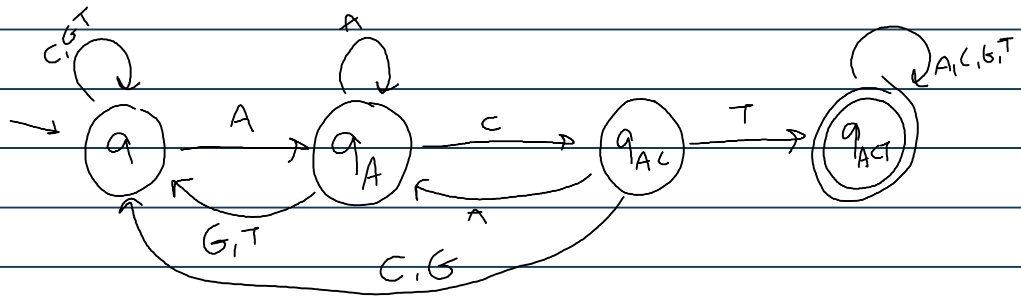
Ex.4 - Autómatos Finitos Não-Deterministas

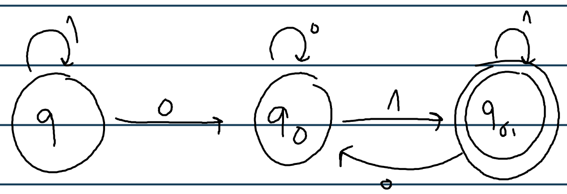
14 de abril de 2024 20:04

1. Para cada uma das linguagens definidas abaixo, descreva um AFN que a reconhece através do seu diagrama de estados e formalmente:

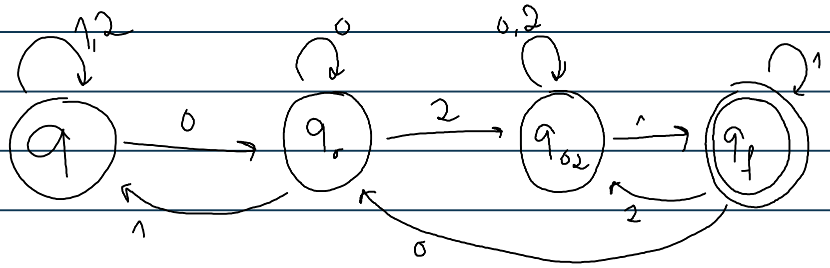
   (a) A linguagem L sobre $\{A, C, G, T\}$ das sequências que contêm ACT como substring. Mostre que $ACTCTACT \in L$ de duas maneiras diferentes.



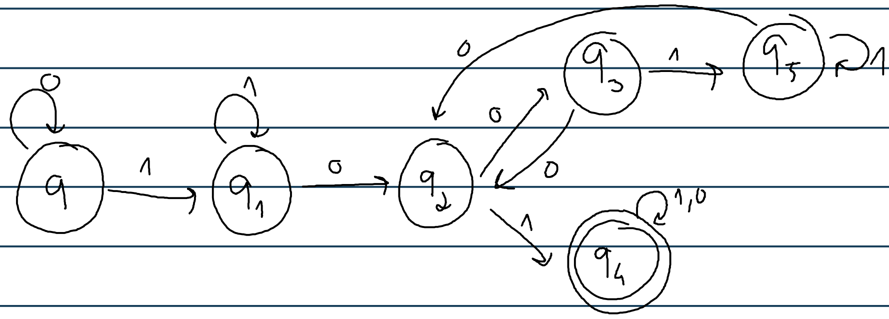
   (b) A linguagem sobre $\{0, 1\}$ das sequências que começam em 0 e acabam em 1.



   (c) A linguagem sobre $\{0, 1, 2\}$ cujas sequências têm pelo menos um 0 seguido de pelo menos um 2 e terminam em 1.



(d) A linguagem L sobre $\{0,1\}$ das sequências nas quais existem dois 1s separados por um número ímpar de 0s. Por exemplo, $100101 \in L$, mas $10010011 \notin L$. Mostre que $1010010001 \in L$ de duas maneiras diferentes.



(e) $L = \{01, 001, 010\}^*$, com alfabeto $\Sigma = \{0,1\}$.

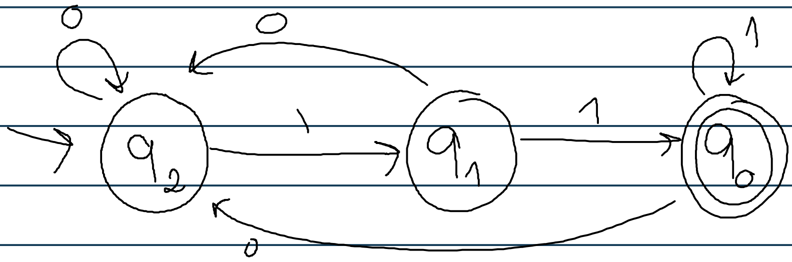
(f) $L = \{(01)^m(10)^n \mid m, n \in \mathbb{N}\}$, com alfabeto $\Sigma = \{0,1\}$.

2. Para cada uma das linguagens sobre $\{0, 1\}$ definidas abaixo, descreva um AFN que a reconhece através do seu diagrama de estados e com o número de estados pedido:

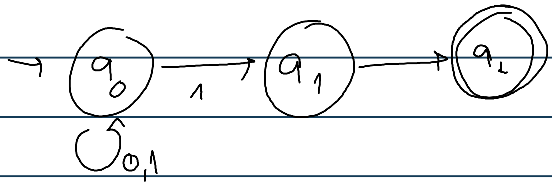
(a) $L = \{w \mid w \text{ termina em } 11\}$ com 3 estados.

$q_n \to n$ é o n de 1 que falta para terminar

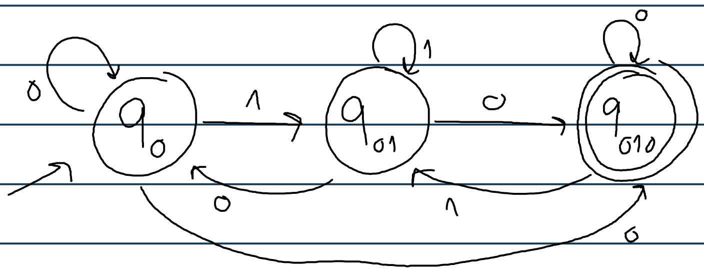
AFD

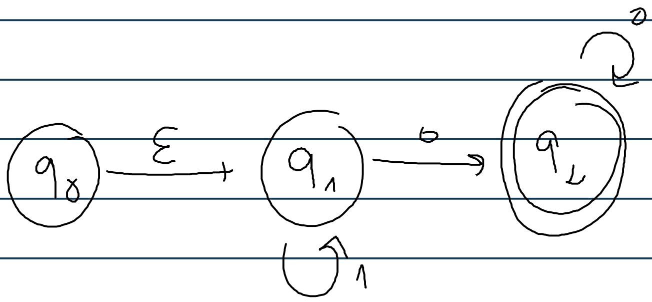


AFN

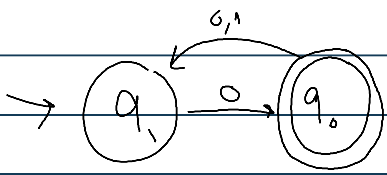


(b) $L = \{0^a 1^b 0^c \mid a, b \in \mathbb{N} \wedge c \in \mathbb{N}^+\}$ com 3 estados.

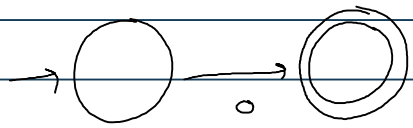




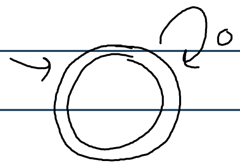
(c) $L = \{0\}$ com 2 estados.



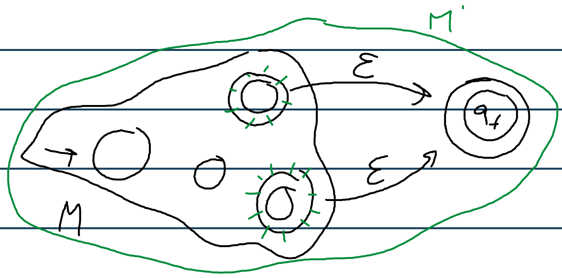
AFN



(d) $L = \{0\}^*$ com 1 estado.



3. Mostre que todo o AFN M pode ser transformado num AFN M' com apenas um estado final e tal que $L(M') = L(M)$.



Seja $M = (S, \Sigma, \delta, s, F)$ um AFN qualquer Consideremos $M' = (S', \Sigma, \delta', s, F')$ com

$S' = S \cup \{q_f\}$, $F' = \{q_f\}$

para $q \in S$, $a \in \Sigma \cup \{\varepsilon\}$, $\delta'(q,a) = \begin{cases} \delta(q,a), & \text{se } q \notin F \\ \delta(q,a), & \text{se } q \in F \text{ e } a \neq \varepsilon \\ \delta(q,a) \cup \{q_f\}, & \text{se } q \in F \text{ e } a = \varepsilon \end{cases}$

e $\delta'(q_f, a) = \emptyset$, para qq $a \in \Sigma \cup \{\varepsilon\}$

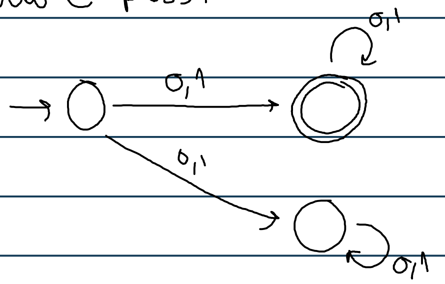
Resta Mostrar que $L(M) = L(M')$ Seja $w \in L(M)$ qq Então existe seq estados

Resta Mostrar que $L(M) = L(M')$ Seja $w \in L(M)$ qq Então existe seq estados $R_0, R_1, \ldots, R_m$ gerada por $w = w_1, w_2, \ldots w_m$ em M tal que $R_m \in F$ Escrevendo $w = w_1, w_2, \ldots, w_m, \varepsilon$ temos que a seq de estados $R_0, R_1, \ldots, R_m, R_{m+1} = q_f \in F'$ é gerada por w em M' Logo, $w \in L(M')$

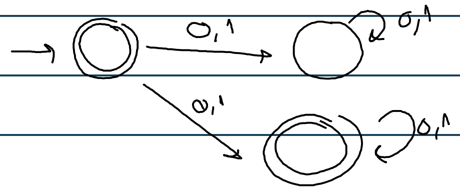
Seja $w \notin L(M)$ Então nenhuma seq de estados gerada por w em M acaba num estado em F
Como não existe transições de $q \notin F$ para q_f em M', então $w \notin L(M')$

4. Seja M um AFN que reconhece uma linguagem L. Seja também M' o AFN obtido ao transformar todos os estados finais de M em estados não finais e vice-versa. Diga, justificando, se é sempre verdade que $L(M') = \overline{L}$.

Não é possível



$L = \{0,1\}^* \setminus \{\varepsilon\}$



$\overline{L} = \{\varepsilon\}$ ✗ Não reconhece o complemento

5. Para $k \in \mathbb{N}^+$ arbitrário, definimos a linguagem

$$L_k = \{w \in \{0,1\}^* \mid |w| \geq k \wedge w_{|w|-k+1} = 1\},$$

Isto é, L é a linguagem das sequências binárias que têm um 0 na posição k a contar do fim. Para cada k, descreva um AFN com $k+1$ estados que reconhece L_k.

Tente também construir um AFD que reconhece L_k. O que nota em relação ao número de estados?