Teorema de Rice

→ Todas as PROPRIEDADES semânticas não triviais de programas são indecidíveis

$P_C = \{<M> \mid M \text{ é um MT e } L(M) \in C\}$

$C = \emptyset \to P_\emptyset = \emptyset \to$ decidível

$C = \{L(M) \mid M \text{ é uma MT}\} \to P_C = \{<M> \mid M \text{ é uma MT}\}$

↳ decidível

* qql coisa que não seja um dos anteriores é indecidível *

Teo (Rice): Suponhamos que existe MT M_1, tal que $L(M_1) \in C$ e MT M_2 tal que $L(M_2) \notin C$.

Então P_C é indecisível.

Dem:

Mostrar que $Acc_{MT} \leq_m P_C$

Redução por mapeamento

$<M, w> \xrightarrow[f \text{ comp}]{} <T>$

M aceita $w \Rightarrow L(T) \in C$

M não aceita $w \Rightarrow L(T) \notin C$

Sem perda de generalidade, podemos assumir que $\emptyset \notin C$ (caso contrário trabalhamos com $\bar{C}$).

Por hipótese do teorema, sabemos que existe MT T^* tal que $L(T^*) \in C$

A MT T procede da seguinte forma com input z.

1) Corre M em w

2) Se M pára e aceita w, corre T^* com input z

3) Se M pára e rejeita w, rejeita z

Se $<M, w> \in Acc_{MT}$, então $L(T) = L(T^*) \in C$

Se $<M, w> \notin Acc_{MT}$, então $L(T) = \emptyset \notin C$

—— // ——

empty

$E_{MT} = \{<M> \mid M \text{ é uma MT e } L(M) = \emptyset\}$

$C = \{\emptyset\} \to E_{MT} = \{<M> \mid M \text{ é uma MT e } L(M) \in C\}$

1) se M é uma MT que rejeita tudo, então $L(M) = \emptyset \in C$

2) se M' é uma MT que aceita tudo, então $L(M') \neq \emptyset \rightarrow L(M') \notin C$

$\Rightarrow E_{MT}$ é indecidível pelo teor. Rice

— // —

$ZERO_{MT} = \{ \langle M \rangle \mid M$ é uma MT e aceita $0 \}$

C é o conjunto de todas as linguagens que contém 0.

$\rightarrow ZERO_{MT} = \{ \langle M \rangle \mid M$ é uma MT e $L(M) \in C \}$

1) se MT M aceita tudo, então $0 \in L(M)$, logo $L(M) \in C$

2) se MT M' rejeita tudo, então $0 \notin L(M')$, logo $L(M') \notin C$

$\Rightarrow ZERO_{MT}$ é indecidível pelo teor Rice

— // —

$DEC_{MT} = \{ \langle M \rangle \mid M$ é uma MT e $L(M)$ é decidível $\}$

$C =$ conj. de todas as linguagens decidíveis

1) se M é MT que rejeita tudo, então $L(M) = \emptyset \in C$

2) Se M' é MT que semi-decidível ACC_{MT}, então $L(M') = ACC_{MT} \notin C$

$\Rightarrow DEC_{MT}$ é indecidível pelo teor Rice

— // —

$SEMIDEC_{MT} = \{ \langle M \rangle \mid M$ é uma MT e $L(M)$ é semi-decidível $\}$

$C = \{ L \mid L$ é semidecidível $\}$

1) Se M é MT que rejeita tudo, então $L(M) = \emptyset \in C$

2) ✗ Se existe MT M' tal que $L = L(M')$, então L é semidecidível por M'!!!

$\Rightarrow SEMIDEC_{MT} = \{ \langle M \rangle \mid M$ é uma MT$\}$ é decidível