## Teoria da Computação FCT-UNL 2023-2024

## Problem Set 11

## Indecidibilidade e reduções

- 1. Use um argumento de contagem para mostrar que existe L tal que nem L nem  $\overline{L}$  são semidecidíveis.
- 2. Mostre que  $\leq_m$  é uma relação reflexiva e transitiva.
- 3. Seja  $ZERO_{\mathsf{MT}} = \{\langle M \rangle \mid M \text{ \'e uma MT e } 0 \in L(M)\}$ 
  - (a) Mostre que  $ZERO_{\mathsf{MT}}$  é semi-decidível.
  - (b) Mostre que  $ACC_{\mathsf{MT}} \leq_m ZERO_{\mathsf{MT}}$ . Conclua que  $ZERO_{\mathsf{MT}}$  é indecidível.
- 4. Mostre que L é semi-decidível se e só se  $L \leq_m ACC_{\mathsf{MT}}$ .
- 5. Sejam  $ALL_{\mathsf{MT}} = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ \'e uma MT e } L(M) = \Sigma^* \}$ . Mostre que  $ACC_{\mathsf{MT}} \leq_m ALL_{\mathsf{MT}}$  e conclua que  $ALL_{\mathsf{MT}}$  \'e indecidível.
- 6. Seja  $L = \{\langle M \rangle \mid M$  é uma MT que não aceita inputs de tamanho  $\geq 50\}$ . Mostre que L é indecidível.
- 7. Seja  $E_{\mathsf{MT}} = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ \'e uma MT e } L(M) = \emptyset \}.$ 
  - (a) Mostre que  $\overline{E_{\mathsf{MT}}}$  é semi-decidível.
  - (b) Conclua que não é possível termos  $ACC_{\mathsf{MT}} \leq_m E_{\mathsf{MT}}$ .
- 8. Use of teorema de Rice para mostrar que as seguintes linguagens são indecidíveis.
  - (a)  $ZERO_{\mathsf{MT}} = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ \'e uma MT e } 0 \in L(M) \}.$
  - (b)  $ALL_{\mathsf{MT}} = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ \'e uma MT e } L(M) = \Sigma^* \}$
  - (c)  $DEC_{\mathsf{MT}} = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ \'e uma MT e } L(M) \text{ \'e decidível} \}$
- 9. Podemos usar o teorema de Rice para concluir que

$$SEMIDEC_{\mathsf{MT}} = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ \'e uma MT e } L(M) \text{ \'e semi-decidível} \}$$

não é decidível?

10. Mostre que as duas condições do Teorema de Rice são necessárias para concluir que P não é decidível.