

Ex.: Se  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}_{3 \times 2}$  e  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}_{2 \times 4}$  então

$$AB = \begin{pmatrix} 1 \times 1 + 2 \times 5 & 1 \times 2 + 2 \times 6 & 1 \times 3 + 2 \times 7 & 1 \times 4 + 2 \times 8 \\ -1 \times 1 + 1 \times 5 & -1 \times 2 + 1 \times 6 & -1 \times 3 + 1 \times 7 & -1 \times 4 + 1 \times 8 \\ 0 \times 1 + (-1) \times 5 & 0 \times 2 + (-1) \times 6 & 0 \times 3 + (-1) \times 7 & 0 \times 4 + (-1) \times 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 14 & 17 & 20 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \\ -5 & -6 & -7 & -8 \end{pmatrix}$$

## Propriedades do Produto de Matrizes

Sejam  $A, B$  e  $C$  matrizes e  $\alpha$  um número. Se todas as operações a seguir indicadas forem definidas, então,

- (i)  $(AB)C = A(BC)$
- (ii)  $A(B+C) = AB + AC$
- (iii)  $(A+B)C = AC + BC$
- (iv)  $\alpha(AB) = (\alpha A)B = A(\alpha B)$

A multiplicação de matrizes não é comutativa:

Se  $A$  é de ordem  $m \times l$  e  $B$  é de ordem  $l \times m$ , o produto  $AB$  é definido e, neste caso,  $AB$  é de ordem  $m \times m$ .

Contudo  $BA$  não é definido, a não ser que  $m = l$ . Neste caso,  $BA$  será de ordem  $l \times l$ . Logo  $AB$  e  $BA$  só terão a mesma ordem se  $m = l = m$ . No entanto, mesmo neste caso, em geral,  $AB \neq BA$ .

Ex.:  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$   $B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  tem-se  $AB = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$  e  $BA = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

Quando se tem  $AB = BA$ , as matrizes  $A$  e  $B$  dizem-se comutáveis.

Definição: A matriz quadrada de ordem  $n$  cujos elementos da diagonal são todos iguais a 1 e os restantes iguais a 0, é-se o nome de matriz identidade de ordem  $n$  e representa-se por  $I_n$ .

Ex.:  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $I_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$