Prova sem consulta. Duração: 1h30m (15m de tolerância). 1ª Prova de Avaliação

*** Todas as folhas devem ser identificadas com o nome completo. Justifique adequadamente todos os cálculos que efetuar;**
*** A entrega da prova e a desistência só serão possíveis após 1 hora do início da prova;**
*** Não se pode utilizar telemóveis, máquinas de calcular e microcomputadores;**
*** Resolva cada um dos dois grupos utilizando folhas de capa distintas. Em cada pergunta da prova é apresentada a cotação prevista.**

GRUPO I

1. [**3,5**] Seja a curva, *C*, parametrizada por $\vec{r}(t)=\left(\operatorname{sen}(2t),\pi-t,1-\cos(2t)\right)$, $t\in[0,\pi]$. Sejam os pontos $P=(0,\pi/2,2)$ e $Q=(\sqrt{3}/2,2\pi/3,3/2)$. Determine:

a) O versor da tangente a *C* no ponto *P*.

b) O comprimento do arco de C compreendido entre os pontos *Q* e *P*.

2. [**4**] Seja a função escalar $f(x,y,z)=x^2-z-xy$ e a superfície, *S*, $y^2+z^2=x$.

a) Calcule a derivada direcional de *f* no ponto $P=(4,2,0)$ segundo a normal exterior a *S* neste ponto.

b) Em que direção *f* tem a mínima taxa de variação no ponto *P*? Qual o valor dessa taxa mínima? Justifique.

3. [**3,5**] Seja a função $f(x,y)=y^3+3xy+x^2-x$. Determine e classifique os seus pontos críticos.

GRUPO II

4. [**4**] Sabendo que a equação $yz-y-3z^2+\ln(x)=-2$ define, de modo implícito, $z=z(x,y)$ como função de x e de y na vizinhança do ponto $P=(1,2,0)$, obtenha as derivadas $\dfrac{\partial z}{\partial y}$ e $\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ em *P*.

5. [**3**] Considere a função escalar:

$$f(x,y)=\frac{yx^2}{x^4+y^2}\ ,\ (x,y)\neq(0,0).$$

a) Determine o limite de *f* no ponto (0,0), ao longo da reta $y=mx$, $m\neq 0$.

b) Existirá limite no ponto (0,0)? Justifique.

....*(continua no verso)*

6. [**2**] Seja a curva, C, parametrizada por $\vec{r}(t)$, $t \in \mathbb{R}$.

a) Defina os versores que determinam o triedro de Frenet num ponto de C.

b) Mostre que se C é uma curva regular e plana, então $\vec{N}'(t) = -k(t)\, \vec{r}'(t)$, em que $k(t)$ é a sua curvatura.