1) O sistema possui base 10, 4 dígitos na mantissa e dois no expoente. Então, ele pode representar números na forma

$$\pm 0,d_1 d_2 d_3 d_4 \cdot 10^{e_1 e_2},$$

em que o primeiro dígito $d_1 \geq 1$. Assim:

A) O maior número representável é

$$0,9999 \cdot 10^{99} = 9,999 \cdot 10^{98}$$

b) Já o menor

$$0,1000 \cdot 10^{-99} = 10^{-100}.$$

c) O épsilon da máquina é a meia distância entre 1 e o próximo representável. Ou seja

$$(1,001 - 1,000)/2 = \frac{10^{-3}}{2} = 5 \cdot 10^{-4}$$

d) Os erros absolutos crescem com os números então o maior erro absoluto é a meia distância entre os dois maiores representáveis

$$1/2\,(9,999 \cdot 10^{98} - 9,998 \cdot 10^{98}) =$$

$$1/2\,(0,001 \cdot 10^{98}) = 5 \cdot 10^{94}$$

Já o maior erro relativo ocorre logo

ao se trocar a potência de dz, com respeito ao próximo dígito, sendo igual ao epsilon da máquina.

5) Usando Taylor com resto de Lagrange temos,

$$f(x+h) = f(x) + f'(x)h + \frac{f''(x)h^2}{2!} + \frac{f'''(x)h^3}{3!} + \frac{f^{(4)}(\bar{x})h^4}{4!}$$

$$f(x-h) = f(x) - f'(x)h + \frac{f''(x)h^2}{2!} - \frac{f'''(x)h^3}{3!} + \frac{f^{(4)}(\hat{x})h^4}{4!}$$

com $\bar{x}, \hat{x} \in [x-h, x+h]$.

Daí, segue que

$$f(x+h) - 2f(x) + f(x-h) = f''(x)h^2 + \frac{(f^{(4)}(\bar{x}) + f^{(4)}(\hat{x}))h^4}{4!}$$

De onde concluímos que

$$f''(x) = \frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2} - \frac{(f^{(4)}(\bar{x}) + f^{(4)}(\hat{x}))h^2}{4!}$$

Como só temos que analisar para h pequeno, vamos considerar que $|h| \leq \delta$, $\delta > 0$ fixo. Então $\bar{x}, \hat{x} \in [x-\delta, x+\delta]$, seja L_4 o máximo de $f^{(4)}(\cdot)$ nesse intervalo e obtemos

$$f''(x) = \frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2} + \frac{2L_4 h^2}{4!},$$

o erro é pequeno para h peq. e cai com h^2.