

4. (3 valores)

(a) Verifique que a série de Fourier em senos da função

$$f(x) = 1, \quad 0 < x < \pi$$

é a série trigonométrica:

$$\sum_{k \geq 0} \frac{4}{\pi(2k+1)} \sin(2k+1)x$$

(b) Indique a solução formal do problema da corda:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 9 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad 0 < x < \pi, \quad t \geq 0 \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0, \quad t \geq 0 \\ u(x, 0) = \sin 2x - \sin 10x, \quad 0 \leq x \leq \pi \\ \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 1, \quad 0 \leq x \leq \pi \end{array} \right.$$