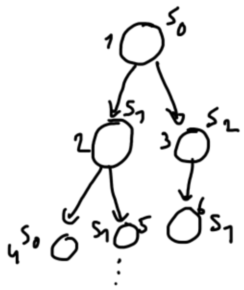
Q11 4.2

CTL semantics of the operators

CTL = Computation Tree Logic
CTL décrit les propriétés d'un arbre de calcul : formules pouvant raisonner plusieurs exécutions à la fois
(-> Propriétés valides pour un arbre d'exécution)
Computation tree : arbre décrivant l'exécution



Syntaxe : C'est une logique donc il y a :
– operateurs classiques (AND, OR, NOT, ...)
– propositions atomiques : propriétés sur les états. Ex: On/Off sur un état
↳ ¬(EX ON)
→ pas de on au prochain état
Opérateurs composé de 2 parties :
– quantification Q (il existe/pour tout)
– opérateurs temporels T (next/finally/globally/until)
Exprimés sur les exécutions du système
Opérateur : QT
Q:
E: Il existe une exécution
A: Pour toutes les exécutions
T:
X: next : le prochain état vérifie une propriété?
AX: demande que tous les prochains états possibles vérifient la propriété
EX: Au moins un des prochains états doit vérifier la propriété
G: globally: la propriété est vérifiée jusqu'à la fin de l'exécution
AG: Dans toutes les exécutions
EG: Il existe une exécution
F: finally: La propriété est vérifiée (une fois) au fil de l'exécution
AF: Pour toute exécution, on va trouver la propriété
EF: Au moins une exécution
U:until: prop p jusqu'à. ex: p vraie jusqu'à q vrai
AU: Pour toutes les exécutions
EU: Pour au moins une exécution

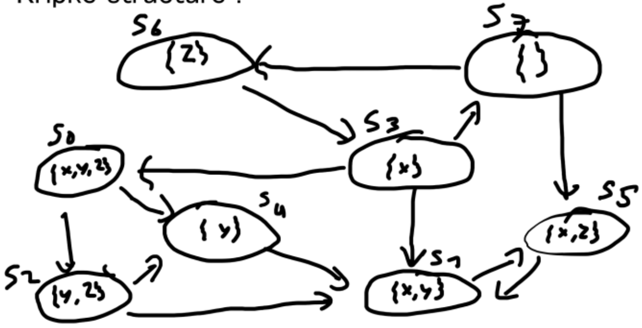
La sémantique du système :
Kripke structure $K=(S,\to,s^0,AP,v)$:
– système de transition (états, relation entre les états, état initial)
– AP : atomic propositions
– v: fonction donnant les états valides pour toute proposition atomique
Runs : une exécution/chemin dans l'arbre $\rho:N\to S$ ($\rho(0)$ est le premier état du chemin, $\rho(1)$ le deuxième, etc.
Sémantique d'une formule CTL ϕ sur AP vis à vis de K:
Ensemble d'états $[\phi]_K$ satisfaisants la formule ϕ.
- $[a]_K= v(a)$ pour $a \in AP$
- $[NOT\phi_1]_K=S\setminus[\phi_1]_K$
- $[\phi_1 OR \phi_2]_K=[\phi_1]_K \cup [\phi_2]_K$

t respecte la proprié

- $[EX\phi_1]_K$ = {s|il y a un t tel que s->t et $\boxed{t\in[\phi_1]_K}$ (s et t des états)}

- $[EG\phi_1]_K$ = {s|il y a une run ρ tel que $\rho(0)=s$ et $\rho(i)\in[\phi_1]_K$ pour tout $i\geq 0$}
- $[\phi_1 EU \phi_2]_K$ = {s|il y a une run ρ tel que $\rho(0)=s$ et $k\geq 0$ tel que $\rho(i)\in[\phi_1]_K$ pour tout $i<k$ et $\rho(k)\in[\phi_2]_K$}
déf. : K satisfait $\phi \Leftrightarrow s^0\in[\phi]_K$
ϕ_1 est équivalent à ϕ_2 si pour toute Kripke structure K : $[\phi_1]_K=[\phi_2]_K$

Sémantique des formules avec opérateurs embriqués : [AF AG x]
-> calculer [x] puis [AG x] puis [AF AG x]
Kripke structure :



→ $V(x) = \{s_0, s_1, s_3, s_5\}$
→ $AG\,x = AG(\{s_0,s_1,s_3,s_5\}) = \{s_1, s_5\}$
→ $AF\,AG\,x = AF(\{s_1,s_5\}) = \{s_0,s_1,s_2,s_4,s_5\}$
(toutes les possibilités doivent atteindre s1 ou s5)