

Q12 5.1 CTL model checking - Recursive definition

vérifier si une formule est respecté pour um model

Modèle M, état s \rightarrow satisfaction : $M, s \models \phi$ vérifie si la formule ϕ est valide sur s

Les algorithmes de model checking fixent un modèle Kripke $M = \langle S, \rightarrow, AP, v \rangle$

et une formule ϕ et calculent $[\phi]_M = \{s \in S \mid M, s \models \phi\}$: dénotation de ϕ

AP = propositions atomiques, v indique quels états vérifient chaque AP

$[\phi]_M$ = l'ensemble d'états satisfaisant la formule

But : trouver un algorithme calculant $[\phi]_M$

ceci est essentiel

$[\phi]_M =$

ensemble d états qui satis

Définition de $[\phi]$ récursivement à partir de ϕ , ψ et $p \in AP$:

$[t] = S$ (constante true est satisfaite dans tous les états)

$[f] = \emptyset$ (false jamais satisfait)

$[p] = v(p)$, $p \in AP$

opérateurs logiques :

$[\neg\phi] = S - [\phi]$ (complément sur l'ensemble des états)

$[\phi \text{ OR } \psi] = [\phi] \cup [\psi]$

$[\phi \text{ AND } \psi] = [\phi] \cap [\psi]$

Calculables car $[\phi]$ est fini

Plus complexe pour les autres formules ex : $[EX\phi]$, $[AX\phi]$, $[EF\phi]$, $[EG\phi]$, ...

Pour $[EX\phi]$: Calculer les prédécesseurs de $[\phi]$: $\text{pre}([\phi])$

Donc $[EX\phi] = \text{pre}_\exists([\phi])$ et $[AX\phi] = \text{pre}_\forall([\phi])$ avec

$\text{pre}_\exists([Y]) = \{s \in S \mid \exists s' \in S, s \rightarrow s' \text{ et } s' \in Y\}$ il existe 1 seul (ca suffi

$\text{pre}_\forall([Y]) = \{s \in S \mid \forall s' \in S, s \rightarrow s' \Rightarrow s' \in Y\}$

tous les états preceden

Y = ensemble d'états

qui respecte la propriété ϕ

Pour EF et EG le chemin n'est pas connu, il peut être de longueur variable

EF :

$[EF\phi] = \{s \in S \mid \exists \text{ path } \pi \text{ tel que } \pi(0)=s, \exists i \pi(i) \models \phi\}$

Besoin d'une définition récursive : l'état satisfait ϕ ou le prochain

$EF_i\phi$ = il existe un chemin de longueur i dans lequel à un moment ϕ est satisfait

$EF_0\phi = f$ (false)

$EF_{i+1}\phi = \phi \text{ OR } EX EF_i\phi$ soit c est vrai pour l etat actuels

Donc :

$EF_1\phi = \phi$

$EF_2\phi = \phi \text{ OR } EX \phi$

$EF_3\phi = \phi \text{ OR } EX(\phi \text{ OR } EX \phi)$

vrai mtn vrai mtn ou vrai ou suivant vrai mtn

Or, si $|S|=n$ et $k>n$ alors $[EF_k\phi] = [EF_n\phi]$

Donc, $[EF\phi] = [EF_n\phi]$ et

$[EF_0\phi] = \emptyset$

$[EF_{i+1}\phi] = [\phi] \cup \text{pre}_\exists([EF_i\phi])$

-> Processus pour calculer $[EF\phi]$

Par contre nous devrions nous arrêter si nous atteignons un point fixe et ne pas calculer les n étapes (prendre le prédécesseur ne change rien)

EG : Un chemin, ϕ est satisfait sur tous le chemin

$EG_0\phi = t$ (true, chemin inexistant)

$EG_{i+1}\phi = \phi \text{ AND } EX EG_i\phi$ (conjonction)

Donc :

$EG_1\phi = \phi$

and -> car globalement

$EG_2\phi = \phi \text{ AND } EX \phi$

$EG_3\phi = \phi \text{ AND } EX(\phi \text{ AND } EX \phi)$

Si $k>n$: $[EG_k\phi] = [EG_n\phi] = [EG\phi]$

Les autres peuvent être trouvés par équivalence avec les opérateurs d'existence.