Definição: Seja A uma matriz quadrada. $\underset{=}{A}$ diz-se simétrica se e só se, $A^T = A$

Logo, se $\underset{=}{A}$ é simétrica, $a_{ij} = a_{ji}$ $(i, j = 1, \dots, n)$

Ex.: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3/2 & 0 & 1 \\ 0 & 0.7 & 0.3 \\ 1 & 0.3 & \sqrt{2} \end{pmatrix}$

É fácil ver que, se $\underset{=}{A}$ é simétrica e invertível, então A^{-1} é simétrica pois

$$(A^{-1})^T = (A^T)^{-1} = A^{-1}$$

Ex.: $A = \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & -1/2 \\ 1/2 & \sqrt{3}/2 \end{pmatrix}$

$$A A^T = \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & -1/2 \\ 1/2 & \sqrt{3}/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & 1/2 \\ -1/2 & \sqrt{3}/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{4} + \frac{1}{4} & \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4} \\ \sqrt{3}/4 - \sqrt{3}/4 & \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$$

Também se tem $A^T A = I_2$. Neste exemplo, a transposta da matriz dada é a sua inversa, i.e., $A^T = A^{-1}$

Definição: Seja A uma matriz real de ordem $\underset{=}{n}$. $\underset{=}{A}$ diz-se ortogonal se $A^T A = A A^T = I_n$

Donde, se $\underset{=}{A}$ é ortogonal, então $\underset{=}{A}$ é invertível e $A^{-1} = A^T$

Ex.: A matriz $R_\alpha = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\operatorname{sen}\alpha \\ \operatorname{sen}\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$ é ortogonal

$$\overbrace{\begin{pmatrix} \cos\alpha & -\operatorname{sen}\alpha \\ \operatorname{sen}\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}}^{R_\alpha} \overbrace{\begin{pmatrix} \cos\alpha & \operatorname{sen}\alpha \\ -\operatorname{sen}\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}}^{R_\alpha^T} = \begin{pmatrix} \cos^2\alpha + \operatorname{sen}^2\alpha & \operatorname{sen}\alpha\cos\alpha - \operatorname{sen}\alpha\cos\alpha \\ \operatorname{sen}\alpha\cos\alpha - \operatorname{sen}\alpha\cos\alpha & \operatorname{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Matrizes Especiais:

Definição: Uma matriz $A = (a_{ij})$ quadrada diz-se uma matriz diagonal, se todos os elementos fora da diagonal são nulos, i.e., $i \neq j \Rightarrow a_{ij} = 0$