

Lista 2 - MS211

2º sem. de 2021

Paulo J. S. Silva

Entrega: 23 setembro de 2021

Resolva os exercícios abaixo. Você deve entregar todos os exercícios feitos mas apenas dois deles serão corrigidos.

1. Prove que a equação $\cos\left(\frac{x+3}{x+5}\right) + x/5$ possui pelo menos uma raiz real. Encontre um intervalo de comprimento finito que contenha uma raiz desta equação.
2. Quantas raízes a função $f(x) = x^{-1/2} - e^{x/5}$ possui? Se possível, exiba um intervalo que contenha uma raiz.
Obs: A função não tem domínio em toda a reta real.
3. Dado $\epsilon = 10^{-4}$ e a função

$$f(x) = \frac{x+1}{x^2} - \frac{x^3}{10}.$$

Identifique um intervalo que contenha um zero de f . Partindo desse intervalo aproxime um zero usando:

- O método da bissecção parando com $|x_{k+1} - x_k| < \epsilon$.
- O método da bissecção parando com $|f(x_k)| < \epsilon$.

Quantas iterações foram necessárias em cada caso? Qual foi a aproximação encontrada? Qual tinha o menor valor de $|f(x)|$?

4. Deduza um método para computo da raiz cúbica de um número x a partir do método de Newton, de forma análoga ao que fizemos com a raiz quadrada nas notas de aula. Aplique 4 passos seu método para calcular a raiz cúbica de 10 partindo do número 3. Quantas casas decimais corretas a aproximação obtida possui?
5. Escreva explicitamente qual o próximo iterado de Newton, x_{k+1} , quando usando para resolver a equação $x^3 = 0$ partindo de um valor $0 < x^k \leq 1$. Qual razão entre a distância de x_{k+1} à raiz da equação quando comparada a distância de x_k a essa raiz? Considerando o teorema de convergência visto em sala de aula o resultado é esperado? Há alguma contradição com o que foi provado? Justifique.