Se $a_{22}^{(1)} = 0$, por troca de linhas ou colunas coloca-se na posição $(2,2)$ um el.^{to} não nulo que se encontre no bloco $\begin{pmatrix} a_{22}^{(1)} & \cdots & a_{2n}^{(1)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m2}^{(1)} & \cdots & a_{mn}^{(1)} \end{pmatrix}$

Se não existir, a matriz $A^{(1)}$ terá a forma da matriz em $(*)$ com $K=1$.

Se $a_{22}^{(1)} \neq 0$, a matriz $A^{(1)}$ é depois transformada na matriz

$$A^{(2)} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22}^{(1)} & a_{23}^{(1)} & \cdots & a_{2n}^{(1)} \\ 0 & 0 & a_{33}^{(2)} & \cdots & a_{3n}^{(2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & a_{m3}^{(2)} & \cdots & a_{mn}^{(2)} \end{pmatrix} \quad \text{onde } a_{ij}^{(2)} = a_{ij}^{(1)} - \left(\frac{a_{i2}^{(1)}}{a_{22}^{(1)}}\right) a_{2j}^{(1)}$$

$i = 3, \ldots, m$; $j = 3, \ldots, n$

I.e., a linha i $(i \geq 3)$ de $A^{(1)}$ é substituída pela sua diferença com a 2ª linha multiplicada por $a_{i2}^{(1)}/a_{22}^{(1)}$

O processo repete-se até se obter uma matriz

$$A^{(K)} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1K} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22}^{(1)} & \cdots & a_{2K}^{(1)} & \cdots & a_{2n}^{(1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{KK}^{(K-1)} & \cdots & a_{Kn}^{(K-1)} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

podendo não existir as linhas de zeros $(K = m)$

Então $A^{(K)}$ tem a forma da matriz dada em $(*)$

Vamos agora mostrar que as 1.^{as} $\underline{\underline{K}}$ linhas são $\underline{\underline{l.i.}}$

De, $\beta_1 \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{12} \\ \vdots \\ a_{1n} \end{pmatrix} + \cdots + \beta_K \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ a_{KK}^{(K-1)} \\ \vdots \\ a_{Kn}^{(K-1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$, conclui-se $\begin{cases} \beta_1 a_{11} = 0 \\ \beta_1 a_{12} + \beta_2 a_{22}^{(1)} = 0 \\ \cdots \\ \beta_1 a_{1K} + \cdots + \beta_K a_{KK}^{(K-1)} = 0 \end{cases}$

Como $a_{11} \neq 0$, da 1ª equação obtém-se $\beta_1 = 0$. Substituindo na 2ª equação, vem $\beta_2 = 0$ (pois $a_{22}^{(1)} \neq 0$) ... até à equação K onde se obtém $\beta_K = 0$

Tem-se que $\beta_1 = 0, \beta_2 = 0, \ldots, \beta_K = 0$ é a única solução do sistema.