

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**INSTITUTO DE FÍSICA DE SÃO CARLOS**  
**LABORATÓRIO DE FÍSICA 1**

**COLISÕES**

**JOÃO VICTOR ALCÂNTARA PIMENTA**  
**Nº USP: xxxxxxxxx**

**SÃO CARLOS, 2020**

## **1. RESUMO:**

O estudo do momento é de extrema relevância. Sua conservação se mantém verdadeira em qualquer caso e por isso uma análise em seus termos pode ser muito importante. Tendo isso em vista se fará dois experimentos.

O primeiro consiste em um choque elástico entre dois blocos de massas iguais. O segundo, um choque plástico entre as mesmas massas.

Fazendo as devidas medições de velocidade e das respectivas massas é possível confirmar a conservação do momento. Outras ferramentas analisadas serão o coeficiente de restituição e a respectiva variação da energia cinética, assim determinando em quais contextos é verdadeira sua conservação. Será também calculado as forças e impulso envolvidos para determinar se são compatíveis com as previsões da conservação de momento. Ademais, a mudança de referencial será também aplicada a todos os conceitos acima citados, em busca de provar o conceito em diferentes referenciais.

## **2. INTRODUÇÃO TEÓRICA:**

### **2.1 QUANTIDADE DE MOVIMENTO**

É sabido da segunda lei de Newton a seguinte propriedade:

$$F = \frac{dp}{dt} \quad (\text{I})$$

Assim, é notável que, sem a influência de forças externas, a quantidade de movimento deve permanecer constante em um sistema. Define-se a quantidade de movimento também pela equação abaixo, onde  $m$  é a massa do corpo e  $v$  a sua velocidade.

$$p = m \times v \quad (\text{II})$$

Também, da equação acima se pode tirar a definição de Impulso :

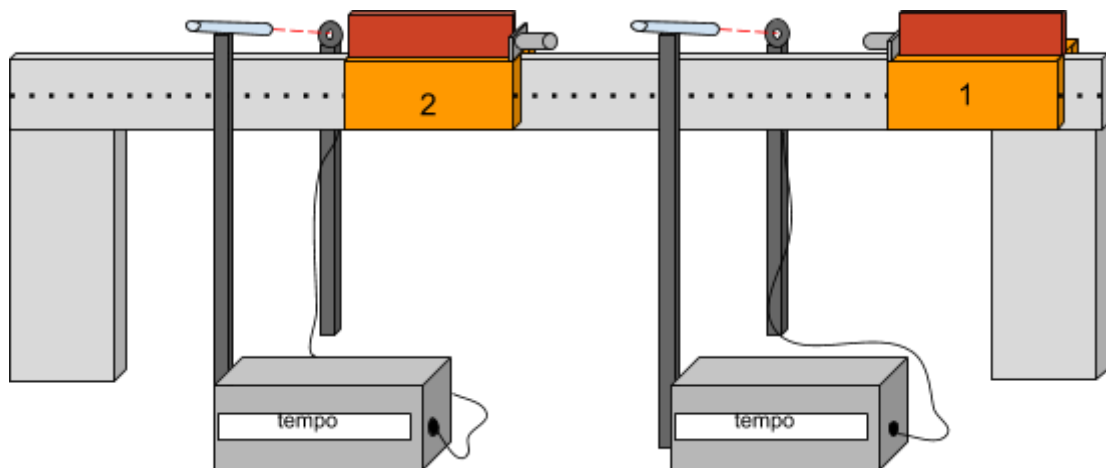
$$\text{Impulso} = dp = F \times dt \quad (\text{III})$$

## 2.2 COEFICIENTE DE RESTITUIÇÃO

Para analisar a conservação de energia em uma colisão é necessário algum meio de comparação entre a energia que existia antes e depois do choque. Para tal, se utiliza o coeficiente de restituição ( $e$ ). Variável entre 0 e 1, ele é definido como a razão entre a velocidade relativa final e inicial do sistema. Assim, se toda energia é conservada e o choque é perfeitamente elástico, o coeficiente deve ser 1:

$$e = \frac{V_{\text{afastamento}}}{V_{\text{aproximação}}} \quad (\text{IV})$$

## 3. MÉTODOS EXPERIMENTAIS:



### 3.1 COLISÃO ELÁSTICA

Para o primeiro experimento será feita a seguinte montagem:

### *Imagem 1 - Montagem colisão elástica*

*Elaborado pelo Compilador*

Neste experimento posiciona-se dois carros de massa iguais em um trilho de ar que reduz o atrito. Monta-se também dois sensores laser para medir a velocidade dos carros ao passar pelo sensor, a partir do tempo de obstrução do mesmo.

Para realizar o experimento, imprime-se uma velocidade ( $v_i$ ) ao carro 1 em direção ao carro 2. No meio do trajeto, o carro tem sua velocidade inferida a partir do tempo medido pelo primeiro laser.

Em seguida, colide com o carro 2 e, graças às massas iguais, fica em repouso enquanto o carro 2 toma uma velocidade. Agora, em movimento, este passa pelo segundo sensor nos trilhos e, obstruindo a luz do laser, tem também sua velocidade ( $v_f$ ) inferida. Repete-se 3 vezes o procedimento.

Mede-se também as massas e comprimentos dos carros.

#### **3.1.1 ANÁLISES**

Valem as análises a seguir.

As velocidades  $v$  dos blocos, ditas inferidas, são descobertas por um processo simples descrito pela seguinte relação entre o tempo  $t$  de obstrução e o comprimento  $L$  do carro:

$$v = \frac{L}{t} \quad (V)$$

#### **3.1.2 CONSERVAÇÃO MOMENTO**

Faz-se a análise da conservação de momento. Para isso, usa-se a relação abaixo, onde  $p_i$ ,  $p_f$  são respectivamente a quantidade movimento inicial e final, dada por (II), :

$$\Delta P = 100 \times \frac{p_i - p_f}{p_i} \quad (\text{VI})$$

Sabendo então a porcentagem de momento conservado é possível discutir se houve conservação do momento inicial. Alguma variação é esperada na margem de erro prevista.

### 3.1.3 COEFICIENTE DE RESTITUIÇÃO

Outra abordagem interessante é utilizar o coeficiente de restituição, que denuncia se há conservação da energia cinética na colisão, dado por (IV). Em posse do coeficiente, é possível classificar a colisão como plástica ( $e = 0$ ), elástica ( $e = 1$ ) e parcialmente elástica ( $0 < e < 1$ ).

Calcule também a energia cinética inicial e final. Determina-se se a energia cinética se conserva e classifica-se o tipo de choque. A energia cinética se dá por:

$$K = \frac{m \times v^2}{2} \quad (\text{VII})$$

### 3.1.4 IMPULSO NA COLISÃO

O impulso é facilmente calculado, pela primeira igualdade de (III), uma vez que se sabe o momento de cada carro antes e depois da colisão, a partir dos dados retirados do experimento.

Calcule também o impulso total sofrido pelo conjunto, do ponto de vista de um observador situado no referencial do laboratório.

### 3.1.5 FORÇA NA COLISÃO

Com o impulso, e supondo um tempo de  $t=1\text{ms}$ , pode-se calcular a força que atua sobre cada um dos carros na colisão com (III).

Checa-se ainda se as forças encontradas são compatíveis com as velocidades denunciadas pela conservação de momento.

### 3.1.6 MUDANÇA DE REFERENCIAL

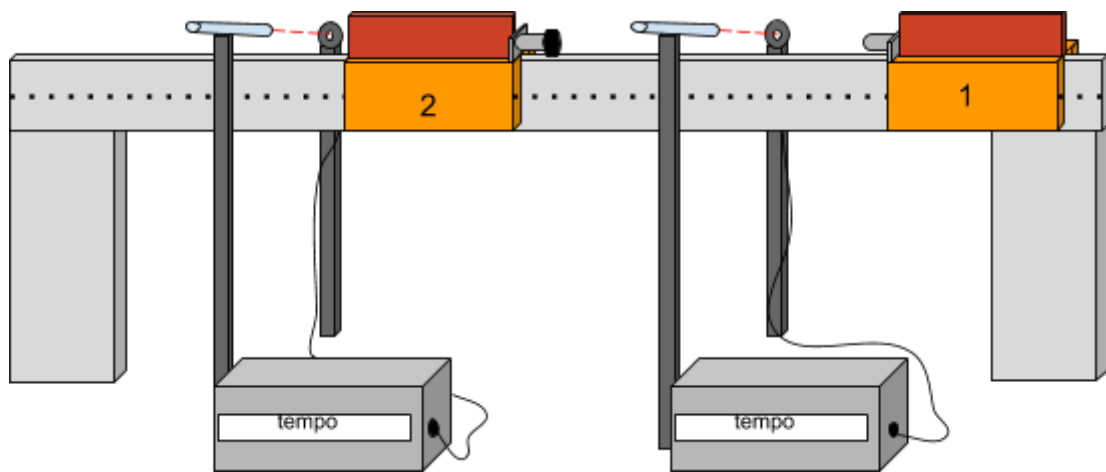
Recalcule as análises anteriores para um observador situado no referencial do centro de massa do sistema. Determine se os resultados são compatíveis com os obtidos anteriormente.

Para a análise na colisão elástica, o centro de massa se moverá, em relação ao referencial do laboratório, antes da colisão com  $\frac{v_i}{2}$ , e depois da colisão com  $\frac{v_f}{2}$ . Que, neste caso, devem ser idealmente iguais.

Para a análise na colisão plástica, o centro de massa se moverá, em relação ao referencial do laboratório, antes da colisão com  $\frac{v_i}{2}$ , e depois da colisão com  $v_f$ .

## 3.2 COLISÃO PLÁSTICA

A seguinte montagem será utilizada:



*Imagem 2 - Montagem experimental colisão plástica*

*Elaborado pelo Compilador*

Neste experimento posiciona-se dois carros de massa iguais em um trilho de ar que reduz o atrito. Monta-se também dois sensores laser para medir a velocidade dos carros ao passar pelo sensor, a partir do tempo de obstrução do mesmo.

Para realizar o experimento, imprime-se uma velocidade ( $v_i$ ) ao carro 1 em direção ao carro 2. No meio do trajeto, o carro tem sua velocidade inferida a partir do tempo medido pelo primeiro laser.

Em seguida, com a colisão e graças a uma massa colocada no carro, os dois corpos se juntam e tomam uma velocidade juntos. Agora, em movimento, este passa pelo segundo sensor nos trilhos e, obstruindo a luz do laser, tem também sua velocidade ( $v_f$ ) inferida. Repete-se 3 vezes o procedimento.

Mede-se também as massas e comprimentos dos carros.

### **3.2.1 ANÁLISES**

Valem as análises a seguir.

As velocidades  $v$  dos blocos, ditas inferidas, são descobertas por um processo simples descrito pela seguinte relação entre o tempo  $t$  de obstrução e o comprimento  $L$  do carro:

$$v = \frac{L}{t}$$

Ao passar pelo segundo sensor, o tempo será compatível com o tempo de obstrução apenas do carro 2, devido ao vão entre os dois.

### 3.2.2 CONSERVAÇÃO MOMENTO

Faz-se a análise da conservação de momento. Para isso, usa-se a relação abaixo, onde  $p_i$ ,  $p_f$  são respectivamente a quantidade movimento inicial e final, dada por (II), :

$$\Delta P = 100 \times \frac{p_i - p_f}{p_i}$$

Sabendo então a porcentagem de momento conservado é possível discutir se houve conservação do momento inicial. Alguma variação é esperada na margem de erro prevista.

### 3.2.3 COEFICIENTE DE RESTITUIÇÃO

Outra abordagem interessante é utilizar o coeficiente de restituição, que denuncia se há conservação da energia cinética na colisão, dado por (IV). Em posse do coeficiente, é possível classificar a colisão como plástica ( $e = 0$ ), elástica ( $e = 1$ ) e parcialmente elástico ( $0 < e < 1$ ).

Calcule também a energia cinética inicial e final. Determina-se se a energia cinética se conserva e classifica-se o tipo de choque. A energia cinética se dá por:

$$K = \frac{m \times v^2}{2}$$



### 3.2.4 IMPULSO NA COLISÃO

O impulso é facilmente calculado, pela primeira igualdade de (III), uma vez que se sabe o momento de cada carro antes e depois da colisão, a partir dos dados retirados do experimento.

Calcule também o impulso total sofrido pelo conjunto, do ponto de vista de um observador situado no referencial do laboratório.

## 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO:

### 4.1 EXPERIMENTO 1

Seja T1 o primeiro tempo medido e T2, o segundo. Os dados colhidos da prática foram:

i	T1( $\pm 0.000001$ )(s)	T2( $\pm 0.000001$ )(s)
1	0.121658	0.124288
2	0.109302	0.111647
3	0.131920	0.137729

*Tabela 1 - Dados experimento 1  
Elaborado pelo Compilador*

As informações sobre os carros estão também listadas abaixo:

carro	Massa( $\pm 0.01$ )(g)	Comprimento( $\pm 0.1$ )(cm)
1	195.93	12
2	195.87	12

*Tabela 2 - Dados experimento 1  
Elaborado pelo Compilador*

Determina-se então as velocidades compatíveis com os resultados:

i	$V_i(\pm 0.0001)$ (m/s)	$V_f(\pm 0.0001)$ (m/s)
---	-------------------------	-------------------------

1	0.9864	0.9655
2	1.0979	1.0749
3	0.9096	0.8713

*Tabela 3 - Velocidades experimento 1*  
*Elaborado pelo Compilador*

#### 4.1.1 CONSERVAÇÃO DE MOMENTO

Determina-se o momento do sistema antes e depois da colisão. Neste cenário, o momento anterior a colisão é totalmente atribuído à velocidade do corpo 1 e depois da colisão é ao corpo 2.

i	Momento antes colisão( $\pm 0.03$ )( $\frac{Kg\ m}{s}$ )	Momento depois colisão( $\pm 0.03$ )( $\frac{Kg\ m}{s}$ )
1	0.19	0.19
2	0.22	0.21
3	0.18	0.17

*Tabela 4 - Momento*  
*Elaborado pelo compilador*

A partir de (VI), tem se que, em média:

$$\Delta P = (0 \pm 30)\%$$

Os dados nos permitem dizer com alguma confiança que, dentro da precisão do experimento, houve conservação de energia. Contudo, a precisão não foi ideal, uma vez que as variações rodavam ao entorno de 3% e sua imprecisão foi de outra ordem de grandeza.

#### 4.1.2 COEFICIENTE DE RESTITUIÇÃO

Uma vez sabidas as velocidades é fácil estabelecer o coeficiente de restituição dado por (IV) e feitas a devida média.

$$e = 0.9720 \pm 0.0002$$

Que leva a acreditar que, idealmente, a colisão é elástica. Resta agora conferir as energias cinéticas inicial e final. A porcentagem de variação da energia cinética, dada por (VII), é de:

$$\Delta K_1 = (4.22 \pm 0.05)\%$$

$$\Delta K_2 = (4.17 \pm 0.04)\%$$

$$\Delta K_3 = (8.27 \pm 0.06)\%$$

Assim, é bem razoável considerar que a energia cinética foi conservada em grande parcela, o que é compatível com as observações do coeficiente de restituição.

#### 4.1.3 IMPULSO E FORÇA NA COLISÃO

Impulso é definido como a variação de momento de um corpo ou sistema. Assim, já sabendo os momentos definidos na tabela 4 e, sabendo que o corpo 1 para completamente e o corpo dois parte do repouso, é possível determinar o impulso.

A tabela está toda na unidade  $\frac{Kg\ m}{s}$  e representa o impulso.

i	Corpo 1 ( $\pm 0.06$ )	Corpo 2 ( $\pm 0.06$ )	Do sistema ( $\pm 0.12$ )
1	-0.19	0.19	0
2	-0.22	0.21	0
3	-0.18	0.17	0

*Tabela 5 - Impulso  
Elaborado pelo compilador*

O resultado é compatível com o esperado. Uma vez que não houve a influência de forças externas o impulso no sistema foi 0.

Considerando agora que o impulso foi feito em um intervalo de  $t=1\text{ms}$ . Pode-se definir a força aplicada a cada corpo:

i	Força corpo 1 ( $\pm 30$ )(N)	Força corpo 2 ( $\pm 30$ )(N)
1	-190	190
2	-220	210
3	-180	170

*Tabela 6 - Força  
Elaborado pelo compilador*

O centro de massa, neste experimento, mantém uma velocidade única, compatível com o esperado já que não há influência de uma força externa.

#### 4.1.4 MUDANÇA DE REFERENCIAL

Refaz-se agora as análises anteriores com o referencial tomado no centro de massa do sistema. Levada em conta as devidas considerações já feitas sobre a velocidade do centro de massa, tem-se que:

Corpo 1

i	$V_i (\pm 0.00005) (\text{m/s})$	$V_f (\pm 0.00005) (\text{m/s})$
1	0.49320	-0.48275
2	0.54895	-0.53745
3	0.45480	-0.43565

*Tabela 7 - Velocidades experimento 1, CM, corpo 1  
Elaborado pelo Compilador*

Corpo 2

i	$V_i (\pm 0.00005) (\text{m/s})$	$V_f (\pm 0.00005) (\text{m/s})$
1	-0.49320	0.48275
2	-0.54895	0.53745

3	-0.45480	0.43565
---	----------	---------

*Tabela 8 - Velocidades experimento 1, CM, corpo 2  
Elaborado pelo Compilador*

#### 4.1.4.1 CONSERVAÇÃO DE MOMENTO

Determina-se o momento do sistema antes e depois da colisão. Neste cenário, o momento é a soma de ambos os momentos dos dois corpos.

i	Momento antes colisão( $\pm 0.01$ )( $\frac{Kg\ m}{s}$ )	Momento depois colisão( $\pm 0.01$ )( $\frac{Kg\ m}{s}$ )
1	0.00	0.00
2	0.00	0.00
3	0.00	0.00

*Tabela 9 - Momento , CM  
Elaborado pelo compilador*

A partir de (VI), tem se que:

$$\Delta P = (0)\%$$

Os dados nos permitem dizer com confiança que houve conservação de energia.

#### 4.1.4.2 COEFICIENTE DE RESTITUIÇÃO

Uma vez sabidas as velocidades é fácil estabelecer o coeficiente de restituição dado por (IV) e feitas a devida média.

$$e = 0.9720 \pm 0.0002$$

Que leva a acreditar que, idealmente, a colisão é elástica. Resta agora conferir as energias cinéticas inicial e final. A porcentagem de variação da energia cinética, dada por (VII), é de:

$$\Delta K_1 = (4.22 \pm 0.05)\%$$

$$\Delta K_2 = (4.17 \pm 0.04)\%$$

$$\Delta K_3 = (8.27 \pm 0.06)\%$$

Assim, é bem razoável considerar que a energia cinética foi conservada em grande parcela, o que é compatível com as observações do coeficiente de restituição.

#### 4.1.4.3 IMPULSO E FORÇA NA COLISÃO

Impulso é definido como a variação de momento de um corpo ou sistema. Assim, já sabendo os momentos e as velocidades iniciais e finais de cada bloco, é possível determinar o impulso.

A tabela está toda na unidade  $\frac{Kg \cdot m}{s}$  e representa o impulso.

i	Corpo 1 ( $\pm 0.02$ )	Corpo 2 ( $\pm 0.02$ )	Do sistema ( $\pm 0.04$ )
1	-0.19	0.19	0
2	-0.22	0.21	-0.01
3	-0.18	0.17	-0.01

*Tabela 10 - Impulso  
Elaborado pelo compilador*

O resultado é compatível com o esperado. Uma vez que não houve a influência de forças externas o impulso no sistema foi 0.

## 4.2 EXPERIMENTO 2

Seja T1 o primeiro tempo medido e T2, o segundo. Os dados colhidos da prática foram:

i	T1( $\pm 0.000001$ )(s)	T2( $\pm 0.000001$ )(s)
1	0.136418	0.288659

2	0.135392	0.288863
3	0.113016	0.239748

*Tabela 11 - Dados experimento 2  
Elaborado pelo Compilador*

As informações sobre os carros estão também listadas abaixo:

carro	Massa( $\pm 0.01$ )(g)	Comprimento( $\pm 0.1$ )(cm)
1	195.93	12
2	195.87	12

*Tabela 12 - Dados experimento 2  
Elaborado pelo Compilador*

Refaz-se agora as análises anteriores com o referencial tomado no centro de massa do sistema. Levada em conta as devidas considerações já feitas sobre a velocidade do centro de massa, tem-se que:

Na tabela a seguir analisa-se as velocidades. Nesse caso,  $V_i$  representa a velocidade do corpo 1 e,  $V_f$ , a velocidade que os dois corpos assumem agregados.

i	$V_i$ (m/s)	$V_f$ (m/s)
1	$0.880 \pm 0.007$	$0.416 \pm 0.003$
2	$0.886 \pm 0.007$	$0.415 \pm 0.003$
3	$1.062 \pm 0.009$	$0.501 \pm 0.004$

*Tabela 13 - Velocidades experimento 2, corpo 1  
Elaborado pelo Compilador*

#### **4.2.1 CONSERVAÇÃO DE MOMENTO**

Determina-se o momento do sistema antes e depois da colisão. Neste caso, o momento antes da colisão é totalmente atribuído a velocidade do corpo 1. Já o momento depois da colisão, deve ser atribuído ao movimento da junção dos dois carros.

i	Momento antes colisão( $\frac{Kg\ m}{s}$ )	Momento depois colisão( $\frac{Kg\ m}{s}$ )
1	$0.172 \pm 0.001$	$0.163 \pm 0.001$
2	$0.174 \pm 0.001$	$0.163 \pm 0.001$
3	$0.208 \pm 0.002$	$0.196 \pm 0.002$

*Tabela 14 - Momento, experimento 2*  
*Elaborado pelo compilador*

A partir de (VI), tem se que, em média:

$$\Delta P = (5 \pm 1)\%$$

Os dados nos permitem dizer com alguma confiança que houve conservação de energia.

#### **4.2.2 COEFICIENTE DE RESTITUIÇÃO**

Uma vez sabidas as velocidades é fácil estabelecer o coeficiente de restituição dado por (IV). Como os corpos não tem velocidade de afastamento relativa pós colisão fica claro que:

$$e = 0$$

Que leva a acreditar que, idealmente, a colisão é plástica. Resta agora conferir as energias cinéticas inicial e final. A porcentagem de variação da energia cinética, dada por (VII), é de:

$$\Delta K_1 = (55.28 \pm 0.01)\%$$

$$\Delta K_2 = (56.13 \pm 0.01)\%$$

$$\Delta K_3 = (55.30 \pm 0.07)\%$$

Assim, é bem razoável considerar que a energia cinética não é conservada e a colisão é plástica.



### 4.2.3 IMPULSO

Impulso é definido como a variação de momento de um corpo ou sistema. Assim, já sabendo os momentos definidos, é possível determinar o impulso.

A tabela está toda na unidade  $\frac{Kg\ m}{s}$  e representa o impulso.

i	Corpo 1	Corpo 2	Do sistema
1	$-0.090 \pm 0.002$	$0.0815 \pm 0.0006$	$-0.009 \pm 0.003$
2	$-0.092 \pm 0.002$	$0.0813 \pm 0.0006$	$-0.010 \pm 0.003$
3	$-0.110 \pm 0.003$	$0.0981 \pm 0.0008$	$-0.012 \pm 0.004$

*Tabela 15 - Impulso, experimento 2*

*Elaborado pelo compilador*

O resultado é compatível com o esperado. Uma vez que não houve a influência de forças externas o impulso no sistema foi próximo de 0.

## 5. CONCLUSÃO

Foi possível observar em ambos os experimentos que o momento foi conservado. Fato de muito interesse uma vez que foi possível determinar que os casos eram de natureza distintas, um representava um colisão elástica, e o outro, plástica. É razoável pensar que, com esses resultados, é justo afirmar que o momento será sempre conservado. Independentemente do referencial. Se não há influências de forças externas em um sistema, não há alteração do momento.

A mesma conclusão não pode ser feita para a energia cinética. Em colisões elásticas, de coeficiente de restituição ( $e$ ) muito grandes, próximos de 1, é até possível falar de conservação de energia cinética. Contudo, para outros tipos de colisão, plásticas ou um meio termo, de  $e$  razoavelmente menor que 1, não há tal conservação.

## **6. BIBLIOGRAFIA**

Laboratório de Física I: Livro de práticas/ compilado por José F. Schneider. São Carlos: Instituto de Física de São Carlos, 2017.