Aluno: João Victor Alcantara Pimenta

11820812

Professor: Francisco Castilho Alcaraz

# 1 Automata

Iniciaremos nosso estudo simulando autômatos celulares determinísticos, esses são sistemas tais que o estado do sistema  $(C_{t+1})$  é completamente explicado pelo seu estado anterior  $(C_t)$  e uma regra de evolução. Podemos expressar

$$C_{t+1} = f_A(C_t)$$

Trataremos por simplicidade do caso unidimensional. O algoritmo vai ser em suma inicializar uma lista de L campos tal que nossa configuração inicial seja  $C_0 = \{b_0^0, b_0^1, \dots, b_0^L\}$  tais que cada elemento pode ser inicializado com a regra de preferência. Usaremos uma inicialização aleatória para os dados. A evolução será dada por uma regra tal que

$$b_i^t = f_A(b_{i-1}^t, b_i^t, b_{i+1}^t)$$

Um detalhe merece ser observado, usarmos um sistema circular de forma que as bordas são atualizadas de acordo com o vetor circular das condições. Ou seja,  $b_{-1}^t = bL^t$ , por exemplo. Note que nossa regra depende de três bits, de forma que temos 8 combinações possíveis para estes bits e para cada uma podemos definir seu resultado de 8 bits distinto. De forma que poderíamos definir 255 regras possíveis de evolução. Todas elas são mostrada no Anexo A. Para visualização, o número da regra é calculado por

$$\mathcal{X}_1 2^0 + \mathcal{X}_2 2^1 + \mathcal{X}_3 2^2 + \mathcal{X}_4 2^3 + \mathcal{X}_5 2^4 + \mathcal{X}_6 2^5 + \mathcal{X}_7 2^6 + \mathcal{X}_8 2^7$$

onde  $\mathcal{X}_i$  pode ser 1 ou 0 de acordo com a regra definida por

$$000 \to \mathcal{X}_1 \tag{1}$$

$$010 \to \mathcal{X}_3 \tag{2}$$

$$100 \to \mathcal{X}_5 \tag{3}$$

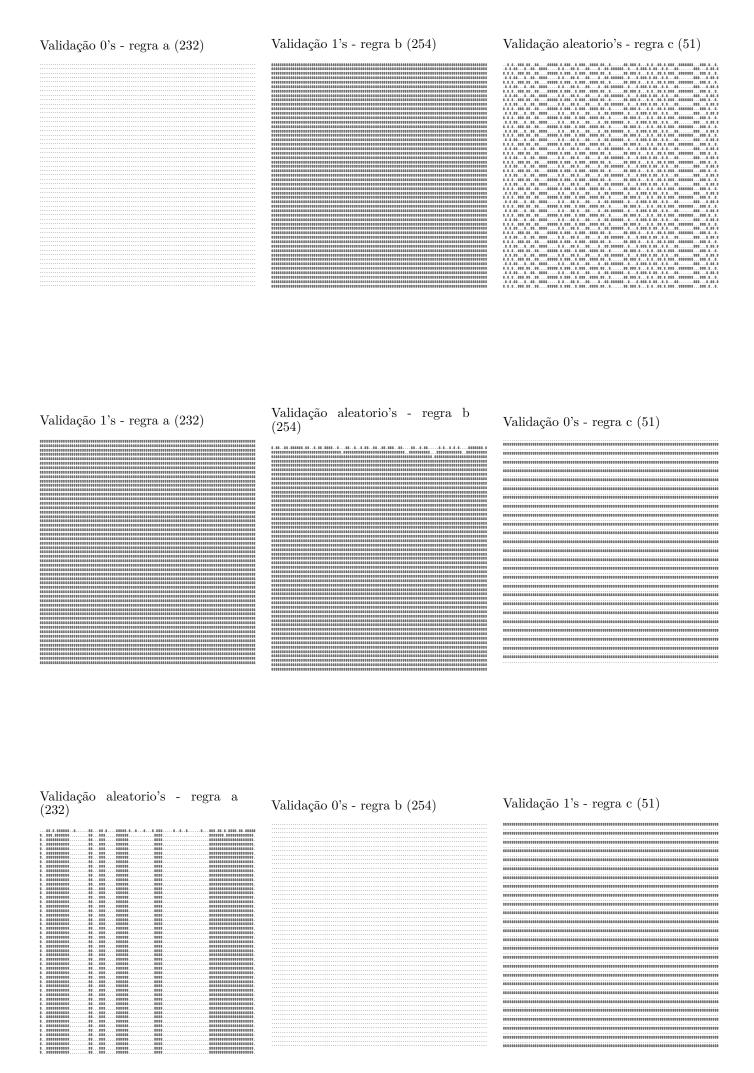
$$110 \to \mathcal{X}_7 \tag{4}$$

Escrevemos o programa

```
PROGRAM AUTOMATA
1
                 INTEGER r(8), celulata(102,2)
2
                  character(50) :: filename, lum(2)
3
                 COMMON /RULE/ r
4
                 COMMON /CELULATA/ celulata
5
6
                 lum = (/'.','$'/)
8
                 DO I=0,255
9
10
                        WRITE(filename, '(A, IO, A)') 'rules/', I
11
                        OPEN(UNIT=1,FILE=filename,STATUS='UNKNOWN')
12
13
                        call setcelulata()
14
                        call setrule(I)
15
16
                        write(1,'(102A1)') (lum(celulata(k,1)+1), k=1,102)
17
                        DO J=1,50
19
20
                             CALL UPDATECELULATA()
                              write(1,'(102A1)')(lum(celulata(k,1)+1),k=1,102)
21
                        END DO
22
23
                       CLOSE(UNIT=1)
24
25
                 END DO
26
27
           END PROGRAM AUTOMATA
28
29
           SUBROUTINE SETCELULATA()
30
                 INTEGER celulata(102,2)
31
                 COMMON /CELULATA/ celulata
32
33
                 DO N = 1,102
34
                       r = rand()
35
                        if (r.gt.0.5) then
36
                             celulata(N,1)=1
37
39
                              celulata(N,1)=0
40
                        end if
                 END DO
41
42
           END SUBROUTINE SETCELULATA
43
44
           SUBROUTINE UPDATECELULATA()
45
                 INTEGER celulata(102,2)
46
                 COMMON /CELULATA/ celulata
47
48
                 DO I=2,201
49
                       CALL UPDATECELL(I)
50
                 END DO
51
52
                 celulata(1,2)=celulata(101,2)
53
                 celulata(102,2)=celulata(2,2)
54
55
56
                 DO I=1.102
57
                       celulata(I,1)=celulata(I,2)
                 END DO
           END SUBROUTINE UPDATECELULATA
60
61
62
           SUBROUTINE UPDATECELL(id)
                 INTEGER celulata(102,2), r(8), case(3), BINARYTOINT
```

```
COMMON /CELULATA/ celulata
                  COMMON /RULE/ r
                   case = (/celulata(id-1,1),celulata(id,1),celulata(id+1,1)/)
67
                   icase = BINARYTOINT(case)
68
69
                   SELECT CASE (icase)
70
                         CASE (0)
71
                                celulata(id,2)=r(1)
72
                         CASE (1)
73
                                celulata(id,2)=r(2)
74
                         CASE (2)
75
                                celulata(id,2)=r(3)
76
                         CASE (3)
77
                                celulata(id,2)=r(4)
78
                         CASE (4)
79
                                celulata(id,2)=r(5)
80
                         CASE (5)
81
                                celulata(id,2)=r(6)
82
                         CASE (6)
83
                                celulata(id,2)=r(7)
                         CASE (7)
                               celulata(id,2)=r(8)
                         CASE DEFAULT
                               write(*,*) 'error'
                  END SELECT
89
90
            END SUBROUTINE UPDATECELL
91
92
            SUBROUTINE SETRULE(N)
93
                  INTEGER r(8), B(8)
94
                  COMMON /RULE/ r
95
96
                  Naux = N
97
                  DO I=1.8
98
                         B(I)=MOD(Naux,2)
99
                         Naux = Naux/2
100
                  END DO
101
102
                  DO I=1,8
103
                         R(9-I)=B(I)
                  END DO
            END SUBROUTINE SETRULE
107
            INTEGER FUNCTION BINARYTOINT(B)
108
109
                  INTEGER B(3)
110
                  DO I=1,3
111
                        N=N+B(I)*2**(3-I)
112
                  END DO
113
                  BINARYTOINT=N
114
            END FUNCTION BINARYTOINT
115
116
```

Generalizamos bastante o programa para que fosse possível criar o anexo de forma simples. Escreveremos dois exemplos de validação e dois exemplos de regras com padrões à nossa escolha também aqui na seção. Vemos nos dois primeiros quue



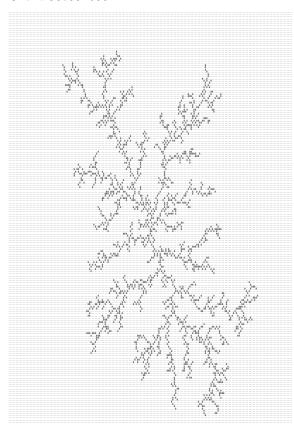
### 2 Dla 2D

Trataremos agora de um sistema de crescimento com aleatoriedade. Em suma, inciaremos uma semente de agregamento na origem de uma malha e inciaremos partículas livres com movimento browniano que poderão se agregar a esta semente original, que agora será composta do estado anterior mais a partícula livre. Escrevemos

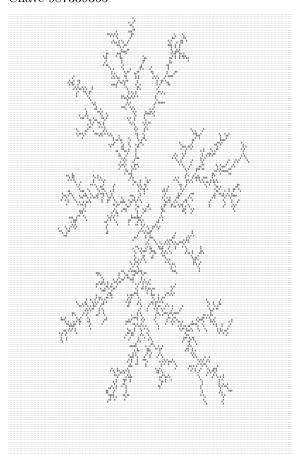
```
PROGRAM DLA
 1
     С
                  this program computes the 2d dla - diffusion limited aggregation
2
                  PARAMETER (N=100, iparticles=5000)
3
                  INTEGER COORD(-N:N,-N:N), FREE(2), radius, r0, r2, part
4
                  character(5) :: lum(2)
5
                  COMMON /COORD/ COORD
6
                  LOGICAL GONE, TOUCH
                  lum = (/'.','$'/)
9
                  open(2, file='dla2d/radius3.dat')
10
                  radius = 1
11
                  part = 0
12
13
                  initialize the seed
14
                  COORD(0,0) = 1
15
                  initialize the random number generator
16
                  CALL SRAND (998784433)
17
                  loop over all particles
18
                  DO 100 I=1, iparticles
19
20
                        IF (radius >= 99) GOTO 100
21
22
     С
                        initialize a new free particle in a random position
23
                        CALL RANDOM_POSITION(FREE, radius, r0)
24
25
     C
                        loop its random walk
26
                        DO 10 WHILE (.NOT. GONE(FREE, rO))
27
                               CALL WALK (FREE)
28
                               IF (TOUCH(FREE)) THEN
29
30
                                     add the particle to the cluster
31
                                     COORD(FREE(1), FREE(2)) = 1
32
33
                                     update the radius and count
34
                                     part = part + 1
35
                                     r2 = FREE(1)**2 + FREE(2)**2
36
                                     if (r2 > radius**2) then
37
                                           radius=Ceiling(r2**0.5)
38
                                           write(2,*) radius, part
39
                                     end if
40
                                     GOTO 20
41
42
                               END IF
43
      10
44
                        END DO
                        CONTINUE
      20
45
46
                  END DO
      100
47
48
49
     С
                  print the cluster
                  open(1, file='dla2d/dla3.dat')
50
51
                  DO 30 1=-N,N
52
                        write(1, (201A1)) (lum(COORD(k, 1)+1), k=-N, N)
53
      30
                  END DO
55
                  close(1)
                  close(2)
```

```
57
58
            END PROGRAM DLA
59
            this subroutine generates a random position for a new particle
60
            the position is a random point on a square of side = radius*5
      С
61
            the center of the square is the origin
62
            SUBROUTINE RANDOM_POSITION(FREE, radius, r0)
63
                  INTEGER FREE(2), radius, r0, sgnx, sgny
64
65
                  isg is the sign of the random number
66
                  sgnx= sign(1,Fl00R(RAND()-0.5))
67
                  sgny = sign(1,Floor(RAND()-0.5))
68
                  random points on a square of side radius*5 at Origin
69
                  except for the center square of side radius+5
70
      С
                  FREE(1)=sgnx*((radius+5)+CEILING(RAND()*radius*3))
71
                  FREE(2)=sgny*((radius+5)+CEILING(RAND()*radius*3))
72
                  rO is the distance of the particle from the origin
73
74
                  r0 = max(abs(FREE(1)), abs(FREE(2)))
75
                  RETURN
76
            END SUBROUTINE RANDOM_POSITION
77
78
            this subroutine makes a random walk of a particle
79
      С
            the particle moves in a random direction by a random distance
80
            SUBROUTINE WALK (FREE)
81
                  INTEGER FREE(2)
82
                  walk in a random direction -1, 0, 1 in x and -1, 0, 1 in y
      С
83
                  FREE(1) = FREE(1) + FLOOR(RAND()*3)-1
84
                  FREE(2) = FREE(2) + FLOOR(RAND()*3)-1
85
                  RETURN
86
            END SUBROUTINE WALK
87
88
            this function checks if a particle has gone out of the square
      С
89
            LOGICAL FUNCTION GONE (FREE, ro)
90
                  INTEGER FREE(2), r0
91
                  GONE = .FALSE.
92
                  IF (ABS(FREE(1)) .GT. r0*4) GONE = .TRUE.
93
94
                  IF (ABS(FREE(2)) .GT. r0*4) GONE = .TRUE.
95
                  RETURN
            END FUNCTION GONE
96
97
            this function checks if a particle has touched the cluster
98
            LOGICAL FUNCTION TOUCH (FREE)
99
                  PARAMETER (N=100)
100
                  INTEGER FREE(2), COORD(-N:N,-N:N)
101
                  COMMON /COORD/ COORD
102
103
                  TOUCH = .FALSE.
104
                  CHECK BORDERS
105
                  IF (ABS(FREE(1))+1 >= N .OR. ABS(FREE(2)) + 1 >= N) GOTO 30
106
                  DO 10 I=-1,1
107
                        DO 20 J=-1,1
108
                               IF(COORD(FREE(1)+I,FREE(2)+J).EQ.1) THEN
109
                                     TOUCH=.TRUE.
110
                                     GOTO 30
111
                               END IF
112
       20
                         END DO
113
                  END DO
114
       10
                  CONTINUE
115
       30
                  RETURN
116
117
            END FUNCTION TOUCH
118
```

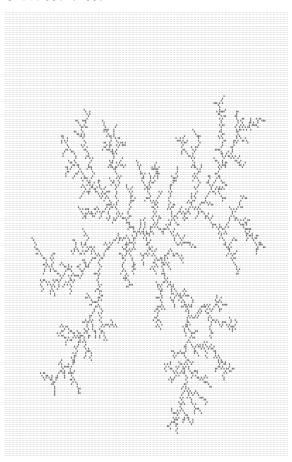
# Chave 987991650



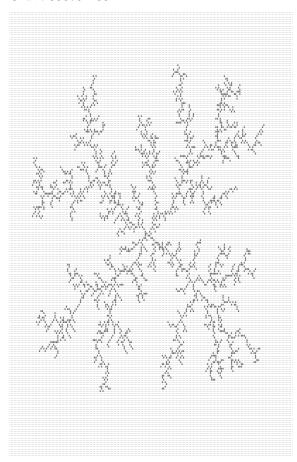
# Chave 987339365



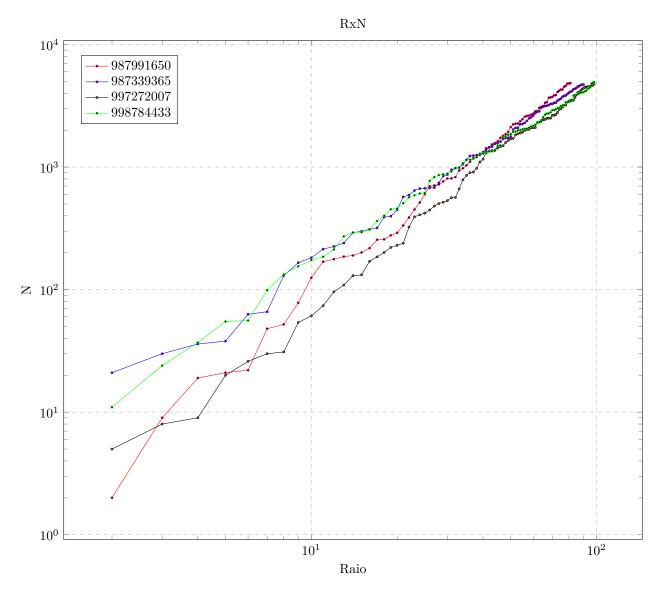
# Chave 997272007



### Chave 998784433



Este processo gera estruturas do tipo fractais e tem dimensão definida por uma espécie de densidade de partículas necessárias par aumentar o raio do aglomerado. Registraremos para o cálculo da dimensionalidade o crescimento do raio com a quantidade de partículas agregadas.



Queremos achar as retas que melhor descrevam cada conjunto de ponto acima. Para isso, realizaremos mínimos quadrados e resolveremos o sistema

$$A^T A x = A^T b$$

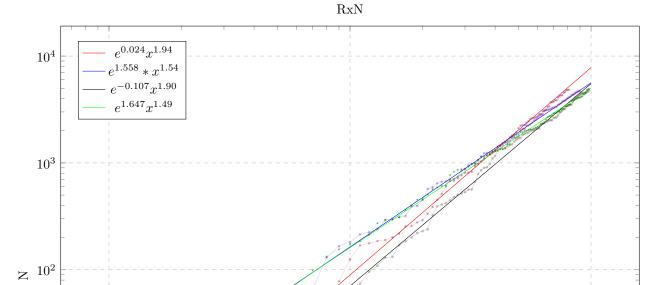
Minimizando

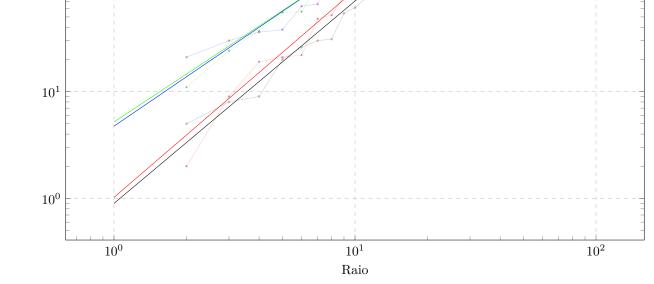
$$||Ax - b||^2$$

Onde

$$A = \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

x é o vetor de coeficientes da reta e b são os pontos dos dados. Resolvido, podemos plotar as retas e suas funções.





A dimensão alcançada nas simulações realizadas foram

$$987991650 \to D = 1.94 \tag{5}$$

$$987339365 \to D = 1.54 \tag{6}$$

$$997272007 \to D = 1.9 \tag{7}$$

$$998784433 \to D = 1.49 \tag{8}$$

Se trata de um processo aleatório, é claro, mas em geral os processos devem se comportar assintoticamente similares.

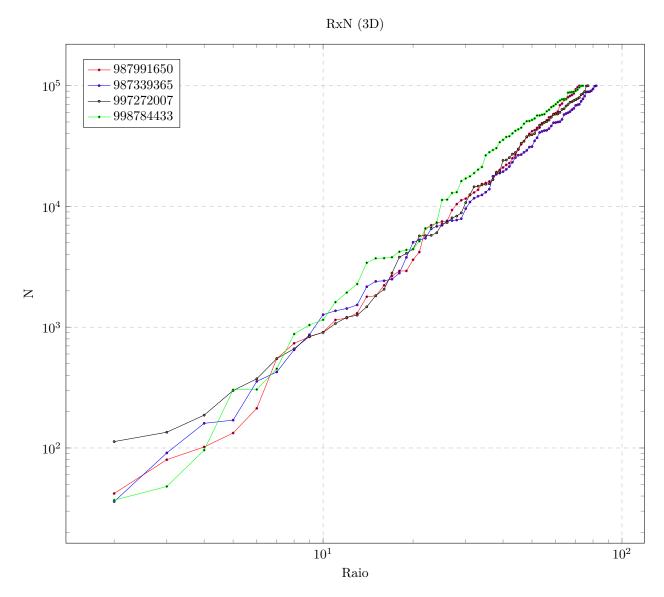
### 2.1 Dla 3D

Agora para os dados tridimensionais repetiremos o processo adicionando o novo grau de liberdade.

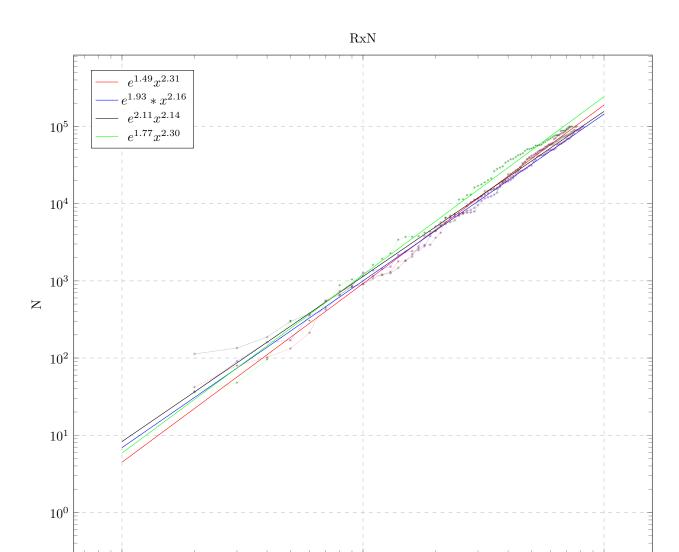
```
PROGRAM DLA3D
1
     С
                  this program computes the 2d dla - diffusion limited aggregation
2
                  PARAMETER (N=100, iparticles=100000)
3
                  INTEGER COORD(-N:N,-N:N,-N:N), FREE(3), radius, r0, r2, part
                  character(5) :: lum(2)
5
                  COMMON /COORD/ COORD
6
                  LOGICAL GONE, TOUCH
                  lum = (/'.','$'/)
9
                  open(1, file='dla3d/radius03D.dat')
10
11
                  radius = 1
12
                  part = 0
13
14
                  initialize the seed
15
                  COORD(0,0,0) = 1
16
17
                  initialize the random number generator
18
                  CALL SRAND (987991650)
19
20
     С
                  loop over all particles
21
                  DO 100 I=1, iparticles
22
23
                        IF (radius >= 99) GOTO 100
24
25
     С
                        initialize a new free particle in a random position
26
                        CALL RANDOM_POSITION(FREE, radius, r0)
27
28
     C
                        loop its random walk
29
                        DO 10 WHILE (.NOT. GONE(FREE, rO))
30
                              CALL WALK (FREE)
31
                              IF (TOUCH(FREE)) THEN
32
                                    COORD(FREE(1), FREE(2), FREE(3)) = 1
33
                                     part = part + 1
34
                                     r2 = FREE(1)**2+FREE(2)**2+FREE(3)**2
35
                                     IF(r2.GT.radius**2) radius=ceiling(r**0.5)
36
                                     GOTO 20
37
                              END IF
38
      10
                        END DO
39
                        CONTINUE
40
41
                        write(1,*) radius, part
42
43
                  END DO
44
45
                  close(1)
46
47
           END PROGRAM DLA3D
48
49
50
     С
           this subroutine generates a random position for a new particle
     С
51
            the position is a random point on a square of side = radius*5
     С
52
            the center of the square is the origin
53
           SUBROUTINE RANDOM_POSITION(FREE, radius, r0)
54
                  INTEGER FREE(3), radius, r0, sgnx, sgny, sgnz
55
56
                  isg is the sign of the random number
57
                  sgnx= sign(1,F100R(RAND()-0.5))
58
                  sgny = sign(1,Floor(RAND()-0.5))
                  sgnz = sign(1,Floor(RAND()-0.5))
```

```
60
61
      С
                  random points on a square of side radius*5 at Origin
                  except for the center square of side radius+5
62
                  FREE(1)=sgnx*((radius+5)+CEILING(RAND()*radius*3))
63
                  FREE(2)=sgny*((radius+5)+CEILING(RAND()*radius*3))
64
                  FREE(3)=sgnz*((radius+5)+CEILING(RAND()*radius*3))
65
                  rO is the distance of the particle from the origin
66
                  r0 = max(abs(FREE(1)), abs(FREE(2)), abs(FREE(3)))
67
68
                  RETURN
69
            END SUBROUTINE RANDOM_POSITION
70
71
      С
            this subroutine makes a random walk of a particle
72
      C
            the particle moves in a random direction by a random distance
73
            SUBROUTINE WALK (FREE)
74
75
                  INTEGER FREE(3)
                  walk in a random direction -1, 0, 1 in x and -1, 0, 1 in y
76
77
                  FREE(1) = FREE(1) + FLOOR(RAND()*3)-1
                  FREE(2) = FREE(2) + FLOOR(RAND()*3)-1
78
                  FREE(3) = FREE(3) + FLOOR(RAND()*3)-1
79
                  RETURN
80
            END SUBROUTINE WALK
81
82
            this function checks if a particle has gone out of the square
83
            LOGICAL FUNCTION GONE (FREE, ro)
84
                  INTEGER FREE(3), r0
85
                  GONE = .FALSE.
86
                  IF (ABS(FREE(1)) .GT. r0*4) GONE = .TRUE.
87
                  IF (ABS(FREE(2)) .GT. r0*4) GONE = .TRUE.
88
                  IF (ABS(FREE(3)) .GT. r0*4) GONE = .TRUE.
89
                  RETURN
90
            END FUNCTION GONE
91
92
      С
            this function checks if a particle has touched the cluster
93
            LOGICAL FUNCTION TOUCH (FREE)
94
95
                  PARAMETER (N=100)
96
                  INTEGER FREE(3), COORD(-N:N,-N:N,-N:N)
97
                  COMMON /COORD/ COORD
98
                  TOUCH = .FALSE.
99
                  CHECK BORDERS
100
            IF(ABS(FREE(1))>=N.OR.ABS(FREE(2))>=N.OR.ABS(FREE(3))>=N) GOTO 40
101
                  DO 10 I=-1,1
102
                  DO 20 J=-1,1
103
104
                         IF(COORD(FREE(1)+I,FREE(2)+J,FREE(3)+K).EQ.1) THEN
105
                               TOUCH=.TRUE.
106
                               GOTO 40
107
                         END IF
108
       30
                  END DO
109
       20
                  END DO
110
                  END DO
       10
111
                  CONTINUE
       40
112
                  RETURN
113
114
            END FUNCTION TOUCH
115
```

Não visualizaremos os dados, contudo podemos ainda analisar a dimensionalidade do nosso fractal com o processo já discutido. Com as regressões já discutidas obtivemos as dimensões



 $\acute{\rm E}$  a visualização do crescimento do Raio com a quantidade de partículas agregadas ao Cluster que simulamos.



Obtemos as dimensões

 $10^{0}$ 

$$987991650 \to D = 2.31 \tag{9}$$

 $10^{2}$ 

$$987339365 \to D = 2.16 \tag{10}$$

$$997272007 \to D = 2.14 \tag{11}$$

$$998784433 \to D = 2.30 \tag{12}$$

Que é a dimensão para o dla nas três dimensões. Novamente é um processo estocástico mas deve ter um comportamento razoavelmente similar na assintótica.

 $10^1$ Raio

### 3 Efeito Corona

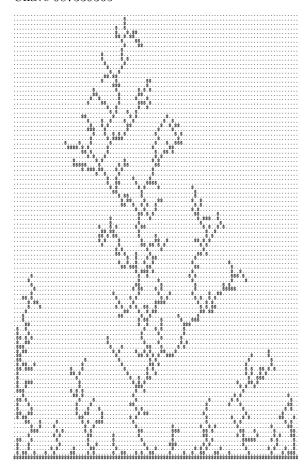
Para esta simulação mudamos um pouco as regras do nosso programa. Ao invés de iniciarmos como uma semente na origem, tornaremos a linha referente à y=0 com semente, agregando todas partículas livres que se depositarem nesta linha. Removeremos todas partículas que saírem muito da nossa região de interesse. Escrevemos:

```
PROGRAM RAIO
     С
                  this program computes the 2d dla - diffusion limited aggregation
2
                  PARAMETER (N=100, iparticles=5000)
3
                  INTEGER COORD(0:N,0:N), FREE(2), heigth
4
                  character(5) :: lum(2)
                  COMMON /COORD/ COORD
                  LOGICAL GONE, TOUCH
                  lum = (/'.','$'/)
                  heigth = 0
10
11
                  initialize the seed on all the line y=0
12
                  DO 10 I=0, N
13
                        COORD(0,I) = 1
14
      10
                  END DO
15
16
     С
                  initialize the random number generator
17
                  CALL SRAND (998784433)
18
19
                  loop over all particles
     C
20
                  DO 100 I=1, iparticles
21
22
23
     C
                        initialize a new free particle in a random position
                        CALL RANDOM_POSITION(FREE, N, heigth)
24
25
                        IF (heigth \geq= N - 1) GOTO 100
26
27
     С
                        loop its random walk while not gone or not touched
28
                        DO 30 WHILE (.NOT. GONE(FREE))
29
                               CALL WALK (FREE)
30
                               IF (TOUCH(FREE)) THEN
31
                                     IF (heigth .LT. FREE(1)) heigth = FREE(1)
32
                                     COORD(FREE(1), FREE(2)) = 1
33
                                     GOTO 20
34
                               END IF
35
                        END DO
36
                        CONTINUE
37
38
                  END DO
      100
39
40
     С
41
                  print the cluster
                  open(1, file='dlaRaioexp3.dat')
42
                  DO 40 1=0,N
43
                        write(1, (101A1)) (lum(COORD(N-1, N-k)+1), k=0, N)
44
45
      40
                  END DO
46
47
                  close(1)
49
           END PROGRAM RAIO
50
     С
           this subroutine generates a random position for a new particle
51
           the position is a random point on a square of side = radius*5
52
     С
            the center of the square is the origin
53
           SUBROUTINE RANDOM_POSITION(FREE, N, heigth)
54
                  INTEGER FREE(2), heigth
55
```

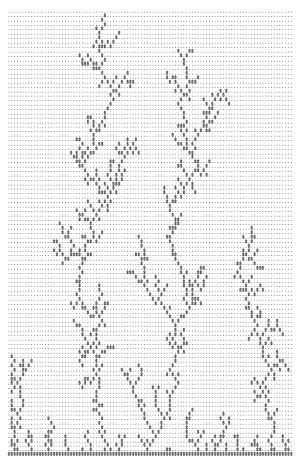
```
56
57
                  FREE(1) = heigth + 15
                  FREE(2) = CEILING(RAND()*N)
58
59
                  RETURN
60
            END SUBROUTINE RANDOM_POSITION
61
62
            this function checks if a particle has gone out of the square
63
            LOGICAL FUNCTION GONE (FREE)
64
                  INTEGER FREE(2)
65
                  PARAMETER (N=100)
66
67
                  GONE = .FALSE.
68
                  IF (ABS(FREE(1)) .GT. N*5/4) GONE = .TRUE.
69
                  IF (ABS(FREE(2) - N/2) .GT. (N*5/4)) GONE = .TRUE.
70
71
                  RETURN
72
            END FUNCTION GONE
73
74
      С
75
            this subroutine makes a random walk of a particle
      С
            the particle moves in a random direction by a random distance
76
            SUBROUTINE WALK (FREE)
77
                  INTEGER FREE(2)
78
79
                  walk in a random direction -1, 0, 1 in x and -1, 0 in y
80
                  FREE(1) = FREE(1) + FLOOR(RAND()*3)-1
81
                  FREE(2) = FREE(2) + FLOOR(RAND()*3)-1
82
83
                  RETURN
84
            END SUBROUTINE WALK
85
86
      С
            this function checks if a particle has touched the cluster
87
            LOGICAL FUNCTION TOUCH (FREE)
88
                  PARAMETER (N=100)
89
                  INTEGER FREE(2), COORD(0:N,0:N)
90
                  COMMON /COORD/ COORD
91
92
                  TOUCH = .FALSE.
93
                  CHECK BORDERS
94
      С
95
                  IF (FREE(1) + 1 > N .OR. FREE(1) - 1 < 0) GOTO 30
                  IF (FREE(2) + 1 > N .OR. FREE(2) - 1 < 0) GOTO 30
96
                  DO 10 I=-1,1
97
                        DO 20 J=-1,1
98
                               IF(COORD(FREE(1)+I,FREE(2)+J).EQ.1) THEN
99
                                     TOUCH=.TRUE.
100
                                     GOTO 30
101
                               END IF
102
                        END DO
       20
103
                  END DO
       10
104
       30
                  CONTINUE
105
                  RETURN
106
107
            END FUNCTION TOUCH
108
```

# Chave 987991650

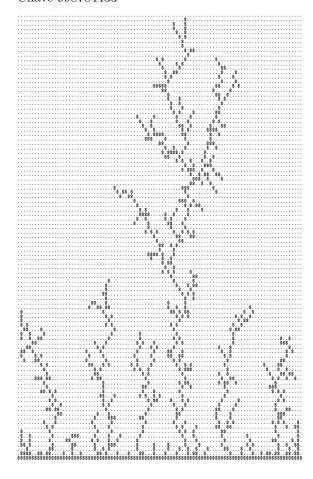
# Chave 987339365



### Chave 997272007



### Chave 998784433



# 4 Revoluções Populares

Neste caso, mudaremos um pouco o processo de geração do nosso fractal. Iniciaremos uma malha 2D de tamanho necessário e caminharemos uma semente, que inicia na origem, pelo plano. Com o decorrer de colisões com outras partículas, estas se agregam ao aglomerado e se movem com um corpo rígido pelo plano agregando mais e mais partículas.

Temos dois problemas na implementação básica do nosso algoritmo. Caminhar o aglomerado no plano onde estão as partículas livres não é o caso ideal, além de ter de distinguir entre partículas livres e partículas do aglomerado quando checando por colisões, precisaremos atualizar a posição de cada uma das partículas no plano.

Resolveremos isso usando um fato importante sobre nosso aglomerado. Ele é um corpo rígido. Todas partículas no seu interior tem posição relativa fixa. Retiraremos nosso aglomerado do plano das partículas livres para uma lista de coordenadas. Mais importante ainda, de coordenadas relativas à um vetor V. Este vetor será relativo à posição de nossa partícula original, a partir de qual, atualizando somente esta, poderemos checar todas posições do aglomerado.

Um outro problema é importante de ser considerado. Do jeito atual teríamos que checar em volta de todos os pontos do aglomerado para checar por uma partícula livre. Ao invés disso, colocaremos as partículas livres no plano de uma forma especial ilustrada abaixo

0	1	1	2	11	2
0	1	10	2	11	2
0	1	2	3	2	1
1	1	1	10	1	0
10	1	1	1	1	0
1	1	0	0	0	0

A matriz é inicializadas com 0's. Nos locais onde partículas livres são adicionadas adicionaremos o valor 10 e em volta, adicionaremos 1's. Os valores são cumulativos. Agora, suponha que estamos com três partículas nesta região do plano, representadas pelas partes em vermelho.

0	1	1	2	11	2
0	1	10	2	11	2
0	1	2	3	2	1
1	1	1	10	1	0
10	1	1	1	1	0
1	1	0	0	0	0

Note que agora ao se aproximar de uma partícula livre, sentiremos sua influência e poderemos, sem fazer a busca nos arredores à agregar e retirar do plano

0	1	1	2	11	2
0	1	10	2	11	2
0	1	2	3	2	1
1	1	1	10	1	0
10	1	1	1	1	0
1	1	0	0	0	0

Escrevemos então

0	1	1	2	11	2
0	1	10	2	11	2
0	1	1	2	1	0
1	1	0	0	0	0
10	1	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0

```
PROGRAM REVOLUCAO
 1
2
     С
           SIMULAREMOS O AGREGAMENTO DE PARTICULAS EM UMA SEMENTE LIVRE
3
     С
           SE MOVENDO NO PLANO E SE AGREGANDO A PARTICULAS AO CONTATO
4
5
          PARAMETER (N=200, M=100)
6
           LOGICAL INFIELD, FULL
           INTEGER PARTICLES((2*N)**2+1,2),COORD(-N-1:N+1,-N-1:N+1),
8
          + REF(2), IMAX, ESCRITA(-M:M,-M:M), Raio
9
           COMMON /C/ COORD, NFREEPARTICLES
10
           COMMON /S/ PARTICLES, REF, NLOCKEDPARTICLES
11
           character(5) :: lum(2)
12
13
           lum = (/'.','$'/)
14
15
16
     С
           initialize the random number generator
           CALL SRAND (998784433)
17
18
           NLOCKEDPARTICLES=0
19
           NFREEPARTICLES=0
20
           IMAX = 0
21
22
           ARQUIVO PARA CALCULO DE DIMENSÃO FRACTAL
23
           OPEN(UNIT=2,FILE='revolucao3Dim.dat',STATUS='UNKNOWN')
24
           write(2,*) 'Raio', 'NLOCKEDPARTICLES'
25
26
           INCIALIZAREMOS NOSSAS CONDIÇÕES INICIAIS DE PARTICULAS NO PLANO
     С
27
           DE COOR DE FORMA SIMILAR AO CAMPO MINADO, OU SEJA:
     С
28
                      0 0 0 0 0 0 0 0 0
     С
29
     С
                       0 1 1 1 0 0 1 1 1 0
30
     С
                       0 1 10 1 0 1 2 11 1 0
31
     С
                       0 1 1 1 0 1 11 2 1 0
32
     С
                       0 0 0 0 0 1 1 1 0 0
33
     С
                       0 0 0 0 0 0 0 0 0
34
     С
           ONDE 10 É SOMADO AO PONTO DA PARTICULA E 1 AOS ARREDORES
35
36
           CALL SETUPFIELD()
37
38
     С
           INICIALIZAMOS NOSSO VETOR DE PARTICULAS E SEMENTE INICIAL
39
     С
           NOTE QUE USAREMOS REF PARA MOVIMENTAR O BLOCO SEM ATUALIZAR
40
     С
           O VETOR DE PARTICULAS, APENAS SOMANDO VETORES
41
42
           CALL SETUPPARTICLES()
43
44
           COMEÇAMOS A AGREGAR E MOVIMENTAR AS PARTICULAS
45
46
           CALL AGGREGATE (Raio)
47
48
           IF (NLOCKEDPARTICLES<NFREEPARTICLES) FULL=.FALSE.
49
50
           DO WHILE (INFIELD().AND..NOT.FULL.AND.IMAX<200)
51
52
                 write(2,*) Raio, NLOCKEDPARTICLES
53
54
           QUANDO NÃO HOUVER MAIS PARTICULAS ENTORNO, MOVIMENTAMOS O BLOCO
55
     С
                 CALL MOVEBLOCK()
56
57
     С
           AGREGATE VAI CHECAR POR PARTICULAS NO ARREDOR, REMOVE-LAS DA GRADE
59
           E ADICIONA-LAS AO BLOCO DE PARTICULAS
60
61
                 CALL AGGREGATE (Raio)
62
                 IF (NLOCKEDPARTICLES<NFREEPARTICLES) FULL=.FALSE.
```

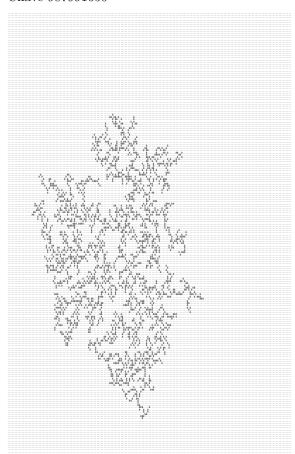
```
IMAX=IMAX+1
64
            END DO
65
66
67
            OPEN(UNIT=1,FILE='revolucao3.dat',STATUS='UNKNOWN')
68
69
            DO I =-M,M
70
                  DO J=-M,M
71
                         ESCRITA(I,J)=0
72
                  END DO
            END DO
73
            DO I=1, NLOCKEDPARTICLES
74
                  ESCRITA(PARTICLES(I,1),PARTICLES(I,2))=1
75
            END DO
76
            DO I=-M,M
77
                  write(1,'(402A1)') (lum(ESCRITA(I,J)+1),J=-M,M)
78
            END DO
79
            close(1)
80
81
            END PROGRAM REVOLUCAO
82
83
            SUBROUTINE SETUPFIELD()
84
                  PARAMETER (N=200, p=0.2)
85
                  INTEGER COORD (-N-1:N+1,-N-1:N+1)
86
                  COMMON /C/ COORD, NFREEPARTICLES
87
                  DO I=-N-1,N+1
                        DO J=-N-1,N+1
91
                              COORD(I,J)=0
                         END DO
92
                  END DO
93
94
                  DO I=-N,N
95
                        DO J=-N,N
96
                               IF(RAND() < p) THEN
97
                                         CALL ADDPARTICLE(I, J)
98
                                          NFREEPARTICLES=NFREEPARTICLES+1
99
                               END IF
100
                         END DO
101
                  END DO
102
103
            END SUBROUTINE SETUPFIELD
104
105
            SUBROUTINE SETUPPARTICLES()
106
                  PARAMETER (N=200)
107
                  INTEGER PARTICLES ((2*N)**2+1,2), REF(2)
108
                  COMMON /S/ PARTICLES, REF, NLOCKEDPARTICLES
109
110
                  DO I=1,N
111
112
                        DO J=1,2
                              PARTICLES(I,J)=0
113
                        END DO
114
                  END DO
115
116
                  PARTICLES(1,1)=0
117
                  PARTICLES(1,2)=0
118
                  PARTICLES(2,1)=10101010
119
                  PARTICLES(2,2)=10101010
120
121
                  REF(1)=0
122
                  REF(2)=0
123
                  NLOCKEDPARTICLES=1
124
125
            END SUBROUTINE SETUPPARTICLES
126
```

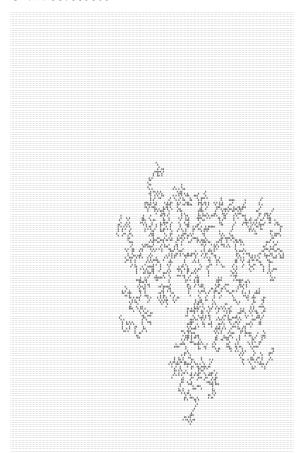
```
127
128
            SUBROUTINE ADDPARTICLE(I, J)
                  PARAMETER (N=200)
129
                  INTEGER I, J
130
                  INTEGER COORD(-N-1:N+1,-N-1:N+1)
131
                  COMMON /C/ COORD, NFREEPARTICLES
132
133
                  COORD(I,J)=COORD(I,J)+9
134
                  DO K=-1,1
135
                         DO L=-1,1
136
                               COORD(I+K,J+L)=COORD(I+K,J+L)+1
137
                         END DO
138
                  END DO
139
140
            END SUBROUTINE ADDPARTICLE
141
^{142}
            SUBROUTINE REMOVEPARTICLE(I, J)
143
                  PARAMETER (N=200)
145
                  INTEGER I, J
                  INTEGER COORD(-N-1:N+1,-N-1:N+1)
                  COMMON /C/ COORD, NFREEPARTICLES
147
148
                  COORD(I,J)=COORD(I,J)-9
149
                  DO K=-1,1
150
151
                                COORD(I+K,J+L)=COORD(I+K,J+L)-1
152
153
                  END DO
154
155
            END SUBROUTINE REMOVEPARTICLE
156
157
            SUBROUTINE LOCKPARTICLE(I, J)
158
                  PARAMETER (N=200)
159
                  INTEGER PARTICLES((2*N)**2+1,2), REF(2), NLOCKEDPARTICLES
160
                  COMMON /S/ PARTICLES, REF, NLOCKEDPARTICLES
161
162
                  PARTICLES (NLOCKEDPARTICLES+1,1)=I
163
                  PARTICLES (NLOCKEDPARTICLES+1,2)=J
164
165
                  PARTICLES (NLOCKEDPARTICLES+2,1)=10101010
166
                  PARTICLES (NLOCKEDPARTICLES+2,2)=10101010
167
                  NLOCKEDPARTICLES=NLOCKEDPARTICLES+1
168
169
            END SUBROUTINE LOCKPARTICLE
170
171
            LOGICAL FUNCTION INFIELD()
172
                  PARAMETER (N=200)
173
                  INTEGER PARTICLES ((2*N)**2+1,2), REF(2)
174
                  COMMON /S/ PARTICLES, REF, NLOCKEDPARTICLES
175
176
                  INFIELD=.TRUE.
177
                  IF (ABS(REF(1)) > N) INFIELD=.FALSE.
178
                  IF (ABS(REF(2)) > N) INFIELD=.FALSE.
179
180
                  RETURN
181
            END FUNCTION INFIELD
182
183
            SUBROUTINE MOVEBLOCK()
                  PARAMETER (N=200)
185
                  INTEGER PARTICLES ((2*N)**2+1,2), REF(2)
                  COMMON /S/ PARTICLES, REF, NLOCKEDPARTICLES
                  REF(1)=REF(1)+floor(RAND()*3)-1
```

```
REF(2)=REF(2)+floor(RAND()*3)-1
190
191
            END SUBROUTINE MOVEBLOCK
192
193
            SUBROUTINE AGGREGATE(Raio)
194
                  PARAMETER (N=200)
195
                  INTEGER PARTICLES((2*N)**2+1, 2), REF(2),
196
                           COORD(-N-1:N+1, -N-1:N+1), X, Y, C1, C2, Raio
197
                  COMMON /S/ PARTICLES, REF, NLOCKEDPARTICLES
198
                  COMMON /C/ COORD, NFREEPARTICLES
199
200
201
                  DO 10 WHILE (PARTICLES(I,1) /= 10101010)
202
203
                         X = PARTICLES(I,1) + REF(1)
204
                         Y = PARTICLES(I,2) + REF(2)
205
206
                         IF (ABS(X) > N .OR. ABS(Y) > N) GOTO 100
207
                         IF (COORD(X,Y) == 0) THEN
208
                               GOTO 100
209
                         ELSE
210
211
                               DO 20 K=-1,1
212
                                     DO 30 L=-1,1
213
                                     IF (K == 0 .AND. L == 0) GOTO 200
214
215
                                     C1 = X+K
                                      C2 = Y+L
216
                                     IF (COORD(C1,C2) >= 10) THEN
217
218
                                     IF (x**2+y**2 > Raio) Raio = x**2+y**2
219
220
                                      CALL REMOVEPARTICLE(C1,C2)
221
                                     CALL LOCKPARTICLE(C1-REF(1), C2-REF(2))
222
223
                                     END IF
224
                                     CONTINUE
       200
225
226
       30
                                     END DO
227
                               END DO
       20
228
                        END IF
229
230
                         CONTINUE
231
       100
                         I = I + 1
232
233
                  END DO
       10
236
            END SUBROUTINE AGGREGATE
237
238
239
240
241
```

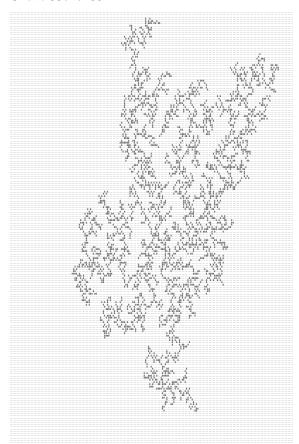
Chave 987991650

# Chave 987339365

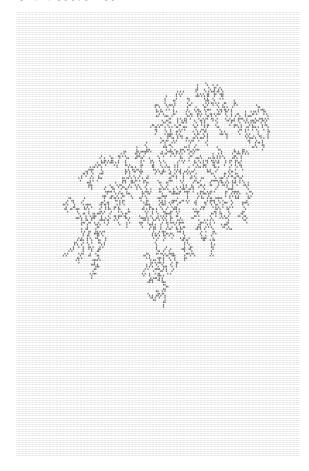




### Chave 99727200

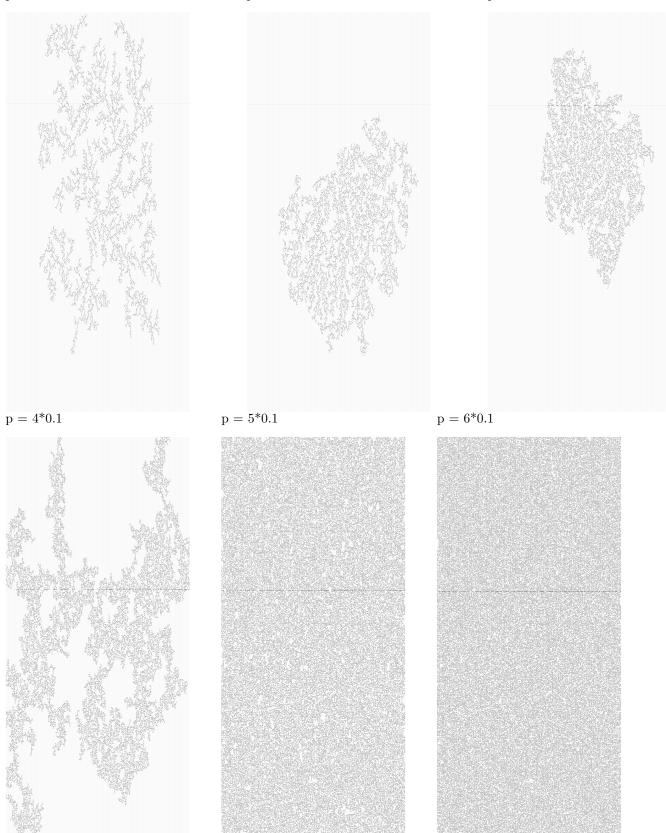


### Chave 998784433

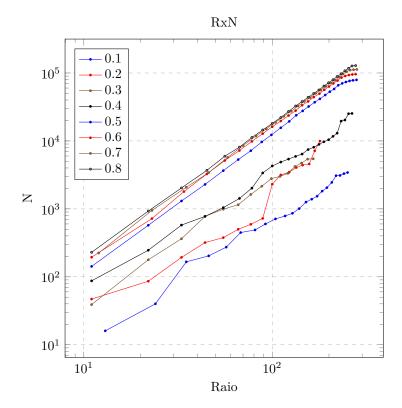


Podemos calcular também a dimensão deste novo fractal. Que deve depender da probabilidade de partículas livres estarem presentes no plano. Todos os casos acima foram gerados para p=0.1, contudo, podemos gerar para outras probabilidades e condições similares.

p = 1\*0.1 p = 2\*0.1 p = 3\*0.1



E claro, podemos registrar também o crescimento do raio destes múltiplos casos com o agregamento de partículas.



De forma equivalente, faremos o método dos mínimos quadrados e resolvemos a solução de alguns dos casos, nominalmente para

$$p = 0.1 \to D = 1.747 \tag{13}$$

$$p = 0.4 \to D = 1.771 \tag{14}$$

$$p = 0.7 \to D = 1.994 \tag{15}$$

$$p = 0.9 \to D = 1.955 \tag{16}$$

Parece existir uma transição de fase em torno de P=0.5 que pode ser demonstrada pelos dados.

# A Todas regras

