



Universidade do Minho  
Dep. de Matemática

## Cálculo I

Trabalho Individual

Eng. Informática

1/2/2008  
[2h 00m]

Nome

Número

Exercício 1. [5 valores] Indique, justificando, se cada uma das alíneas seguintes é verdadeira ou falsa:

a)  $\{x \in \mathbb{R} : |x + 3| < |x + 2|\} = \emptyset$ ;

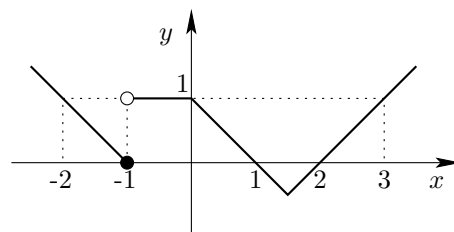
b) a função  $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$  tal que  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x$ , é injectiva no intervalo  $[-1, 0]$ ;

c) se  $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$  é tal que  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$ , então  $\lim_{x \rightarrow 0} |f(x)| = 0$ ;

d) se  $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$  é integrável,  $f(-1) = -1$  e  $f(1) = 1$ , então  $\exists c \in ]-1, 1[$  tal que  $f(c) = 0$ ;

e) se  $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$  é derivável  $f(-1) = -1$  e  $f(1) = 1$ , então o comprimento do gráfico da função entre os pontos de abcissa  $-1$  e  $1$  nunca será inferior a  $2\sqrt{2}$ .

Exercício 2. [5 valores] Considere a função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  cujo gráfico se apresenta na figura. Em cada alínea apresente o(s) elemento(s) pedido(s) ou justifique porque não existe(m):



a)  $a \in \mathbb{R}$  onde  $f$  é descontínua;

b)  $a \in \mathbb{R}$  onde  $f$  é contínua mas não é derivável;

c)  $a \in \mathbb{R}$  tal que  $f'(a) = 0$ ;

d)  $a, b \in \mathbb{R}$ , com  $a < b$  tais que  $f$  é monótona crescente em  $[a, b]$ ;

e)  $a, b \in \mathbb{R}$ , com  $a < b$  tais que  $\int_a^b f(x) dx = 0$ ;

f)  $a, b \in \mathbb{R}$ , com  $a < -1 < b$  tais que  $\int_a^b f(x) dx = 1$ .

Exercício 3. [2 valores] Calcule  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \operatorname{sen} x - x}{4x^2}$ .

Exercício 4. [2 valores] Seja  $f$  uma função cujo polinómio de Taylor de ordem 3, em torno de 1, é  $x^3$ . Determine o polinómio de Taylor de ordem 2, em torno de 1, da função  $g(x) = f(x) - x$ .

Exercício 5. [2 valores] Calcule apenas um dos seguintes integrais:

a)  $\int \frac{e^x}{4 + e^{2x}} dx$ ;

b)  $\int \frac{x + 1}{2x^2 + x} dx$ .

Exercício 6. [2 valores] Calcule a área da região do plano limitada pelas curvas de equações  $x = 0$ ,  $x = 1$ ,  $y = x^2$  e  $y = x - x^2$ .

Exercício 7. [2 valores] Sejam  $a \in \mathbb{R}$  e  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  contínuas e tais que

$$\int_a^x f(t) dt = \int_{a-x}^0 g(a-t) dt, \text{ para todo } x \in \mathbb{R}.$$

Mostre que  $f = g$ , justificando convenientemente a sua resposta.