Ex.: $A=\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ não tem inversa. Procuremos $X=\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix}$ tal que $AX = XA = I_2$. Tem-se $AX = \begin{pmatrix} 2x_{11}+2x_{21} & 2x_{12}+2x_{22} \\ x_{11}+x_{21} & x_{12}+x_{22} \end{pmatrix}$ e para que $AX = I_2$, então

$$\begin{cases} 2x_{11}+2x_{21}=1 \\ x_{11}+x_{21}=0 \\ 2x_{12}+2x_{22}=0 \\ x_{12}+x_{22}=1 \end{cases}, \text{i.e.,} \begin{cases} x_{11}+x_{21}=1/2 \\ x_{12}+x_{22}=0 \\ x_{11}+x_{21}=0 \\ x_{12}+x_{22}=1 \end{cases}$$

logo o sistema não tem solução e, portanto, não existe nenhuma matriz de 2ª ordem X tal que $AX = I_2$

Uma matriz quadrada que não tem inversa diz-se <u>singular</u> ou <u>não invertível</u>. (estudaremos condições para que uma matriz quadrada seja invertível)

Como o uso da definição não é um método computacionalmente eficiente para calcular a inversa de uma matriz, estudaremos métodos para determinar a inversa.

Definição: Dada uma matriz de ordem $m \times n$, a matriz cujas colunas são as linhas de A pela ordem correspondente, diz-se transposta de A e representa-se por A^T.

Ex.: Se $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ então $A^T = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

Note-se que A^T é uma matriz de ordem $n \times m$ e os seus elementos são dados por a_{ji} $(j=1,\dots,n \,;\, i=1,\dots,m)$

Propriedades:

Sejam A e B matrizes e α um número. Se as operações abaixo forem definidas, então,

(i) $(A^T)^T = A$

(ii) $(A+B)^T = A^T + B^T$

(iii) $(\alpha A)^T = \alpha A^T$

(iv) $(AB)^T = B^T A^T$

(v) $(A^{-1})^T = (A^T)^{-1}$