(vii) $(\alpha\beta)p_0 = (\alpha\beta)a_0 + (\alpha\beta)a_1 x + \dots + (\alpha\beta)a_n x^n$

$= \alpha(\beta a_0) + \alpha(\beta a_1)x + \dots + \alpha(\beta a_n)x^n = \alpha(\beta p_0)$

assoc. da multiplicação em $\mathbb{R}$

(viii) $1 \cdot p_0 = 1.a_0 + 1.a_1 x + \dots + 1.a_n x^n = a_0 + a_1 x + \dots + a_n x^n = p_0$

el.$^{\underline{o}}$ neutro da multiplicação em $\mathbb{R}$

Exerc. 2.6: $C([a,b]) \to$ funções reais de variável real contínuas em $[a,b]$

onde a soma se define, $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$, $x \in [a,b]$

e o produto por um escalar, $(\alpha f)(x) = \alpha f(x)$, $x \in [a,b]$

(i) $(f+g)(x) = f(x) + g(x) = g(x) + f(x) = (g+f)(x)$

comutatividade de "+" em $\mathbb{R}$

(ii) $((f+g)+h)(x) = (f+g)(x) + h(x) = f(x) + g(x) + h(x) =$

$= f(x) + (g(x) + h(x)) = f(x) + (g+h)(x) = (f+(g+h))(x)$

assoc. de "+" em $\mathbb{R}$ $\qquad \forall f, g, h \in C([a,b])$

(iii) Seja $\underset{\sim}{0}$ a função nula, i.e., $\underset{\sim}{0} : [a,b] \longrightarrow \mathbb{R}$

$x \longmapsto 0$

$(f + \underset{\sim}{0})(x) = f(x) + \underset{\sim}{0}(x) = f(x) + 0 = f(x)$

el.$^{\underline{o}}$ neutro de "+" em $\mathbb{R}$

$(\underset{\sim}{0} + f)(x) = \underset{\sim}{0}(x) + f(x) = 0 + f(x) = f(x)$

(iv) $(f + (-f))(x) = f(x) + (-f)(x) = f(x) - f(x) = 0$

(v) Seja $\alpha \in \mathbb{R}$. $\alpha(f+g)(x) = \alpha(f(x) + g(x)) = \alpha f(x) + \alpha g(x)$

dist. em $\mathbb{R}$ $\qquad = (\alpha f + \alpha g)(x)$

(vii) Sejam $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. $((\alpha\beta) f)(x) = (\alpha\beta) f(x) = \alpha(\beta f(x)) = \alpha(\beta f)(x)$

assoc. de multiplic. em $\mathbb{R}$

(vi) $((\alpha+\beta) f)(x) = (\alpha+\beta) f(x) = \alpha f(x) + \beta f(x) = (\alpha f)(x) + (\beta f)(x)$

dist. em $\mathbb{R}$ $\qquad = (\alpha f + \beta f)(x)$

el. neutro mult. em $\mathbb{R}$

(viii) $(1 f)(x) = 1 f(x) = f(x)$