

Encoding and state space computation of Petri Nets

General algorithm/Operations

Définition formelle des SFDD :

Soit T un ensemble de termes. L'ensemble des SFDD S est défini inductivement :

$\perp \in S$: le terminal rejetant

$T \in S$: le terminal acceptant

$\langle t, \tau, \sigma \rangle \in S \Leftrightarrow t \in T, \tau \in S, \sigma \in S$

– noeuds avec le terme t , sous-noeud acceptant τ (take node), sous-noeud rejetant σ (skip node)

Exemple :

Termes : $a < b < c < d$

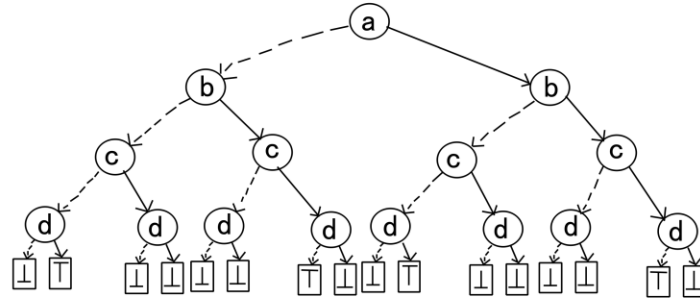
Ensembles :

$\{a, b, c\}$

$\{a, d\}$

$\{b, c\}$

$\{d\}$



on va représenter tout arc du petri net par

But : faire des calculs sur l'ensemble (d'états) plutôt que sur chaque élément (état)

Encoder un réseau de Pétri :

Un réseau de Pétri est défini par $\langle P, T, Pre, Post \rangle$ où :
 P, T sont des ensembles finis disjoints (place, transition)

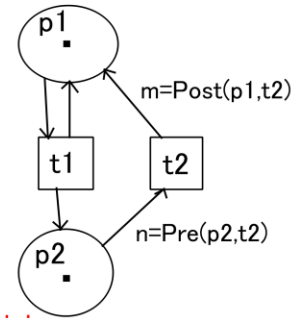
$Pre, Post : P \times T \rightarrow \mathbb{N}$

L'état d'un réseau de Pétri est le marquage $M : P \rightarrow \mathbb{N}$

$t \in T$ est tirable $\Leftrightarrow \forall p \in P : Pre(p, t) \leq M(p)$

Modification suite au tir :

$\forall p \in P, M'(p) = M(p) + Post(p, t) - Pre(p, t)$



Exemple:

$(1, 1) \rightarrow t1 \rightarrow (1, 2)$

$(1, 1) \rightarrow t2 \rightarrow (2, 0)$

But : calculer tous les marquages atteignables depuis un marquage initial

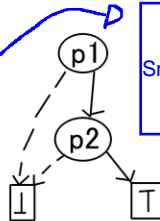
→ implémenter une notion de tirable et de tir dans l'encodage du réseau de Pétri

Encodage Réseau de Pétri safe : un seul jeton par place.

Encodage du marquage : $S_M = \bigcup \{p\} \text{ où } p \in P \text{ et } M(p)=1$ Ex: $(1, 0, 1) \rightarrow S_M = \{p1, p3\}$

Ordre total : $p1 < p2 < \dots < pk$

Encodage en SFDD : $(1, 1) = \{p1, p2\}$



S_M est le set d états qui ont

State space computation :

Algorithme global sur l'ensemble des marquages (pas sur des états individuels):

s_0 : état initial, ϕ : ensemble de transitions homomorphiques, Résultat : ensemble des états atteignables

begin

$s, s_{old}, temp$: set of states; , s = états atteignables

$s \leftarrow \{s_0\}$;

Repeat

$s_{old} \leftarrow s$;

$\forall t \in \phi$ do

$temp \leftarrow temp \cup t(s)$ (la transition est appliquée à tous les états)

$s \leftarrow s \cup temp$

until $s = s_{old}$ (point fixe)

return s ;

on commence à l'état initial choisit un des marquages

expliqué en bas

appliquer une transition à un ensemble d états/marq

Transitions homomorphiques : marquage m , suite à une transition t

Pour un marquage : $t(m) = m + post(t) - pre(t) = post(t, pre(t, m))$ étendu aux ensembles d'états :

$t(s \cup \{m\}) = t(s) \cup \{post(t, pre(t, m))\}$, s un ensemble d'état, m un état (un marquage)

$t(\emptyset) = \emptyset$, une transition non tirable est représentée par $\{\emptyset\}$

homomorphisme pour t :

$t = post(t) \circ pre(t)$ (enlever les jetons puis les ajouter)

$pre(t) = pre(t, p1) \dots pre(t, pn)$

$post(t) = post(t, p1) \dots post(t, pn)$

$pre(t, pi) = \ominus(pi) \cdot filter(pi)$ si $Pre(t, pi) \neq 0$ (Si pi est dans la précondition de t)

(id) sinon $filter$: tirabilité, \ominus : suppression (de pi dans S_M)

$post(t, pi) = \oplus(pi)$ si $Post(t, pi) \neq 0$ (Si il y a une production de jeton)

(id) sinon \oplus : insertion

recalculer un marquage suite à une tra

Exemple :

$pre(t1, p1) = \ominus(p1) \cdot filter(p1)$

$pre(t1, p2) = id$

$pre(t2, p1) = id$

$pre(t2, p2) = \ominus(p2) \cdot filter(p2)$

$post(t1, p1) = \oplus(p1)$

$post(t1, p2) = \oplus(p2)$

$post(t2, p1) = \oplus(p1)$

$post(t2, p2) = id$

→ t homomorphisme