Teorema: A dimensão de um subespaço próprio U_λ, não excede a multiplicidade algébrica de λ.

Ex.: Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

$$\det \begin{pmatrix} 1-\lambda & 4 \\ 2 & 3-\lambda \end{pmatrix} = 0 \Leftrightarrow (1-\lambda)(3-\lambda) - 8 = 0 \Leftrightarrow \lambda^2 - 4\lambda - 5 = 0$$

$\Leftrightarrow \lambda = -1 \vee \lambda = 5$ (cada um com multiplicidade algébrica 1, i.e., cada um deles simples)

$esp(A) = \lambda(A) = \{-1, 5\}$

Subespaço próprio associado a $\lambda = -1$:

$$(A+I)\underset{\sim}{x} = \underset{\sim}{0} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \underset{\sim}{x} = \underset{\sim}{0} \quad (\ldots) \quad \begin{cases} x_1 = -2x_2 \\ - \end{cases}$$

$$U_{\lambda=-1} = \left\{ \begin{pmatrix} -2\alpha \\ \alpha \end{pmatrix} : \alpha \in \mathbb{R} \right\} \quad \text{e} \quad \dim(U_{\lambda=-1}) = 1$$

Subespaço próprio associado a $\lambda = 5$

$$(A-5I)\underset{\sim}{x} = \underset{\sim}{0} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \underset{\sim}{x} = \underset{\sim}{0} \quad (\ldots) \quad \{ x_1 = x_2$$

$$U_{\lambda=5} = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha \\ \alpha \end{pmatrix} : \alpha \in \mathbb{R} \right\} \quad \text{e} \quad \dim(U_{\lambda=5}) = 1$$

Seja $P = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Tem-se $P^{-1} = \begin{pmatrix} -1/3 & 1/3 \\ 1/3 & 2/3 \end{pmatrix}$ e

$$P^{-1}AP = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$$ $\rightarrow$ matriz diagonal semelhante a $\underset{\sim}{A}$.