



Universidade do Minho  
Dep. de Matemática

## Cálculo I

Trabalho de Grupo

Eng. Informática

21/11/2007  
[2h 00m]

Nome

Número

Nome

Número

Exercício 1. Represente os conjuntos seguintes na forma de intervalos ou união de intervalos:

a)  $\{x \in \mathbb{R} : |1 - x| < |x - 3|\};$

b)  $\left\{x \in \mathbb{R} : \frac{x^2 - 3x - 1}{2 - x} \leq 1\right\}.$

Exercício 2. Em cada alínea apresente um exemplo ou justifique porque não existe:

a) um subconjunto de  $\mathbb{R}$ , finito, com tantos racionais quantos irracionais;

b) um subconjunto de  $\mathbb{R}$ , numerável, com tantos racionais quantos irracionais.

Exercício 3. Considere o conjunto  $A = \left\{ \frac{(-1)^n}{n} : n \in \mathbb{N} \right\}$ . Indique, justificando, se as proposições seguintes são verdadeiras ou falsas:

a) o conjunto  $A$  é finito;

b) o conjunto  $A$  é aberto;

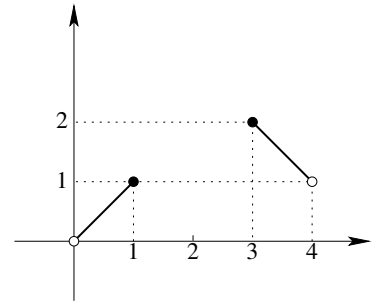
c) o conjunto  $A$  é fechado;

d) o conjunto  $A$  é limitado;

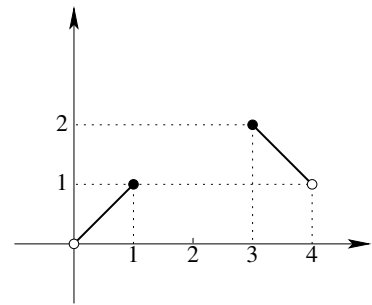
e) o conjunto  $A$  tem máximo.

Exercício 4. Considere a função  $f : ]0, 1] \cup [3, 4[ \rightarrow \mathbb{R}$  cujo gráfico se apresenta nas figuras. Represente graficamente ou justifique porque não existe:

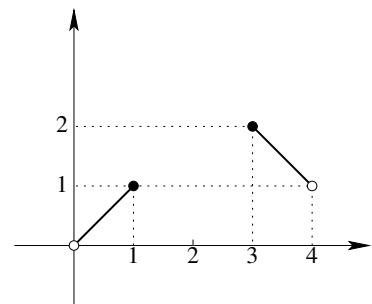
a) um prolongamento contínuo mas não derivável de  $f$  ao intervalo  $]0, 4[$ ;



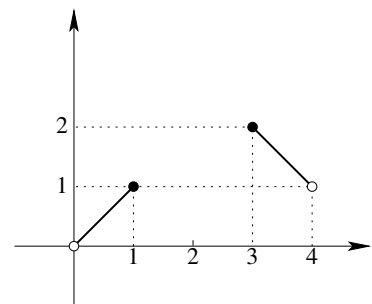
b) um prolongamento de  $f$  ao intervalo  $]0, 4[$  que seja derivável;



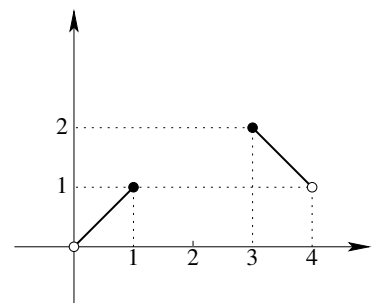
c) um prolongamento  $f$  ao intervalo  $]0, 4[$  que seja derivável mas cuja derivada nunca se anula;



d) um prolongamento de  $f$  ao intervalo  $]0, 4[$  cujo contradomínio seja  $\mathbb{R}^+$ ;



e) um prolongamento de  $f$  ao intervalo  $]0, 4[$  que seja injectivo.



Exercício 5. Calcule os limites seguintes:

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+3}-2};$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \operatorname{sen} x - e^x}{x^3}.$

Exercício 6. Calcule o polinómio de Taylor de ordem 3, em torno de 0, da função  $f(x) = x \operatorname{sen} x$ .

Exercício 7. Considere os polinómios  $P(x) = 1 - x + x^2$  e  $Q(x) = 2x - 2x^2 + x^3$ . Indique, justificando, se  $P(x)$  e  $Q(x)$  poderão ser respectivamente os polinómios de Taylor de ordem 2 e 3, em torno de 1, de alguma função.