

Nome completo: _____

N.º aluno: _____ Curso: _____

Em cada pergunta apenas uma das respostas está correcta. Assinale a sua resposta com uma cruz no quadrado correspondente. Se pretender anular uma resposta já assinalada, rasure por completo o respectivo quadrado. Uma resposta correcta tem a cotação indicada na prova. Uma resposta incorrecta desconta 0.1 valores e uma não resposta nada vale nem desconta.

1. Admita que A , B e C são acontecimentos de um espaço de acontecimentos (Ω, \mathcal{F}) e que:
 A e B são disjuntos, $P(A \cup C) = 0.4$, $P(A \cap C) = 0.1$ e $P(B - C) = 0.2$.
Indique o valor lógico das seguintes afirmações:

- (1.3) (a) ☐ V ☐ F Se $P(A) = 0.2$ então $P(C) = 0.3$
(1.3) (b) ☐ V ☐ F $P(A \cup B \cup C) = 0.6$

2. Num pequeno ginásio de alta competição existem apenas três tipos de aparelhos: Barras, Trave e Argolas e cada atleta treina apenas uma modalidade. Dos 16 atletas que treinam no ginásio, 6 treinam em Barras e 4 em Argolas. Sabe-se que 15% dos atletas que usam as Barras lesionam-se e que 25% dos atletas que treinam Trave não se lesionam. Dos atletas que treinam nas Argolas 7% sofrem lesões. Considere os seguintes acontecimentos: A - treino em Argolas B - treino em Barras T - treino em Trave L - atleta lesionado

- (1.3) (a) $P(T)$ tem valor:
☐ A 0.625 ☐ B 0.75 ☐ C 0.375 ☐ D 0.25 ☐ E 0.5 ☐ F n.o.
(1.3) (b) A $P(L|T)$ tem valor:
☐ A 0.75 ☐ B 0.375 ☐ C 0.28125 ☐ D 0.95 ☐ E 0.25 ☐ F n.o.
(1.3) (c) A probabilidade de um atleta não se lesionar neste ginásio é:
☐ A 0.645 ☐ B 0.970 ☐ C ≈ 0.323 ☐ D 0.355 ☐ E 0.030 ☐ F n.o.
(1.3) (d) Supondo que num treino o atleta se lesionou, a probabilidade de ter treinado na Trave tem valor:
☐ A $\frac{0.28125}{P(L)}$ ☐ B 0.75 ☐ C $\frac{P(L \cap T)}{P(T)}$ ☐ D $\frac{0.28125}{P(T)}$ ☐ E 0.645 ☐ F n.o.

Continua no verso

3. Considere (X, Y) um par aleatório com a seguinte função de probabilidade conjunta:

$X \setminus Y$	0	1	2
1	a	$2b$	b
2	0.1	c	0
3	0.03	0	0

(1.3) (a) Se $P(X = 1; Y = 2) = 0.14$ e $P(Y = 1) = 0.68$, então:

[A] $a = 0.05$ e $c = 0.3$ [B] $a = 0.05$ e $c = 0.4$ [C] $a = 0.02$ e $c = 0.7$ [D] $a = 0.04$ e $c = 0.7$ [E] n.o.

Nas alíneas que se seguem, considere $a = 0.02$, $b = 0.05$ e $c = 0.7$ e a função de probabilidade marginal da v.a. X $\left\{ \begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ 0.17 & 0.8 & 0.03 \end{array} \right.$

(1.3) (b) $P(X = 2 | Y \leq 1)$ tem valor (arredondado com 4 casas decimais):

[A] 0.9412 [B] 0.8750 [C] 0.8421 [D] 1.0000 [E] n.o.

(1.3) (c) A função distribuição da v.a. X no ponto 2.1 tem valor:

[A] 0.8 [B] 0.97 [C] 0.03 [D] 0.17 [E] n.o.

(1.3) (d) Sabendo que $E(Y) = 0.9$ e que $E(X + Y) = 2.76$, a expressão de $E(XY)$ e o valor da $cov(X, Y)$ são, respectivamente:

[A] $4b + 2c$ e -0.074 [B] $b + c$ e -0.15 [C] $3b + c$ e -0.824 [D] $4b + 2c$ e 1.6 [E] n.o.

(1.3) (e) O valor de $E\left(\frac{1}{X} - 0.08\right)$ é:

[A] 1.86 [B] 0.5 [C] 0.4576 [D] 0.58 [E] n.o.

(1.3) (f) A função de probabilidade da v.a. $N = \min(X, Y)$ é:

[A] $N \left\{ \begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ 0.12 & 0.85 & 0.03 \end{array} \right.$ [B] $N \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 1 \\ 0.85 & 0.15 \end{array} \right.$ [C] $N \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 1 \\ 0.15 & 0.85 \end{array} \right.$
[D] $N \left\{ \begin{array}{cccc} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0.13 & 0.80 & 0.04 & 0.03 \end{array} \right.$ [E] n.o.

4. Num supermercado está a ser promovida uma marca de azeite. A promoção consiste na atribuição de um prémio em algumas das garrafas postas à venda. As embalagens à venda neste supermercado têm as seguintes características:

N.º garrafas para venda	N.º garrafas com prémio
20	4

(1.5) (a) A probabilidade de um cliente que compre 6 garrafas de azeite, obter dois prémios é (valor arredondado com 4 casas decimais):

[A] 0.2458 [B] 0.0031 [C] 0.2817 [D] n.o.

(1.5) (b) Numa selecção ao acaso e com reposição de 5 garrafas de azeite, a probabilidade de se encontrarem mais que 1 mas menos que 4 prémios é (valor arredondado com 4 casas decimais):

[A] 0.2560 [B] 0.2624 [C] 0.6656 [D] n.o.

(1.4) (c) Suponha agora que o n.º de prémios atribuídos por hora, a nível nacional, é uma v.a. com distribuição de Poisson com taxa média de 0.4 prémios por hora. A probabilidade de serem atribuídos prémios em 10 horas é (valor arredondado com 4 casas decimais):

[A] 0.0733 [B] 0.9817 [C] 0.3297 [D] n.o.