

Interpretacja miar efektywności technicznej (ang. technical efficiency, TE) i kosztowej (ang. cost efficiency, CE)

1. Miara efektywności technicznej zorientowana na efekty (produkty).

Jeżeli stosujemy stochastyczne modele graniczne dla funkcji produkcji, w tym także skorygowaną MNK jako metodę estymacji, to posługujemy się miarą efektywności technicznej zorientowaną na efekty. Wówczas miara ta jest następująca:

$$TE_{output} = \frac{\text{Produkcja obserwowana}}{\text{Produkcja maksymalna}} = \frac{Q_{obs}}{Q_{max}} \in (0;1]$$

Niech ocena miary TE_{output} wynosi r .

Interpretacja. Produkcja obserwowana stanowi $r \cdot 100\%$ produkcji maksymalnej, możliwej do uzyskania z danych nakładów w sytuacji braku marnotrawstwa zasobów¹. Innymi słowy

1. przedsiębiorca uzyskałby produkcję wyższą o $\left(\frac{1}{r} - 1\right) \cdot 100\%$ od obserwowanej, gdyby w pełni efektywnie wykorzystywał zasoby². Wynika to z faktu, że z definicji TE można wyprowadzi, że $Q_{max} = Q_{obs} \cdot (1 + (1/r - 1))$.
2. produkcja obserwowana jest o $(1 - r) \cdot 100\%$ niższa od produkcji maksymalnej³, co zapisujemy jako $Q_{obs} = Q_{max} \cdot (1 - (1 - r))$, gdyż z definicji TE wynika $Q_{obs}/Q_{max} - 1 = -(1 - r)$.

Rozważmy proces produkcji w pomiaru korzyści (efektu) skali przez współczynnik RTS (ang. *returns to scale*). Przyjmijmy, że proces produkcji nie charakteryzuje się stałymi korzyściami skali, czyli występują malejące ($0 < RTS < 1$) albo rosnące korzyści skali ($RTS > 1$). Wówczas, jeżeli do opisu technologii zastosujemy funkcję jednorodną⁴ (np. funkcję potęgową), to zachodzi poniższa zależność między miarami zorientowaną na efekty i zorientowaną na nakłady (TE_{input}). Tym samym konstruujemy definicję TE_{input} postaci

$$TE_{output} = (TE_{input})^{RTS}.$$

Powyższe równanie można zapisać równoważnie $TE_{input} = (TE_{output})^{1/RTS}$.

¹ Na wykładzie definiując efektywność techniczną zorientowaną na efekty posłużono się symbolem $\psi > 1$, który mierzy stopień względnego odchylenia *in minus* produkcji obserwowanej od maksymalnej. Zachodzi następujący związek $(\psi)^{-1} = r$.

² Niech $Q_{obs}/Q_{max} = r$. Przekształcamy $Q_{obs} = r \cdot Q_{max}$, następnie $Q_{obs}/r = Q_{max}$, a w końcu $Q_{obs} \cdot (1 + (1/r - 1)) = Q_{max}$.

³ Niech $Q_{obs}/Q_{max} = r$. Przekształcamy $Q_{obs} = r \cdot Q_{max}$, w końcu $Q_{obs} = (1 - (1 - r))Q_{max}$.

⁴ Funkcja jest jednorodna stopnia d , gdy dla $\lambda > 0, \forall (z_1, \dots, z_m) \in R_+^m$ zachodzi własność

$f(\lambda \cdot z_1, \dots, \lambda \cdot z_m) = \lambda^d \cdot f(z_1, \dots, z_m)$. Dla potęgowej f produkcji współczynniki efektu skali jest dokładnie równy d .

Oznaczmy przez θ ocenę miary efektywności technicznej zorientowanej na nakłady TE_{input} . Wówczas θ jest wskaźnikiem proporcjonalnego obniżenia (stopniem redukcji) obserwowanych nakładów do poziomu niezbędnego dla uzyskania ustalonej produkcji. Zatem nakłady minimalne = nakłady obserwowane $\cdot (\theta \cdot 100)\%$. Innymi słowy, można obniżyć obserwowane nakłady o $(1 - \theta) \cdot 100\%$. Przykładowo, gdy $\theta = 0,95$, to możliwa jest 5 procentowa obniżka.

Następnie przyjmijmy dla uproszczenia, że proces produkcji charakteryzuje się stałymi korzyściami skali (RTS=1), tzn. 1% proporcjonalny wzrost wszystkich nakładów powoduje proporcjonalny (także 1%) wzrost produkcji. Wówczas miara $r = \theta$, więc r wyraża także stopień maksymalnego proporcjonalnego obniżenia nakładów do poziomu, który wystarcza do uzyskania produkcji obserwowanej.

2. Miara efektywności kosztowej

$$CE = \frac{\text{Koszt minimalny}}{\text{Koszt obserwowany}} = \frac{C_{\min}}{C_{\text{obs}}} \in (0;1]$$

Powyższa definicja wskazuje, że chodzi o **miarę zorientowaną na nakłady**. Przypomnijmy podstawową własność funkcji kosztu, którą jest jednorodność stopnia jeden ze względu na ceny. Oznacza ona, że 1% wzrost cen wszystkich czynników produkcji powoduje wzrost kosztu także o 1%. Z tego wynika też, że przy ustalonych cenach, 1% wzrost zużycia czynników (nakładów) skutkuje identycznym wzrostem kosztu (tj. o 1%).

Równoważne interpretacje miary CE przyjmującej konkretną wartość t :

- koszt minimalny (wystarczający) do uzyskania ustalonej produkcji przy danych cenach nakładów, stanowi $t \cdot 100\%$ kosztu obserwowanego,
- obniżenie kosztów zużycia nakładów o $(1 - t) \cdot 100\%$ oznacza osiągnięcie kosztu minimalnego, niezbędnego do uzyskania danej wielkości produkcji przy ustalonych cenach czynników,
- innymi słowy informuje o ewentualnej obniżce o $(1 - t) \cdot 100\%$ kosztu obserwowanego w wyniku jednoczesnej zmiany struktury nakładów i ograniczenia marnotrawstwa.

3. Dekompozycja efektywności kosztowej – założenie o stałych korzyściach skali (RTS=1)⁵.

Przy stałych korzyściach skali zachodzi własność $TE_{input} = TE_{output} = TE$.

Miara efektywności kosztowej jest iloczynem miar efektywności alokacyjnej (ang. *allocative efficiency*, *AE*) i technicznej zorientowanej na nakłady, tzn.

⁵ W praktyce poniższe wzory można stosować (jako przybliżone), gdy RTS przyjmuje wartości bliskie jeden, np. z przedziału (0,95; 1,05).

$$CE = TE \cdot AE.$$

Z powyższego wynika, że $CE \leq TE$ i $CE \leq AE$. Niech oceną AE będzie wartość s .

Miara efektywności alokacyjnej informuje, że w wyniku odpowiedniej zmiany (nieproporcjonalnej) struktury nakładów można uzyskać obniżenie kosztu obserwowanego o $(1-s) \cdot 100\%$. Wynika to z faktu, że w kontekście cen rynkowych i produkcyjności krańcowych łączny koszt dla nowej struktury nakładów będzie niższy od początkowego.

Przykład. Założenie: występują stałe korzyści skali. Niech $r=0,9$, $s=0,8$. Wówczas ocena efektywności kosztowej wynosi $t=0,72$ ($=0,9 \cdot 0,8$).

Zatem zależność między poszczególnymi miarami można rozpisać następująco:

$$(1-0,28)=(1-0,1) \cdot (1-0,2).$$

Interpretacja. Przedsiębiorca może obniżyć koszt obserwowany o 28%, w tym zmiana struktury nakładów powoduje obniżkę kosztów o 20%, a proporcjonalne obniżenie nakładów czynników produkcji (w celu wyeliminowania marnotrawstwa) skutkują, przy ustalonej ich strukturze, obniżką kosztu o 10%.

4. Dekompozycja efektywności kosztowej – uchylenie założenia o stałych korzyściach skali ($RTS > 0$).

Miara efektywności kosztowej jako iloczyn miar efektywności technicznej zorientowanej na efekty (TE) i alokacyjnej (AE), tzn.

$$CE = TE_{input} \cdot AE = (TE_{output})^{1/RTS} \cdot AE.$$

5. Przykłady

Przykład – rosnące korzyści skali. Niech ocena $RTS=1,2$ i $r=0,9$, $s=0,8$.

Zauważmy, że $(1,2)^{-1}=5/6$. Wówczas otrzymujemy $t=(0,9^{5/6}) \cdot 0,8=0,9159 \cdot 0,8=0,73$. Ocena efektywności kosztowej (CE) wynosi wówczas $0,73=1-0,27$. Ocena efektywności technicznej zorientowana na nakłady wynosi 0,9159, czyli około 0,92.

Przykład – malejące korzyści skali. Niech ocena $RTS=0,8$ i $r=0,9$, $s=0,8$.

Zauważmy, że $(0,8)^{-1}=5/4=1,25$. Wówczas otrzymujemy $t=(0,9^{1,25}) \cdot 0,8=0,8766 \cdot 0,8=0,7$. Ocena efektywności kosztowej (CE) wynosi wówczas $0,7=1-0,3$. Ocena efektywności technicznej zorientowana na nakłady wynosi 0,8766, czyli około 0,88.

Oczywiście dla $RTS = 1$ otrzymujemy przypadek omawiany wcześniej.