

Relatório 1º Projeto de ASA – 2023/2024

Grupo: AL059

Aluno(s): Joana Vaz (106078) e Martim Afonso (106507)

Descrição do problema e da solução:

O problema que foi abordado neste projeto foi a maximização do valor obtido pelo corte de uma chapa de mármore, tendo em conta os cortes horizontais e verticais. Para resolver este problema, a solução encontrada foi através da implementação de programação dinâmica, encontrar o máximo valor possível, tendo em conta todas as possibilidades de corte. Cada subproblema é constituído por uma matriz $dp[X][Y]$, que armazena o valor máximo para uma chapa de dimensões $X \times Y$. O algoritmo itera sobre a chapa de mármore, avaliando todas as opções de corte horizontais e verticais possíveis.

Análise Teórica:

$$dp[i][j] = \begin{cases} 0, & X = 0 \vee Y = 0 \vee n = 0 \\ \max(\max(\max_{1 \leq k < j} (dp[i][k] + dp[i][j - k]), \max_{1 \leq l < i} (dp[l][j] + dp[i - l][j])), dp[i][j]), & X > 0 \wedge Y > 0 \wedge n > 0 \end{cases}$$

A função `maxCutValue` utiliza um algoritmo de programação dinâmica. A complexidade de tempo é de $O(X*Y*\max(X,Y))$, onde as variáveis X e Y são as dimensões da chapa.

- Leitura dos Dados de entrada:

A leitura dos dados de entrada envolve uma simples leitura de input, com ciclos a depender apenas de n (número de peças), ou seja, a complexidade é linear, $O(n)$.

- Processamento da instância para fazer alguma coisa:

O processamento inclui o preenchimento da matriz dp e o cálculo dos valores máximos. Isto é feito a partir de 3 loops encadeados (2 para percorrer a matriz e 1 para avaliar os cortes podendo ser ele o que avalia horizontal ou verticalmente). A complexidade gerada é de $O(X*Y*\max(X,Y))$.

- Aplicação do algoritmo indicado para cálculo da função recursiva:

A função `maxCutValue` é a responsável pela aplicação do algoritmo de programação dinâmica. A complexidade é a mesma que anteriormente, $O(X*Y*\max(X,Y))$.

- Apresentação de dados:

A apresentação de dados apenas envolve a impressão do resultado final. Este processo tem complexidade de $O(1)$, ou seja, é feito em tempo constante.

- Complexidade global da solução:

A complexidade global da solução que é aplicação do algoritmo de programação dinâmica, é equivalente ao estágio onde a complexidade é maior, e, por isso, a complexidade global é $O(X*Y*\max(X,Y))$.

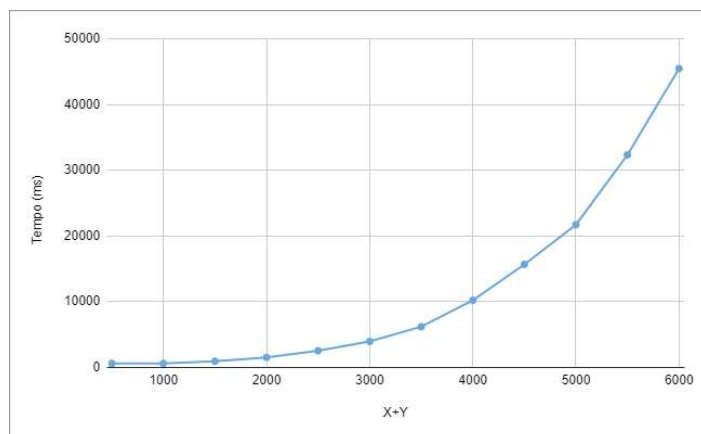
Relatório 1º Projeto de ASA – 2023/2024

Grupo: AL059

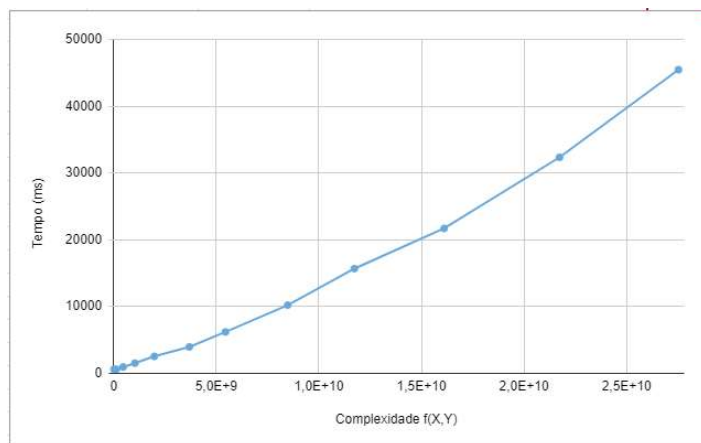
Aluno(s): Joana Vaz (106078) e Martim Afonso (106507)

Avaliação Experimental dos Resultados:

Recorrendo ao gerador, gerámos um total de 12 instâncias com um incremento de 500 no valor total de $X+Y$ e obtivemos o seguinte gráfico:



Ao analisar o gráfico acima concluímos que o tempo de execução não é linear nas dimensões da chapa. O que nos levou a substituir $X+Y$ no eixo XX pelo esperado pela análise teórica onde $f(X,Y)$ é igual a $X*Y*\max(X,Y)$ e obtivemos o seguinte gráfico:



Ao mudarmos o eixo XX para $f(X,Y)$ obtivemos uma relação linear com os tempos de execução do eixo YY, sustentando assim que a nossa implementação está de acordo com a análise teórica de $O(f(X,Y))$.