

Teoria da Computação
FCT-UNL 2023-2024
Problem Set 2
Conjuntos contáveis e não contáveis

1. Sejam A e B conjuntos quaisquer. Determine, justificando com uma demonstração ou um contraexemplo, a veracidade das seguintes asserções:
 - (a) Se A é contável então $A \cap B$ também é contável.
 - (b) Se A não é contável, então $A \cap B$ também não é contável.
 - (c) Se A é contável, então $A \cup B$ também é contável.
 - (d) Se A é contável, então $B \setminus A$ também é contável.
 - (e) Se A é contável, então A^* também é contável.
2. Determine, justificando, se cada um dos seguintes conjuntos é contável ou não contável:
 - (a) O conjunto das funções de $\{0, 1\}$ para $\{0, 1\}$.
 - (b) O conjunto das funções de $\{0, 1\}$ para \mathbb{N} .
 - (c) O conjunto das funções de \mathbb{N} para \mathbb{N} .
3. Demonstre, usando o princípio da diagonalização, que os seguintes conjuntos não são contáveis:
 - (a) O conjunto $[1, 2[$.
 - (b) O conjunto das sequências ternárias (i.e., com alfabeto $\{0, 1, 2\}$) infinitas.
 - (c) O conjunto das partes dos naturais pares.
4. Seja S o conjunto de todos os subconjuntos *finitos* de \mathbb{N} :
 - (a) Demonstre que S é contável.
 - (b) Se tentarmos aplicar o princípio da diagonalização para demonstrar que S não é contável, o que falha?