Q17 6.4

[redacted] Encoding and state space computation of Petri Nets
General algorithm/Operations

Définition formelle des SFDD :

Soit T un ensemble de termes. L'ensemble des SFDD S est défini inductivement :

$\bot \in S$: le terminal rejetant

$\top \in S$: le terminal acceptant

$\langle t, \tau, \sigma \rangle \in S \iff t \in T,\ \tau \in S,\ \sigma \in S$

– noeuds avec le terme t, sous-noeud acceptant τ (take node), sous-noeud rejetant σ (skip node)

Exemple :

Termes : a<b<c<d

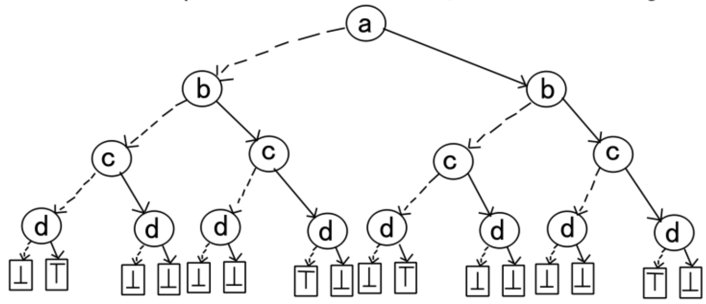
Ensembles :

{a,b,c}

{a,d}

{b,c}

{d}



But : faire des calculs sur l'ensemble (d'états) plutôt que sur chaque élément (état)

Encoder un réseau de Pétri :

Un réseau de Pétri est défini par <P,T,Pre,Post> où:

P,T sont des ensembles finis disjoints(place, transition)

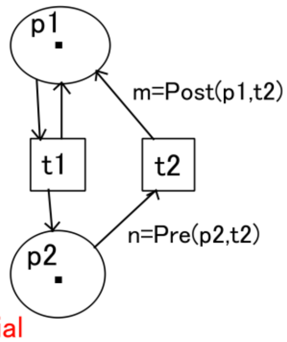
Pre,Post : P x T->N

L'état d'un réseau de Pétri est le marquage M: P->N

$t \in T$ est tirable $\iff \forall p \in P$: Pre(p,t)<=M(p)

Modification suite au tir :

$\forall p \in P$, M'(p)=M(p)+Post(p,t)–Pre(p,t)



Exemple:

(1,1)->t1->(1,2)

(1,1)->t2->(2,0)

But : calculer tous les marquages atteignables depuis un marquage initial

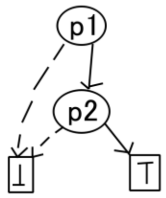
-> implémenter une notion de tirable et de tir dans l'encodage du réseau de Pétri

Encodage Réseau de Pétri safe : un seul jeton par place.

Encodage du marquage : $S_M = \bigcup\{p\}$ où $p \in P$ et M(p)=1 Ex: (1,0,1)-> S_M = {p1,p3}

Ordre total :p1<p2<…<pk

Encodage en SFDD: (1,1)={p1,p2}=



State space computation :

Algorithme global sur l'ensemble des marquages (pas sur des états individuels):

s0 : état initial, ϕ : ensemble de transitions homomorphiques, Résultat : ensemble des états atteignables

```
begin
   s,s_old, temp : set of states; , s=états atteignables
   s <-{s0};
   Repeat
      s_old <-s;
      ∀t∈ϕ do
           temp<-t(s) (la transition est appliquée à tous les états)
           s<-s∪temp
   until s=s_old (point fixe)
   return s;
```

Transitions homomorphiques :

Pour un marquage : t(m)=m+post(t)-pre(t)=post(t,pre(t,m)) étendu aux ensembles d'états :

$t(s \cup \{m\}) = t(s) \cup \{post(t,pre(t,m))\}$, s un ensemble d'état, m un état (un marquage)

t(Ø)=Ø, une transition non tirable est représentée par {Ø}

homomorphisme pour t :

$t = post(t) \circ pre(t)$ (enlever les jetons puis les ajouter)

$pre(t) = pre(t,p1) \circ \ldots \circ pre(t,pn)$

$post(t) = post(t,p1) \circ \ldots \circ post(t,pn)$

$pre(t,pi) = \ominus(pi) \circ filter(pi)$ si Pre(t,pi)!=0 (Si pi est dans la précondition de t)

(id) sinon   filter : tirabilité , $\ominus$: suppression (de pi dans S_M)

$post(t,pi) = \oplus(pi)$ si Post(t,pi)!=0 (Si il y a une production de jeton)

(id) sinon $\oplus$: insertion

Exemple :

$pre(t1,p1) = \ominus(p1) \circ filter(p1)$

pre(t1,p2) = id

pre(t2,p1) = id

$pre(t2,p2) = \ominus(p2) \circ filter(p2)$

$post(t1,p1) = \oplus(p1)$

$post(t1,p2) = \oplus(p2)$

$post(t2,p1) = \oplus(p1)$

post(t2,p2) = id

-> t homomorphisme