

Teoria da Computação
FCT-UNL 2023-2024
Problem Set 7

Lema da bombagem e outras propriedades de linguagens regulares

1. Demonstre, usando o lema da bombagem e propriedades das linguagens regulares, que as seguintes linguagens não são regulares:

- (a) $L = \{0^n 1^n \mid n \in \mathbb{N}\}$
- (b) $L = \{10^n 1^n 0 \mid n \in \mathbb{N}\}$
- (c) $L = \{wtw \mid t, w \in \{0, 1\}^+\}$
- (d) $L = \{www \mid w \in \{0, 1\}^+\}$
- (e) $L = \{a^{2^n} \mid n \in \mathbb{N}\} = \{a, a^2, a^4, a^8, \dots\}$
- (f) $L = \{a^n \mid n \text{ é primo}\} = \{a^2, a^3, a^5, a^7, \dots\}$
- (g) $L = \{w \text{ rev}(w) \mid w \in \{0, 1\}^*\}$, onde $\text{rev}(w_1 w_2 \dots w_n) = w_n w_{n-1} \dots w_1$.
- (h) $L = \{w \bar{w} \mid w \in \{0, 1\}^*\}$, onde \bar{w} é obtido a partir de w substituindo cada 0 por 1 e vice-versa (i.e., $\bar{w}_i = 1 - w_i$).

2. Seja $A = \{1^k w 1^k \mid k \in \mathbb{N}^+ \wedge w \in \{0, 1\}^*\}$. Mostre que A é regular.
3. Seja $B = \{1^k 0 w 1^k \mid k \in \mathbb{N}^+ \wedge w \in \{0, 1\}^*\}$. Mostre que B não é regular.
4. Mostre que se um AFD M com k estados aceita alguma string w tal que $|w| \geq k$, então $L(M)$ é infinita.
5. Dada uma linguagem $L \subseteq \Sigma^*$, definimos a sua derivada com respeito a $v \in \Sigma^*$ por

$$\frac{dL}{dv} = \{w \in \Sigma^* \mid vw \in L\}.$$

- (a) Mostre que se L é regular, então $\frac{dL}{dv}$ é regular para qualquer $v \in \Sigma^*$.
- (b) Mostre que L é regular se e só se o conjunto das suas possíveis derivadas é finito.
- (c) Use o resultado da alínea (b) para mostrar que $L = \{0^n 1^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ não é regular.