Ex3

27 de março de 2024 12:15

Teoria da Computação

FCT-UNL 2023-2024

Problem Set 3

Autómatos Finitos Deterministas

1. Para cada uma das linguagens abaixo descreva um AFD que a reconhece através do seu diagrama de estados e de uma definição formal:
   (a) $L = \{0^{2n} \mid n \in \mathbb{N}\}$
   (b) $L = \{(01)^n \mid n \in \mathbb{N}\}$
   (c) A linguagem L das strings sobre $\{0,1\}$ que contêm pelos menos dois 0s e pelo menos um 1.
   (d) A linguagem L das strings sobre $\{0,1\}$ que contêm exactamente dois 0s e pelo menos dois 1s.
   (e) A linguagem L das strings sobre $\{0,1\}$ com um número par de 0s e um número ímpar de 1s.
   (f) A linguagem L das strings sobre $\{0,1\}$ que não contêm a substring 010.
   (g) A linguagem L das strings sobre $\{0,1\}$ com um número par de 0s e em que cada 0 é sempre seguido de pelo menos um 1.
   (h) A linguagem L das strings sobre $\{0\}$ com tamanho divisível por 2 ou por 3.
   (i) A linguagem L das strings sobre $\{A,C,G,T\}$ que contêm pelo menos uma ocorrência da substring ACT.
   (j) $L = \varnothing$
   (k) $L = \{\varepsilon\}$
   (l) $L = \{0,1\}^* \setminus \{\varepsilon\}$
2. Para cada um dos AFDs que construiu nas alíneas (a)–(g) do Exercício 1, descreva a sequência de estados percorridos no input 0100110 e diga se esta string é aceite ou não.
3. Seja L uma linguagem regular. Quando é que temos $\varepsilon \in L$?
4. Para cada uma das linguagens L abaixo descreva um AFD que a reconhece através do seu diagrama de estados. **Sugestão:** Primeiro construa um AFD que reconhece o complemento $\overline{L}$ e depois converta-o para um AFD que reconhece L.
   (a) A linguagem L sobre $\{a,b\}$ cujas strings não contêm a substring ab.

1

   (b) $L = \{a,b\}^* \setminus \{a^m b^n \mid m,n \in \mathbb{N}\}$
   (c) $L = \{a,b\}^* \setminus (\{a\}^* \cup \{b\}^*)$
   (d) A linguagem L sobre $\{a,b\}$ cujas strings não contêm exactamente dois as.
5. Sejam L_1 e L_2 linguagens regulares sobre o mesmo alfabeto Σ. Mostre que $L_1 \cap L_2$ também é regular.
6. Dada uma string $w = w_1 w_2 \dots w_n \in \Sigma^*$ definimos o seu reverso $\mathsf{rev}(w) = w_n w_{n-1} \dots w_2 w_1$. Para uma linguagem $L \subseteq \Sigma^*$, definimos $\mathsf{rev}(L) = \{\mathsf{rev}(w) \mid w \in L\}$. Mostre que se L é regular então $\mathsf{rev}(L)$ também é regular.
7. Seja $L_n = \{0^k \mid k \text{ é múltiplo de } n\}$. Mostre que L_n é regular para qualquer $n \in \mathbb{N}^+$.
8. Para uma linguagem $L \subseteq \Sigma^*$ definimos a operação

$$\mathsf{noPrefix}(L) = \{w \in L \mid \text{nenhum prefixo próprio de } w \text{ pertence a } L\}.$$

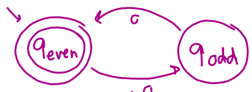
   Mostre que se L é regular então $\mathsf{noPrefix}(L)$ também é regular.
9. Para duas linguagens A e B definimos

$$A/B = \{w \mid wz \in A \text{ para algum } z \in B\}.$$

   Mostre que se A é regular e B é uma linguagem qualquer, então A/B também é regular.

2

① a) $L = \{0^{2n} \mid n \in \mathbb{N}\}$



δ	0
q_{even}	q_{odd}
q_{odd}	q_{even}

$(S, \Sigma, \delta, s, F)$

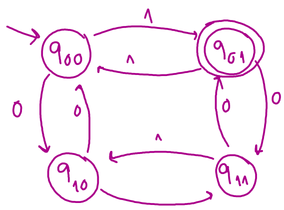
$S = \{q_{even}, q_{odd}\}$

$\Sigma = \{0\}$

$s = q_{even}$

$F = \{q_{even}\}$

e) Seqs binárias com nº par de 0s e nº ímpar de 1s



$q_{00} \rightarrow$ 0's é par, 1's é par

$q_{01} \rightarrow$ 0's é par, 1's é ímpar

$q_{10} \rightarrow$ 0's é ímpar, 1's é par

$q_{11} \rightarrow$ 0's é ímpar, 1's é ímpar

$(S, \Sigma, \delta, s, F)$

$S = \{q_{00}, q_{01}, q_{10}, q_{11}\}$

$\Sigma = \{0, 1\}$

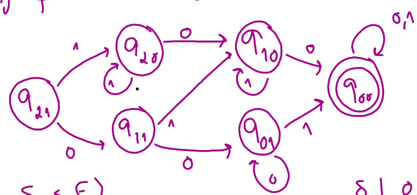
$s = q_{00}$

$F = \{q_{01}\}$

δ	0	1
q_{00}	q_{10}	q_{01}
q_{01}	q_{11}	q_{00}
q_{10}	q_{00}	q_{11}
q_{11}	q_{01}	q_{10}

c) Seqs binárias com ≥ 2 zeros, $\emptyset$, e ≥ 1 uns, 1

$q_{i,j} \rightarrow$ falta i zeros e j uns para aceitar



$(S, \Sigma, \delta, s, F)$

$S = \{q_{21}, q_{11}, q_{10}, q_{20}, q_{01}, q_{00}\}$

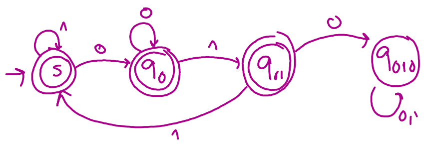
$\Sigma = \{0, 1\}$

$s = q_{21}$

$F = \{q_{00}\}$

δ	0	1
q_{21}	q_{11}	q_{20}
q_{11}	q_{01}	q_{10}
q_{10}	q_{00}	q_{10}
q_{20}	q_{10}	q_{20}
q_{01}	q_{01}	q_{00}
q_{00}	q_{00}	q_{00}

f) Seqs binárias que não contém a substring 010



$(S, \Sigma, \delta, s, F)$

$S = \{s, q_0, q_{01}, q_{010}\}$

$\Sigma = \{0, 1\}$

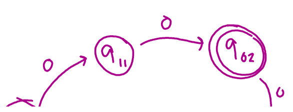
$s = s$

$F = \{s, q_0, q_{01}\}$

δ	0	1
s	q_0	s
q_0	q_0	q_{01}
q_{01}	q_{010}	s
q_{010}	q_{010}	q_{010}

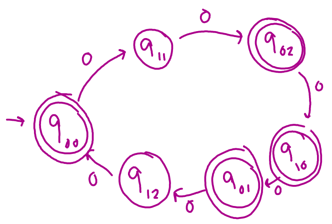
h) Seqs 0's de tamanho divisível por 2 ou 3

k / n $q_{i,j} \rightarrow i = n / 2$ (divisível por 2) $j = n / 3$ (divisível por 3)



$(S, \Sigma, \delta, s, F)$

$S = \{q_{00}, q_{01}, q_{02}, q_{10}, q_{11}, q_{12}\}$



$S = \{q_{00}, q_{01}, q_{02}, q_{10}, q_{11}, q_{12}\}$

k) $L = \{\varepsilon\} \subseteq \{0,1\}^*$

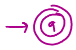
$(S, \Sigma, \delta, s, F)$

$S = \{q\}$

$\Sigma = \{0,1\}$

$s = q$

$F = \{q\}$



δ	0	1
q	$\perp$	$\perp$

j) $L = \emptyset \subseteq \{0,1\}^*$

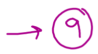
$(S, \Sigma, \delta, s, F)$

$S = \{q\}$

$\Sigma = \{0,1\}$

$s = q$

$F = \emptyset = \{\}$



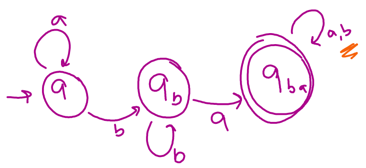
δ	0	1
q	$\perp$	$\perp$

4) b) $L = \{a,b\}^* \setminus \{a^m b^n \mid m,n \in \mathbb{N}\}$

ε ✗ a ✗ abb ✗ abba ✓ ba ✓

⇒ todas as seqs entre a e b exceto as que terminam em b

⇒ seq de a^* com b^* a seguir não são aceites



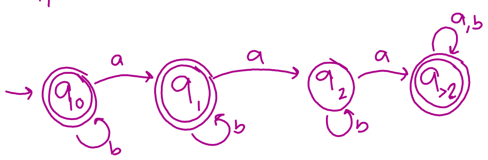
$(S, \Sigma, \delta, s, F)$

$S = \{q, q_b, q_{ba}\}$

$\Sigma = \{a,b\}$

d) Seqs sobre $\{a,b\}$ que não contêm exatamente 2 a's

$q_i \Rightarrow i = n$ de a's



$(S, \Sigma, \delta, s, F)$

$S = \{q_0, q_1, q_2, q_{>2}\}$

$\Sigma = \{a,b\}$

$s = q_0$

$F = \{q_0, q_1, q_{>2}\}$

δ	a	b
q_0	q_1	q_0
q_1	q_2	q_1
q_2	$q_{>2}$	q_2
$q_{>2}$	$q_{>2}$	$q_{>2}$

7) $L_n = \{0^k \mid n \text{ divide } k\}$ $n \in \mathbb{N}^+$

/* o automato terá n estados em que o estado aceite só será o q_n */ Fixemos $n \in \mathbb{N}^+$ qq Descrevemos

AFD $M = (S, \Sigma, \delta, s, F)$ que Reconhece L_n

$S = \{q_0, q_1, \ldots, q_{n-1}\}$ → intuição q_i, $i = k/n$

$\Sigma = \{0\}$

$s = q_0$

$F = \{q_0\}$

$\delta(q_i, 0) = q_{(i+1)/n}$