NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

PROBABILIDADES E ESTATÍSTICA D
Ano Lectivo 2022/23
3º Teste - 16 de Junho de 2023

Grelha de respostas certas

Versão A

Grupo	1	2			3				4		5
		a)	b)	c)	a)	b)	c)	d)	a)	b)	
	C	C	A	A	C	A	C	B	B	A	A

Versão B

Grupo	1	2			3				4		5
		a)	b)	c)	a)	b)	c)	d)	a)	b)	
	B	B	C	B	B	D	A	C	C	D	C

Resolução abreviada do 3º Teste

Versão A

(3.0) 1. O tempo de reparação (em minutos) de uma máquina é uma variável aleatória X com distribuição Normal. Procedeu-se à recolha dos tempos de reparação de 16 máquinas escolhidas ao acaso, tendo-se obtido um desvio padrão amostral de 2.4 minutos. Chegou-se a conclusão que o tempo médio de reparação de cada máquina se situa entre um mínimo de 5.23 e um máximo de 8.77 minutos. Qual o nível de confiança a atribuir a esta afirmação?

A 0.9968 B 0.975 C 0.99 D n.o.

População; X-tempo reparação/máquina (em miniutos) $X \sim N(\mu, ?)$

Informação amostral: $n = 16$, $s = 2.4$

I. $T = \sqrt{16}\dfrac{\overline{X} - \mu}{S} \sim t_{16-1} \equiv t_{15}$

II. Para um coeficiente de confiança $(1-\alpha)$, com $a \in \mathbb{R}^+$, $P(-a \leq T \leq a) = 1 - \alpha \Leftrightarrow a = t_{15:\alpha/2}$

III. $-t_{15:\alpha/2} \leq 4\dfrac{\overline{X} - \mu}{S} \leq t_{15:\alpha/2} \Leftrightarrow \overline{X} - t_{15:\alpha/2}\dfrac{S}{4} \leq \mu \leq \overline{X} + t_{15:\alpha/2}\dfrac{S}{4}$

IV. $IC_{100(1-\alpha)\%} \equiv \left[\overline{X} - t_{15:\alpha/2}\dfrac{S}{4}, \overline{X} + t_{15:\alpha/2}\dfrac{S}{4}\right]$

A amplitude deste intervalo é $A_{100(1-\alpha)\%} \equiv 2\, t_{15:\alpha/2}\dfrac{S}{4}$
Para a estimativa apresentada:

$$A_{100(1-\alpha)\%} = 8.77 - 5.23 = 3.54 \Rightarrow 3.54 = 2\, t_{15:\alpha/2}\frac{s}{4} \Rightarrow t_{15:\alpha/2} = \frac{2}{2.4}3.54 = 2.95 \Rightarrow \alpha/2 = 0.005$$

$$\Rightarrow (1-\alpha) = 0.99$$

---

2. Admite-se que o peso (em Kg), de um saco de fertilizante produzido por uma determinada empresa é uma v.a. X com distribuição Normal de valor médio desconhecido. O responsável pelo controlo de qualidade afirma que o desvio padrão do peso dos sacos deverá ter um valor máximo de 3 kg. Foi recolhida uma amostra casual dos pesos de 25 sacos de adubos para a qual se obteve: $\sum_{i=1}^{25} x_i = 1255$ e $\sum_{i=1}^{25} (x_i - \overline{x})^2 = 245.76$.

(2.4) (a) A estimativa por intervalo de confiança a 90% para o desvio padrão do peso dos sacos de fertilizantes é (valores arredondados com 3 casas decimais):

A [6.752, 17.809] B [2.721, 3.956] C [2.598, 4.220] D n.o.

Informação amostral: $n = 25, \quad \overline{x} = 50.2, \quad s^2 = 10.24$

- $W = \dfrac{(25-1)\,S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{25-1} \equiv \chi^2_{24}$
- $P\,(a \le W \le b) = 0.9$, com $P\,(W < a) = 0.05$ e $P\,(W > b) = 0.05$

  $a = \chi^2_{24:0.95} = 13.8 \qquad b = \chi^2_{24:0.05} = 36.4$

- $13.8 \le \dfrac{24\,S^2}{\sigma^2} \le 36.4 \quad \Leftrightarrow \quad \dfrac{24\,S^2}{36.4} \le \sigma^2 \le \dfrac{24\,S^2}{13.8}$
- $IC_{90\%}\left(\sigma^2\right) \equiv \left[\dfrac{24\,S^2}{36.4}\,,\,\dfrac{24\,S^2}{13.8}\right]$

  $IC_{90\%}\left(\sigma\right) \equiv \left[\sqrt{\dfrac{24\,S^2}{36.4}}\,,\,\sqrt{\dfrac{24\,S^2}{13.8}}\right]$

Estimativa por intervalo de 90% de confiança para σ

$$IC_{90\%}\left(\sigma\right) = \left[\sqrt{\frac{245.76}{36.4}}\,,\,\sqrt{\frac{245.76}{13.8}}\right] = [2.598393417\,,\,4.22003503]$$

(2.4) (b) Numa outra amostra de pesos de 100 sacos, recolhida ao acaso, registaram-se 20 sacos com um peso superior a 51 kg. A estimativa por intervalo de confiança (o menos preciso) a 95% para a proporção de sacos com peso superior a 51 kg é (valores arredondados com 4 casas decimais):

A [0.1216, 0.2784] B [0.1340, 0.2660] C [0.1686, 0.2314] D n.o.

$p = P\,(\text{saco com peso superior a 51 kg})$

Informação amostral: $n = 100, \quad \hat{p} = \dfrac{20}{100} = 0.2$

- $W = \sqrt{100}\dfrac{\hat{P} - p}{\sqrt{\hat{P}\left(1-\hat{P}\right)}} \overset{a}{\sim} N\,(0,1)$
- $P\,(-a \le W \le a) = 0.95 \Rightarrow a \approx z_{0.025} = 1.96$
- $-1.96 \le \sqrt{100}\dfrac{\hat{P} - p}{\sqrt{\hat{P}\left(1-\hat{P}\right)}} \le 1.96 \;\Leftrightarrow\; \hat{P} - 1.96\sqrt{\dfrac{\hat{P}\left(1-\hat{P}\right)}{100}} \le \hat{P} + 1.96\sqrt{\dfrac{\hat{P}\left(1-\hat{P}\right)}{100}}$
- $IC_{95\%}\,(p) \equiv \left[\hat{P} - 1.96\sqrt{\dfrac{\hat{P}\left(1-\hat{P}\right)}{100}}\,,\,\hat{P} + 1.96\sqrt{\dfrac{\hat{P}\left(1-\hat{P}\right)}{100}}\right]$
- Estimativa: $IC_{95\%}\,(p) = \left[0.2 - 1.96\sqrt{\dfrac{0.2\,(1-0.2)}{100}}\,,\,0.2 + 1.96\sqrt{\dfrac{0.2\,(1-0.2)}{100}}\right] = [0.1216\,,\,0.2784]$

(1.0) (c) As hipóteses que permitem testar o <u>não</u> cumprimento da afirmação do responsável pelo controlo da qualidade são:

A $H_0 : \sigma^2 \le 9 \quad vs \quad H_1 : \sigma^2 > 9$ B $H_0 : \sigma^2 = 3^2 \quad vs \quad H_1 : \sigma^2 \ne 3^2$

C $H_0 : S^2 \le 3^2 \quad vs \quad H_1 : S^2 > 3^2$ D $H_0 : \sigma \le 3 \quad vs \quad H_1 : \sigma > 3$ E n.o.

---

3. Uma fábrica que produz resmas de papel, adquiriu uma nova máquina cujo tempo de produção por resma (em minutos) é uma v.a. X com desvio padrão 0.35 minutos/resma. De forma a realizar o teste de hipóteses,

$$H_0 : \mu \ge 2 \quad vs \quad H_1 : \mu < 2$$

recolheu-se uma amostra casual de 64 resmas produzidas por esta esta nova máquina da qual se obteve uma média amostral de 1.8 minutos.

(1.8) (a) Para um nível de 1% de significância, a região de rejeição é:

A $]2.33, +\infty[$ B $]-\infty, -2.58[$ C $]-\infty, -2.33[$ D $]-\infty, -2.58[\cup]2.58, +\infty[$ E n.o.

- Para $n \geq 30$, $\quad W = \sqrt{n}\dfrac{\overline{X} - 2}{0.35} \underset{\mu=2}{\overset{a}{\sim}} N(0,1)$
- $R_{0.01} \approx]-\infty, -z_{0.01}[=]-\infty, -2.33[$

(1.8) (b) O valor observado da estatística de teste é: (arredondado com 3 casas decimais)

A -4.571 B -13.061 C 4.571 D -2.704 E n.o.

$$w_{obs} = \sqrt{64}\frac{1.8 - 2}{0.35} = -4.571428571$$

(1.8) (c) Para outra amostra de dimensão 100, a estatística de teste apresentou um valor observado de -2.64. O $p-value$ associado ao teste destas hipóteses, tem valor: (arredondado com 4 casas decimais)

A 0.9959 B 0.4980 C 0.0041 D 0.0082 E n.o.

$R_{p-value} =]-\infty, -2.64[$

$p - value = P(W \leq -2.64) \approx P(Z \leq -2.64) = 1 - P(Z \leq 2.64) = 1 - 0.9959 = 0.0041$

(1.4) (d) Se para uma outra amostra se tiver $p - value = 0.06$, rejeitamos a hipótese nula para valores do nível de significância:

A $\alpha \leq 0.06$ B $\alpha > 0.06$ C $0.01 < \alpha < 0.1$ D n.o.

Rejeitamos a hipótese H_0 se, $p - value < \alpha$. Assim, $\alpha > 0.06$

---

4. Seja X a variável aleatória que representa a quantidade de um composto químico por embalagem de 75 centilitros. Admita que X tem distribuição $N(\mu, 4)$. Para realizar o teste,

$$H_0 : \mu = 75 \quad vs \quad H_1 : \mu = 74$$

selecionou-se uma amostra casual de 9 embalagens, rejeitando-se a hipótese nula se $\overline{X} < 73.8$.

(1.2) (a) O nível de significância associado ao teste, é: (valor arredondado a 4 casas decimais)

A 0.0718 B 0.0359 C 0.3821 D 0.1911 E n.o.

$$\alpha = P\left(\overline{X} < 73.8 \,|\mu = 75\right) = P\left(\sqrt{9}\frac{\overline{X} - 75}{2} < \sqrt{9}\frac{73.8 - 75}{2}\right) = P(Z < -1.8)$$

$$= 1 - P(Z \leq 1.8) = 1 - 0.9641 = 0.0359$$

(1.2) (b) A probabilidade do erro de tipo II (2ª espécie) é: (valor arredondado a 4 casas decimais)

A 0.6179 B 0.1841 C 0.5398 D 0.5596 E n.o.

$$P(\text{erro tipo II}) = P\left(\overline{X} \geq 73.8 \,|\mu = 74\right) = P\left(\sqrt{9}\frac{\overline{X} - 74}{2} \geq \sqrt{9}\frac{73.8 - 74}{2}\right) = P(Z \geq -0.3)$$

$$= P(Z \leq 0.3) = 0.6179$$

(2.0) 5. Considere o parâmetro $\tau \in]0,1[$ associado à distribuição de uma população X que admite valores reais positivos. Para uma amostra aleatória de dimensão $n \geq 30$, e para efeitos de estimação por intervalo de confiança deste parâmetro, tenha em conta a seguinte variável pivot e a sua distribuição aproximada:

$$W = \sqrt{2n}\left(3\tau\,\overline{X} - 2\right) \overset{a}{\sim} N(0,1)$$

O intervalo com confiança aproximadamente 98% para o parâmetro τ é:

A $\left[\frac{1}{3\,\overline{X}}\left(2 - \frac{2.33}{\sqrt{2n}}\right), \frac{1}{3\,\overline{X}}\left(2 + \frac{2.33}{\sqrt{2n}}\right)\right]$ B $\left[-\frac{2.05}{3\sqrt{2n}\,\overline{X}}, \frac{2.05}{3\sqrt{2n}\,\overline{X}}\right]$

C $\left[-\frac{1}{\overline{X}}\left(\frac{2.33}{\sqrt{2n}} + 2\right), \frac{1}{\overline{X}}\left(\frac{2.33}{\sqrt{2n}} + 2\right)\right]$ D $\left[\frac{1}{3\,\overline{X}}\left(2 - \frac{2.05}{\sqrt{2n}}\right), \frac{1}{3\,\overline{X}}\left(2 + \frac{2.05}{\sqrt{2n}}\right)\right]$ E n.o.

- $W = \sqrt{2n}\left(3\tau\,\overline{X} - 2\right) \overset{a}{\sim} N(0,1)$
- $P(-a \leq W \leq a) \approx P(-a \leq Z \leq a) = 0.98 \Rightarrow a \approx z_{0.01} = 2.33$
- $-2.33 \leq \sqrt{2n}\left(3\tau\,\overline{X} - 2\right) \leq 2.33 \Leftrightarrow -\frac{2.33}{\sqrt{2n}} \leq 3\tau\overline{X} - 2 \leq \frac{2.33}{\sqrt{2n}} \Leftrightarrow 2 - \frac{2.33}{\sqrt{2n}} \leq 3\tau\overline{X} \leq 2 + \frac{2.33}{\sqrt{2n}}$

  $\Leftrightarrow \frac{1}{3\overline{X}}\left(2 - \frac{2.33}{\sqrt{2n}}\right) \leq \tau \leq \frac{1}{3\overline{X}}\left(2 + \frac{2.33}{\sqrt{2n}}\right)$
- $IC_{98\%}(\tau) = \left[\frac{1}{3\overline{X}}\left(2 - \frac{2.33}{\sqrt{2n}}\right), \frac{1}{3\overline{X}}\left(2 + \frac{2.33}{\sqrt{2n}}\right)\right]$

Versão B

(3.0) 1. O tempo de reparação (em minutos) de uma máquina é uma variável aleatória X com distribuição Normal. Procedeu-se à recolha dos tempos de reparação de 25 máquinas escolhidas ao acaso, tendo-se obtido um desvio padrão amostral de 2.5 minutos. Chegou-se a conclusão que o tempo médio de reparação de cada máquina se situa entre um mínimo de 8.97 e um máximo de 11.03 minutos. Qual o nível de confiança a atribuir a esta afirmação?

A 0.975 B 0.95 C 0.9606 D n.o.

População; X-tempo reparação/máquina (em miniutos) $X \sim N(\mu, ?)$

Informação amostral: $n = 25$, $s = 2.5$

I. $T = \sqrt{25}\frac{\overline{X} - \mu}{S} \sim t_{25-1} \equiv t_{24}$

II. Para um coeficiente de confiança $(1-\alpha)$, com $a \in \mathbb{R}^+$, $P(-a \leq T \leq a) = 1 - \alpha \Leftrightarrow a = t_{24:\alpha/2}$

III. $-t_{24:\alpha/2} \leq 5\frac{\overline{X} - \mu}{S} \leq t_{24:\alpha/2} \Leftrightarrow \overline{X} - t_{24:\alpha/2}\frac{S}{5} \leq \mu \leq \overline{X} + t_{24:\alpha/2}\frac{S}{4}$

IV. $IC_{100(1-\alpha)\%} \equiv \left[\overline{X} - t_{24:\alpha/2}\frac{S}{4}, \overline{X} + t_{24:\alpha/2}\frac{S}{5}\right]$

A amplitude deste intervalo é $A_{100(1-\alpha)\%} \equiv 2\,t_{24:\alpha/2}\frac{S}{5}$

Para a estimativa apresentada:

$A_{100(1-\alpha)\%} = 11.03 - 8.97 = 2.06 \Rightarrow 2.06 = 2\,t_{24:\alpha/2}\frac{s}{5} \Rightarrow t_{24:\alpha/2} = \frac{2.5}{2.5}2.06 = 2.06 \Rightarrow \alpha/2 = 0.025$

$\Rightarrow (1-\alpha) = 1 - 2 \times 0.025 = 0.95$

---

2. Admite-se que o peso (em Kg), de um saco de fertilizante produzido por uma determinada empresa é uma v.a. X com distribuição Normal de valor médio desconhecido. O responsável pelo controlo de qualidade afirma que o desvio padrão do peso dos sacos deverá ter um valor máximo de 2 kg. Foi recolhida uma amostra casual dos pesos de 25 sacos de adubos para a qual se obteve: $\sum_{i=1}^{25} x_i = 1255$ e $\sum_{i=1}^{25}(x_i - \overline{x})^2 = 245.76$.

(2.4) (a) A estimativa por intervalo de confiança a 95% para o desvio padrão do peso dos sacos de fertilizantes é (valores arredondados com 3 casas decimais):

A $[6.238, 19.819]$ B $[2.498, 4.452]$ C $[2.598, 4.220]$ D n.o.

Informação amostral: $n = 25, \quad \overline{x} = 50.2, \quad s^2 = 10.24$

- $W = \dfrac{(25-1)\,S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{25-1} \equiv \chi^2_{24}$
- $P\,(a \le W \le b) = 0.95$, com $P\,(W < a) = 0.025$ e $P\,(W > b) = 0.025$

  $a = \chi^2_{24:0.975} = 12.4 \qquad b = \chi^2_{24:0.025} = 39.4$

- $12.4 \le \dfrac{24\,S^2}{\sigma^2} \le 39.4 \quad \Leftrightarrow \quad \dfrac{24\,S^2}{39.4} \le \sigma^2 \le \dfrac{24\,S^2}{12.4}$
- $IC_{95\%}\left(\sigma^2\right) \equiv \left[\dfrac{24\,S^2}{39.4}\,,\ \dfrac{24\,S^2}{12.4}\right]$

  $IC_{95\%}\,(\sigma) \equiv \left[\sqrt{\dfrac{24\,S^2}{39.4}}\,,\ \sqrt{\dfrac{24\,S^2}{12.4}}\right]$

Estimativa por intervalo de 95% de confiança para σ

$$IC_{95\%}\,(\sigma) = \left[\sqrt{\frac{245.76}{39.4}}\,,\ \sqrt{\frac{245.76}{12.4}}\right] = [2.497511452\ ,\ 4.451893399]$$

(2.4) (b) Numa outra amostra de pesos de 100 sacos, recolhida ao acaso, registaram-se 20 sacos com um peso superior a 51 kg. A estimativa por intervalo de confiança (o menos preciso) a 98% para a proporção de sacos com peso superior a 51 kg é (valores arredondados com 4 casas decimais):

A $[0.1176, 0.2824]$ B $[0.1627, 0.2373]$ C $[0.1068, 0.2932]$ D n.o.

$p = P$ (saco com peso superior a 51 kg)

Informação amostral: $n = 100, \quad \hat{p} = \dfrac{20}{100} = 0.2$

- $W = \sqrt{100}\dfrac{\hat{P} - p}{\sqrt{\hat{P}\left(1-\hat{P}\right)}} \overset{a}{\sim} N\,(0,1)$
- $P\,(-a \le W \le a) = 0.98 \Rightarrow a \approx z_{0.01} = 2.33$
- $-2.33 \le \sqrt{100}\dfrac{\hat{P} - p}{\sqrt{\hat{P}\left(1-\hat{P}\right)}} \le 2.33 \Leftrightarrow \hat{P} - 2.33\sqrt{\dfrac{\hat{P}\left(1-\hat{P}\right)}{100}} \le \hat{P} + 2.33\sqrt{\dfrac{\hat{P}\left(1-\hat{P}\right)}{100}}$
- $IC_{98\%}\,(p) \equiv \left[\hat{P} - 2.33\sqrt{\dfrac{\hat{P}\left(1-\hat{P}\right)}{100}}\ ,\ \hat{P} + 2.33\sqrt{\dfrac{\hat{P}\left(1-\hat{P}\right)}{100}}\right]$
- Estimativa: $IC_{98\%}\,(p) = \left[0.2 - 2.33\sqrt{\dfrac{0.2\,(1-0.2)}{100}}\ ,\ 0.2 + 2.33\sqrt{\dfrac{0.2\,(1-0.2)}{100}}\right] = [0.1068\ ,\ 0.2932]$

(1.0) (c) As hipóteses que permitem testar o <u>não</u> cumprimento da afirmação do responsável pelo controlo da qualidade são:

A $H_0 : \sigma \ge 2 \quad vs \quad H_1 : \sigma < 2$ B $H_0 : \sigma^2 \le 4 \quad vs \quad H_1 : \sigma^2 > 4$

C $H_0 : S \le 2 \quad vs \quad H_1 : S > 2$ D $H_0 : \sigma^2 = 2^2 \quad vs \quad H_1 : \sigma^2 \ne 2^2$ E n.o.

---

3. Uma fábrica que produz resmas de papel, adquiriu uma nova máquina cujo tempo de produção por resma (em minutos) é uma v.a. X com desvio padrão 0.35 minutos/resma. De forma a realizar o teste de hipóteses,

$$H_0 : \mu \ge 2 \quad vs \quad H_1 : \mu < 2$$

recolheu-se uma amostra casual de 64 resmas produzidas por esta esta nova máquina da qual se obteve uma média amostral de 1.8 minutos.

(1.8) (a) Para um nível de 2% de significância, a região de rejeição é:

[A] $]-\infty, -2.33[$ [B] $]-\infty, -2.05[$ [C] $]-\infty, -2.33[\cup]2.33, +\infty[$ [D] $]2.05, +\infty[$ [E] n.o.

- Para $n \geq 30$, $W = \sqrt{n}\frac{\overline{X}-2}{0.35} \underset{\mu=2}{\overset{a}{\sim}} N(0,1)$
- $R_{0.02} \approx]-\infty, -z_{0.02}[=]-\infty, -2.05[$

(1.8) (b) O valor observado da estatística de teste é: (arredondado com 3 casas decimais)

[A] -2.704 [B] 4.571 [C] -13.061 [D] -4.571 [E] n.o.

$w_{obs} = \sqrt{64}\frac{1.8-2}{0.35} = -4.571428571$

(1.8) (c) Para outra amostra de dimensão 100, a estatística de teste apresentou um valor observado de -2.74. O $p-value$ associado ao teste destas hipóteses, tem valor: (arredondado com 4 casas decimais)

[A] 0.0031 [B] 0.9969 [C] 0.0062 [D] 0.4985 [E] n.o.

$R_{p-value} =]-\infty, -2.74[$

$p-value = P(W \leq -2.74) \approx P(Z \leq -2.74) = 1 - P(Z \leq 2.74) = 1 - 0.9969 = 0.0031$

(1.4) (d) Se para uma outra amostra se tiver $p-value = 0.07$, rejeitamos a hipótese nula para valores do nível de significância:

[A] $0.01 < \alpha < 0.12$ [B] $\alpha \leq 0.07$ [C] $\alpha > 0.07$ [D] n.o.

Rejeitamos a hipótese H_0 se, $p-value < \alpha$. Assim, $\alpha > 0.07$

---

4. Seja X a variável aleatória que representa a quantidade de um composto químico por embalagem de 75 centilitros. Admita que X tem distribuição $N(\mu, 16)$. Para realizar o teste,

$$H_0 : \mu = 75 \quad vs \quad H_1 : \mu = 74$$

selecionou-se uma amostra casual de 16 embalagens, rejeitando-se a hipótese nula se $\overline{X} < 73.8$.

(1.2) (a) O nível de significância associado ao teste, é: (valor arredondado a 4 casas decimais)

[A] 0.2302 [B] 0.2104 [C] 0.1151 [D] 0.4207 [E] n.o.

$\alpha = P\left(\overline{X} < 73.8 \,|\mu = 75\right) = P\left(\sqrt{16}\frac{\overline{X}-75}{4} < \sqrt{16}\frac{73.8-75}{4}\right) = P(Z < -1.2)$

$= 1 - P(Z \leq 1.2) = 1 - 0.8849 = 0.1151$

(1.2) (b) A probabilidade do erro de tipo II (2ª espécie) é: (valor arredondado a 4 casas decimais):

[A] 0.5199 [B] 0.4801 [C] 0.3821 [D] 0.5793 [E] n.o.

$P(\text{erro tipo II}) = P\left(\overline{X} \geq 73.8 \,|\mu = 74\right) = P\left(\sqrt{16}\frac{\overline{X}-74}{4} \geq \sqrt{16}\frac{73.8-74}{4}\right) = P(Z \geq -0.2)$

$= P(Z \leq 0.2) = 0.5793$

(2.0) 5. Considere o parâmetro $\tau \in \,]0,1[$ associado à distribuição de uma população X que admite valores reais positivos. Para uma amostra aleatória de dimensão $n \geq 30$, e para efeitos de estimação por intervalo de confiança deste parâmetro, tenha em conta a seguinte variável pivot e a sua distribuição aproximada:

$$W = \sqrt{2n}\left(3\tau\,\overline{X} - 2\right) \overset{a}{\sim} N(0,1)$$

O intervalo com confiança aproximadamente 92% para o parâmetro τ é:

A $\left[-\frac{1}{\overline{X}}\left(\frac{1.75}{\sqrt{2n}}+2\right), \frac{1}{\overline{X}}\left(\frac{1.75}{\sqrt{2n}}+2\right)\right]$

B $\left[\frac{1}{3\,\overline{X}}\left(2-\frac{1.41}{\sqrt{2n}}\right), \frac{1}{3\,\overline{X}}\left(2+\frac{1.41}{\sqrt{2n}}\right)\right]$

C $\left[\frac{1}{3\,\overline{X}}\left(2-\frac{1.75}{\sqrt{2n}}\right), \frac{1}{3\,\overline{X}}\left(2+\frac{1.75}{\sqrt{2n}}\right)\right]$

D $\left[-\frac{1.41}{3\sqrt{2n}\,\overline{X}}, \frac{1.41}{3\sqrt{2n}\,\overline{X}}\right]$

E n.o.

- $W = \sqrt{2n}\left(3\tau\,\overline{X} - 2\right) \overset{a}{\sim} N(0,1)$
- $P(-a \leq W \leq a) \approx P(-a \leq Z \leq a) = 0.92 \Rightarrow a \approx z_{0.04} = 1.75$
- $-1.75 \leq \sqrt{2n}\left(3\tau\,\overline{X} - 2\right) \leq 1.75 \Leftrightarrow -\frac{1.75}{\sqrt{2n}} \leq 3\tau\overline{X} - 2 \leq \frac{1.75}{\sqrt{2n}} \Leftrightarrow 2-\frac{1.75}{\sqrt{2n}} \leq 3\tau\overline{X} \leq 2+\frac{1.75}{\sqrt{2n}}$

  $\Leftrightarrow \frac{1}{3\overline{X}}\left(2-\frac{1.75}{\sqrt{2n}}\right) \leq \tau \leq \frac{1}{3\overline{X}}\left(2+\frac{1.75}{\sqrt{2n}}\right)$
- $IC_{92\%}(\tau) = \left[\frac{1}{3\overline{X}}\left(2-\frac{1.75}{\sqrt{2n}}\right)\ ,\ \frac{1}{3\overline{X}}\left(2+\frac{1.75}{\sqrt{2n}}\right)\right]$
