Data de início	Segunda, 9 Janeiro 2017, 13:32
Estado	Teste enviado
Data de submissão:	Segunda, 9 Janeiro 2017, 15:32
Tempo gasto	1 hora 59 minutos
Nota	**16,48** de um máximo de 20,00 (**82**%)

Pergunta 1

Respondida Pontuou 1,000 de 3,000 Destacar pergunta

Em vários métodos do cálculo numérico é necessário iterar um valor, tipicamente uma variável independente, ao longo de sucessivos pontos de um domínio **[a,b]**, formando uma sucessão

S = { a, x_1, x_2, ..., x_i,..., b }

Discuta as vantagens e desvantagens de usar cada um dos seguintes iteradores (sendo $\mathbf{x_0 = a}$):

1. sendo x e i inteiros,
   $\mathbf{x_{n+1} = x_n + i}$
2. sendo x e **h** floats
   $\mathbf{x_{n+1} = x_n + h}$
3. sendo **x**, $\mathbf{x_0}$ e **h** floats e **i= 0, 1, 2, ...** inteiro
   $\mathbf{x_{n+1} = x_0 + h*i}$
4. sendo **x** float e **m** inteiro
   $\mathbf{x_{n+1} = x_n + 1/2^m}$

Seja conciso e curto na resposta.

- Responda escrevendo ou copiando a sua resposta na zona de texto, e faça aí os comentários que entender necessários;
- Também pode submeter (*drag and drop*) na zona de entrega de ficheiros, um ficheiro com a resposta, indicando na zona de texto "a resposta está no ficheiro xxxxx.xxx".
  o nome do ficheiro deve ser <NomeDoAluno>P<NumeroDaPergunta>.***
  (não inclua os < e >)
  Exemplo: AntonioSilvaP6.m

Escreva sempre algo na zona de texto!

1. Sendo x e i inteiros, ambos têm a grandeza, isto é, ao iterar nunca vai haver erro devido a arrendodamentos, desta forma, podemos ser coerentes e afirmar com certeza a nossa resposta após o algoritmo. Por outro lado, não nos permite ser precisos do resultado, isto é, podemos nunca nos aproximar muito do resultado que procuramos, não somos exigentes na nossa pesquisa. Ao ser uma soma, podemos garantir que não estará tão vulnerável ao erro, mas também poderá demorar mais.

Este iterador é fixo, e certo, o que pode tornar a pesquisa menos precisa no resultado que procuramos e na condição de paragem.

2. Sendo x e i floats, ficamos muito vulneráveis a possíveis erros de arredondamento (embora o facto de ser uma soma, alivie essa situação) o que nos condiciona a exatidão do resultado. Por outro lado, se queremos ser exigentes na nossa pesquisa, é o melhor método, pois sem dúvida que estaremos mais perto do resultado. Incrementamos sempre da mesma forma, o que nos pode limitar perante a pesquisa.

3. sendo **x**, $\mathbf{x_0}$ e **h** floats , podemos concluir a mesma coisa que no ponto 2, mas neste caso, **i** é um inteiro e um expoente, isto faz com que podemos iterar de uma certa forma, para favorecer o nosso resultado, porém, também ficamos mais vulneráveis ao erro de arredondamento.
Porém é complicado determinar o numero de iteracoes.

4. Sendo **x** float e **m** inteiro, vamos iterar da mesma forma que no ponto 3, por isso tem as mesmas vantagens e desvantagens, estando um pouco menos vulneravel ao erro, pois tem menos floats.

Este iterador é o melhor dos 4, pois convertendo para binário (1/2 é multiplo de 2), é o que nos fornece uma melhor precisão a nível de resultado, assim como numero de iterações e da condição de paragem.

Comentário:

Pergunta 2

Correto Pontuou 3,000 de 3,000 Destacar pergunta

Considere o seguinte sistema:

$$\begin{cases} x^2 - y - a &= 0 \\ -x + y^2 - b &= 0 \end{cases}$$

Usando os seguintes valores para os parâmetros

a	b
1.2	1.0

Calcule duas iterações pelo método de Newton, partindo do ponto dado.

x_n	y_n

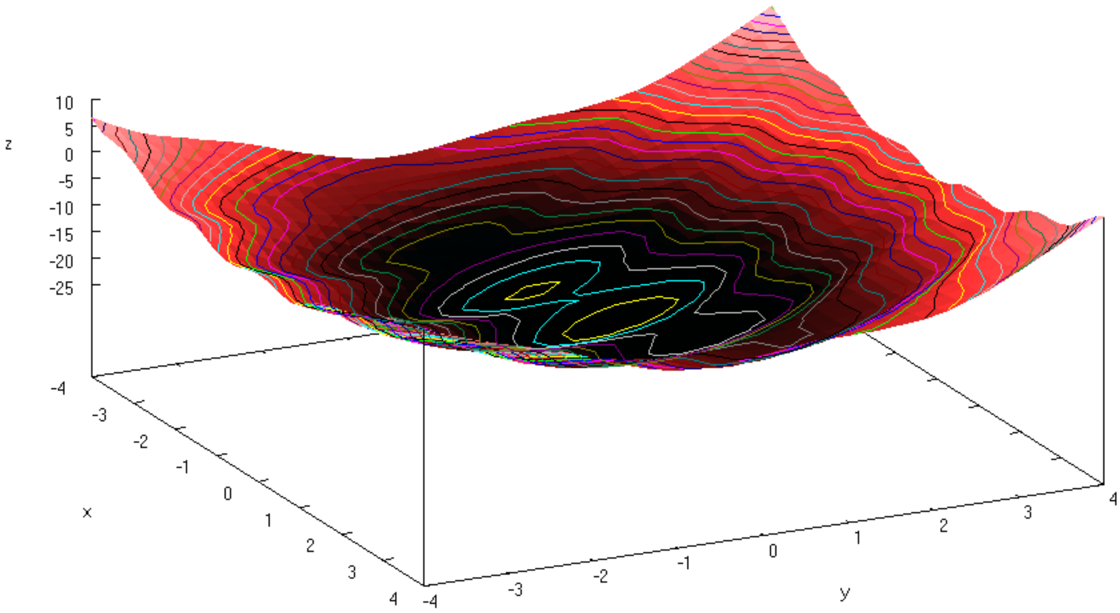
1.00000	1.00000
2,13333	2,06667
1,74580	1,69764

As respostas, numéricas, são na forma de um número em vírgula fixa, usando a vírgula (,) como separador decimal.

Pergunta 3

Respondida Pontuou 2,200 de 3,000 Destacar pergunta

Pretende-se optimizar a função aqui representada:



1. Indique qual o método numérico que utilizaria;
2. Aponte as vantagens deste método em relação aos métodos alternativos;
3. Com base na observação do gráfico, quais as dificuldades que prevê para o desempenho do método escolhido, e qual a estratégia de ultrapassagem dessas dificuldades.

A resposta é um pequeno texto inserido no campo abaixo.

O método numérico mais adequado para a função representada seria o método de Levenberg-Marquerdt, que é uma combinação do método da quádrica e do gradiente.

Este método torna-se especialmente vantajoso nas situações dificeis como de depressões alongadas, porque neste caso, o método da quádrica detecta muito facilmente o alongamento. Assim, o algoritmo utilizado pelo método escolhido é um dos mais rápidos e eficazes que se conhece.

Foi concebido inicialmente para resolver problemas de mínimos quadrados onde resulta particularmente económico pela facilidade, caracteristica deste tipo particular de problema, no cálculo das derivadas e da quádrica osculadora, este método pode ser estendido a casos mais gerais, embora à custa de trabalho de cálculo maior que no caso particularmente fácil dos mínimos quadrados.

Utilizando o método de Levenberg-Marquerdt, começa-se com um valor elevado a λ (em relação à norma de h_{quad} ,isto é, começa-se virtualmente segundo o gradiente e continua-se decrementando o valor de λ enquanto os novos pontos calculados conduzirem a valores decrescentes da função objetivo. Assim, o método aproxima-se progressivamente do da quádrica quando é bem sucedido.

Porém, cada vez que o novo ponto seja mal sucedido (ou seja, quando corresponde a um incremento da função objetivo), o ponto é ignorado, o valor de λ é incrementado e faz-se a nova tentativa.
Deste modo, no decorrer de uma pesquisa tipica, o valor de λ oscila várias vezes ao sabor das irregularidades da superficie até que, chegado às vizinhanças do mínimo, tende a decrescer indefinitivamente; esta circunstância permite determinar o ponto de paragem do algoritmo.
Um dos problemas deste tipo de método é que, frequentemente, existem casos em que as condições físicas ou matemáticas nos forçam a reduzir a busca a valores das variáveis que satisfazem determinadas condições.

Comentário:
1) Certo.

2) Ok.

3) Inc.

Pergunta 4

Parcialmente correto Pontuou 2,285 de 3,000 Destacar pergunta

Seja a seguinte equação:

$$a\,x^7 + b\,x - c = 0$$

Resolva-a numericamente usando o **Método da Corda**, com os seguintes parâmetros:

a	b	c
1	0.5	0.5

Preencha o quadro com os valores calculados para as três primeiras iterações, a partir dos valores iniciais dados:
As respostas, numéricas, são na forma de um número em vírgula fixa, usando a vírgula (,) como separador decimal.

x_e	x_d	x_n	$f(x_e)$	$f(x_d)$	$f(x_n)$
0.000000	0.800000	0.656044	-0.500000	0.109715	-0.119674
0,656044	0,800000	0,731147			
0,731147	0,800000	0,742964			
0,742964	0,800000	0,744755			

Classifique os seguintes critérios de paragem do processo iterativo aplicado, considerando também a função em causa:

Critério de paragem	Aplicabilidade
$\lvert f(x_n) \rvert \leq \epsilon_{max}$	Fundamental
$\lvert f(x_n) - f(x_{n-1}) \rvert \leq \epsilon_{max}$	Aplica-se
$\lvert x_n - x_{n-1} \rvert \leq \epsilon_{max}$	Não se aplica
$\lvert x_n - x_d \rvert \leq \epsilon_{max}$ ou $\lvert x_n - x_e \rvert \leq \epsilon_{max}$	Aplica-se

Pergunta 5

Correto Pontuou 4,000 de 4,000 Destacar pergunta

Calcule dois passos de integração numérica da seguinte equação diferencial de 2ª ordem:

$$\frac{d^2y}{dt^2} = A + t^2 + t\,\frac{dy}{dt}$$

Use a seguinte configuração:

A	h	t_0	y_0	y'_0
0.5	0.25	0	0	1

Calcule usando o **Método de Euler:**

n	t	y
0	0,00000	0,00000
1	0,25000	0,25000
2	0,50000	0,53125

Calcule usando o **Método de Runge-Kutta de 4ª ordem:**

n	t	y
0	0,00000	0,00000
1	0,25000	0,26874
2	0,50000	0,59220

As respostas, numéricas, são na forma de um número em vírgula fixa, usando a vírgula (,) como separador decimal.

Pergunta 6

Correto Pontuou 4,000 de 4,000 Destacar pergunta

O comprimento L do arco de uma curva de equação

$y = f(x)$
entre as abcissas $x = a$ e $x = b$, é dado por:

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + (y')^2}\, dx$$

Pretende-se determinar o comprimento da curva

$y = e^{kx}$

entre $x = a$ e $x = b$, recorrendo aos métodos numéricos de Simpson e dos trapézios.

Partindo dos seguintes dados:

k	a	b	Passo de integração h
1.5	0	2	0.5

Preencha a tabela com os valores correctos:

	M. Trapézios	M. Simpson
h	0.5	0.5
h'	0,25000	0,25000
h''	0.125	0.125
Comprimento do arco L_1=I	20,18313	19,32073
Comprimento do arco L_2=I'	19,51436	19,29144
Comprimento do arco L_3=I''	19,34573	19,28952
Quociente de convergência QC	3,96578	15,22515
Erro estimado ϵ	-0,056212	-0,00012826

As respostas, numéricas, são na forma de um número em vírgula fixa, usando a vírgula (,) como separador decimal.