Exercici 1: Sigui E un espai vectorial de dimensió finita, demostreu:

1. $E^\circ = \{\theta_{E^*}\}$, $\{\theta_E\}^\circ = E^*$
2. $^\circ E^* = \{\theta_E\}$, $^\circ\{\theta_{E^*}\} = E$
3. **Si $A \subset E$ y $B \subset E^*$, aleshores A° és subespai d'E^* y $^\circ B$ és subespai d'E.**
4. **Si $A_1 \subset A_2 \subset E$ i $B_1 \subset B_2 \subset E^*$ aleshores $A_2^\circ \subset A_1^\circ$ y $^\circ B_2 \subset^\circ B_1$**

1.1:
Recordem que $dim(F) + dim(F^\circ) = dim(E)$ per $F \subset E$ subespai. Aleshores, si $F = E$

$$dim(E^\circ) = dim(E) - dim(E) = 0$$
$$\implies E^\circ = \{\theta_{E^*}\}$$

D'on demostrem la primera igualtat. Anàlogament, si $F = \{\theta_E\}$, aleshores

$$dim(F^\circ) = dim(E) - dim(\{\theta_E\}) = dim(E) = dim(E^*)$$
$$\implies F^\circ = \{\theta_E\}^\circ = E^*$$