

Lista 1 - MS211

2º sem. de 2021

Paulo J. S. Silva

25 agosto de 2021

Resolva os exercícios abaixo. Você deve entregar todos os exercícios feitos mas apenas dois deles serão corrigidos.

1. Considere um sistema de ponto flutuante com base 10, 4 dígitos para mantissa e 2 para o expoente.
 - (a) Qual o maior número (estritamente) positivo representável?
 - (b) E qual é o menor?
 - (c) Qual o épsilon dessa máquina?
 - (d) Dado $x \in R$ dentro da faixa dada pelos itens (a) e (b). Seja \bar{x} sua representação no sistema de ponto flutuante. Quais os máximos erro absoluto e erro relativo que podem ocorrer ao se tentar representar x por \bar{x} ?
2. Para cada uma das expressões abaixo diga em que situação pode ocorrer erro de cancelamento e reescreva a expressão para evitar esse problema nessa situação:
 - (a) $\sqrt{1+x} - 1$.
 - (b) $\log x - \log y$.
 - (c) $(1 - \cos x)/\sin x$.

3. Dadas

$$f(x) = x(\sqrt{x+1} - \sqrt{x}) \quad \text{e} \quad g(x) = \frac{x}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}},$$

calcule $f(500)$ e $g(500)$ em um sistema de ponto flutuante com 6 dígitos significativos (na mantissa) e compare a qualidade dos resultados.

Obs: você pode usar uma calculadora para ajudar nas contas, é claro, mas lembre de representar o resultado de cada operação com 6 dígitos antes de continuar para o próximo passo.

4. Apresente a fórmula geral do polinômio de Taylor de grau n de cada uma das expressões abaixo em torno do x_0 :

- (a) $f(x) = 1/(1 - x)$, $x_0 = 0$.
- (b) $f(x) = \sin(x)$, $x_0 = 0$.
- (c) $f(x) = \sqrt{x}$, $x_0 = 1$.
- (d) $f(x) = e^x$, $x_0 = 1$.

5. Mostre que matematicamente

$$f''(x) \approx \frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2},$$

em que h é número pequeno em relação a x . O erro (matemático) que é feito nessa aproximação é proporcional a h ou a h^2 ?

6. Seguindo os passos da análise feita em sala de aula, determine qual é o valor ótimo do h a ser usado para calcular a derivada de $f(x) = \ln(x)$ por diferenças centradas para pontos no intervalo $[24, 26]$. Lembre que a fórmula depende dos valores possíveis do máximos de f'' e f' que são facilmente calculáveis nesse caso.

Verifique se o valor que você calculou é de fato bom fazendo o gráfico do erro relativo com respeito a derivada exata para $h = 10^{-1}, 10^{-2}, \dots, 10^{-14}$ em $x = 25$.