

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**INSTITUTO DE FÍSICA DE SÃO CARLOS**  
**LABORATÓRIO DE FÍSICA 1**

**INSTRUMENTOS, MEDIDAS E INCERTEZAS**

**JOÃO VICTOR ALCANTARA PIMENTA**

**XXXXXXXX**

**SÃO CARLOS**

**2020**

## 1) RESUMO

Tirar medidas faz parte de qualquer contexto da física, que trabalha com inúmeras grandezas. Incertezas são, contudo, inerentes ao processo de medição e só se pode saber com certa precisão as grandezas, principalmente materiais. Nesta prática calculou-se o volume de um cilindro furado de material desconhecido a partir de medidas tomadas com um paquímetro e pôde-se, com esse volume, de  $(8,6 \pm 0,1) \text{ cm}^3$  e com a massa  $(22,49\text{g} \pm 0,01)$ , tomada por uma balança, calcular sua densidade  $(2,62 \pm 0,03 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$  e obter um indício do material que poderia o compor (alumínio). Em outro momento calculou-se a área da bancada do laboratório de física 1 por dois instrumentos, um barbante de 80cm, que deu uma área de  $A_{\text{barbante}} = (2 \pm 3) \text{ m}^2$ , e com a trena que deu  $A_{\text{trena}} = (0,3 \pm 0,0010) \text{ m}^2$ , ambas equivalentes porém de precisões muito distintas. Os resultados ressaltaram a importância de uma escala correspondente ao objeto medido e de uma quantidade razoável de medições.

## 2) INTRODUÇÃO

Com qualquer medida, seja ela feita das dimensões espaciais, temporal ou de massa, tem-se incertezas que são inerentes ao processo de medir. Seja por vias diretas de desvios no instrumento, imprecisões do medidor ou eventual interferência de um agente externo, ou indiretas, inferências a partir de medidas que já acarretam erros, faz-se necessário levar em conta o possível desvio da medida real que se tenta atingir. Rotineiramente, para aumentar a precisão e entender melhor o erro, toma-se uma série de medidas do corpo que se deseja e com esses dados calcula-se desvios aos quais se denomina desvio médio (2) e desvio padrão (1). Estes, são calculados da seguinte forma:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_i^N (x_i - \bar{x})^2}{N-1}} \quad (1)$$

$$\Delta = \frac{\sum_i^N (x_i - \bar{x})}{N} \quad (2)$$

$\sigma$  é o símbolo para desvio padrão

$\Delta$  é o símbolo para desvio médio

A variável  $N$ , explícita nas fórmulas, demonstra a quantidade de medidas tomadas. É importante notar então que para um  $N$  muito grande, a tendência é que a dispersão se torna cada vez menor e a medida mais precisa. Existem casos onde a imprecisão dada pelos desvios (1) e (2) é menor que a imprecisão do instrumento ( $D$ ) e, neste caso, é necessário que o desvio seja dado pela maior imprecisão que influencia na medida. Assim, alguns casos possíveis de medidas seriam:

$$\bar{x} \pm D, \text{ se } D > \sigma \quad (3)$$

$$\bar{x} \pm \sigma, \text{ se } \sigma > D \quad (4)$$

Ainda nas medidas diretas, é de relevância apontar que se o intervalo considerado for de  $\bar{x} \pm 3\sigma$ , a probabilidade de um elemento do conjunto de dados estar nesse intervalo é de 99,7%. Sendo assim, é lícito que se exclua qualquer elemento fora desse intervalo já que muito provavelmente foi fruto de um erro grosseiro ou sistemático.

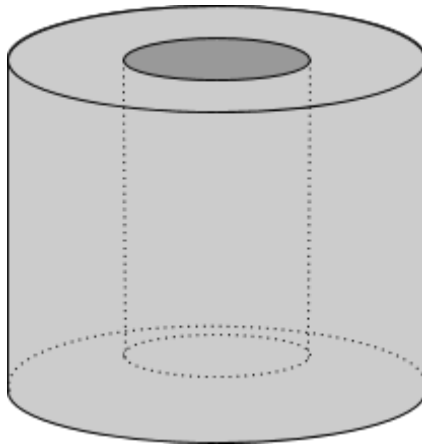
Para grandezas  $z$ , determinadas como função de outras grandezas medidas e suas respectivas medidas, é necessário calcular sua incerteza também a partir das incertezas das grandezas usadas na inferência. Supondo  $z = f(x, y, \dots)$ , a incerteza  $\Delta z$  pode ser calculada utilizando o cálculo diferencial e é dada por:

$$\Delta z = \left| \frac{f}{x} \right| \Delta x + \left| \frac{f}{y} \right| \Delta y + \dots \quad (5)$$

### 3) OBJETIVOS

Serão determinados nesse relatório duas medidas indiretas. Na primeira, determinar-se-á o volume da figura (um cilindro furado) a partir de suas dimensões e, medindo sua massa, poder-se-á concluir sua densidade e supor sua constituição, por esta característica do metal. Na segunda parte, procura-se determinar a área da bancada do laboratório de física  $I$  por dois

equipamentos de medida e comparar os resultados para melhor compreensão do efeito do equipamento na determinação de uma medida e sua incerteza.



*Fonte: Elaborado pelo Compilador*

*Figura 1 - Modelo da figura cilíndrica medida*

#### **4) MATERIAIS E MÉTODO**

##### **4.1) MATERIAIS**

Dentre os equipamentos do laboratório, os materiais utilizados para as práticas descritas no relatório foram a balança analítica, o paquímetro, uma trena e um barbante de 80cm.

##### **4.1.1) BALANÇA**

A balança utilizada para determinação da massa do cilindro foi uma balança analítica digital de precisão 0.01g para medidas de até 500g e de 0.1g para medidas entre 500g e 5000g.



*Fonte: Imagem retirada do vídeo disponibilizado no Moodle USP*

*Figura 2 - Balança utilizada na medição*

#### 4.1.2) PAQUÍMETRO, TRENA E BARBANTE

O Paquímetro utilizado é de precisão  $0.05mm$ .



*Fonte: Imagem retirada do material disponibilizado no Moodle USP*

*Figura 3 - Paquímetro utilizado na medição do cilindro*

Já a trena é milimetrada e portanto tem precisão de  $1mm$



*Fonte: Imagem retirada do material disponibilizado no Moodle USP*

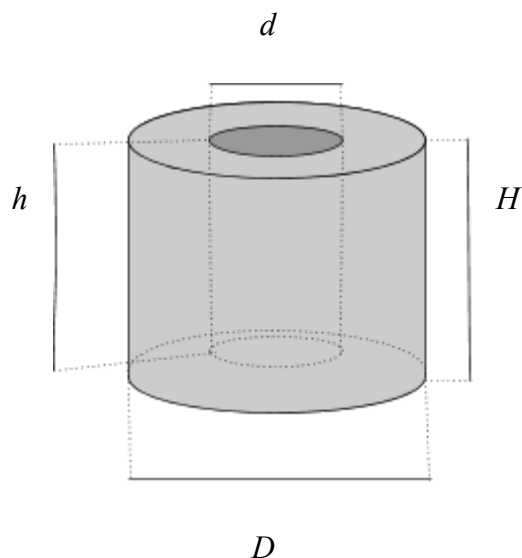
*Figura 4 - Fita utilizada na medição da mesa*

O barbante por sua vez não tem divisões menores que seu tamanho, 80cm.

#### 4.2) MÉTODOS

É importante ressaltar que todas os objetivos finais deste relatório partem de determinações de grandezas por meios indiretos. Logo, durante a inferências destas grandezas, de volume, densidade e área, é de extrema relevância o tratamento apropriado à propagação dos erros das medidas diretas de acordo com a fórmula (5). Outro ressaltado é que, uma vez que as medidas foram tiradas uma única vez, o erro que deverá se propagar será o do equipamento, já que é o maior que é possível determinar nestas condições.

#### 4.2.1) VOLUME CILINDRO FURADO



*Fonte: Elaborado pelo Compilador*

*Figura 5 - Modelo do cilindro medido com dimensões*

Definida na figura acima as grandezas físicas:  $D$ ,  $H$ ,  $d$  e  $h$ , sendo elas, respectivamente, o Diâmetro do cilindro maior, a altura do maior cilindro, o diâmetro do menor cilindro e a altura do menor cilindro, sendo  $R = \frac{D}{2}$  e  $r = \frac{d}{2}$ , formula-se a equação que as relaciona para poder obter o volume do cilindro em questão:

$$V = \pi(R^2H - r^2h) \quad (6)$$

Resta somente, para definição do volume, fazer a medição destes parâmetros utilizando do paquímetro. Para  $H$  e  $D$ , utiliza-se a face para medições externas, já no  $d$  utiliza-se as orelhas de medições internas. Ainda, para  $h$ , a haste de profundidade foi a opção que permitiu a medição da grandeza. Mediu-se uma vez cada uma das grandezas. O erro da medição do diâmetro se mantém no raio.

#### 4.2.2) DENSIDADE DO MATERIAL DO CILINDRO

Em posse do volume, para se calcular a densidade, basta a apuração da massa do material em questão. Para isso então utilizou-se a balança citada e adquiriu-se a massa M para o cilindro. A fórmula que relaciona as grandezas utilizadas nesse passo é:

$$\rho = \frac{M}{V} \quad (7)$$

#### 4.2.3) ÁREA DA BANCADA DO LABORATÓRIO

Para a área da bancada serão utilizados dois instrumentos, um barbante e uma trena. Para ambos tirar-se-á as duas dimensões da mesa, largura (L) e comprimento (C) e, a partir destas grandezas, obter-se-á a área com a devida propagação dos erros. A fórmula utilizada é dada por:

$$\text{Área} = L \times C \quad (8)$$

### 4) RESULTADOS E DISCUSSÕES

#### 5.1) VOLUME DO CILINDRO FURADO

As medidas feitas com o auxílio do paquímetro são como descritas a seguir:

GRANDEZA	MEDIDA (mm)	DESVIO MEDIDA (mm)
D	23,40	± 0,05
H	27,35	± 0,05
d	15,55	± 0,05
h	16,85	± 0,05
R	11,70	± 0,05
r	7,775	± 0,05

*Fonte: Elaborada pelo compilador*

*Tabela 1 - Medidas obtidas do cilindro*

Com o auxílio da equação (6) , o uso das medidas obtidas e as fórmulas para propagação do erro, calculou-se o seguinte volume:

$$V = (8600 \pm 100) \text{ mm}^3 = (8,6 \pm 0,1) \text{ cm}^3 \quad (\text{I})$$

## 5.2) DENSIDADE DO MATERIAL DO CILINDRO

Com a balança, definiu-se o peso por ser  $(22,49 \pm 0,01) \text{ g}$  . Para a densidade, basta utilizar o volume já determinado e utilizar a fórmula (7). Assim, sua densidade será:

$$\rho = (2,62 \pm 0,03) \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad (\text{II})$$

Com a densidade bem determinada, consultou-se um catálogo de densidades disponível no *Handbook of Chemistry and Physics*<sup>1</sup>. Compara-se agora a densidade do alumínio com a do objeto medido, se a equação se provar verdadeira , os resultados podem ser equivalentes:

$$|2,62 - 2,67| < 3(0,03) \quad (\text{III})$$

O que se mostra verdadeira.

Contudo, constatou-se que outro elemento com densidade compatível é o Estrôncio (Sr), de densidade  $2,64 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  à 25°C, que tem, porém, abundância muito mais limitada. As medições terem sido feitas uma só vez pode ser a causa da dupla identificação do material, pela precisão atingida.

## 5.3) ÁREA DA BANCADA

Para a bancada, foram tomadas as seguintes medidas:

---

<sup>1</sup> HODGMAN, Charles D. **Handbook of Chemistry and Physics. A ready-reference book of chemical and physical data.** 43. ed. Estados Unidos da América: The Chemical Rubber Publishing Co., p. 2143/



EQUIPAMENTOS	COMPRIMENTO (cm)	LARGURA (cm)	DESVIO MEDIDA (cm)
Trena	92,9	31,0	$\pm 0,1$
Barbante	240	80	$\pm 80$

*Fonte: Elaborada pelo compilador*

*Tabela 2 - Medidas obtidas da bancada*

Com base nas grandezas medidas pode-se estipular, com o devido erro, a área da mesa.

Pelo barbante:

$$A_{barbante} = (2 \pm 3) m^2 \quad (IV)$$

pela trena:

$$A_{trena} = (0,3 \pm 0,001) m^2 \quad (V)$$

Pode comparar a equivalência das medidas com a verificação da equação:

$$|2 - 0,3| < 3(3 + 0,001) \quad (VI)$$

que se verifica verdade.

## 6) CONCLUSÃO

Definindo o volume do cilindro de forma direta pôde-se perceber a importância da aplicação da propagação dos erros das medidas. Apesar do resultado ter sido efetivo, no sentido de que a densidade encontrada é equivalente, estatisticamente, à densidade do alumínio, possível material de confecção do cilindro, para uma maior precisão da medida, o interessante seria fazer diversas medições e se obter a média e respectivo desvio, uma vez que a densidade do estrôncio também se encontra na zona de equivalência da medida. Outro ponto importante foi o método usado, de inferência direta, com uso do paquímetro, de menor precisão. Outra opção seria o método de arquimedes, indireto e de maior precisão. Já na determinação da área

da bancada, os dois equipamentos apontaram medidas compatíveis estatisticamente sobre a área da mesa. É importante notar, contudo, que a medida tirada pelo barbante é de precisão muito baixa e de pouca utilidade, é interessante que existam divisões menores no instrumento para uma medida desta escala.

## **REFERÊNCIAS**

1. RUMBLE, J. Handbook of Chemistry and Physics. Edição 98. Estados Unidos: CRC Press, 13 de junho de 2017.