Aula exercicios nota 8

① PRIME $= \{0^n \mid n$ é primo$\}$

Suponhamos que PRIME é regular. Seja p o pumpins length garantido pelo lema da Bombagem. Consideramos $w = 0^k$ onde k é menor primo maior ou igual a p ($k \geq p$). Se escrevermos $w = xyz$ com $|xy| \leq p$ e $|y| > 0$ temos $y = 0^j$ para algum $0 < j \leq p$.

$w' = x\,y^{k+1}\,z = 0^{k+kj} = 0^{k(1+j)}$

$\hookrightarrow y^k y \cdots \Rightarrow y^k y^{kj}$???

$y^1 = 0^j$

$w' = w y^{kj} = 0^k 0^{kj} = 0^{k+kj}$

Como $k(1+j)$ não é primo, é divisível por $k \cdot 1$ e $k(1+j)$, temos $w \notin$ PRIME.

$\Rightarrow$ PRIME não é regular

② SUM $= \{a^k b^m c^n \mid k, m, n \in \mathbb{N} \wedge n = k+m\}$

Suponhamos que SUM é regular. Seja p o pumping length garantido pelo lema da bombagem. Consideramos $w = a^p b^p c^{2p} \in$ SUM, $|w| = 4p \geq p$. Se escrevermos $w = xyz$ com $|xy| \leq p$ e $|y| > 0$. Segue que $y = a^j$ para algum $j > 0$.

$w' = xy^2z = a^{p+j} b^p c^{2p} \notin$ SUM, pois $(p+j)+p = 2p+j \neq 2p$ pois $j > 0$

$\Rightarrow$ SUM não é regular

③ PREFIX $= \{a^k t \mid k \in \mathbb{N} \wedge t \in \{a,b\}^k\}$

Suponhamos que PREFIX é regular. Seja p o pumping length garantido pelo lema da bombagem. Consideramos $w = a^p b^p \in$ PREFIX, $|w| = 2p \geq p$. Se escrevermos $w = xyz$ com $|xy| \leq p$ e $|y| > 0$. Segue que $y = a^j$ para algum $j > 0$.

$w' = xy^2z = a^{p+j} b^p$ ← está errado

$j = 2 \Rightarrow w'' = a^{p+2} b^p = a^{p+1}(ab^p) \in$ PREFIX

$w' = xz = a^{p-j} b^p \notin$ PREFIX, pois o número de $\{a,b\}^*$ tem que ser igual ao número de a (antes), pois $j > 0$

$\Rightarrow$ PREFIX não é regular

④ NEQ $= \{a^m b^n \mid m, n \in \mathbb{I} \wedge m \neq n\}$

Suponhamos que NEQ é regular. Seja p o pumping length garantido pelo lema da bombagem.

Consideramos $w = a^p b^{\cancel{q,\, q \neq p}\; p+p!} \in$ PREFIX, $|w| = 3p \geq p$. Se escrevermos $w = xyz$ com $|xy| \leq p$ e $|y| > 0$. Segue que $y = a^j$ para algum $j > 0$.

$$w' = xy^{\ell+1}z = a^{p+\ell j}\, b^{\cancel{q}\, p+p!}$$

precisamos do $p + \ell j = q \leftrightarrow \ell j = q - p = p! \rightarrow q = p! + p$

Escolhemos $\ell = p!/j \in \mathbb{N}$ pois $1 \leq j \leq p \Rightarrow w' \notin NEQ$

$\Rightarrow NEQ$ não é regular

$EQ = \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$

$$\underbrace{EQ}_{\text{não regular}} = \underbrace{\{a^m b^n \mid m,n \in \mathbb{N}\}}_{\text{Regular}} \setminus NEQ$$

$\Rightarrow NEQ$ não é regular, caso contrário $\{a^m b^n \mid m,n \in \mathbb{N}\} \setminus NEQ$ era regular.