quadrado. Uma resposta correcta tem a cotação indicada na prova. Uma resposta incorrecta desconta 0.1 valores e uma não resposta nada vale nem desconta.

---

1. Admita que $A$, $B$ e $C$ são acontecimentos de um espaço de acontecimentos $(\Omega, \mathcal{F})$ e que:
$A$ e $B$ são disjuntos, $P(A \cup C) = 0.4$, $P(A \cap C) = 0.1$ e $P(B - C) = 0.2$.
Indique o valor lógico das seguintes afirmações:

(1.3) (a) $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$ Se $P(A) = 0.2$ então $P(C) = 0.3$

(1.3) (b) $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$ $P(A \cup B \cup C) = 0.6$

2. Num pequeno ginásio de alta competição existem apenas três tipos de aparelhos: Barras, Trave e Argolas e cada atleta treina apenas uma modalidade. Dos 16 atletas que treinam no ginásio, 6 treinam em Barras e 4 em Argolas. Sabe-se que 15% dos atletas que usam as Barras lesionam-se e que 25% dos atletas que treinam Trave não se lesionam. Dos atletas que treinam nas Argolas 7% sofrem lesões. Considere os seguintes acontecimentos: $A$ - treino em Argolas $B$ - treino em Barras $T$ - treino em Trave $L$ - atleta lesionado

(1.3) (a) $P(T)$ tem valor:

$\boxed{\text{A}}$ 0.625 $\boxed{\text{B}}$ 0.75 $\boxed{\text{C}}$ 0.375 $\boxed{\text{D}}$ 0.25 $\boxed{\text{E}}$ 0.5 $\boxed{\text{F}}$ n.o.

(1.3) (b) A $P(L|T)$ tem valor:

$\boxed{\text{A}}$ 0.75 $\boxed{\text{B}}$ 0.375 $\boxed{\text{C}}$ 0.28125 $\boxed{\text{D}}$ 0.95 $\boxed{\text{E}}$ 0.25 $\boxed{\text{F}}$ n.o.

(1.3) (c) A probabilidade de um atleta não se lesionar neste ginásio é:

$\boxed{\text{A}}$ 0.645 $\boxed{\text{B}}$ 0.970 $\boxed{\text{C}}$ $\approx 0.323$ $\boxed{\text{D}}$ 0.355 $\boxed{\text{E}}$ 0.030 $\boxed{\text{F}}$ n.o.

(1.3) (d) Supondo que num treino o atleta se lesionou, a probabilidade de ter treinado na Trave tem valor:

$\boxed{\text{A}}$ $\frac{0.28125}{P(L)}$ $\boxed{\text{B}}$ 0.75 $\boxed{\text{C}}$ $\frac{P(L \cap T)}{P(T)}$ $\boxed{\text{D}}$ $\frac{0.28125}{P(T)}$ $\boxed{\text{E}}$ 0.645 $\boxed{\text{F}}$ n.o.

Continua no verso

3. Considere $(X, Y)$ um par aleatório com a seguinte função de probabilidade conjunta:

| $X \setminus Y$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| 1 | $a$ | $2b$ | $b$ |
| 2 | 0.1 | $c$ | 0 |
| 3 | 0.03 | 0 | 0 |

(1.3) (a) Se $P(X=1; Y=2) = 0.14$ e $P(Y=1) = 0.68$, então:

A $a = 0.05$ e $c = 0.3$ B $a = 0.05$ e $c = 0.4$ C $a = 0.02$ e $c = 0.7$ D $a = 0.04$ e $c = 0.7$ E n.o.

**Nas alíneas que se seguem, considere** $a = 0.02$, $b = 0.05$ **e** $c = 0.7$ **e a função de probabilidade marginal da v.a.** $X \begin{cases} 1 & 2 & 3 \\ 0.17 & 0.8 & 0.03 \end{cases}$

(1.3) (b) $P(X = 2 \,|Y \leq 1)$ tem valor (arredondado com 4 casas decimais):

A 0.9412 B 0.8750 C 0.8421 D 1.0000 E n.o.

(1.3) (c) A função distribuição da v.a. $X$ no ponto 2.1 tem valor:

A 0.8 B 0.97 C 0.03 D 0.17 E n.o.

(1.3) (d) Sabendo que $E(Y) = 0.9$ e que $E(X+Y) = 2.76$, a expressão de $E(XY)$ e o valor da $cov(X,Y)$ são, respectivamente:

A $4b + 2c$ e -0.074 B $b + c$ e -0.15 C $3b + c$ e -0.824 D $4b + 2c$ e 1.6 E n.o.

(1.3) (e) O valor de $E\left(\frac{1}{X} - 0.08\right)$ é:

A 1.86 B 0.5 C 0.4576 D 0.58 E n.o.

(1.3) (f) A função de probabilidade da v.a. $N = \min(X, Y)$ é:

A $N \begin{cases} 1 & 2 & 3 \\ 0.12 & 0.85 & 0.03 \end{cases}$ B $N \begin{cases} 0 & 1 \\ 0.85 & 0.15 \end{cases}$ C $N \begin{cases} 0 & 1 \\ 0.15 & 0.85 \end{cases}$

D $N \begin{cases} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0.13 & 0.80 & 0.04 & 0.03 \end{cases}$ E n.o.

4. Num supermercado está a ser promovida uma marca de azeite. A promoção consiste na atribuição de um prémio em algumas das garrafas postas à venda. As embalagens à venda neste supermercado têm as seguintes características:

| N.º garrafas para venda | N.º garrafas com prémio |
|---|---|
| 20 | 4 |

(1.5) (a) A probabilidade de um cliente que compre 6 garrafas de azeite, obter dois prémios é (valor arredondado com 4 casas decimais):

A 0.2458 B 0.0031 C 0.2817 D n.o.

(1.5) (b) Numa selecção ao acaso e com reposição de 5 garrafas de azeite, a probabilidade de se encontrarem mais que 1 mas menos que 4 prémios é (valor arredondado com 4 casas decimais):

A 0.2560 B 0.2624 C 0.6656 D n.o.

(1.4) (c) Suponha agora que o n.º de prémios atribuídos por hora, a nível nacional, é uma v.a. com distribuição de Poisson com taxa média de 0.4 prémios por hora. A probabilidade de serem atribuídos prémios em 10 horas é (valor arredondado com 4 casas decimais):

A 0.0733 B 0.9817 C 0.3297 D n.o.