Teoria da Computação
FCT-UNL 2023-2024
Problem Set 3
Autómatos Finitos Deterministas

1. Para cada uma das linguagens abaixo descreva um AFD que a reconhece através do seu diagrama de estados e de uma definição formal:

   (a) $L = \{0^{2n} \mid n \in \mathbb{N}\}$

   (b) $L = \{(01)^n \mid n \in \mathbb{N}\}$

   (c) A linguagem L das strings sobre $\{0, 1\}$ que contêm pelos menos dois 0s e pelo menos um 1.

   (d) A linguagem L das strings sobre $\{0, 1\}$ que contêm exactamente dois 0s e pelo menos dois 1s.

   (e) A linguagem L das strings sobre $\{0, 1\}$ com um número par de 0s e um número ímpar de 1s.

   (f) A linguagem L das strings sobre $\{0, 1\}$ que não contêm a substring 010.

   (g) A linguagem L das strings sobre $\{0, 1\}$ com um número par de 0s e em que cada 0 é sempre seguido de pelo menos um 1.

   (h) A linguagem L das strings sobre $\{0\}$ com tamanho divisível por 2 ou por 3.

   (i) A linguagem L das strings sobre $\{A, C, G, T\}$ que contêm pelo menos uma ocorrência da substring ACT.

   (j) $L = \varnothing$

   (k) $L = \{\varepsilon\}$

   (l) $L = \{0, 1\}^* \setminus \{\varepsilon\}$

2. Para cada um dos AFDs que construiu nas alíneas (a)–(g) do Exercício 1, descreva a sequência de estados percorridos no input 0100110 e diga se esta string é aceite ou não.

3. Seja L uma linguagem regular. Quando é que temos $\varepsilon \in L$?

4. Para cada uma das linguagens L abaixo descreva um AFD que a reconhece através do seu diagrama de estados. **Sugestão:** Primeiro construa um AFD que reconhece o complemento $\overline{L}$ e depois converta-o para um AFD que reconhece L.

   (a) A linguagem L sobre $\{a, b\}$ cujas strings não contêm a substring ab.

(b) $L = \{a, b\}^* \setminus \{a^m b^n \mid m, n \in \mathbb{N}\}$

(c) $L = \{a, b\}^* \setminus (\{a\}^* \cup \{b\}^*)$

(d) A linguagem L sobre $\{a, b\}$ cujas strings não contêm exactamente dois as.

5. Sejam L_1 e L_2 linguagens regulares sobre o mesmo alfabeto Σ. Mostre que $L_1 \cap L_2$ também é regular.

6. Dada uma string $w = w_1 w_2 \ldots w_n \in \Sigma^*$ definimos o seu reverso $\mathsf{rev}(w) = w_n w_{n-1} \ldots w_2 w_1$. Para uma linguagem $L \subseteq \Sigma^*$, definimos $\mathsf{rev}(L) = \{\mathsf{rev}(w) \mid w \in L\}$. Mostre que se L é regular então $\mathsf{rev}(L)$ também é regular.

7. Seja $L_n = \{0^k \mid k \text{ é múltiplo de } n\}$. Mostre que L_n é regular para qualquer $n \in \mathbb{N}^+$.

8. Para uma linguagem $L \subseteq \Sigma^*$ definimos a operação

$$\mathsf{noPrefix}(L) = \{w \in L \mid \text{nenhum prefixo próprio de } w \text{ pertence a } L\}.$$

Mostre que se L é regular então $\mathsf{noPrefix}(L)$ também é regular.

9. Para duas linguagens A e B definimos

$$A/B = \{w \mid wx \in A \text{ para algum } x \in B\}.$$

Mostre que se A é regular e B é uma linguagem qualquer, então A/B também é regular.