**Cálculo de Programas**

2.º Ano de LCC+LEI (Universidade do Minho)
Ano Lectivo de 2012/13

Miniteste — 22 de Maio de 2013
16h00
Salas CP2 201, 202, 203 e 204

---

*Este miniteste consta de **6** questões que valem, cada uma, 2 valores. O tempo médio estimado para resolução de cada questão é de 15 min.*

PROVA SEM CONSULTA (90m)

**Questão 1** Considere as funções seguintes:

$$f = [i_1 \cdot i_1 \ , i_2 + id]$$
$$g = [id + i_1 \ , i_2 \cdot i_2]$$

Identifique (justificadamente) os seus tipos e mostre que $f \cdot g = id$.

---

**Questão 2** Seja dada uma função $\delta$ da qual só sabe duas propriedades: $\pi_1 \cdot \delta = id$ e $\pi_2 \cdot \delta = id$. Mostre que, necessariamente, $\delta$ satisfaz também a propriedade natural $(f \times f) \cdot \delta = \delta \cdot f$.

---

**Questão 3** Demonstre a seguinte propriedade do combinador condicional de McCarthy:

$$(f + g) \cdot (p \to i_1 \cdot h, i_2 \cdot k) \quad = \quad p \to i_1 \cdot f \cdot h, i_2 \cdot g \cdot k$$

---

**Questão 4** A função $\pi_2 : A \times B \to B$ é binária e, como tal, faz sentido a sua versão "curried" $\overline{\pi_2} : A \to (B \to B)$. Usando as leis da exponenciação mostre que, qualquer que seja $f$,

$$\overline{\pi_2} \cdot f = \overline{\pi_2}$$

Logo $\overline{\pi_2}$ é uma função constante. Qual?

---

**Questão 5** A função factorial pode definir-se com recurso a uma função auxiliar:

$$fac\ 0 = 1$$
$$fac\ (n+1) = fsuc\ n \times fac\ n$$
$$fsuc\ 0 = 1$$
$$fsuc\ (n+1) = fsuc\ n + 1$$

Recorrendo à lei de recursividade múltipla (entre outras) derive desse par de funções a seguinte implementação de $fac$ como um ciclo-for:

$$fac = \pi_2 \cdot facfor$$
$$facfor = \mathsf{for}\ \langle (\mathsf{succ} \cdot \pi_1), mul \rangle\ (1, 1)$$

em que $facfor = \langle fsuc, fac \rangle$, $\mathsf{succ} = (1+)$ e $mul\ (n, m) = n \times m$. **NB:** Recorde que todo o ciclo-for é um catamorfismo de naturais: $\mathsf{for}\ f\ k = (\![ [\underline{k}\ , f] ]\!)$.

---

**Questão 6** Quem programou a função seguinte

$$f :: \mathsf{LTree}\ a \rightarrow \mathbb{N}_0$$
$$f\ (Leaf\ a) = 0$$
$$f\ (Fork\ (t, t')) = max\ (f\ t, f\ t')$$

deve ter-se enganado: $f$ dará sempre $0$ como resultado. Identifique o gene $g$ do catamorfismo $f = (\![ g ]\!)$ e mostre que, de facto, $(\![ g ]\!) = \underline{0}$.

---