

Q2 1.2 Equations and conditional axioms definition

How to use Graceful presentations

Axiome(equation) = couple de termes $t=t'$ de même type ($t,t' \in (T_{\Sigma,X})_s$)
où $\Sigma = \langle S, F \rangle$ est une signature et X un S -sorted set de variables.

on a une quantification universelle des variables

Exemple d'axiome pour le String :

Pour isEmpty, nous avons besoin de ces axiomes :

isEmpty(new) = true; // isEmpty(add c to x) = false;

En fait nous avons besoin d'appeler isEmpty sur les générateurs du type String.

append : récursif:

append(new,x)=x; // append(add c to x,y) = add c to (append(x,y));

= :

(new = new) = true; // (add c to x = new) = false // (new = add c to x) = false

(add c to x = add d to y) = (c=d) and (x=y)

La spécification ci-dessus a besoin d'opérations additionnels des sorts auxiliaires (boolean, naturals, characters)

Exemple pour les axiomes booléens (opérations : true, false, not, and, or, xor, =) :

not(true)=false, not(false)=true, (true and b) = b, ..., (false xor b) = b, (true xor b) = not(b)

Conditional axiom :

Un axiome possédant une condition telle que si la condition est vérifiée, l'égalité doit être vérifiée

Formellement :

$\Sigma = \langle S, F \rangle$ une signature et X un S -sorted set de variables. Les axiomes conditionnels sur X sont définis ainsi:

n conditions : $t_1=t_1', \dots, t_n=t_n' \rightarrow t=t'$ ($t_1, t_1' \in (T_{\Sigma,X})_{s_1}, \dots, t_n, t_n' \in (T_{\Sigma,X})_{s_n}$)

et $t=t'$ est l'axiome ($t, t' \in (T_{\Sigma,X})_s$)

Exemple :

isEmpty(x)=false \rightarrow first(add c to x) = first x

isEmpty(x)=true \rightarrow first(add c to x) = c

Pas de confusion car ils sont complémentaires

ceci ne serait pas vraiment possible sans la condition

on peut appliquer l'opération à droite que si les conditions sont

Graceful presentations :

Écrire tous les axiomes en évitant :

- écrire des axiomes contradictaires

- oublier des cas

Nous souhaitons trouver les axiomes pour chaque opération de la signature. Pour chaque opération :

1. Écrire à gauche un terme avec le nom de cette opération

2. Itérer sur les paramètres de cette opération :

- variable pour ce paramètre

- Si on ne peut pas faire un axiome \rightarrow décomposer la variable avec les générateurs

- Si le générateur suffit pas, utiliser des conditions

Propriété : complet et cohérent

Exemple : +

1. $x+y=?$

2. $x+y=? \rightarrow$ décomposition du second paramètre (y) : $x+0=x$ et $x+\text{succ}(y)=\text{succ}(x+y)$

Exemple : >

$x > y = ? \rightarrow$ décompose y : $x > 0 = ?$, $x > \text{succ}(0) = ?$

\rightarrow décompose x : $0 > 0 = \text{false}$, $\text{succ}(x) > 0 = \text{true}$, $0 > \text{succ}(y) = \text{false}$, $\text{succ}(x) > \text{succ}(y) = x > y$

décomposer les paramètres pour couvrir tous les cas et ne pas avoir d'intersections entre les axiomes (partition)