Ex. 3: $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 1 + x_2 - x_3 \\ - \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ 2 + 2x_2 - 2x_3 + 2x_2 - 2x_3 = 2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} - \\ 4x_2 - 4x_3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ x_2 = x_3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = x_3 \end{cases}$

Qualquer vector da forma $\begin{pmatrix} 1 \\ x_2 \\ x_2 \end{pmatrix}$ com $x_2 \in \mathbb{R}$ é solução do sistema, donde tem uma infinidade de soluções.

Definição: Um sistema de equações lineares diz-se <u>possível</u> se tem uma ou mais soluções. Diz-se <u>impossível</u> caso contrário.

Definição: Um sistema de equações lineares possível diz-se <u>determinado</u> se tiver uma só solução e <u>indeterminado</u> se tiver mais do que uma solução.

Ex. 1 → Sistema possível determinado
Ex. 2 → " impossível
Ex. 3 → " possível indeterminado

Existência e Unicidade de Solução

As condições a apresentar para que um sistema $A\underline{x} = \underline{b}$ tenha solução fazem uso do conceito de <u>Característica de uma matriz</u>

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$ matriz de ordem $m \times n$

as colunas podem ser consideradas como vectores de $\mathbb{R}^m$ → geram um subespaço de $\mathbb{R}^m$ e a dimensão desse subespaço é o n.º máximo de colunas <u>linearmente independentes</u> (l.i.) de A.

Definição: Seja $\underline{A}$ uma matriz de ordem $m \times n$. Designe-se por $R(A)$ o subespaço gerado pelas colunas de $\underline{A}$. A dimensão de $R(A)$ chama-se <u>característica de A</u> e denota-se por $c(A)$.

Analogamente, podemos considerar as linhas de $\underline{A}$ como vectores de $\mathbb{R}^n$. Geram assim um subespaço de $\mathbb{R}^n$, que se representa por $R(A^T)$, que coincide com o espaço gerado pelas colunas da matriz transposta de A.