

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA DE SÃO CARLOS
LABORATÓRIO DE FÍSICA 2**

**OSCILADORES LIVRES, AMORTECIDOS E
FORÇADOS - RESSONÂNCIA MECÂNICA**

JOÃO VICTOR ALCÂNTARA PIMENTA

Nº USP: 11820812

DAVI GONÇALVES SELLIN

Nº USP: 11810522

SÃO CARLOS, 2020

1. RESUMO

Nesta prática, foi estudado o conceito de movimento oscilatório e suas variações físicas, desde sua forma mais primitiva como o Movimento Harmônico Simples (MHS) até a atuação de forças externas sobre os sistemas abordados, implicando situações de amortecimento e de excitação. Com relação ao primeiro, a constante elástica da mola utilizada foi mensurada assumindo $(0,46260 \pm 0.00008) \text{ N/m}$, fundamentando o cálculo do período de oscilação para pequenas oscilações do sistema massa-mola confeccionado posteriormente, sendo esse de $(1,760 \pm 0.002) \text{ s}$; por fim, o momento de inércia de um pêndulo físico foi determinado de duas maneiras, através da soma dos momentos de inércia individuais e por meio do período de oscilação registrado visualmente (através do vídeo disponibilizado), variando para duas posições diferentes do eixo de rotação. Em sequência, foi analisado o período de oscilação considerando condições de amortecimento para um sistema massa-mola imerso em dois fluidos diferentes: ar e água; concluindo a natureza linear de amortecimento do ar e quadrática da água, bem como seus respectivos fatores de amortecimento. Finalmente, foi estudado, por meio de oscilações excitadas, a importância do fenômeno de ressonância mecânica, analisando a frequência imposta sobre os respectivos sistemas (novamente no ar e na água) e para qual destas a amplitude de oscilação é máxima; interpretando posteriormente cada curva de ressonância e calculando a largura da curva a meia altura do eixo das abscissas.

2. INTRODUÇÃO TEÓRICA

2.1. MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES

Considerando inicialmente um sistema massa-mola suspenso verticalmente, oscilando em torno de sua posição de equilíbrio, em uma região na qual o atrito com o ar é desprezível, estabelecemos a origem do eixo de coordenadas na posição de equilíbrio do sistema, este cuja mola se encontra distendida. Quando a massa é deslocada a uma distância y_0 da origem, um movimento harmônico simples é desempenhado no qual sua coordenada y subsequente obedece a seguinte relação:

$$y(t) = y_0 \cos(\omega t) \quad (\text{I})$$

A letra grega ω representa a frequência angular de oscilação do sistema (também chamada de frequência de ressonância) é estimada pela relação:

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{M}} \quad (\text{II})$$

Onde K é a constante elástica vinculada à mola e M a massa do corpo associado ao sistema.

Por mais que o experimento seja realizado em um ambiente com forças dissipativas e que após certo intervalo de tempo a amplitude de oscilação tende a decrescer, as aproximações consideradas são satisfatórias para o estudo de um Movimento Harmônico Simples (MHS) ao longo de suas primeiras oscilações.

2.2. OSCILADOR HARMÔNICO VERTICAL AMORTECIDO

O termo “amortecido”, quando associado ao conceito de um sistema oscilatório, nos introduz forças dissipativas as quais interferem na amplitude de oscilação, dissipando energia mecânica e por conseguinte tendendo o sistema em questão ao repouso.

Em um primeiro momento, será analisado um sistema oscilatório amortecido por uma força externa cuja natureza assume a seguinte representação algébrica:

$$F = -bv \quad (\text{III})$$

Analisando então todas as forças atuantes sobre o sistema, concluímos, pela Segunda Lei de Newton:

$$M \frac{d^2y}{dt^2} = -ky - b \frac{dy}{dt} \quad (\text{IV})$$

A solução dessa equação é representada pela relação V:

$$y = y_0 e^{-\gamma t} \cos(\omega_1 t) \quad (\text{V})$$

Onde γ é chamado de fator de amortecimento e corresponde a $b/2M$ e ω_1 é a frequência angular de oscilação do sistema, determinada a partir da relação VI:

$$\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} \quad (\text{VI})$$

Na qual ω_0 é a frequência de ressonância do sistema (relação II).

Em um segundo momento, será posto sob experimentação laboratorial o amortecimento proporcionado por uma força dissipativa com uma natureza um pouco distinta da previamente abordada:

$$F = -cv^2 \quad (\text{VII})$$

Contudo, analisando de forma similar, através da Segunda Lei de Newton, estabelece-se a seguinte equação diferencial:

$$M \frac{d^2 y}{dt^2} = -ky - c \frac{dy}{dt} \quad (\text{VIII})$$

A solução dessa equação é então apresentada pela relação IX:

$$y(t) = \left[\frac{y_0}{1+D} \right] \cos(\omega_0 t + \delta) \quad (\text{IX})$$

Onde y_0 é a posição inicial do movimento oscilatório, ω_0 é a frequência de ressonância (relação II) e a constante D é determinada pela seguinte relação:

$$D = \frac{8\gamma y_0 \omega_0}{3\pi} \quad (\text{X})$$

Onde $\gamma = c/2M$.

2.3. OSCILADOR HARMÔNICO VERTICAL FORÇADO

Neste experimento, estará sendo posto sob análise experimental o conceito de oscilações forçadas, ou seja, quando o sistema em análise está sujeito tanto a uma força que dissipa sua energia mecânica proporcionalmente à velocidade do sistema (relação III) quanto a outra que fornece a mesma ao sistema impondo-o uma frequência de oscilação.

Tratando uma força externa que obedece a seguinte relação:

$$F_{ext} = F_0 \cos(\Omega t) \quad (XI)$$

Onde F_0 é a magnitude da força inicial aplicada ao sistema e Ω é a frequência imposta pela força externa.

Analizando todas as forças envolvidas por meio da Segunda Lei de Newton, estabelece-se a seguinte equação diferencial:

$$M \frac{d^2 y}{dt^2} = -ky - b \frac{dy}{dt} + F_0 \cos(\Omega t) \quad (XII)$$

A solução dessa equação é então apresentada pela relação XIV:

$$y(t) = y_0(\Omega) \cos(\Omega t + \delta) \quad (XIII)$$

Na qual $y_0(\Omega)$ é tratado pela seguinte relação:

$$y_0(\Omega) = \frac{F_0/M}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\gamma^2 \Omega^2}} \quad (XIV)$$

Onde ω_0 é a frequência de ressonância (relação II) e $\gamma = b/2M$.

Por fim, há um fenômeno chamado ressonância mecânica o qual é atingido quando Ω assume a seguinte a seguinte representação algébrica:

$$\Omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\gamma^2} \quad (\text{XV})$$

Durante esse fenômeno, a amplitude atingida pelo sistema em análise é a máxima possível, apresentando por conseguinte sério risco estrutural às mais diversas construções civis, uma vez que as moléculas constituintes estão recebendo uma grande quantidade de energia mecânica por ciclo de oscilação, deixando-as expressivamente instáveis a ponto de comprometer a integridade de tais construções e de colocar em risco a vida dos cidadãos.

Por fim, será determinado, analisando as respectivas curvas de ressonância para os diferentes níveis de amortecimento, a largura da mesma à meia altura entre o ponto máximo e o eixo das abscissas por meio da relação XVI:

$$\Delta\omega = b/M \quad (\text{XVI})$$

Onde M é a massa do sistema e b é o grau de amortecimento do sistema, seja este proporcional à velocidade (relação III) ou ao quadrado da mesma (relação VII) durante o movimento oscilatório.

3. MÉTODOS EXPERIMENTAIS

3.1. EXPERIMENTO 1 - OSCILAÇÕES SIMPLES NO AR

3.1.1. COEFICIENTE ELÁSTICO

O experimento começa com a necessidade de determinar o coeficiente elástico da mola a ser utilizada. Para isso, dispõe-se da seguinte montagem:

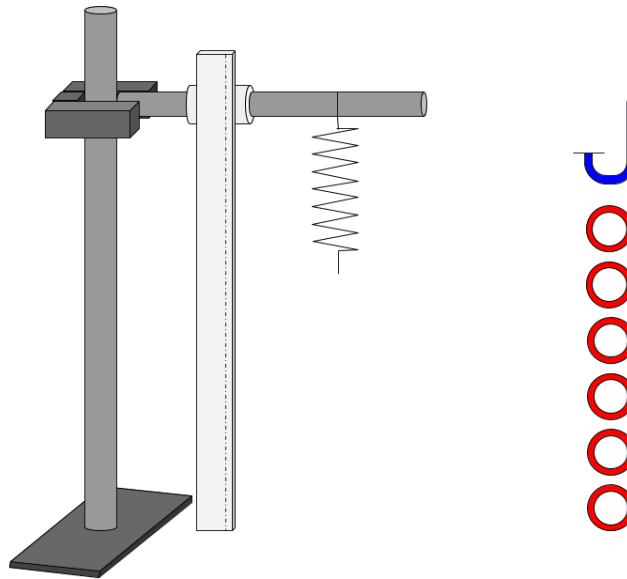


Imagem 1: Montagem coeficiente elástico

Fonte: Elaborado pelos compiladores

Coloca-se um peso por vez, determinando os comprimentos correspondentes da mola. Ao se tirar a última medida, com todas as massas alocadas na mola, confecciona-se uma representação gráfica relacionando a força aplicada (em função das componentes de massas adicionadas) como função da distensão da mola observada.

Finalmente, a constante elástica da mola se manifesta como o coeficientes angular da relação linear observada.

3.1.2. OSCILAÇÃO MASSA MOLA

Uma vez definida a constante elástica, pode-se partir para a experimentação da oscilação do sistema massa-mola então empregado, representada pela seguinte montagem:

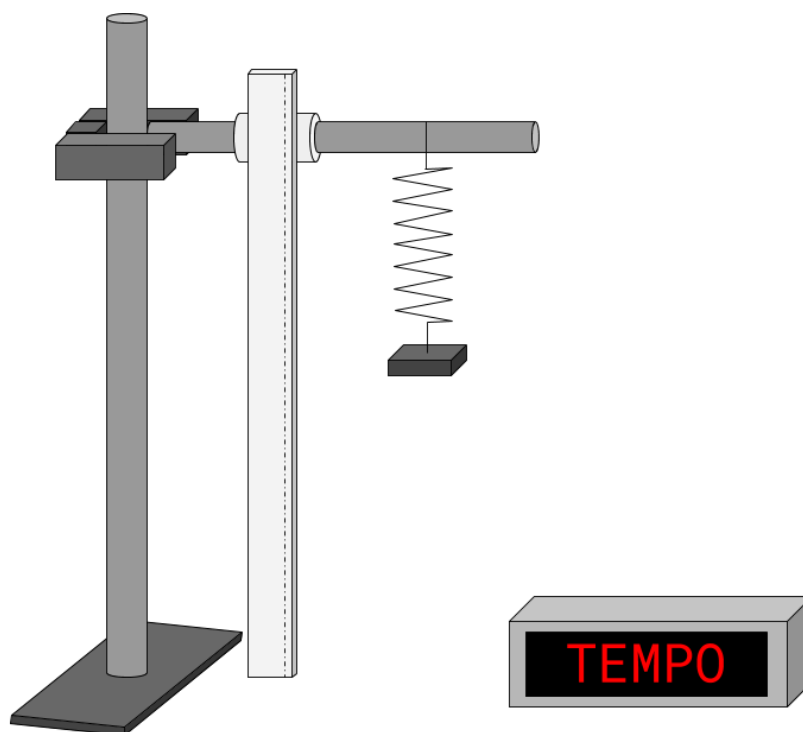
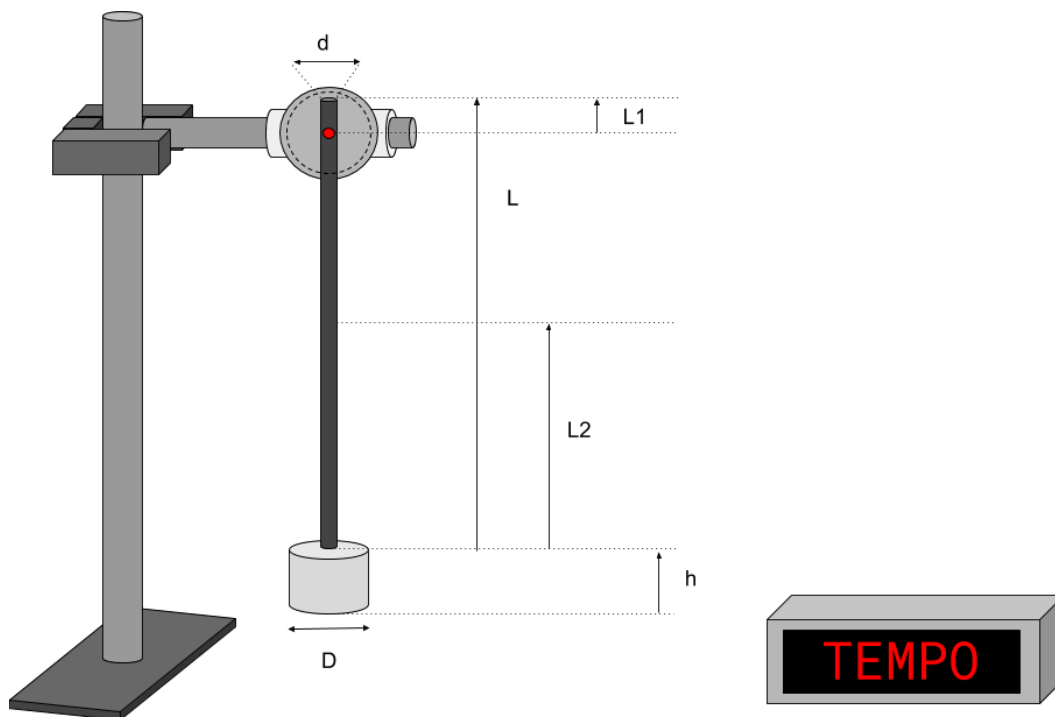


Imagem 2 : Montagem massa-mola
Fonte: Elaborado pelos compiladores

Neste experimento, o sistema massa-mola é submetido a um regime relativamente similar ao de um movimento harmônico simples, possibilitando a determinação do respectivo período com precisão. Em sequência, relacionando com a expressão $2 \times \pi \times \omega$, onde ω é expresso pela relação II, é possível comparar os dois resultados: Um dado pela fórmula e a constante elástica, o outro dado pela observação experimental.

3.1.3. PÊNDULO FÍSICO

Por fim, tratando-se do pêndulo físico abordado pelo vídeo, lança-se mão da seguinte instrumentação:



*Imagem 3 : Montagem pêndulo físico
Fonte: Elaborado pelos compiladores*

Todas as medidas apontadas são obtidas empiricamente. Em posse delas e das massas da haste (M) e do pêndulo (m), é possível determinar seus respectivos momentos de inércia analisando a magnitude de suas grandezas físicas associadas. Com os dados experimentais do tempo de oscilação, também se obtém um período referente ao pêndulo e, conseqüentemente, outra forma de definir os momentos de inércia do pêndulo por meio da fórmula de período para pêndulos físicos:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{MgD}} \quad (\text{XVII})$$

Onde I é o momento de inércia associado ao sistema, M a massa do mesmo, D a distância do centro de massa até o respectivo eixo de rotação e g a aceleração da gravidade, tratada durante toda a prática constantemente como $9,81 \text{ m/s}^2$.

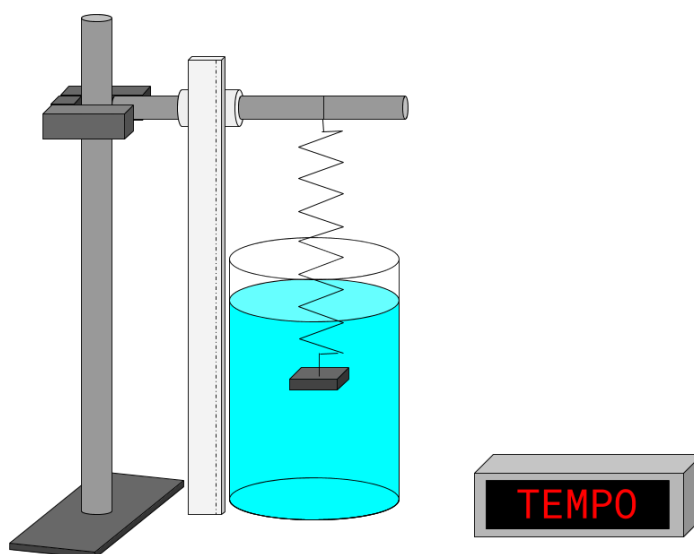
3.2. EXPERIMENTO 2 - OSCILADOR AMORTECIDO NO AR

Já se tem, do experimento 1, o período característico do oscilador massa-mola que se utiliza nesse experimento, o mesmo do experimento anterior. Contudo, a diferença consiste em constatar, sob experimentação laboratorial, a dissipação de energia do sistema.

Assim, tomadas as observações, registra-se, graficamente, a distensão da mola em função do tempo. Em seguida, a mesma relação é representada por meio de uma representação gráfica Mono-Log, no âmbito de determinar a natureza da força dissipativa imposta sob o sistema.

3.3. EXPERIMENTO 3

Aqui, a montagem é disposta da seguinte maneira:



*Imagem 4 : Amortecimento água
Fonte: Elaborado pelos Compiladores*

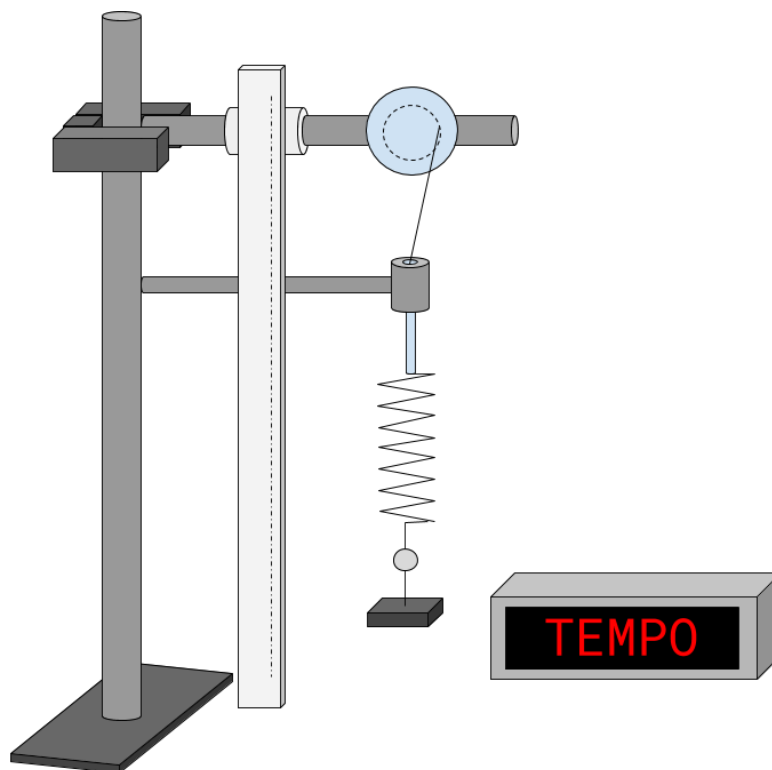
Como o sistema massa-mola é o mesmo do empregado previamente, suas propriedades físicas como a constante elástica (k) e massa (m) se mantêm inalteradas.

Primeiramente, determina-se o período com base em medidas tomadas diretamente da observação da funcionalidade do sistema. Segundamente, registra-se a distensão da mola a cada oscilação no sistema.

Finalmente, tendo em mão essa informação é possível determinar a natureza do amortecimento. Para melhor visualização do processo, elabora-se uma representação gráfica da amplitude atingida durante o movimento oscilatório da massa (m) em função do tempo.

3.4. EXPERIMENTO 4 - OSCILAÇÃO FORÇADA

Neste experimento, a seguinte montagem vai ser utilizada:



*Imagem 5 : Amortecimento água
Fonte: Elaborado pelos Compiladores*

Novamente, a mola é a mesma usada anteriormente, a massa total é medida na balança com precisão de 0.01 g. Com estes dados é possível determinar a frequência natural do sistema.

O sistema massa-mola é então ligado a uma fonte externa a qual implica um regime oscilatório forçado. Marca-se o período de oscilação associado à mesma e a distensão da mola respectiva.

Finalmente, a curva de ressonância respectiva é confeccionada, possibilitando comparar a frequência natural (ou de ressonância) fornecida pela representação gráfica com a estimada inicialmente por meio da relação (XV) , possibilitando comentar a magnitude da resistência do sistema.

O experimento é então repetido porém imerso em água, sendo sua nova disposição exibida pela imagem a seguir:

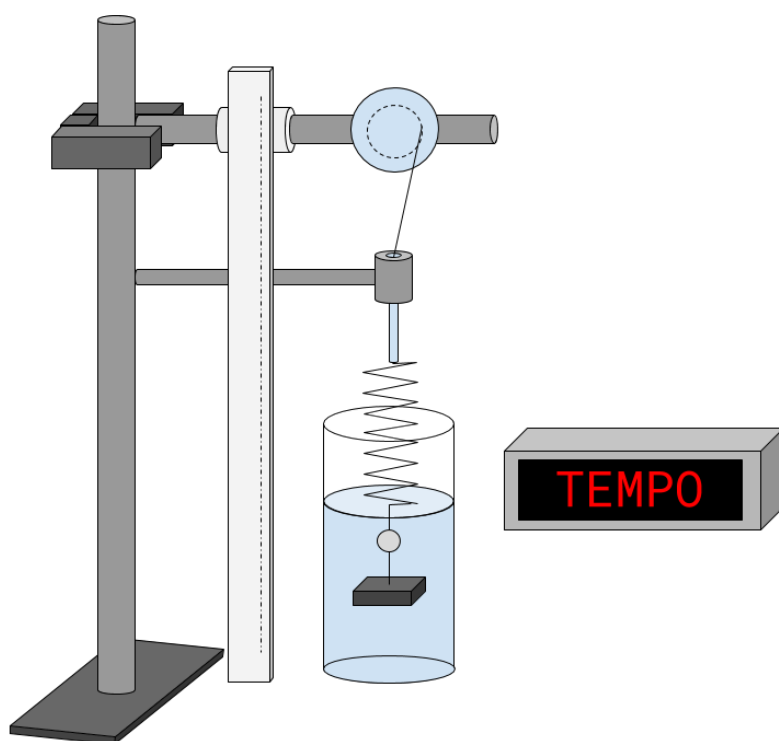


Imagem 6: Amortecimento água
Fonte: Elaborado pelos Compiladores

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1. EXPERIMENTO 1

4.1.1. COEFICIENTE ELÁSTICO

Registra-se os dados obtidos do experimento:

Medida	X ($\pm 0,01$)(m)	(X - X ₀)($\pm 0,01$) (m)	Força (N)
1	0,93	0	0
2	1,02	0,09	0,0455
3	1,09	0,16	0,0779
4	1,16	0,23	0,1103
5	1,23	0,30	0,1426
6	1,30	0,37	0,1750
7	1,37	0,44	0,2074
8	1,44	0,51	0,2398

Tabela 1: Medidas constante elástica

Fonte: Elaborado pelos Compiladores

A relação de linearidade entre a força aplicada como função da distensão da mola se dá conforme a seguinte representação gráfica:

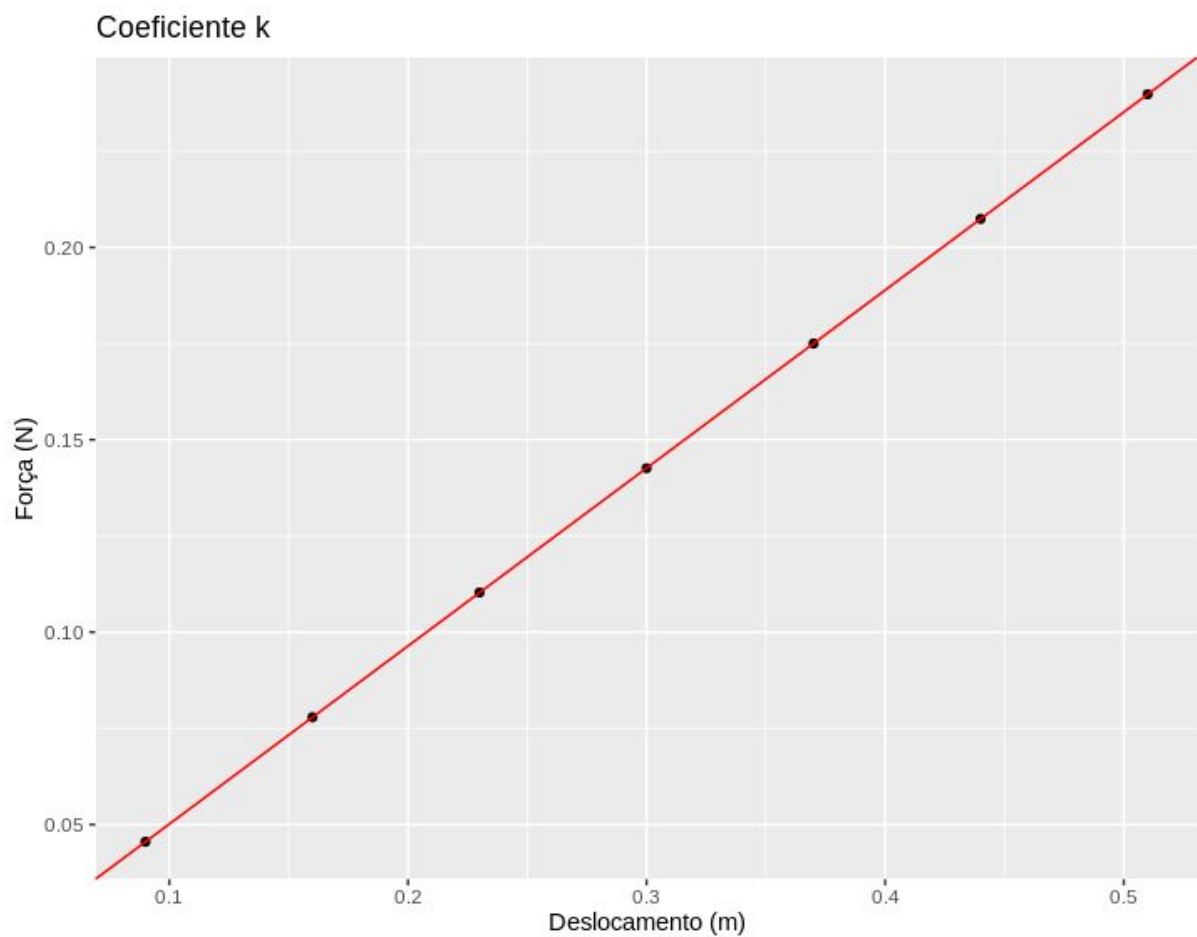


Gráfico 1: Coeficiente k

Fonte: Elaborado pelos compiladores

Gera uma reta de coeficiente angular, $k = (0,46260 \pm 0.00008) \text{ N/m}$.

4.1.2. OSCILAÇÃO MASSA MOLA

Sabendo a massa do corpo como sendo $m = (36,3 \pm 0,1) \text{ g}$ e a constante $k = (0,46260 \pm 0.00008) \text{ N/m}$, dada pelo experimento anterior, é possível usar a fórmula já usada para calcular o período:

$$T = 2 \times \pi \times \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T = (1,760 \pm 0.002) \text{ s}$$

A outra forma de conseguir o período em questão é medir diretamente esse tempo. Dessa forma, foi medido um tempo de *17,55 segundos* para 10 oscilações. Ou seja:

$$T = 1,755 \text{ s}$$

Estes resultados são expressivamente satisfatórios, contudo, é evidente que ambos possuem propagação de incertezas, a medição experimental concluída pelos dados provenientes das vídeo-aulas respectivas mais ainda pois o período em questão foi registrado a partir de uma representação visual, podendo esta contar com várias imperfeições, dentre elas conectividade para melhor resolução do experimento e principalmente a necessidade de ficar pausando o mesmo, tornando tal prática absolutamente duvidosa; diferentemente do período concluído a partir da constante elástica calculada previamente, cuja determinação foi fundamentada em análises físicas e bem definidas pelos compiladores do vídeo, possibilitando o tratamento destes dados e consequentemente da relação linear observada com um erro relativo de 0,0173%, imprescindível para a determinação posterior do período de oscilação do sistema massa-mola, este com um erro relativo, comprovado matematicamente, de 0,114%.

4.1.3. PÊNDULO FÍSICO

Vamos estabelecer as medidas dimensionais do pêndulo determinadas no esquema do experimento:

Dimensão	Medida
L	$(0,380 \pm 0,001) \text{ m}$
L_1	$(0,025 \pm 0,001) \text{ m}$
L_2	$(0,190 \pm 0,001) \text{ m}$
h	$(0,020 \pm 0,001) \text{ m}$
d	$(0,0080 \pm 0,0001) \text{ m}$

D	$(0,025 \pm 0,001) \text{ m}$
m	$(0,0753 \pm 0,0001) \text{ Kg}$
M	$(0,0266 \pm 0,0001) \text{ Kg}$

Tabela 2: Dimensões pêndulo físico

Fonte: Elaborado pelos compiladores

Começamos definindo o momento de inércia da barra como se o eixo de rotação estivesse localizado em seu respectivo centro geométrico:

$$I_c = \frac{1}{12} M \times L^2$$

Como o eixo de rotação se encontra a uma certa distância do centro geométrico da barra, adotamos o teorema dos eixos paralelos a fim de se obter corretamente o momento de associado a barra homogênea:

$$I_b = I_c + M \times (L_2 - L_1)^2$$

Por fim, assumindo o centro de massa do cilindro fixado à extremidade da barra como uma massa pontual, podemos estimar seu momento de inércia por meio da seguinte relação:

$$I_m = m \times (C_m - L_1)^2$$

Logo, o momento de inércia associado ao sistema em questão assume a seguinte representação algébrica:

$$0.0100 \pm 0.0002 \text{ Kg} \times \text{m}^2$$

Em sequência, parte-se agora para a definição do momento de inércia a partir da equação citada que relaciona o período medido com o momento de inércia; sabendo que o período medido foi de 1.14s, o momento de inércia calculado é apresentado:

$$I_e = (0.0099 \pm 0.0008) \text{ Kg} \times \text{m}^2$$

Por fim, observamos este experimento os mesmos empecilhos relatados previamente com relação à determinação visual do período de oscilação do pêndulo físico para a

Repetindo os cálculos acima porém alterando o eixo de rotação do pêndulo conforme o roteiro da prática, o momento de inércia determinado pelas características físicas do sistema assume a seguinte representação:

$$0,00277 \pm 0,00006 \text{ Kg} \times \text{m}^2$$

O período registrado visualmente através do vídeo respectivo foi de 0,90s, logo o momento de inércia calculado por meio da relação XVII é:

$$0,0027 \pm 0,0002 \text{ Kg} \times \text{m}^2$$

Por fim, observamos este experimento os mesmos empecilhos relatados previamente com relação à determinação visual do período de oscilação do pêndulo físico para ambos os eixos de rotação tratados na prática; como tal visualização depende intrinsecamente de atributos infraestruturais (como conectividade) e humanos (pausar o vídeo quando necessário), sua veracidade não é somente questionada como também explicitada pela disparidade entre os respectivos erros relativos visuais e algébricos, 8,08% e 2,00% em um primeiro momento e 7,407% e 2,166% em um segundo momento.

4.2. EXPERIMENTO 2 - AMORTECIMENTO AR

Primeiramente, utilizando o período calculado na seção 4.1, estima-se que após 20 oscilações, tenha-se transcorrido um intervalo de tempo de $(34.8 \pm 0.3)\text{s}$.

Segundamente, as seguintes medidas foram tomadas considerando a posição inicial do sistema massa-mola $X_0 = 2,605\text{m}$:

Número de oscilações	Tempo (s)	Amplitude (m)
----------------------	-----------	---------------

0	0	2,791
20	34,6	2,750
40	69,2	2,718
60	103,8	2,697
80	138,4	2,677
100	173,0	2,662
120	207,6	2,650
140	242,2	2,643
160	276,8	2,635
180	311,4	2,630
200	346,0	2,626
220	380,6	2,621
240	415,2	2,620

Tabela 3: Medidas experimento 2
Fonte: Elaborado pelos Compiladores

Com estes dados é possível fazer o seguinte plot:

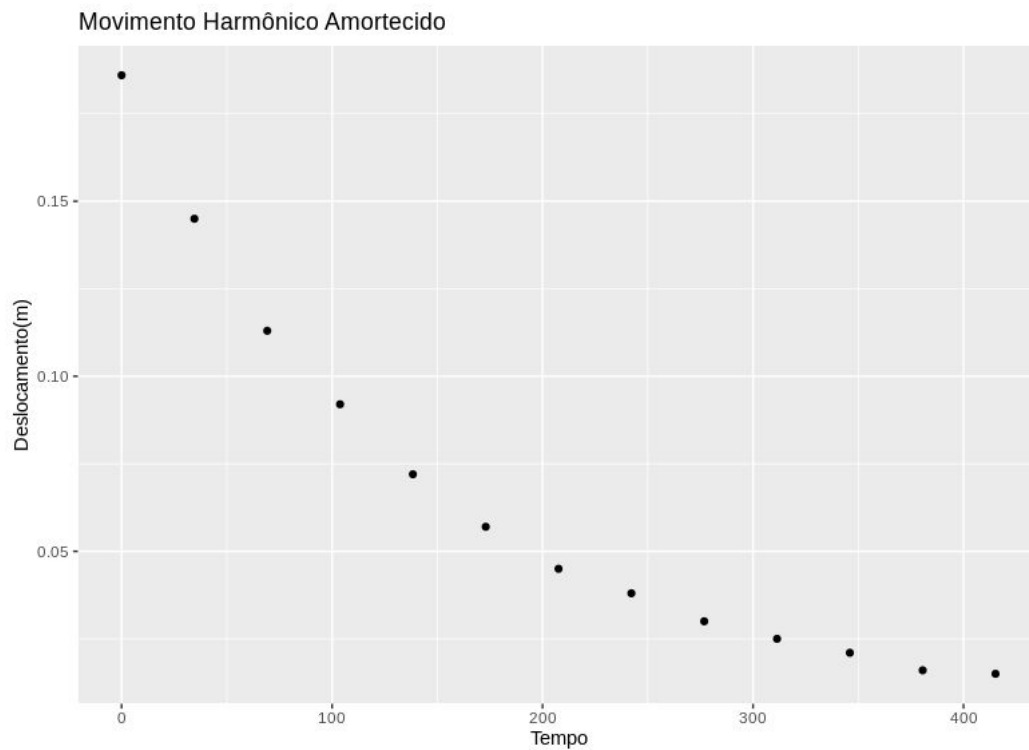


Gráfico 2: Amortecido ar

Mudando a escala:

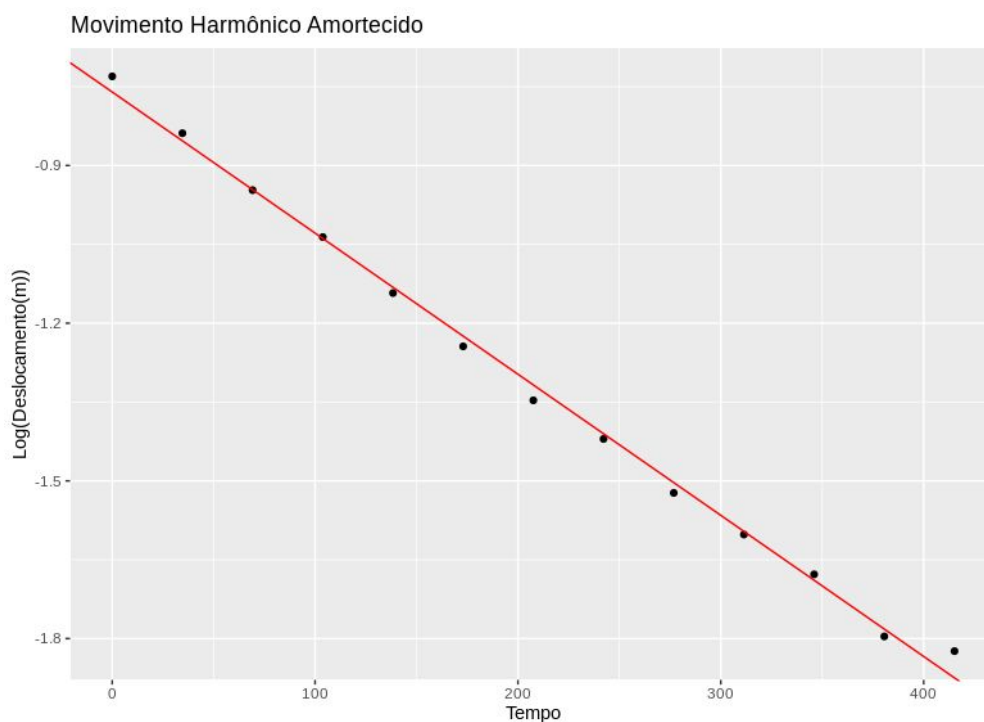


Gráfico 3: Regressão Amortecido ar
Fonte: Elaborado pelos Compiladores

Colocando os mesmos dados em uma representação gráfica relacionando o logaritmo da distensão da mola em função do tempo, observa-se claramente a linearidade existente.

Em adição, o fator de amortecimento γ calculado é expresso pela seguinte representação algébrica:

$$0,085 \pm 0,002 \text{ kg/s}$$

4.3. EXPERIMENTO 3 - AMORTECIMENTO LÍQUIDOS

Primeiramente, a medida direta do período indica um valor próximo de $t = 1,76\text{s}$.

As medidas tomadas no experimento dois foram, sabendo que $X_0 = 2,670$:

Número de oscilações	Tempo (s)	Amplitude (m)
----------------------	-----------	---------------

0	0	2,860
1/2	0,88	2,538
1	1,76	2,768
3/2	2,64	2,586
2	3,52	2,732
5/2	4,40	2,610
3	5,28	2,719
7/2	6,16	2,623
4	7,04	2,709
9/2	7,92	2,630
5	8,80	2,70
11/2	9,68	2,636
6	10,56	2,695
13/2	11,44	2,640
7	12,32	2,690
15/2	13,2	2,645
8	14,08	2,688
17/2	14,96	2,647
9	15,84	2,685
19/2	16,72	2,649
10	17,6	2,682
21/2	18,48	2,650
11	19,36	2,679

Tabela 4 : Medidas experimento 2
Fonte: Elaborado pelos Compiladores

Resultando em:

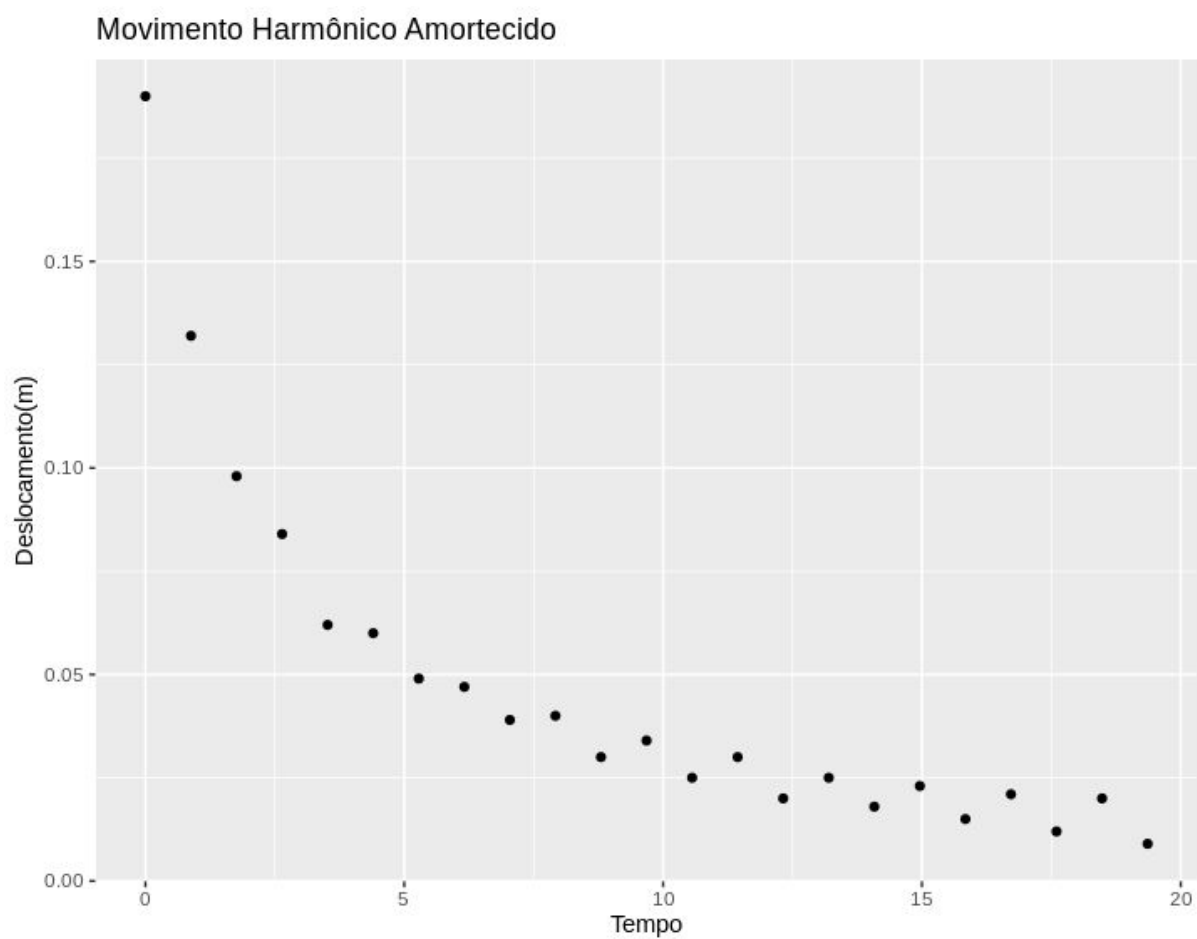


Gráfico 4: Amortecido água
Fonte: Elaborado pelos Compiladores

Pode-se ainda organizar da seguinte forma:

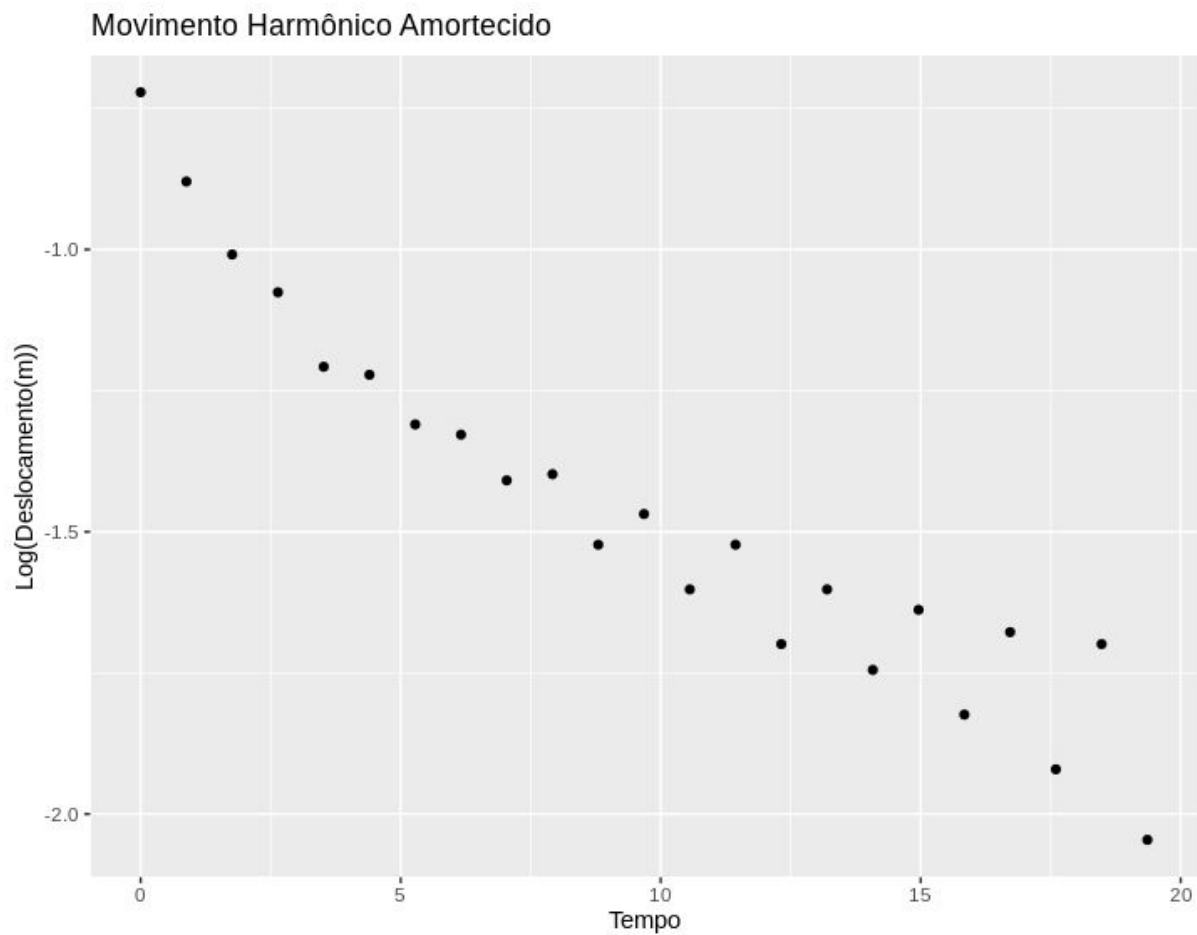


Gráfico 5: Amortecido log água
Fonte: Elaborado pelos Compiladores

Configuração típica de um amortecimento quadrático com a constante D da equação (X) assumindo a seguinte representação algébrica:

$$0.507 \pm 0.001 \, t^{-1}$$

4.4. EXPERIMENTO 4 - OSCILAÇÕES FORÇADAS

4.4.1. NO AR

Primeiro, estabelece-se a frequência natural do sistema a partir da massa definida como 0,03632 Kg.

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{(0,46260 \pm 0,00008) \text{ N/m}}{(0,03632 \pm 0,00001) \text{ Kg}}} = (3,5689 \pm 0,0004) \text{ Hz}$$

Agora, coleta-se os dados do experimento, sabendo $X_0 = 2,427 \text{ m}$:

Observação	Período	Amplitude
1	2,741	2,425
2	2,651	2,410
3	2,519	2,410
4	2,388	2,406
5	2,247	2,402
6	2,137	2,395
7	2,061	2,394
8	1,968	2,388
9	1,937	2,388
10	1,913	2,381
11	1,890	2,377
12	1,875	2,372
13	1,855	2,364
14	1,834	2,351
15	1,818	2,336
16	1,796	2,300
17	1,774	2,246
18	1,749	2,235
19	1,728	2,272
20	1,709	2,310
21	1,708	2,310
22	1,691	2,327

23	1,676	2,348
24	1,657	2,365
25	1,639	2,370
26	1,619	2,381
27	1,609	2,388
28	1,593	2,392
29	1,570	2,396
30	1,561	2,400
31	1,532	2,405
32	1,529	2,408
33	1,501	2,407
34	1,458	2,410
35	1,412	2,414
36	1,372	2,415

Tabela 5 : Medidas experimento 4
Fonte: Elaborado pelos Compiladores

Sendo possível assim a seguinte análise:

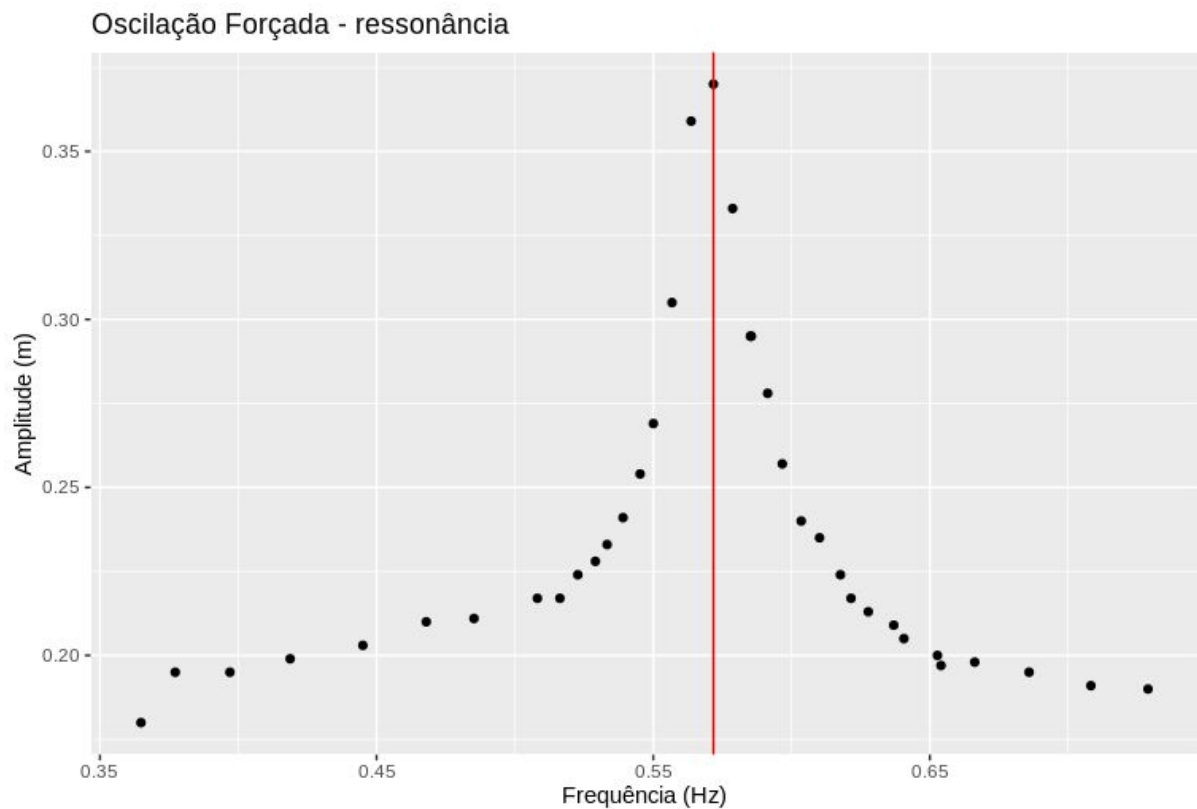


Gráfico 6: Frequência Ressonância
Fonte: Elaborado pelos Compiladores

Substituindo a frequência de ressonância e a frequência associada ao desempenho funcional do motor empregado na relação XV, conclui-se que o fator de amortecimento γ respectivo ao sistema massa-mola-ar assume a seguinte representação algébrica:

$$3,5228 \pm 0,0001 \text{ s}^{-1}$$

Por fim, a largura da curva de ressonância à meia altura do eixo das abscissas é calculada por meio da relação XVI, assumindo a seguinte representação vinculado a sua respectiva grandeza física:

$$7,0456 \pm 0.0002 \text{ s}^{-1}$$

4.4.2. NA ÁGUA

Primeiro, estabelece-se a frequência natural do sistema a partir da massa definida como 0,03632 Kg, que é a mesma do experimento anterior.

Agora, coleta-se os dados do experimento, sabendo $X_0 = 2,676\text{ m}$:

Observação	Período	Amplitude
1	4,750	2,670
2	4,550	2,670
3	3,938	2,668
4	3,276	2,667
5	2,801	2,665
6	2,638	2,664
7	2,497	2,663
8	2,312	2,660
9	2,095	2,654
10	1,981	2,645
11	1,877	2,630
12	1,784	2,617
13	1,717	2,618
14	1,656	2,635
15	1,619	2,646
16	1,580	2,653
17	1,523	2,660
18	1,484	2,662
19	1,432	2,665

20	1,363	2,668
21	1,305	2,670
22	1,274	2,670
23	1,214	2,671
24	1,166	2,672
25	1,102	2,673

Tabela 6 : Medidas experimento 4
Fonte: Elaborado pelos Compiladores

Sendo possível assim a seguinte análise:

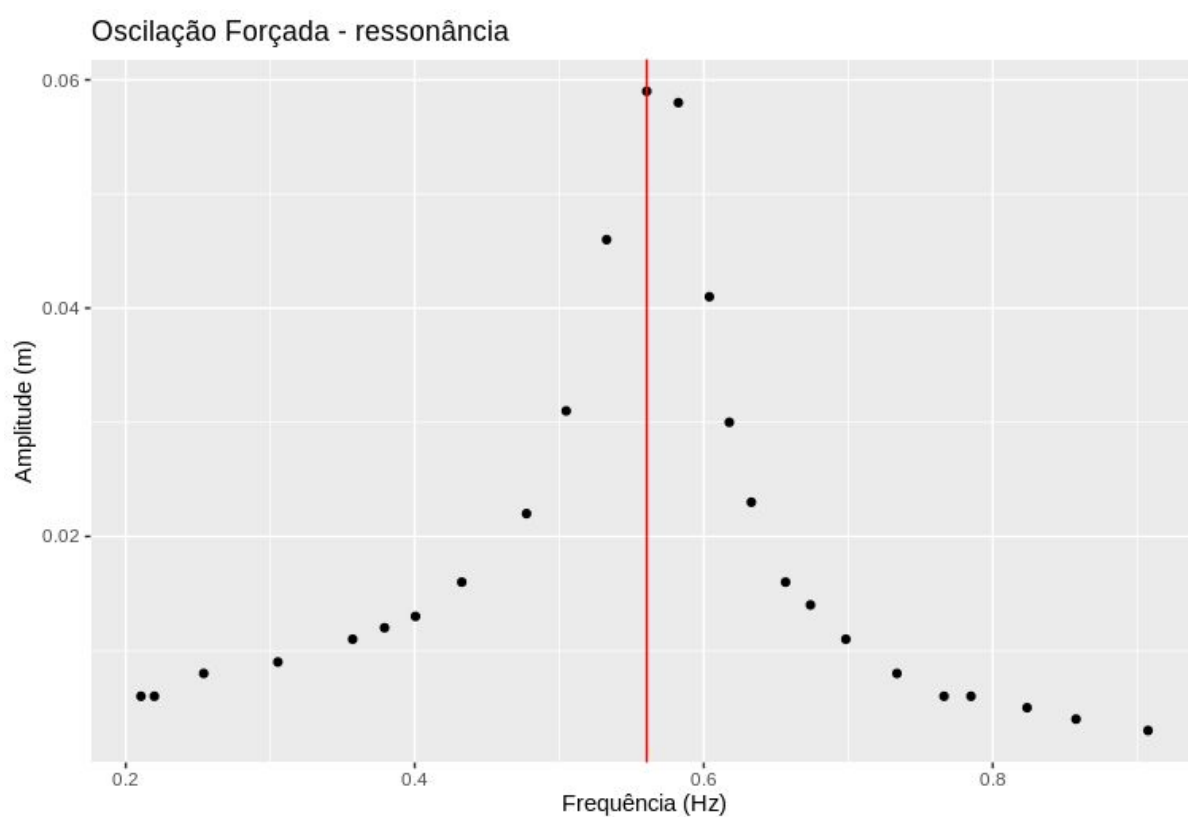


Gráfico 7: Frequência Ressonância
Fonte: Elaborado pelos Compiladores

Substituindo a frequência de ressonância e a frequência associada ao desempenho funcional do motor empregado na relação XV, conclui-se que o fator de amortecimento γ respectivo ao sistema massa-mola-ar assume a seguinte representação algébrica:

$$3,5246 \pm 0,0001 \text{ s}^{-1}$$

Por fim, a largura da curva de ressonância à meia altura do eixo das abscissas é calculada por meio da relação XVI, assumindo a seguinte representação vinculado a sua respectiva grandeza física:

$$7,0492 \pm 0.0002 \text{ s}^{-1}$$

Discutindo os valores obtidos para as respectivas larguras à meia altura das curvas de ressonância, observa-se, em um primeiro momento, curiosamente a unidade de medida associada; contudo, tal ocorrência é justificada devido a análise dimensional das unidades de medida envolvidas na relação XVI, de modo que a divisão do grau de amortecimento do sistema (b), o qual é expresso por Kg/s , pela massa, quantificada pelo Sistema Internacional de unidades (SI) em quilogramas (Kg), resulta no parâmetro s^{-1} . Em um segundo momento, repara-se que tanto as frequências máximas desempenhadas pelo motor em questão quanto os fatores de amortecimento diferem, uma relação previamente esperada visto que a água, caracteristicamente, é um fluido mais viscoso do que o ar sob o qual a experimentação foi submetida, configurando uma maior situação de amortecimento, dissipando conseqüentemente mais energia mecânica por ciclo de oscilação do que se o mesmo movimento oscilatório fosse desempenhado em sua ausência.

Por fim, estudando as especificidades de cada sistema massa-mola (ar e água), constata-se que ambos convergem em um aspecto, são exemplos de amortecimento subcrítico, nos quais o fator de amortecimento é menor do que a frequência de ressonância (ou frequência natural de oscilação do sistema), autenticando-se no fato de que ambos os sistemas oscilam diversas vezes antes de atingirem o repouso, diferentemente do amortecimento crítico e do super-crítico, nos quais observa-se uma queda abrupta e repentina na amplitude de oscilação.

5. CONCLUSÃO

Em síntese, a prática nos permitiu estudar a fundo todas as variáveis vinculadas a movimentos oscilatórios, desde o Movimento Harmônico Simples (MHS) até oscilações amortecidas e forçadas, estas sob a atuação de forças externas sobre o sistema em questão.

Foi estudado a natureza das forças dissipativas, estando intrinsecamente vinculado com o meio externo, bem como os regimes de amortecimento em potencial: subcrítico, crítico e super-crítico e suas respectivas manifestações explicitadas através de representações gráficas.

Por fim, foi averiguada a importância do fenômeno conhecido como ressonância mecânica, abordando a interpretação de curvas de ressonância e suas implicações estruturais, comprometendo eventualmente a integridade física não só de pequenos sistemas rotineiros mas também de construções civis.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Paul A. Tipler e Gene Mosca. Física para cientistas e Engenheiros, Vol. 2, 6ªEdição, LTC, 2008.

Raymond, John Serway and W. Jewett. Princípios de Física, Vol. 2, Cenage Learning, 5ªEdição, 2014.

Sears, Zemansky, Young and Freedman, Física Universitária, Vol. 2, 14ªEdição, 2014.

Moysés Nussenzveig, Curso de Física Básica, Vol. 2, Edgar Blucher, Edição de 2008, 2008.

TIMONER, A.; MAJORANA, F. S.; E HAZOFF, W. Manual de laboratório de Física: mecânica, calor e acústica. São Paulo: Edgard Blücher, 1973.

RUMBLE, J. Handbook of Chemistry and Physics. Edição 98. Estados Unidos: CRC Press, 13 de junho de 2017