Logo, as 1.^{as} $\underline{\underline{k}}$ linhas de $A^{(k)}$ são $\underline{\text{l.i.}}$ e não há mais do que $\underline{\underline{k}}$ porque então seria incluída pelo menos uma linha ~~não~~ nula.

De modo análogo se prova que as primeiras $\underline{\underline{k}}$ colunas de $A^{(k)}$ são $\underline{\text{l.i.}}$. Para provar que não há mais do que $\underline{\underline{k}}$ colunas $\underline{\underline{\text{l.i.}}}$ considere-se de novo $A^{(k)}$

Substituindo cada coluna i $(i \geq 2)$ pela sua diferença com a 1.ª coluna multiplicada por a_{1i}/a_{11}, obtém-se

$$\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22}^{(1)} & \cdots & a_{2k}^{(1)} & \cdots & a_{2n}^{(1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{kk}^{(k-1)} & \cdots & a_{kn}^{(k-1)} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

Depois, substitui-se cada coluna i $(i \geq 3)$ pela sua diferença com a 2.ª coluna multiplicada por $a_{2i}^{(1)}/a_{22}^{(1)}$, e assim sucessivamente, obtém-se a matriz

$$\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22}^{(1)} & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{kk}^{(k-1)} & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

e que, portanto, não tem mais do que $\underline{\underline{k}}$ colunas $\underline{\underline{\text{l.i.}}}$

Como foi obtida de $A^{(k)}$ por operações elementares sobre colunas, então também o n.º máximo de colunas $\underline{\text{l.i.}}$ de $A^{(k)}$ é $\underline{k}$.

Uma vez que $A^{(k)}$ também é obtida de A por operações elementares, então o n.º máximo de colunas $\underline{\text{l.i.}}$ de A é $\underline{\underline{k}}$, assim como o n.º máximo de linhas $\underline{\text{l.i.}}$.

Conclusão: Se uma matriz tiver a forma em (*) com $\alpha_{ii} \neq 0$ $(i=1,\dots,k)$, então a sua característica é $\underline{k}$; Dada uma matriz não nula, para calcular a sua característica pode-se reduzi-la à forma (*) por meio de operações elementares