

## exo 1 : Le trois missionnaires

### 1.1 Description

### 1.2 ① représentation des états

- Vu que le nombre d'individus est toujours 6 (3 anthropophages et 3 missionnaires), on a besoin de définir le nombre de personnes sur la rive de départ et on peut facilement calculer le nombre de personnes dans la rive d'arrivée.

ex. s'il y a 2 missionnaires dans la rive de départ, alors il y en a forcément 1 dans la rive d'arrivée.

- Il faut aussi définir où est le bateau, ceci peut être fait en définissant la rive de départ par 0, et d'arrivée par 1.

Un état peut donc être défini par 3 variables

$$e = (m, a, b)$$

$$e = \text{état}$$

$$m = \text{missionnaire} \in \mathbb{N}$$

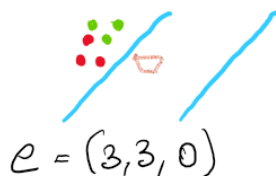
$$a = \text{anthropophage} \in \mathbb{N}$$

$$b = \text{bateau} \in \mathbb{N}$$

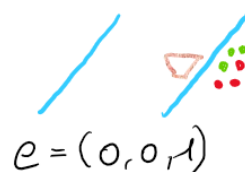
$$\leadsto e \in E = \mathbb{N} \times \mathbb{N} \times \mathbb{N}$$

Voici un exemple :

< état de départ >



< état qu'on veut atteindre >



## ② opérateurs

- les opérateurs représentent les transitions entre états, en appliquant une transition  $T$  à un état  $= e_i$ , on trouve l'état résultant  $= e_j$

$$\leadsto T(e_i) = e_j \quad \leadsto T: E \rightarrow E$$

- dans notre exercice une transition est un voyage en bateau, elle doit donc contenir comme information les passagers sur le bateau et la direction

$$T_{\{m, a, d\}}$$

$m$  = missionnaire sur bateau  $\leq 2$

$a$  = anthropophage sur bateau  $\leq 2$

$d$  = direction

$\pm 1$

$\rightarrow +1$  de départ à fin  
 $-1$  de fin à départ

- On peut avoir les transitions suivantes :

$$\left. \begin{array}{l} T_{0,1,\pm 1} \leadsto T_{0,1,+1} \quad \wedge \quad T_{0,1,-1} \\ T_{1,0,\pm 1} \\ T_{0,2,\pm 1} \\ T_{2,0,\pm 1} \\ T_{1,1,\pm 1} \end{array} \right\} \text{10 transitions possibles}$$

$$T_{\{m, a, d\}} : \begin{array}{ccc} E & \longrightarrow & E \\ (m, a, b) & \longmapsto & (m - dm, a - da, b + d) \end{array}$$

- voici un exemple :



③. La première chose à faire, est de vérifier que le bateau est du bon côté pour appliquer une transition.

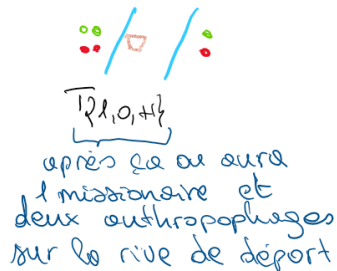
②. ensuite il faut bien s'assurer que l'état sur lequel on arrive suite à la transition les missionnaires ne sont pas en désavantage numérique par rapport aux anthropophages.

③. il faut aussi s'assurer que les individus qu'on transporte existent

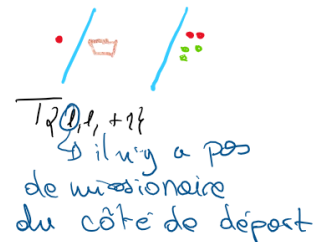
exemple ①



exemple ②



exemple ③



solution ①  $\leadsto$  on vérifie la valeur  $b$  de l'état

si  $b = 0 \leadsto$  Transitions où  $d = -1$  impossibles

si  $b = 1 \leadsto$  Transitions où  $d = 1$  impossibles

autrement dit  $\leadsto b + d \in \{0,1\}$  pour que ce soit possible

solution ②

• Soit  $m$  le nb de missionnaires sur la rive depuis laquelle on part

$m = 0 \leadsto$  il y a donc 3 missionnaires à l'arrivée, ce qui veut dire qu'on peut transporter 1 ou 2 anthropophages  $\leadsto \text{for } i \text{ in range}(1, \min(3, a_{\text{dept}}+1))$

$m = 1 \leadsto$  ça veut dire qu'il y a un anthropophage avec le missionnaire, on peut soit transporter le missionnaire seul ou le missionnaire avec l'anthropophage.

$\leadsto T(1,0,d) \vee T(1,1,d)$

$m = 2 \leadsto$  on a alors 2 anthropophages avec les 2 missionnaires, on peut soit transporter les 2 missionnaires, soit un missionnaire avec 1 anthropophage.

$\leadsto T(2,0,d) \vee T(1,1,d)$

$w = 3 \rightarrow$  dans cette situation il est plus compliqué d'analyser où sont les autrophages.  
 tant qu'il y a d'autrophages au départ, on peut en envoyer  $\rightarrow$  **for i in range(1, min(3, aDep + 1))**  
 pour les monnaies, on peut en envoyer aussi, mais ça dépend du nb d'autrophages sur place  
 si  $a = 3 \rightarrow T\{1, 1, direction\}$   
 si  $a = 2 \rightarrow T\{1, 0, direction\}$   
 si  $a = 1 \rightarrow T\{2, 0, direction\}$

solution ③. va comment la solution ② est codée, elle prend en compte le problème ②, automatiquement résolu

④ cf code python.

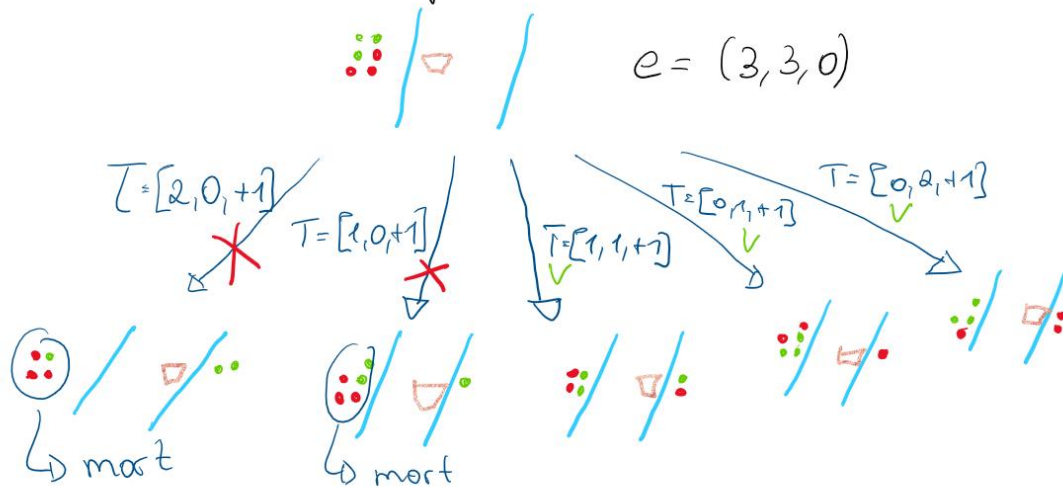
**1.3** ① • pour chaque état on a 5 transitions possibles  
 • pour afficher la solution il nous faut une suite de  $n$  transitions  
 $\rightarrow$  on a alors  $O(5^n)$  noeuds possibles

② il y a 20 configurations possibles

$m = 3$	$a = 0, 1, 2, 3$	$b = 0, 1$	$\rightarrow 8$	} 20 états
$m = 2$	$a = 2$	$b = 0, 1$	$\rightarrow 2$	
$m = 1$	$a = 1$	$b = 0, 1$	$\rightarrow 2$	
$m = 0$	$a = 0, 1, 2, 3$	$b = 0, 1$	$\rightarrow 8$	

ils sont pas tous atteignables, par exemple  
 $e = (3, 0, 0)$

③ comme dit avant à tout état on a 5 transitions possibles:



depuis l'état initial il y a 3 états possibles

- En appliquant cette logique à tout état qu'on trouve itérativement, je trouve 15 états (y compris initial et final)

## Exo 2: les tours de Hanoi

### [2.2] état:

• un état est représenté par une liste qui a des sous-listes  
chaque sous-liste représente une des tours.

•  $[3, 2, 1]$  est une sous liste possible, à gauche  
ou à la taille du disque le plus en bas, et  
à droite le plus en haut, le choix de l'ordre a  
été fait pour la simplicité du code,

→ l'opération `pop()` enlève l'élément en haut

→ l'opération `append()` l'insère directement au  
bon endroit

### état initial + final:

voici la formalisation d'un état initial et final

< état de départ >

$e = [[3, 2, 1], [], []]$

< état d'arrivée >

$e = [[], [], [3, 2, 1]]$

### opérateur:

l'état est une liste d'éléments, soit  $T$  une transition

$T[0] \rightarrow$  indice de la tour où on enlève la pièce la  
plus en haut

$T[1] \rightarrow$  indice de la tour où on insère la pièce

indexage  
en python

voici un exemple d'une transition :

$e_i = [[3, 2, 1], [], []]$

$T_1 = [0, 1]$

$e_{f1} = [[3, 2], [1], []]$

$T_2 = [0, 2]$

$e_{f2} = [[3, 2], [], [1]]$

② pour  $n=3$  il y a  $2^3$  états différents.  
atteignables depuis l'état initial

③ cf code python

**exo 3** cf code python

dans la liste états à visiter je garde les états à visiter, et en face je garde le 'chemin' de transitions qu'on doit faire pour atteindre cet état depuis l'état initial.

→ dès que état courant == état final → on a la solution