**Teorema**: Seja $\underline{\underline{A}}$ uma matriz. O número máximo de linhas linearmente independentes é igual ao número máximo de colunas linearmente independentes.

**Dem.**: (construção de um processo de cálculo da característica de uma matriz)

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$ matriz de ordem $m \times n$ não nula

Começamos por mostrar que se realizarmos sobre $\underline{A}$ operações elementares é possível transformá-la numa matriz da forma:

$$(*) \quad \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \cdots & \alpha_{1k} & \alpha_{1,k+1} & \cdots & \alpha_{1n} \\ 0 & \alpha_{22} & \cdots & \alpha_{2k} & \alpha_{2,k+1} & \cdots & \alpha_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \alpha_{kk} & \alpha_{k,k+1} & \cdots & \alpha_{kn} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}, \quad \alpha_{ii} \neq 0, \; i=1,\dots,k \; (k \leq n)$$

podendo deixar de existir as linhas de zeros

Provaremos depois que esta matriz tem característica $\underline{\underline{k}}$.

* Note-se que esta matriz resulta da matriz $\underline{A}$ por operações elementares, pelo que, o n.º máximo de linhas $\underline{\underline{l.i.}}$, i.e., a característica é a mesma de A.

Se $a_{11} = 0$, por troca de linhas ou colunas leva-se à posição (1,1) um el.º de A não nulo. Como $A \neq O_{m\times n}$ esse el.º existe.

A matriz $\underline{\underline{A}}$ é depois transformada na matriz

$$A^{(1)} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22}^{(1)} & \cdots & a_{2n}^{(1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & a_{m2}^{(1)} & \cdots & a_{mn}^{(1)} \end{pmatrix}$$ onde $a_{ij}^{(1)} = a_{ij} - \dfrac{a_{i1}}{a_{11}} a_{1j}$

$(i=2,\dots,m;\; j=2,\dots,n)$

Isto é, cada linha $\underline{\underline{i}}$ de $\underline{\underline{A}}$ é substituída pela sua diferença com a 1.ª linha multiplicada por $a_{i1}/a_{11}$ $(a_{11} \neq 0)$