1. Considere a curva C, em $\mathbb{R}^3$, dada pela função vetorial

$$\overrightarrow{r(t)} = (\sin(t^2), t^2, \cos(t^2)), \quad t \in [0, 2]$$

   (a) Esboce a curva. (to plot: https://christopherchudzicki.github.io/MathBox-Demos/).
   (b) Determine o versor tangente e versor da normal principal a C, no ponto $\mathbf{P} = (1, \frac{\pi}{2}, 0)$.
   (c) Determine a equação cartesiana do plano osculador no ponto $\mathbf{P}$.
   (d) Determine a função comprimento de arco, que determina o comprimento da curva entre o seu ponto inicial e o ponto genérico t, e obtenha o comprimento dessa curva no respectivo domínio.
   (e) Parametrize a curva em função do comprimento de arco.
   (f) Determine o vetor curvatura e a curvatura no ponto $\mathbf{P}$.
   (g) Determine as componentes normal e tangencial do vetor aceleração no ponto $\mathbf{P}$.

2. Considere a função de campo escalar

$$f(x, y, z) = e^{4x^2-1} + 2y(z^3 - 2)$$

   diferenciável numa vizinhança do ponto $\mathbf{P} = \left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}, 0\right)$.

   (a) Obtenha a derivada direccional de f no ponto $\mathbf{P}$, segundo a normal nesse ponto à superfície de equação $2x^2 + y^2 + z^2 = 2x$.
   (b) Determine a direção segundo a qual a taxa de variação de $f(x, y, z)$ em $\mathbf{P}$ é máxima e indique o valor desse máximo. Justifique convenientemente.
   (c) Determine a equação do plano tangente e equação da reta normal à superfície de nível $f(x, y, z) = 1$ no ponto $\mathbf{P}$.

3. Supondo que a equação:

$$\sin(x^2 y) - zy^2 + xe^z = e$$

   define z como função implícita de x e y, numa vizinhança do ponto $\mathbf{P} = (1, 0, 1)$ determine $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ e $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ no ponto $\mathbf{P}$.

4. Seja $w = f(x, y, z) = xy + yz^2$. Sabendo que $x = g(z, t) = zt$ e $y = h(z, t) = z + e^t$, utilize a regra da derivação em cadeia para obter as derivadas parciais $\frac{\partial w}{\partial t}$, $\frac{\partial w}{\partial z}$ e $\frac{\partial^2 w}{\partial t \partial z}$. Desenhe a árvore diagrama para o cálculo dessas derivadas parciais.

5. Verifique a existência do limite da função (to plot: https://c3d.libretexts.org/CalcPlot3D/index.html)

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{(x+y)^2}{x^2+y^2},$$

   avaliando, por exemplo, o limite

   (a) ao longo do eixo do xxx (y=0);
   (b) ao longo do eixo do yyy (x=0);
   (c) ao longo de x=y.