Grelha de respostas certas

Versão A

Grupo	1	2		3						4				5
		a)	b)	a)	b)	c)	d)	e)	f)	a)i.	a)ii.	b)i.	b)ii.	
	C	D	B	B	C	B	A	F	A	C	B	D	D	C

Versão B

Grupo	1	2		3						4				5
		a)	b)	a)	b)	c)	d)	e)	f)	a)i.	a)ii.	b)i.	b)ii.	
	A	E	B	C	D	A	E	F	C	B	C	C	E	A

Resolução abreviada do 1º Teste

Versão A

1. Admita que A e B são dois acontecimentos independentes de um espaço de probabilidades $(\Omega, \mathcal{F}, P)$, que $P(A) = \frac{1}{2}$ e que $P(A \cup B) = \frac{2}{3}$. Considere as seguintes afirmações:

$$(1)\ \ P(B) = \frac{1}{3} \qquad\qquad (2)\ \ P(A|B) = \frac{1}{2}$$

Qual ou quais as afirmação(ões) correta(s)?

Apenas a afirmação (1) Apenas a firmação (2) Ambas as afirmações n.o.

(1.6) 2. Uma empresa farmacêutica fez um ensaio clínico para avaliar a eficácia dos medicamentos A, B e C para o tratamento da obesidade. Os três medicamentos foram administrados respetivemente a 30%, 30% e 40% dos doentes, tendo cada um recebido apenas um dos medicamentos. No final do estudo, 75% dos doentes perderam peso. Sabe-se ainda que 90% dos doentes que tomaram o medicamento A perderam peso, e a correspondente percentagem para o medicamento B é 80%.
Seleccionado ao acaso um doente de entre os que realizaram este ensaio clínico:

(1.6) (a) Qual a probabilidade de um doente, que recebeu o medicamento C, perder peso?

0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 n.o.

(1.6) (b) Qual a probabilidade de um doente, que perdeu peso, ter recebido o medicamento A?

0.17 0.36 0.33 0.27 0.9 n.o.

-se os acontecimentos:

$\Leftrightarrow$

(b)

3. Considere (X, Y) um par aleatório com a seguinte função de probabilidade conjunta:

$X \setminus Y$	-1	0	1
-1	0.2	0	0.2
0	0	0.2	0
1	p	0	$0.4-p$

com $p \in \,]0, 0.4[$

(1.4) (a) O valor de $P(X+Y<0)$ é:

$0.4-p$ $\quad$ 0.2 $\quad$ $0.4+p$ $\quad$ 0.4 $\quad$ 1 $\quad$ n.o.

(1.4) (b) O valor de $V(X+1)$ é:

$p(1-p)$ $\quad$ 0.5 $\quad$ 0.8 $\quad$ 1.8 $\quad$ $1.8+p$ $\quad$ n.o.

(1.4) (c) Se $E(X+Y)=0.2$, então:

$p=0$ $\quad$ $p=0.1$ $\quad$ $p=0.2$ $\quad$ $p=0.3$ $\quad$ $p=0.4$ $\quad$ n.o.

(1.4) (d) Assuma que $p=0.2$. A covariância entre X e Y tem valor:

0 $\quad$ 0.1 $\quad$ 0.2 $\quad$ 0.3 $\quad$ 0.4 $\quad$ n.o.

(1.0) (e) Indique o valor lógico da afirmação: X e Y são duas variáveis independentes.

☐ Verdadeira $\quad$ ☐ falsa

(1.4) (f) Assuma $p=0.2$ e considere a v.a. $M=\max(X,Y)$. A função de probabilidade da v.a. M é:

$M\left\{\begin{array}{ccc} -1 & 0 & 1 \\ 0.2 & 0.2 & 0.6 \end{array}\right.$ $\quad$ $M\left\{\begin{array}{cc} 0 & 1 \\ 0.4 & 0.6 \end{array}\right.$ $\quad$ $M\left\{\begin{array}{cc} -1 & 1 \\ 0.4 & 0.6 \end{array}\right.$

$M\left\{\begin{array}{ccc} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0.6 & 0.4 \end{array}\right.$ $\quad$ $M\left\{\begin{array}{ccc} -1 & 0 & 1 \\ 0.2 & 0.6 & 0.2 \end{array}\right.$ $\quad$ n.o.

(c) $E($

(d)

(f)

4. Uma caixa contém 8 dados azuis e 12 dados vermelhos.

(a) Numa selecção ao acaso e sem reposição de 4 dados,

(1.5) i. o n.º de dados vermelhos obtidos tem distribuição:

$B(4, 0.6)$ $H(12, 8, 4)$ $H(20, 12, 4)$ $B(12, 0.5)$ $H(20, 4, 8)$ n.o.

(1.5) ii. A probabilidade de vir a ser seleccionado um dado azul tem valor (arredondado com 4 casas decimais):

0.0646 0.3633 0.1536 0.1387 0.3456 n.o.

(b) Numa selecção ao acaso e com reposição de 5 dados, considere o n.º X de dados azuis obtidos:

(1.5) i. a probabilidade de serem obtidos mais de 4 dados azuis tem valor (arredondado com 4 casas decimais):

0.8925 0.8911 0.8448 0.0102 0.1648 n.o.

(1.5) ii. a probabilidade da v.a. X assumir valores no intervalo $]E(X) - 1.5\sigma(X)\ ,\ E(X) + 1.5\sigma(X)[$ tem valor:

0.8925 0.8911 0.8448 0.8352 0.1648 n.o.

(1.2) 5. Sejam A e B acontecimentos de um espaço de probabilidades $(\Omega, \mathcal{F}, P)$. Sabendo que A e B são acontecimentos mutuamente exclusivos, que $A \neq \bar{B}$, que $P(A) > 0$ e que $P(B) > 0$. Indique qual a opção correta:

$P(A \cup B) = P(A \cap B)$ $P(A \cup B) = P(\overline{A} \cup \overline{B})$ $P(A) \leq P(\overline{B})$

$P(A) - P(B) = P(\overline{A}) - P(\overline{B})$ n.o.

Resolução abreviada do 1º Teste

Versão B

(1.6) 1. Admita que A e B são dois acontecimentos independentes de um espaço de probabilidades $(\Omega, \mathcal{F}, P)$, que $P(B) = \frac{1}{3}$ e que $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$. Considere as seguintes afirmações:

$$(1)\ \ P(A) = \frac{1}{4} \qquad\qquad (2)\ \ P(B|A) = \frac{1}{3}$$

Qual ou quais as afirmação(ões) correta(s)?

Ambas as afirmações   Apenas a firmação (1)   Apenas a afirmação (2)   n.o.

---

2. Uma empresa farmacêutica fez um ensaio clínico para avaliar a eficácia dos medicamentos A, B e C para o tratamento da obesidade. Os três medicamentos foram administrados respetivemente a 50%, 25% e 25% dos doentes, tendo cada um recebido apenas um dos medicamentos. No final do estudo, 80% dos doentes perderam peso. Sabe-se ainda que 80% dos doentes que tomaram o medicamento B perderam peso, e a correspondente percentagem para o medicamento C é 90%.
Seleccionado ao acaso um doente de entre os que realizaram este ensaio clínico:

(1.6) (a) Qual a probabilidade de um doente, que recebeu o medicamento A, perder peso?

0.375   0.125   0.425   0.36   0.75   n.o.

(1.6) (b) Qual a probabilidade de um doente, que perdeu peso, ter recebido o medicamento C?

0.375   0.28125   0.9   0.225   0.2   n.o.

---

atamento A, B, C, respectivamente

---

3. Considere (X, Y) um par aleatório com a seguinte função de probabilidade conjunta:

$X \setminus Y$	-1	0	1
-1	0.2	0	p
0	0	0.2	0
1	0.2	0	$0.4 - p$

com $p \in\,]0, 0.4[$

(1.4) (a) O valor de $P(X + Y \geq 0)$ é:

0.4   1   0.8 $p + 0.2$ 0.2   n.o.

(1.4) (b) O valor de $V(2+Y)$ é:

2.8 | $p\,(1-p)$ | 3.2 | 0.8 | $2.8+p$ | n.o.

(1.4) (c) Se $E(X-Y)=0$, então:

$p=0.2$ | $p=0.3$ | $p=0.4$ | $p=0.25$ | $p=0.1$ | n.o.

(1.4) (d) Assuma que $p=0.2$. A covariância entre X e Y tem valor:

0.2 | -0.1 | 0.3 | -0.2 | 0 | n.o.

(1.0) (e) Indique o valor lógico da afirmação: X e Y são duas variáveis independentes.

☐ Verdaeira ☐ Falsa

(1.4) (f) Assuma $p=0.1$ e considere a v.a. $M=\max(X,Y)$. A função de probabilidade da v.a. M é:

$M\left\{\begin{array}{ccc}-1 & 0 & 1\\ 0.2 & 0.6 & 0.2\end{array}\right.$ | $M\left\{\begin{array}{cc}0 & 1\\ 0.4 & 0.6\end{array}\right.$ | $M\left\{\begin{array}{ccc}-1 & 0 & 1\\ 0.2 & 0.2 & 0.6\end{array}\right.$

$M\left\{\begin{array}{cc}-1 & 1\\ 0.4 & 0.6\end{array}\right.$ | $M\left\{\begin{array}{ccc}-1 & 0 & 1\\ 0 & 0.6 & 0.4\end{array}\right.$ | n.o.

---

4. Uma caixa contém 12 dados azuis e 8 dados vermelhos.

(a) Numa selecção ao acaso e sem reposição de 5 dados,

(1.5) i. o n.º de dados azuis obtidos tem distribuição:

$H\,(12,8,5)$ | $H\,(20,12,5)$ | $B\,(5,0.6)$ | $H\,(20,5,12)$ | $B\,(12,0.5)$ | n.o.

(1.5) ii. A probabilidade de vir a ser seleccionado um dado vermelho tem valor (arredondado com 4 casas decimais):

0.0542 | 0.0768 | 0.2554 | 0.3456 | 0.1208 | n.o.

(b) Numa selecção ao acaso e com reposição de 4 dados, considere o n.º X de dados vermelhos obtidos:

(1.5) i. a probabilidade de serem obtidos mais de 3 dados vermelhos tem valor (arredondado com 4 casas decimais):

0.1296 | 0.4752 | 0.0256 | 0.0473 | 0.1022 | n.o.

(1.5) ii. a probabilidade da v.a. X assumir valores no intervalo $]E(X) - 1.5\sigma(X)\ ,\ E(X) + 1.5\sigma(X)[$ tem valor:

0.7447   0.1552   0.8925   0.8592   0.8448   n.o.

(2.5)

$k=1$

(1.2) 5. Sejam A e B acontecimentos de um espaço de probabilidades $(\Omega, \mathcal{F}, P)$. Sabendo que A e B são acontecimentos mutuamente exclusivos, que $A \neq \bar{B}$, que $P(A) > 0$ e que $P(B) > 0$. Indique qual a opção correta:

$P(A) \leq P(\overline{B})$ $P(A) - P(B) = P(\overline{A}) - P(\overline{B})$ $P(A \cup B) = P(A \cap B)$

$P(A \cup B) = P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right)$ n.o.
