

Deures 14/02/2020

Joan Pau Condal Marco

25 de febrer de 2020

### Enunciat:

Es sap que si  $\langle B_1 \rangle = \langle B_2 \rangle$  i  $\#B_1 < \#B_2$ , aleshores  $B_2$  és linealment dependent. Prova que si  $B_1$  i  $B_2$  són bases de  $F$ , aleshores  $\#B_1 = \#B_2$ .

### Demostració:

Per demostrar la proposició anterior, utilitzarem el metode de reducció a l'absurd; per tant, suposarem que si  $B_1$  i  $B_2$  són base de  $F$ , aleshores  $\#B_1 \neq \#B_2$ . Per la desigualtat anterior, obtenim dos casos a demostrar:

#### 1. $\#B_1 < \#B_2$ :

Si  $\#B_1 < \#B_2$ , sabem que aleshores  $B_2$  és linealment dependent, afirmació que va en contra de la nostra hipòtesis inicial i per tant arribem a una **contradicció**.

#### 2. $\#B_1 > \#B_2$ :

Si  $\#B_1 > \#B_2$ , sabem que aleshores  $B_1$  és linealment dependent, afirmació que va en contra de la nostra hipòtesis inicial i per tant arribem a una segona **contradicció**.

Per tant, podem afirmar que si  $B_1$  i  $B_2$  són bases de  $F$ ,  $\#B_1 = \#B_2$ .