

MS211 - Turma L

Trabalho Computacional (Lista06)

Para a simulação dos casos de covid-19 durante a pandemia, utilizaremos o modelo SEIR, que é derivado do modelo SIR, ambos serão brevemente explicados logo abaixo, mas caso não se interesse pela explicação, pule direto para a [análise](#)

Modelo utilizado

Modelo SIR

esse modelo base consiste em dividir a população em três estágios da doença: S, I e R, onde **S - suscetíveis**, **I - infectados**, e **R - recuperados** consiste em descrever um comportamento médio de uma população com uma doença infecciosa. Além disso denotamos o total da população pela letra **N** sendo que $N = S + I + R$.

Processo de infecção

A cada encontro de um S com outro indivíduo este tem $\frac{I}{N}$ probabilidade de pegar a doença. Podemos modelar esta variação de S como:

$$\frac{dS}{dt} = -\beta S \frac{I}{N}$$

onde β é um multiplicador qualquer. Este é o modelo de decremento da população suscetível para a população infectada. Como todos que saem de S vão para I temos que:

$$\frac{dI}{dt} = \beta S \frac{I}{N} - \gamma I$$

onde γI é o total de pessoas que saem de I e vão para R por intervalo de tempo. Isso também nos dá a variação de recuperados:

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I$$

Portanto temos que o modelo é regido pelo seguinte sistema:

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\beta S \frac{I}{N} \\ \frac{dI}{dt} = \beta S \frac{I}{N} - \gamma I \\ \frac{dR}{dt} = \gamma I \end{cases}$$

Reescrevendo o sistema

O sistema pode ser normalizado da seguinte forma:

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\beta \frac{S}{N} \frac{I}{N} = -\beta \frac{S}{N} \frac{I}{N} \\ \frac{dI}{dt} = \beta \frac{S}{N} \frac{I}{N} - \gamma \frac{I}{N} = \beta \frac{S}{N} \frac{I}{N} - \gamma \frac{I}{N} \\ \frac{dR}{dt} = \gamma \frac{I}{N} \end{cases}$$

onde as letras em negrito indicam valores de 0 a 1.

Além disso vamos definir novas parâmetros a partir dos parâmetros β e γ originais: $r_0 = \frac{\beta}{\gamma}$ e $T_{\text{inf}} = \frac{1}{\gamma}$. Esses novos parâmetros tem uma interpretação mais natural. Pois o r_0 é conhecido como número de reprodução basal e representa o número de pessoas que um doente iria infectar em média durante o curso de sua doença. O T_{inf} representa o tempo médio que a pessoa fica infecciosa, ou seja a duração média que um doente fica ativamente transmitindo a doença. Em função desses parâmetros o modelo pode ser reescrito como:

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = \frac{r_0}{T_{\text{inf}}} S - \frac{1}{T_{\text{inf}}} S I \\ \frac{dI}{dt} = \frac{r_0}{T_{\text{inf}}} S I - \frac{1}{T_{\text{inf}}} I \\ \frac{dR}{dt} = \frac{1}{T_{\text{inf}}} I \end{cases}$$

Modelo SEIR

Este é o modelo que utilizaremos e sua diferença consiste na adição de uma etapa intermediária entre S e I, a etapa **E - expostos**, que trata-se de um estágio onde o vírus esta incubado mas não transmissível.

Com essa nova etapa podemos utilizar o mesmo procedimento do modelo anterior para chegar ao seguinte sistema:

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\beta S \frac{E}{N} \\ \frac{dE}{dt} = \beta S \frac{E}{N} - \delta E \\ \frac{dI}{dt} = \delta E - \gamma I \\ \frac{dR}{dt} = \gamma I \end{cases}$$

que pode ser reescrito como:

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = \frac{r_0}{T_{\text{inf}}} S - \frac{1}{T_{\text{inc}}} S E \\ \frac{dE}{dt} = \frac{r_0}{T_{\text{inc}}} S E - \frac{1}{T_{\text{inf}}} E \\ \frac{dI}{dt} = \frac{1}{T_{\text{inf}}} E - \frac{1}{T_{\text{inf}}} I \\ \frac{dR}{dt} = \frac{1}{T_{\text{inf}}} I \end{cases}$$

$$r_0 = \frac{\beta}{\gamma} \quad T_{\text{inc}} = \frac{1}{\delta} \quad T_{\text{inf}} = \frac{1}{\gamma}$$

onde T_{inc} é a taxa de incubação do vírus no hospedeiro.

Análise

Valores iniciais

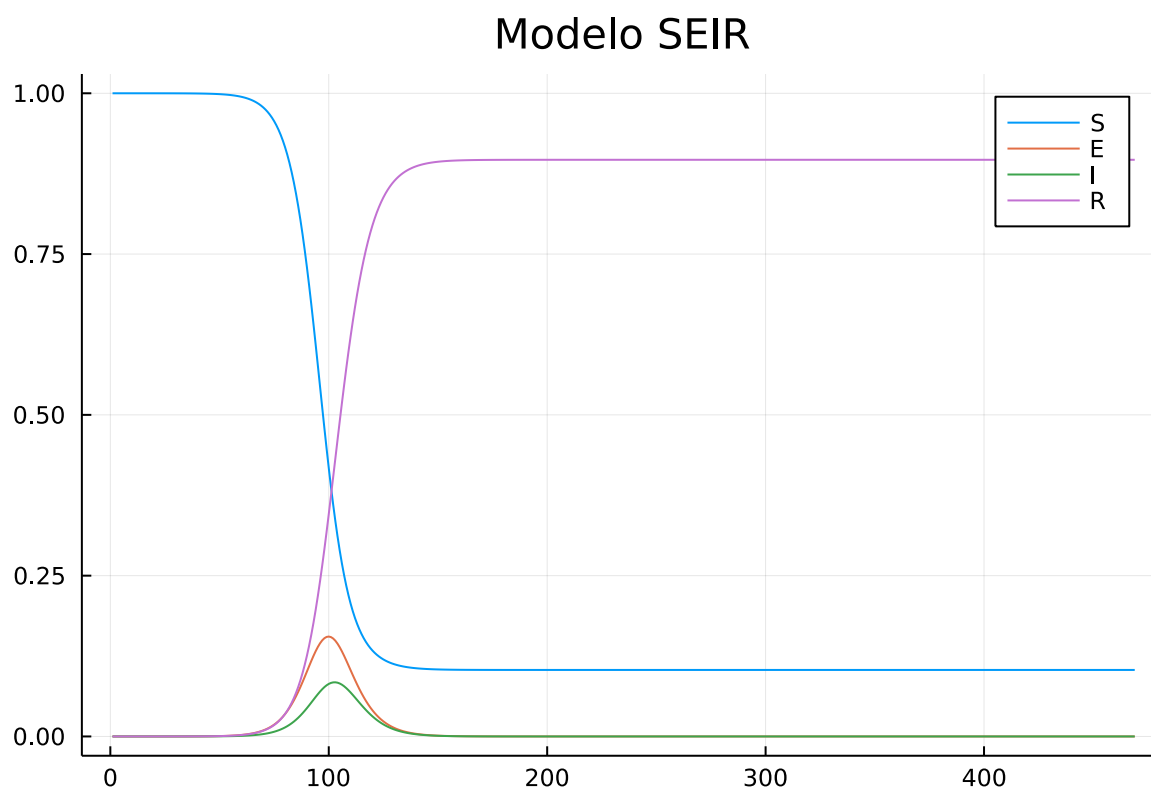
Para gerarmos o modelo vamos partir de algumas condições de contorno:

- Número de reprodução basal (r_0): 2.5, sendo otimista (adimensional) [2]
- Tempos médio de incubação e infecção: $T_{\text{inc}} = 5.2$ dias, $T_{\text{inf}} = 2.9$ dias [6]
- Demanda de leitos de UTI: estimava-se que 3% dos doentes precisariam de leito de UTI [3][5]
- Mediana dos tempos de UTI: 7 dias [3][5]

- Disponibilidade de leitos de UTI na região Sudeste em 2019 (antes da pandemia): 27 por 100 mil habitantes [4]
- Condição inicial: $S_0 = 0.999999$, $E_0 = 10^{-6}$, $I_0 = 0$, $R_0 = 0$. Ou seja, há uma pessoa por milhão na população que está exposta e ainda não começou a transmitir a doença. Todo o restante da população é suscetível.

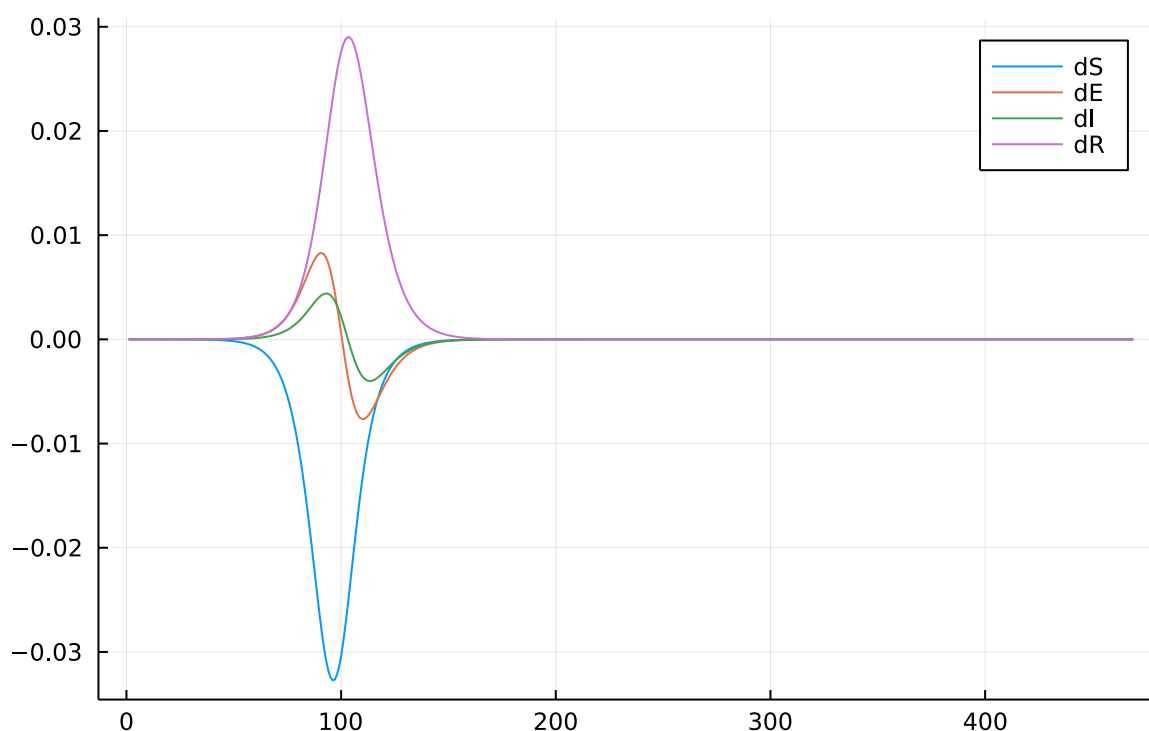
Modelo

Utilizando os valores mencionados conseguimos gerar um modelo que pode ser representado pelo seguinte gráfico



Gerado pelas seguintes derivadas

Derivadas do modelo



População de São Paulo

Agora, para realizarmos as análises, consideraremos a população total de 44,04 milhões de pessoas e uma disponibilidade de leitos de 27 leitos por 100 mil habitantes, ou seja, 11.891 leitos disponíveis.

Método computacional

O método utilizado para calcular as expressões foi o Método do ponto médio[7] que consiste em ser uma versão melhorada do Método de Euler, ambos tratados em aula. Como não identificamos nenhum erro de cancelamento podemos assumir que a precisão de todos os resultados podem atingir precisão de $2.220446049250313 \cdot 10^{-16}$ o epsilon da máquina em que os resultados foram calculados.

Proporção de doentes por dia

Analisando o comportamento do modelo descrito pelo gráfico acima, podemos ver que o pico de infectados por dia acontece entre os dias 95 e 110. Utilizando uma função em Julia para encontrar o pico com uma precisão de 24 horas pudemos ver que, para o total da população mencionada (44,04 milhões) teremos um pico de 3.707.403 doentes, o que corresponde à aproximadamente 9% da população.

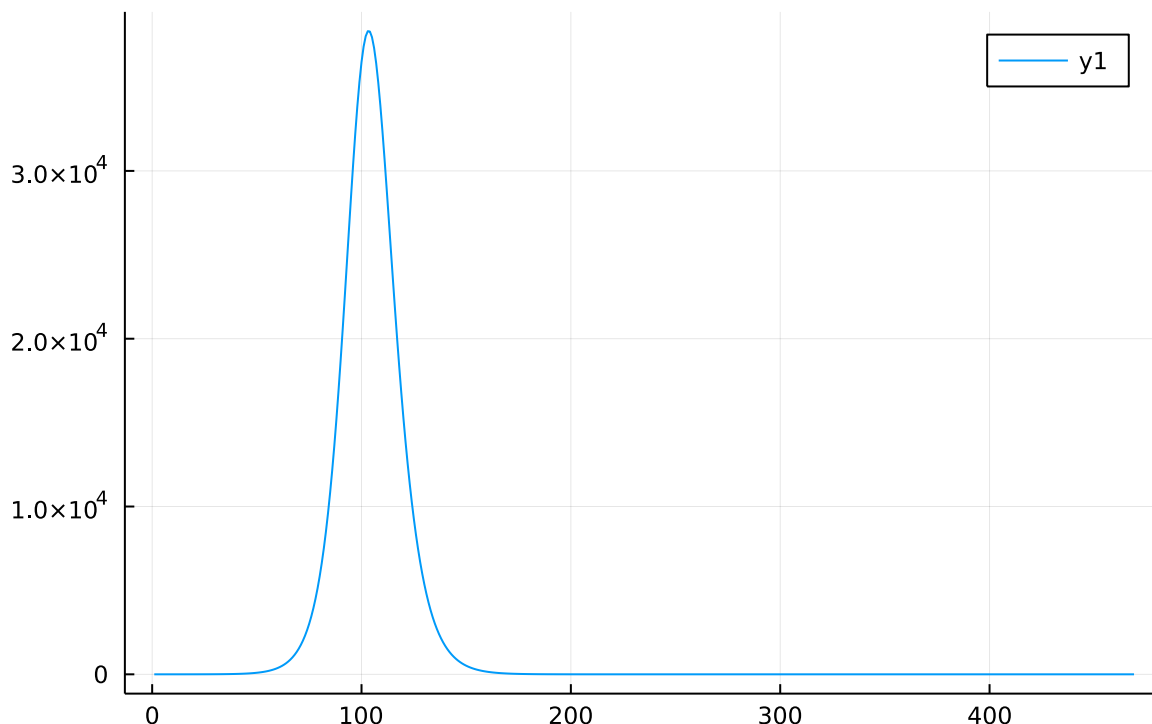
Pudemos ver também que este pico ocorreria no dia 103 após o início da simulação, ou seja, do primeiro contaminado.

Leitos necessários

Para estimar o total de leitos necessários para absorver a demanda repentina causada pela pandemia devemos considerar a curva de infectados e recuperados, bem como a probabilidade de um doente precisar de um leito de UTI e seu tempo de permanência.

Para a primeira parte podemos analisar o fluxo de infectados para curados por dia, multiplicar esse valor pelo total da população e pela probabilidade de um infectado necessitar de um leito. Com isso conseguimos o seguinte gráfico:

Chegada de novos internados por dia

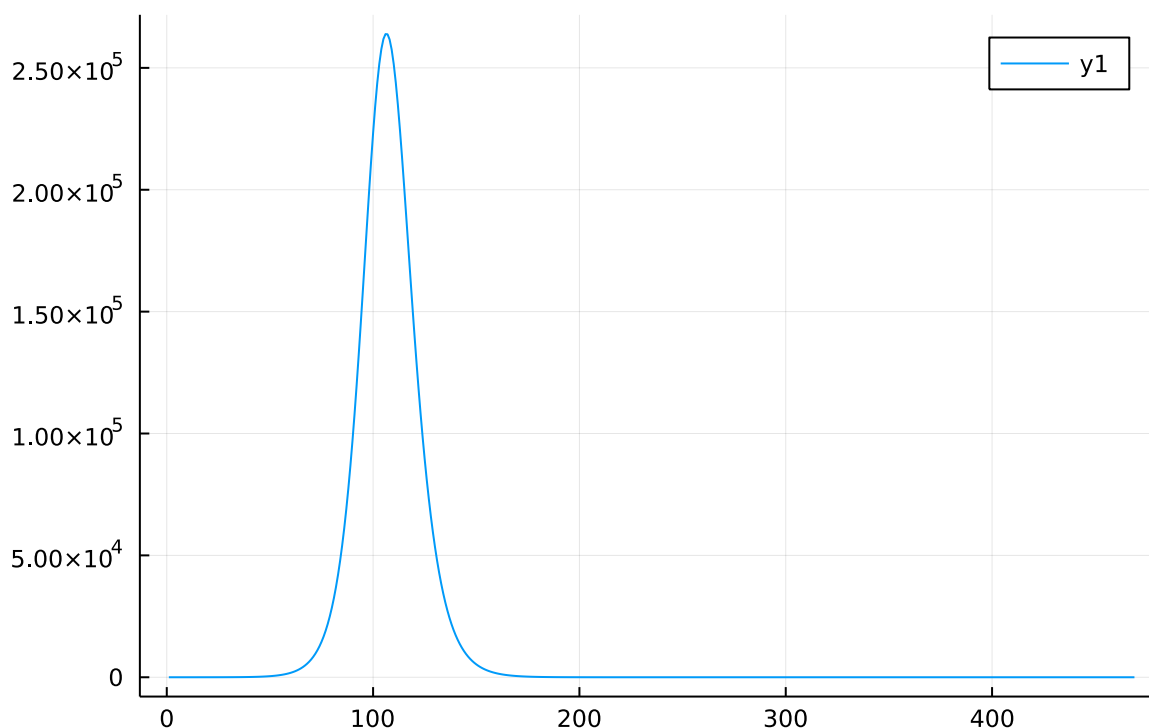


Agora, considerando que cada um desses novos internados precisam de 7 dias de permanência na UTI, podemos obter o total de internados por dia somando o número de internados atual com o número de internados que estão chegando no dia e subtraindo os que chegaram a sete dias atrás:

$$\text{internados atual } i = \text{internados atual } i - 1 + \text{novos internados } i - \text{novos internados } i - 7$$
 onde i é o dia atual.

Com isso conseguimos o seguinte gráfico de leitos:

Total de internados por dia



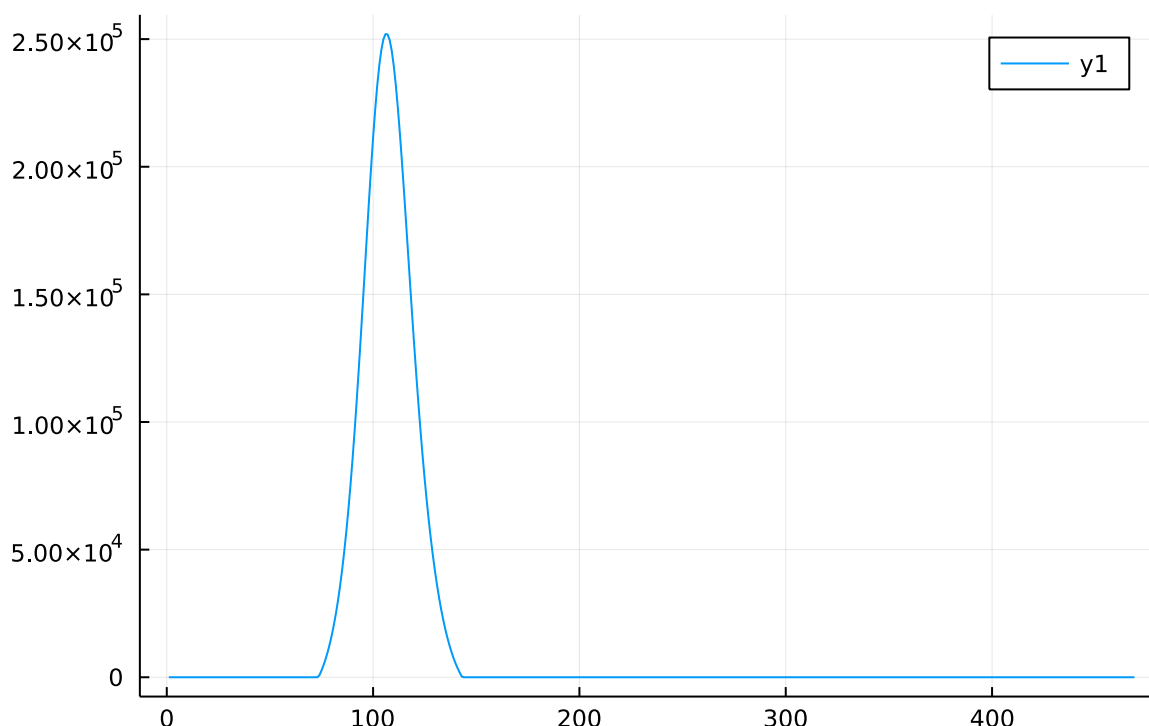
Por esse gráfico podemos ter uma estimativa do total de leitos necessários no pico da pandemia. Com o auxílio de uma função de checagem de máximo em Julia conseguimos o valor exato de 263.858 leitos necessários no pico.

Agora levando em consideração que a disponibilidade de leitos em SP é de 27 por 100.00 habitantes, sabemos que a população em questão dispõe de 11.891 leitos, um valor muito inferior ao demandado.

Caso o cenário seja mantido, o desfalque ou excesso de demanda no pico seria de 251.967 leitos, que correspondem à 95,5% da demanda do dia.

Ao ampliarmos a análise para os dias fora do pico, fica evidente que a demanda supera a oferta em praticamente toda a curva de infectados, como mostra o gráfico abaixo:

excesso de demanda de leitos por dia



Agora realizando uma aproximação da integral dessa curva, que equivale a soma dos valores de excesso de demanda diários, podemos ver que, ao todo, teremos 7.278.377 de dias de leito faltantes, que correspondem à aproximadamente 1.039.769 pessoas sem leito de UTI ao longo dos 498 dias simulados.

Conclusão

Embora o modelo utilizado seja simples, ele consegue fornecer uma aproximação confiável do que se esperar durante a pandemia caso nenhuma ação seja tomada.

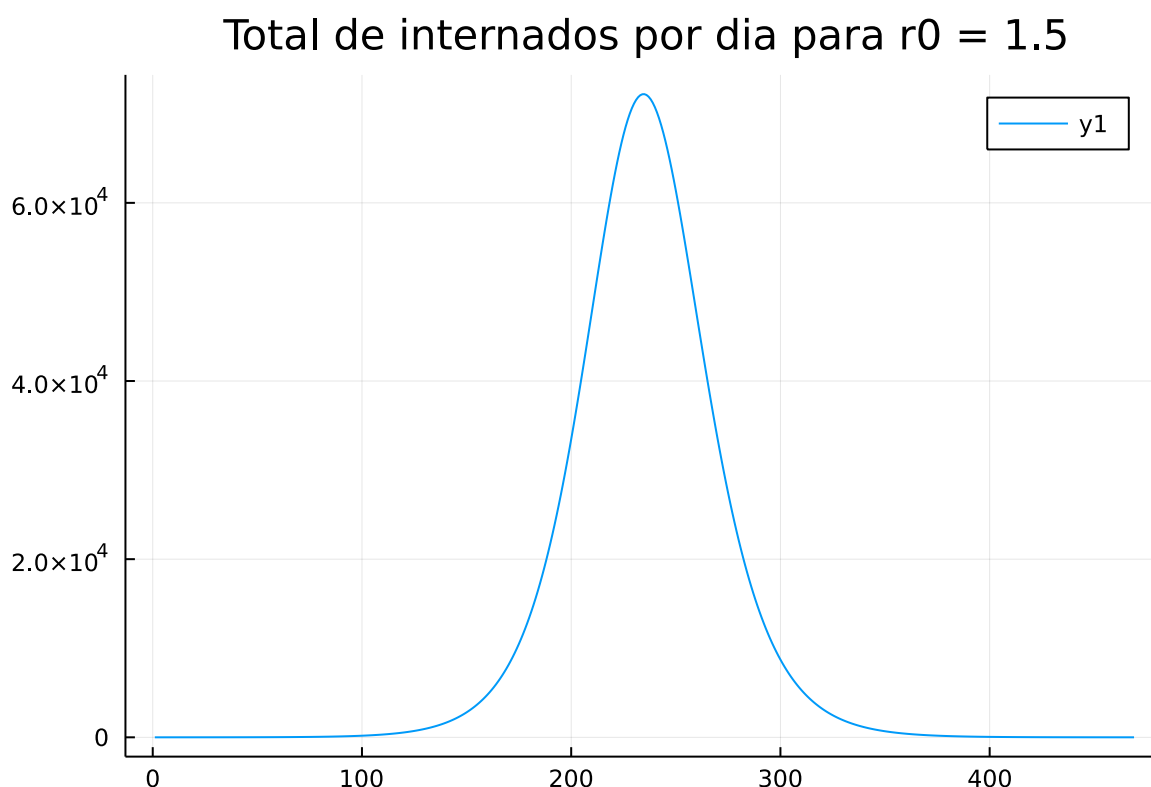
Em resumo, teremos picos de 260.000 leitos por dia e um total de 7.3 milhões de dias de leitos de UTI faltantes. Este por si só já seria um desastre social e humanitário, mas além disso o colapso do sistema de saúde causaria danos colaterais enormes devido às outras doenças existentes, ao luto coletivo de milhões de paulistanos, a sobrecarga dos profissionais de saúde.

Em termos financeiros, assumindo que um internado em UTI consome em média R\$ 2.102,00 diários [8]. Apenas para os 11.891 leitos existentes o estado gastaria R\$ 24.994.882,00. Caso assuma o compromisso de gerar a quantidade de leitos necessários o custo seria de R\$ 529.634.634,00 no dia pico, desconsiderando o custo da criação desses leitos.

Outra saída para esse cenário seria a implementação de medidas restritivas e de distanciamento entre pessoas para que o número de infectados possa ser reduzido e melhor distribuído ao longo dos dias, possibilitando o tratamento e pesquisa da doença com os recursos já disponíveis. Visto que 70% do PIB do estado é composto pelo setor terciário [9], mais maleável ao regime de trabalho à distância, a implementação dessas medidas são economicamente possíveis e socialmente necessárias, devendo ser iniciadas o quanto antes pelo governador do estado em conjunto com autoridades competentes.

Caso consigamos reduzir a taxa de reprodução basal para 60% da atual, um valor possível com restrições mais rigorosas já conseguiremos reduzir o pico de leitos para 72.203, retardar o início do descontrole em

pelo menos 2 meses e distribuir a onda de casos ao longo de 6 meses ao invés dos 2 meses previstos com as condições atuais. Melhorando drasticamente nossa capacidade de lidar com essa crise, como mostra o gráfico abaixo:



Referências

- [1] Julie C. Blackwood and Lauren M. Childs. An introduction to compartmental modeling for the budding infectious disease modeler. *Letters in Biomathematics*, 5(1):195–221, December 2018.
- [2] Ying Liu, Albert A Gayle, Annelies Wilder-Smith, and Joacim Rocklöv. The reproductive number of COVID-19 is higher compared to SARS coronavirus. *Journal of Travel Medicine*, 27(2), March 2020.
- [3] Seyed M. Moghadas, Affan Shoukat, Meagan C. Fitzpatrick, Chad R. Wells, Pratha Sah, Abhishek Pandey, Jeffrey D. Sachs, Zheng Wang, Lauren A. Meyers, Burton H. Singer, and Alison P. Galvani. Projecting hospital utilization during the COVID-19 outbreaks in the United States. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 117(16):9122–9126, April 2020.
- [4] Úrsula Neves. Covid-19: IBGE divulga distribuição de UTIs, respiradores e profissionais de saúde no Brasil. <https://pebmed.com.br/covid-19-ibge-divulga-distribuicao-de-utis-respiradores-e-profissionais-de-saude-no-brasil/>, May 2020.
- [5] Rachel Lane Socolovitch, Renata Rego Lins Fumis, Bruno Martins Tomazini, Laerte Pastore, Filomena Regina Barbosa Gomes Galas, Luciano Cesar Pontes de Azevedo, and Eduardo Leite Vieira Costa.

Epidemiology, outcomes, and the use of intensive care unit resources of critically ill patients diagnosed with COVID-19 in Sao Paulo, Brazil: A cohort study. PLOS ONE, 15(12):e0243269, December 2020.

[6] Joseph T Wu, Kathy Leung, and Gabriel M Leung. Nowcasting and forecasting the potential domestic and international spread of the 2019-nCoV outbreak originating in Wuhan, China: A modelling study. The Lancet, 395(10225):689–697, February 2020.8

[7] Vários Autores. Midpoint method, Wikipédia, https://en.wikipedia.org/wiki/Midpoint_method 2021. (considerar principalmente as referências da página)

[8] Vários Autores. Covid-19: custo médio de diária em UTI é de R\$ 2.102, Medicina SA, <https://medicinasa.com.br/covid-custo-uti/> 2020. (considerar principalmente as referências da página)

[9] Renato Candido da Silva. Economia de São Paulo, Infoescola, <https://www.infoescola.com/economia/economia-de-sao-paulo/> 2020.