Instituto Superior Técnico

Licenciatura em Engenharia Eletrotécnica e de Computadores

Probabilidades e Estatística
Resumo Teórico

João Barreiros C. Rodrigues,nº 99968 , aka Ex-Machina,

2º semestre 2022

Contents

1 Definição Axiomática de Probabilidade, segundo Kolmagorov

1.1 Consequências da definição axiomática

Propriedade 0

$$0 \geq P(A) \leq 1, \forall A \in \mathfrak{A} \tag{1}$$

Propriedade 1

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) \iff P(\overline{A}) + P(A) = 1 = P(\Omega) \tag{2}$$

Propriedade 2

$$P(A) = P(A) \iff P(A) - P(A) = 0 \iff P(\varnothing) = 0 = P(\overline{\Omega}) \tag{3}$$

Propriedade 3

$$P(A \backslash B) = P(A) - P(A \cap B) \tag{4}$$

Propriedade 4

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \tag{5}$$

1.2 Definição de Probabilidade Condicionada

Pode definir-se uma probabilidade condicionada com uma simples proposição mental:

"Tendo em conta que ocorreu um evento B, qual a probabilidade do evento A suceder."

Assim têm-se, para um evento B com P(B) $>$ 0:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \tag{6}$$

1.3 Lei das Probabilidades Compostas

$$P(A|B) \times P(B) = P(A \cap B) = P(B|A) \times P(B) \tag{7}$$

Ou para n eventos A$_i$, tal que 0 $<$ P(A$_i$) $\leq$ 1, $\forall$ i, i $\in$ [0, n:]

$$Iwilldothislater \tag{8}$$

1.4 Lei da Probabilidade Total

Se A$_i$, $\forall$ i , i $\in$ [1, n] tal que $\forall$ i, A$_i$ $\in \Omega \wedge$ P(A$_i$)$>$0 então:

$$P(B) = \sum ni = 1P(B|A_i) \times P(A_i), \forall B \in \Omega \tag{9}$$

1.4.1 Teorema de Bayes

Se $A_i \in \Omega$,$\forall$ i , i $\in$ [1, m] formam uma partição de $\Omega talque P(A_i) > 0$, $\forall$ i, , i $\in$ [1, m]. Então para qualquer evento B com P(B)>0 e qualquer j $\in$ [1, m] tem-se:

$$P(A_j|B) = \tag{10}$$

$$\frac{P(B|A_j) \times P(A_j)}{P(B)} = \tag{11}$$

$$\frac{P(B|A_j) \times P(A_j)}{\sum mi = 1P(B|A_i) \times P(A_i)} \tag{12}$$

2 Variáveis Aleatórias

2.1 Axiomática Introdutória

Dado (r, d, P) uma **variável aleatória (v, a) é uma função:**

$$\begin{aligned}
&X : \Omega \longrightarrow \mathbb{R}, \omega \longrightarrow X(\omega)| \\
&X^{-1}([-\infty, n]) = \omega \in \Omega : X(\omega) \leq n \in \mathcal{A}, \forall n \in \mathbb{R}. \\
&\\
&Assim : \\
&P(X = x) : P(\omega \in \Omega : X(\omega) = n)
\end{aligned} \tag{13}$$

2.2 Função de Distribuição e Tipos de variáveis aleatórias

Define-se a função de distribuição (cumulativa) de uma variável aleatória X como:

$$\begin{aligned}
&F_x : \mathbb{R} \longrightarrow [0, 1]| \\
&F_x(n) = P(X^{-1}] - \infty, n]) = P(X \leq n)
\end{aligned} \tag{14}$$

2.2.1 Propriedades das funções de probabilidade

Propriedade 0

$$0 \leq Fx(n) \leq 1, \forall n \in \mathbb{R} \tag{15}$$

Propriedade 1

$$Paran_1 \leq n_2 \Longrightarrow Fx(n_0) \leq Fx(n_1) \therefore F_x \textbf{ é crescente} \tag{16}$$

Propriedade 2

$$lim_{n \to -\infty} F_x(n) = 0 \tag{17}$$

Propriedade 3

$$lim_{n \to +\infty} F_x(n) = 1 \tag{18}$$

Propriedade 4

$$lim_(n \to n_0^+) F_x(n) = F_x(n_0^+) \therefore F_x \textbf{ é contínua à direita} \tag{19}$$

Propriedade 5

$$P(X = n_0) = F_x(n_0) - lim_(n \to n_0^+) F_x(n) \tag{20}$$

Propriedade 6

$$F_x(n_1) - F_x(n_0), P(n_0 < X \leq n_1), forall n_0 < n_1 \tag{21}$$

2.3 Distribuições tipo de probabilidades discretas

2.3.1 Distribuição de Bernoulli

2.3.2 Distribuição binomial

2.3.3 Distribuição geométrica

2.3.4 Distribuição de Poisson

2.4 Distribuições tipo de probabilidades contínuas

2.4.1 Distribuição de uniforme

2.4.2 Distribuição exponencial

2.4.3 Distribuição normal

2.5 Pares Aletórios

2.5.1 Definição

2.5.2 Distribuições Marginais