Ex.: Determinar os valores próprios das seguintes matrizes

$$B = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -1 \\ -7 & 5 & -1 \\ -6 & 6 & -2 \end{pmatrix} \qquad \det(B - \lambda I_3) = 0 \Leftrightarrow \det\begin{pmatrix} -3-\lambda & 1 & -1 \\ -7 & 5-\lambda & -1 \\ -6 & 6 & -2-\lambda \end{pmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow (-3-\lambda)\det\begin{pmatrix} 5-\lambda & -1 \\ 6 & -2-\lambda \end{pmatrix} - \det\begin{pmatrix} -7 & -1 \\ -6 & -2-\lambda \end{pmatrix} +$$

$$+ (-1)\det\begin{pmatrix} -7 & 5-\lambda \\ -6 & 6 \end{pmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow (-3-\lambda)\left((5-\lambda)(-2-\lambda) - (-1)\times 6\right) - \left(-7(-2-\lambda) - (-6)(-1)\right) - \left(-7\times 6 - (5-\lambda)(-6)\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow (-3-\lambda)(-10-5\lambda+2\lambda+\lambda^2+6) - (14+7\lambda-6) - (-42+30-6\lambda) = 0$$

$$\Leftrightarrow (-3-\lambda)(\lambda^2-3\lambda-4) - (7\lambda+8) - (-6\lambda-12) = 0$$

$$\Leftrightarrow \cancel{-3\lambda^2} + 9\lambda + 12 - \lambda^3 + \cancel{3\lambda^2} + 4\lambda - 7\lambda - 8 + 6\lambda + 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow -\lambda^3 + 12\lambda + 16 = 0$$

Regra de Ruffini:

	−1	0	12	16
−2	↓	2	−4	−16
	−1	2	8	0

$\lambda = -2$ é uma raiz

$$-\lambda^3 + 12\lambda + 16 = 0 \Leftrightarrow (\lambda+2)(-\lambda^2+2\lambda+8) = 0$$

$$\Leftrightarrow \lambda+2=0 \lor -\lambda^2+2\lambda+8=0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{-2 \pm \sqrt{4+32}}{-2} \Leftrightarrow \lambda = \frac{-2+6}{-2} \lor \lambda = \frac{-2-6}{-2}$$

$$\Leftrightarrow \lambda = -2 \lor \lambda = 4$$

valores próprios de B: -2 e 4

-2 ↓ ocorre duas vezes → multiplicidade $\underline{2}$.

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 7 & 0 \\ 0 & 9 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Como C é uma matriz triangular, os valores próprios correspondem aos el^{tos} da diagonal. Neste caso, 1 e 7

1 ↙ ocorre $\underline{3}$ vezes → multiplicidade = 3