Data de início	Terça, 24 Janeiro 2017, 17:06
Estado	Teste enviado
Data de submissão:	Terça, 24 Janeiro 2017, 19:06
Tempo gasto	2 horas

Pergunta 1

Respondida Pontuação 3,000 Destacar pergunta

O integral impróprio,

$$\int_a^{+\infty} f(x)dx$$

quando convergente, pode ser aproximado numericamente recorrendo à sua decomposição numa soma de integrais,

$$\int_a^{+\infty} f(x)dx = \int_a^{a_1} f(x)dx + \int_{a_1}^{a_2} f(x)dx + \ldots + \int_{a_n}^{+\infty} f(x)dx$$

de tal maneira que a última parcela

$$\int_{a_n}^{+\infty} f(x)dx$$

seja negligível face ao valor já acumulado.

Os fragmentos de código abaixo, escritos em linguagem **C**, implementam essa decomposição, recorrendo a uma estratégia de passo constante:

a)	b)

float calculaintegral(float inf, float sup) { ...};
....
float S = 0, S0= 0, a = ... , c = ..., eps = ...;
float b = a+c;
 	
do {
    S0 = S;
    S += calculaintegral(a,b);
    a = b;
    b = a+c;
} while (abs(S-S0) > eps);
	float calculaintegral(float inf, float sup) { ...};
	....
	float S = 0, S0= 0, a = ... , c = ..., eps = ...;
	float b = a+c;
	
	while (abs(S0 = calculaintegral(a,b)) > eps) {
	    S + = S0;
	    a = b;
	    b = a+c;
	}

Supondo condições de execução idênticas, nomeadamente **a**, **c** e **eps** iguais em **a)** e **b)**, aponte razões numéricas para que o valor final de **S** em cada um dos códigos possa ser diferente.

A resposta é um (pequeno) texto, submetido abaixo, que será corrigido manualmente.

A razão que leva a que os valores dos integrais seja diferente nos dois exertos é devido as seguintes razoes :
No exerto 1 a condiçao de paragem é a que comparando o valor do integral de iteraçoes anteriores a que esta a ocorrer e no 2 é do valor do integral na iteraçao que esta a ocorrer ser menor que um valor.
Esta diferença faz com que num se o valor dos integrais convergir muito rapidamente , acabara por acabar mais cedo no exerto b) do que no a) o que significa menos uma soma e valores diferentes.
Tambem se o integral convergir muito lentamente no final, o excerto b) pode fazer muitas mais iteraçoes , pois o valor do integral nao se altera muito e pode ser maior que eps, se isso acontecer o exerto b) terá uma maior precisao a costa de mais tempo a calcular.
O exerto b) tambem efetua menos calculos por iterçao porque calcula logo o valor do integral e a condiçao de paragem e que implica uma menor propagaçao de erros.

Pergunta 2

Respondida Pontuação 3,000 Destacar pergunta

Seja dado o integral:

$$\int_a^b \ln((x+1)^{\ln(x+1)})dx$$

Vamos calcular o integral pela regra de Simpson, com um passo de integração $h = 0.5$, sendo $a = 3$ e $b = 5$.

Preencha a tabela:

x_i	$f(x_i)$
3.000	1.92181
3,5	2,262248815493294
4	2,590290393980235
4,5	2,90616605799055
5.000	3,210401995568401
I=	5,164408712910707

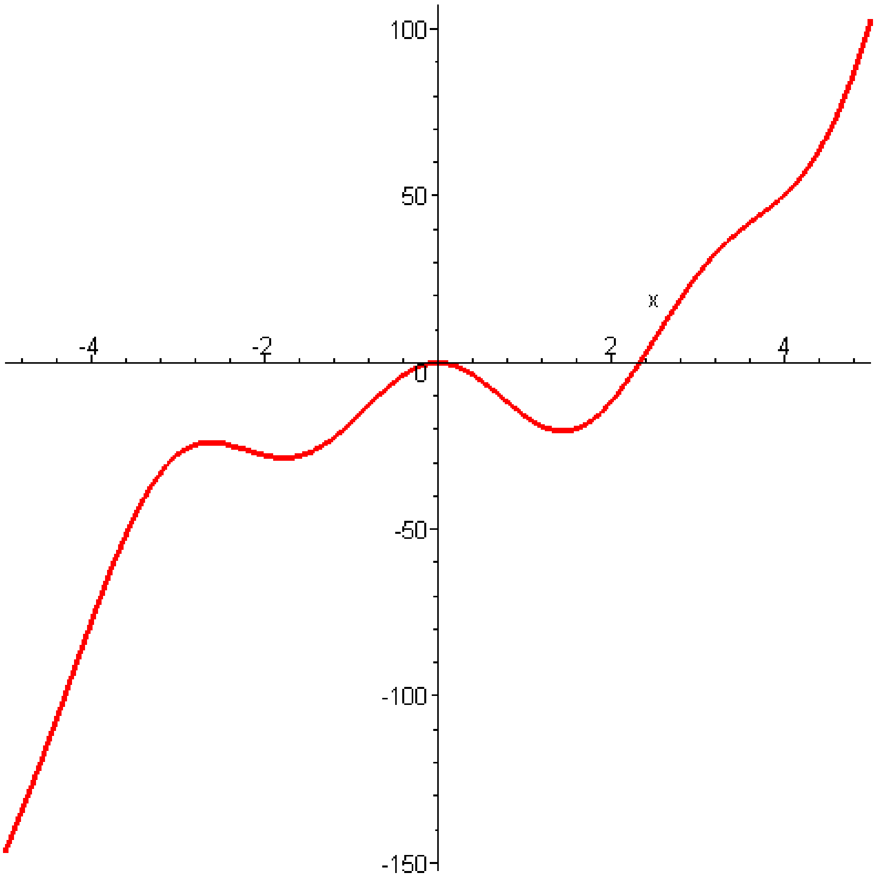
Pergunta 3

Respondida Pontuação 4,000 Destacar pergunta

Considere a seguinte função monovariável, cujos zeros pretendemos determinar:

$$f(x) = -12 + x^3 + 12.005\cos(2x),$$

e cuja representação gráfica no intervalo]-5,5[é a seguinte



1. Descreva, passo por passo, a metodologia a usar para isolar os zeros da função. Indique, à luz da metodologia que preconiza, quantos zeros tem a função no intervalo [-5, 5].
2. Qual o método numérico que utilizaria na determinação da maior raiz real, contida no intervalo dado. Justifique as razões que presidiram à eleição desse método em detrimento dos restantes que estudou.
3. Resolva o problema pelo método que indicou na alínea anterior, com um erro inferior a 10^{-4}. Justifique todos os seus cálculos, bem como os valores que arbitrar.

Responda na caixa de texto, e submeta os cálculos que realizou em ficheiro anexo. Trabalhe com pelo menos 5 casas decimais.

1- A função neste intervalo aparenta ter 2 zeros, um proximo de 0 e outro proximo de 2.
Quanto ao 0 em que x proximo de 0 ,não é bem possivel ver se é um 0 ou não mas com certeza tem um 0 pois tem x^3 na equação.
Para isolar o 0 de maior raiz, usaria um intervalo em que apanha-se a funçao com sinal positivo e negativo pois podia usar metodos como a bisseção ou corda, tambem se usa-se o metodo de picard-peano ou newton tentaria dar um guess a direita daquele minimo local antes de 2 pois o metodo de picard-peano e newton convergeriam lentamente, diria um intervalo de [2,3] e um guess de 2.

Para o 0 proximo de x = 0 como é dificil obter ou um intervalo em que apanhe a funçao com sinal positivo ou sinal negativo e tambem um guess em que converge-se rapidamente. Usaria o metodo de Levenberg-Marquardt com um valor um pouco antes de 0 e daria um itervalo entre -0.5 e 0.5 e tentaria descobrir o maximo local da funçao, se o maximo fosse maior que 0 , temos um 0 proximo dai e tentaria usar outros metodos para o descobrir (como por exemplo o da bisseção dando como intervalo um valor x um pouco menor que 0 e o valor retornado pelo maximo (se fosse maior que 0) assim teria um intervalo que apanha a funçao positiva e negativa).

2- Para determinar a maior raiz real usaria o metodo de Newton, pois o valor absoluto da derivada proximo desse 0 é grande (no 0 de menor raiz já nao usava este metodo pois o valor da derivada seria baixo e convergiria lentamente, usaria outro), assim converge rapidamente. Não usaria o metodo de picard-peano pois o metodo de newton corresponde a melhor iteração do metodo de picard-peano, Tambem podia usar o metodo da bisseção e da corda , mas o de newton é mais efeciente.

3 - Usando um guess de 2, pois é um valor facil de ler no grafico e proximo da raiz, calculando 4 iteraçoes do metodo de newton, vejo que da 3iter-4iter ja tenho uma precisão de 10^-5 pois essas 5 casas decimais nao se alteram.
Aqui estao as intruçoes do maxima:

```
func(x) := float(-12+x^3 + 12.005*cos(2*x))$
diff_func(x) := float( ''(diff( func(x),x)))$
p: [2]$
for i thru 4 do (
   xn : last(p),
   xn_1 : xn - func(xn)/diff_func(xn),
   p : endcons( xn_1, p))$
print(p)$
```

resultado:
[2,   2.392663791092749,   2.330104780303026,   2.329486039873653,   2.329485961396121]

Pergunta 4

Respondida Pontuação 3,000 Destacar pergunta

A **MÁKINA** é uma máquina de calcular, que trabalha em virgula flutuante normalizada em base 10. Representa os números com 3 dígitos de mantissa e 1 dígito de expoente, mais os respectivos sinais.

Visor da **MÁKINA**
+ XXX + X

Foi calculada a expressão

$$5x^3 - 3x^2 + 4x - 2 \text{ , para } x = 2/11$$

usando a máquina de calcular descrita.
Repetindo os cálculos por duas vezes, e sem cometer erros de cálculo ou de operação, obtiveram-se dois resultados diferentes.
Explique como é possível obter os dois resultados, indicando qual é o mais correcto, e como obtê-lo.

2/18 em base 10 (decimal) é igual a uma dizima infinita periodica (0.181818.......) logo qualquer representaçao na maquina leva a um erro porque so pode ter 3 digitos de matissa no maximo , a representaão na maquina seria : 0.181^(10^0) (normalizado) ou seja 181 de matissa e -3 de expoente (valor normalizado) . isso ja leva a um erro na ordem de : -8.181818181818012*10^-4.

Nesta maquina se se tentar somar numeros em que o expoente difera em (se nao me engano) 3 ou 4 , pois ao normalizar (para a soma) iguala a 0 e haverá cancelamento, em que a soma nao aconteçara, isto amplificara em muito qualquer erro (que ja existe visto que nao se consegue representar exatamente o numero 2/11) , portanto a maneira de preceder as operaçoes será de modo a que se somem valores com magnitudes o mais proximas possiveis (os mais pequenos com os mais pequenos e os maiores com os maiores) uma boa extrategia seria ate antes das somas e subtraçoes guardar um valores numa lista ou vetor e dar sort (por valor absoluto) a esse vetor e somar os valores sequencialmente, assim tentariamos garantir que se somava valores com a magnitude mais proxima.
O que leva a diferentes resultados pode ser a ordem da soma dos valores.

Usando o metodo do vetor com sort:

x^3 = (181*10^(-3))^3 = 5929741*10^-9, normalizando e arrendondado = 593*10^-5

x^2 = (181*10^(-3))^2 = 32761*10^-6, normalizando e arrendondado = 328*10^-4

x = (181*10^(-3)),

5*593*10^-5 = 2965*10^-5 normalizando e arrendondado = 297*10^-4

-3*x^2 = -3*328*10^-4 normalizando e arrendondado = -984*10^-4

4*x = 724*10^-3

vector : (-984*10^-4,   297*10^-4   , 724*10^-3,   -2)

somando : -0.134*10^1

Pergunta 5

Respondida Pontuação 3,000 Destacar pergunta

Pretende-se calcular numericamente o mínimo da função w(x,y), usando o método do gradiente.

$$w(x,y) = 6x^2 - 1,7xy + 12y + y^2 - 8x$$

Usando para $x_0 = 3,9$ e para $y_0 = 3,8$, e para o valor de LAMBDA = 0.1

Qual o valor da função ao fim de uma iteração de gradiente?

Resposta: 30,8004484

Pergunta 6

Respondida Pontuação 4,000 Destacar pergunta

A equação diferencial de 1º ordem

$$\frac{dx}{dt} = \sin(ax) + \sin(bt)$$

Parâmetros
a = 2 b = 2

foi integrada numericamente, usando o **Método de Runge-Kutta de 4ª ordem**, tendo sido obtidos os resultados apresentados nas tabelas abaixo.

1ª integração		2ª integração		3ª integração	
t	x	t	x	t	x
1,000	0,000000	1,000	0,000000	1,000	0,00000
1,500	0,516909	1,250	0,252425	1,125	0,1207518239388301
		1,500	0,519715	1,250	0,252528
				1,375	0,3886387084924322
				1,500	0,519902

a) Calcule os valores em falta na tabela.

b) Calcule o valor do Quociente de Convergência para **t = 1.5** 14,96800783503538

c) Com base no Quociente de Convergência pedido na alínea anterior, qual o passo de integração que adoptaria? 0,0625