Universidade do Minho
Dep. de Matemática

Cálculo I
Trabalho de Grupo

Eng. Informática
26/11/2007
[2h 00m]

Nome | | Número | |
Nome | | Número | |

Exercício 1. Represente os conjuntos seguintes na forma de intervalos ou união de intervalos:

a) $\{x \in \mathbb{R} : |1 + x| < |3 - x|\}$;

b) $\left\{x \in \mathbb{R} : \dfrac{x^2 - 3x - 1}{2 - x} \geq 1\right\}$.

Exercício 2. Em cada alínea apresente um exemplo ou justifique porque não existe:

a) um subconjunto de $\mathbb{R}$, finito, com tantos racionais quantos irracionais;

b) um subconjunto de $\mathbb{R}$, numerável, com tantos racionais quantos irracionais.

Exercício 3. Considere o conjunto $A =]0,1] \cap \mathbb{Q}$. Indique, justificando, se as proposições seguintes são verdadeiras ou falsas:

a) o conjunto A é finito;

b) o conjunto A é aberto;

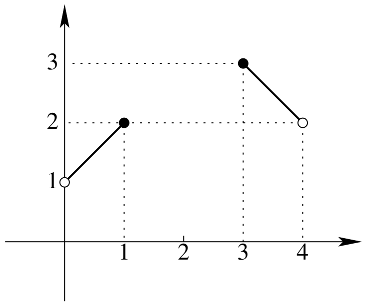
c) o conjunto A é fechado;

d) o conjunto A é limitado;

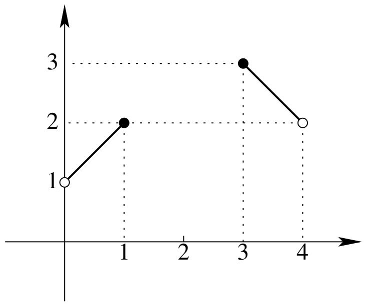
e) o conjunto A tem mínimo.

Exercício 4. Considere a função $f :]0,1] \cup [3,4[\longrightarrow \mathbb{R}$ cujo gráfico se apresenta nas figuras. Represente graficamente ou justifique porque não existe:

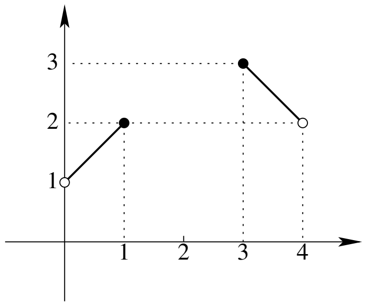
a) um prolongamento contínuo mas não derivável de f ao intervalo $]0,4[$;



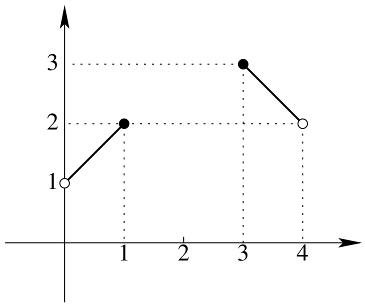
b) um prolongamento de f ao intervalo $]0,4[$ que seja derivável;



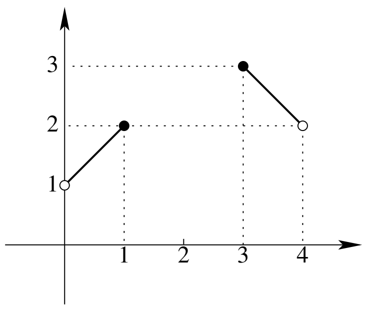
c) um prolongamento f ao intervalo $]0,4[$ que seja derivável mas cuja derivada nunca se anula;



d) um prolongamento de f ao intervalo $]0,4[$ cujo contradomínio seja $\mathbb{R}^+$;



e) um prolongamento de f ao intervalo $]0,4[$ que seja injectivo.



Exercício 5. Calcule os limites seguintes:

a) $\lim_{x \to 2} \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+2}-2}$;

b) $\lim_{x \to 0} \frac{\cos x - \operatorname{sen} x - e^x}{x^3}$.

Exercício 6. Calcule o polinómio de Taylor de ordem 3, em torno de 0, da função $f(x) = x \cos x$.

Exercício 7. Considere os polinómios $P(x) = 1 - x + x^2$ e $Q(x) = 1 - x + x^2 + x^3$. Indique, justificando, se $P(x)$ e $Q(x)$ poderão ser respectivamente os polinómios de Taylor de ordem 2 e 3, em torno de 1, de alguma função.