

Funkcja kosztu banków amerykańskich (jeden produkt).

Przedmiotem analizy jest długookresowa funkcja kosztów całkowitych skonstruowana dla banków amerykańskich. Za czynniki produkcji przyjęto kapitał ludzki i fizyczny (środki trwałe i wartości niematerialne) oraz trzy rodzaje środków pieniężnych: (1) nabytych na rynku międzybankowym, (2) uzyskanych w formie depozytów bankowych na czas nieoznaczony (środki na rachunkach na żądanie, a'vista) i (3) na czas oznaczony (lokaty terminowe). Produkcję banku wyrażono poprzez agregat wszystkich typów kredytów i innych należności o charakterze aktywów generujących przychód. Koszt całkowity stanowi sumę kosztów wspomnianych pięciu czynników produkcji.

Rozważamy model dla danych przekrojowo-czasowych dla 10 banków.

Deterministyczna część ekonometrycznego modelu – w formie funkcji Cobba i Douglasa - reprezentującego technologię banków, po narzuceniu liniowej jednorodności funkcji kosztu względem cen czynników produkcji, ma postać

$$\ln\left(\frac{C_{it}}{w_{it,5}}\right) \approx \beta_0 + \beta_1 \ln\left(\frac{w_{it,1}}{w_{it,5}}\right) + \beta_2 \ln\left(\frac{w_{it,2}}{w_{it,5}}\right) + \beta_3 \ln\left(\frac{w_{it,3}}{w_{it,5}}\right) + \beta_4 \ln\left(\frac{w_{it,4}}{w_{it,5}}\right) + \beta_5 \ln Q_{it},$$

gdzie C_{it} – koszt całkowity i -tego banku w roku t , w_1 – cena pracy, w_2 – cena kapitału fizycznego, w_3 – cena środków pieniężnych z rynku międzybankowego, w_4 – cena depozytów na żądanie, w_5 – cena depozytów terminowych, Q – wartość kredytów ogółem. Powyższe

równanie można w skrócie zapisać następująco: $y_{it} \approx \beta_0 + \sum_{k=1}^K \beta_k x_{it,k}$.

Zad 1) Rozważamy model funkcji kosztu postaci

$$y_{it} = \underset{1 \times 1}{\beta_0} + \underset{1 \times k}{x_{it}} \cdot \underset{k \times 1}{\beta} + u_{it} \quad \text{gdzie } u_{it} \sim N(0, \sigma_u^2),$$

gdzie $k=5$, u_{it} reprezentuje zakłócenia losowe itp.

- Dokonać estymacji parametrów powyższego modelu. Obliczyć błędy średnie szacunku dla parametrów, miernik dopasowania R^2 .
- Dokonać interpretacji ocen parametrów.
- Zweryfikować hipotezę, że elastyczność kosztu wzgl. ceny kapitału ludzkiego wynosi 0,25.
- Obliczyć ocenę punktową i błąd szacunku elastyczność kosztu wzgl. ceny depozytów terminowych.
- Określić czynniki produkcji, którego zaangażowanie jest najbardziej i najmniej kosztowne (kosztotwórcze).
- Zweryfikować hipotezę, że występują stałe korzyści skali.

Zad 2) Rozważamy funkcję koszty postaci modelu ze stałymi efektami indywidualnymi. Dokonać estymacji parametrów tego modelu stosując minimalizację sumy kwadratów reszt

$$\begin{aligned} \text{a) } \min_{\alpha, \beta} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T u_{it}^2 \quad \text{gdzie } y_{it} &= \alpha_i + x_{it} \cdot \beta + u_{it}, \\ \text{b) } \min_{\alpha^*, \beta_0, \beta} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T u_{it}^2 \quad \text{przy warunku } \sum_i \alpha_i^* &= 0, \quad \text{gdzie } y_{it} = \alpha_i^* + \beta_0 + x_{it} \beta + u_{it}. \end{aligned}$$

Zad 3) Rozważamy ponownie funkcję koszty postaci modelu ze stałymi efektami indywidualnymi:

$$y_{it} = \alpha_i + x_{it} \cdot \beta + u_{it}$$

- wyznacz oceny parametrów stosując estymator wewnątrzgrupowy,
- oblicz błędy średnie szacunku, miernik dopasowania R^2 ,
- dokonaj testowania efektów stałych.

Zad 4) Rozważamy ponownie funkcję koszty postaci modelu ze stałymi efektami indywidualnymi:

$$y_{it} = \beta_0 + x_{it} \cdot \beta + \varepsilon_{it} \quad \text{gdzie } \varepsilon_{it} = \alpha_i + u_{it} \quad \alpha_i \sim N(0, \sigma_\alpha^2) \quad u_{it} \sim N(0, \sigma_u^2)$$

- wyznaczyć oceny estymatora UMNK jako średnia ważona estymatora międzygrupowego i estymatora wewnątrzgrupowego,
- wyznaczyć oceny estymatora UMNK poprzez transformację źródłowych danych,
- obliczyć błędy średnie szacunku dla parametrów β ,
- dokonać testowania efektów losowych z pomocą testu Hausmana.

Zad 5) Rozważamy model ze dwoma efektami stałymi (indywidualnym i czasowym):

$$y_{it} = \beta_0 + \alpha_i^* + \lambda_t^* + \sum_{k=1}^K \beta_k x_{it,k} + v_{it}$$

gdzie v_{it} reprezentuje zakłócenia czysto losowe, parametry α_i^* i λ_t^* to tzw. kontrasty,

$$\sum_{t=1}^T \lambda_t^* = 0 \quad \text{i} \quad \sum_{i=1}^N \alpha_i^* = 0.$$

- Dokonać estymacji parametrów β w powyższym modelu. Obliczyć błędy średnie szacunku.
- Obliczyć oceny i błędy szacunku dla obu efektów.
- Stosując test F przeprowadzić testowanie efektów stałych względem prostszych specyfikacji (z jednym efektem, bez obu efektów).