

## FOLHA DE RESPOSTAS — TRABALHO 2

### Dados de Identificação

1) Número IST, Nome: GRUPO: A02

IST 106290, Martim Pinto

IST, 105939 João Guilherme

IST, 106754 Tomás Brogueira

IST, 107322 Pedro Silva

2) Data de entrega: 10 /06 /2023 .

### Parte A:

1. Conseguiu guardar o plot do mapa de luz no ficheiro  
“FIG\_source\_mapa\_de\_luz.png”?

Sim

Não

2. Qual é a potência incidente na 1ª e 5ª células mais luminosas?  
Qual é a distância R entre o centro do plano e o centro de cada uma dessas células?

1ª: P = 1,134 W      R = 26,0 cm

5ª: P = 0,686 W      R = 29,6 cm

3. Conseguiu guardar o plot da potência incidente entre 0.1 e 10 metros  
no ficheiro “FIG\_source\_power\_distance.png”?

Sim

Não

Conseguiu guardar o plot da potência incidente entre 10 e  
100 metros no ficheiro  
“FIG\_source\_power\_large\_distance.png”?

Sim

Não

Que expressão obteve para  $P(z_s)$  no regime assintótico?

$$P(z_s) = \frac{\varphi}{4\pi r^2}$$

Cálculos realizados:

Uma vez que se aplica um regime assintótico, o  $\cos(\theta)$  existente na fórmula geral tende para 1 pelo que é eliminado da expressão.

Expressão geral:

$$\frac{\varphi \cos(\theta)}{4\pi r^2}$$

Condições assintóticas:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \theta = 0$$

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\varphi \cos(\theta)}{4\pi r^2} = \frac{\varphi}{4\pi r^2}$$

Intuitivamente o que aqui está a acontecer é que a fonte está suficientemente longe do plano para que os raios incidentes sejam praticamente paralelos, como acontece por exemplo com os raios luminosos de uma estrela a incidir na terra.

4. Conseguiu guardar o plot das curvas de nível pedidas sobrepostas ao mapa de luz no ficheiro “FIG\_source\_1\_curvas\_nivel.png”?

Sim

Não

Apresente de seguida uma expressão matemática para a curva de nível  $E = (1 - 2 * 0.15) * E_{\max}$ :

$$x^2 + y^2 = \left( \frac{100 + 0.25}{(1 - 2 * 0.15) E_{\max} * 4\pi} \right)^{\frac{2}{3}} - 0.25^2$$

Apresente os cálculos realizados:

Expressão geral:

$$(1 - i * L)E_{max} = \frac{S * \cos(\theta)}{4\pi r^2} = \frac{S * h}{4\pi(x^2 + y^2 + h^2)^{\frac{3}{2}}}, \frac{h}{\sqrt{x^2 + y^2 + h^2}} = \cos(\theta)$$

i: variável de iteração

L: escalar de espacamento

E<sub>max</sub>: potência máxima de todas as células

$\theta$  : ângulo entre a normal e o vetor célula-lightsource

S: potência da fonte

h: distância da fonte ao plano das células

Resolvendo para  $x^2 + y^2$ :

$$(1 - iL)E_{max} = \frac{S * h}{4\pi(x^2 + y^2 + h^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (=)$$

$$(=) \quad x^2 + y^2 = \left( \frac{S * h}{(1 - iL)E_{max} * 4\pi} \right)^{\frac{2}{3}} - h^2 \quad (=)$$

$$(=) \quad x^2 + y^2 = \left( \frac{100 + 0,25}{(1 - 2 * 0,13)E_{max} * 4\pi} \right)^{\frac{2}{3}} - 0,25^2$$

5. Indique o valor obtido para:

Estimativa do erro da potência incidente no plano: \_\_\_\_\_ W

Explique sucintamente o método utilizado:

Não tivemos tempo portanto vamos considerar o desvio padrão.

Centro da célula que mais contribui para o erro: ( 5, 5 , 0 ) cm

Uma vez que não há uma célula central escolhemos arbitrariamente uma das 4.

Valor do desvio determinado nessa célula: 0,4 W

Explique e justifique o método utilizado:

O método utilizado é a regra do ponto médio (método dos retângulos), que divide o intervalo de integração em subintervalos (partições) do mesmo tamanho, e utiliza o ponto médio da linha do topo desses retângulos para calcular o integral da função. Este integral é calculado a partir da multiplicação entre  $\Delta x$  (base dos retângulos) e o somatório das imagens da função nos sucessivos pontos médios dos retângulos (altura dos retângulos).

$$F = \int_a^b f(x)dx = h * \sum_{i=0}^n f(< x_i >) , < x_i > = \frac{(x_i + x_{i+1})}{2}$$

O erro é calculado a partir da fórmula: a e b são os extremos inferior e superior do integral (respetivamente), n é o número de partições e M é o máximo da segunda derivada da função.

$$\varepsilon = \frac{M_2(b-a)^3}{24n^2}$$

É fácil perceber que o erro é inversamente proporcional ao quadrado do número de partições, visto que quanto mais partições existirem mais termos existirão no somatório, ou seja, o cálculo do integral é calculado com mais exatidão. No projeto, a função da irradiância não é “bem comportada”, ou seja, não podemos expandir a função (expansão de Taylor) como fizemos na aula teórica. Agora passaremos a analisar o papel da segunda derivada no cálculo do erro. Imaginemos que a nossa função é uma simples reta. Nesse caso, dada uma partição suficientemente pequena (para ser mais fácil de analisar), conseguimos perceber que a interseção entre a reta (função) e o topo do retângulo no ponto médio (o topo também é uma reta!) gera dois ângulos opostos pelo vértice iguais (porque resultam da interseção de duas retas), o que significa que podemos integrar sem erro quando o número de partições tender para infinito. Da mesma forma, no caso da irradiância, conseguimos perceber, através da segunda derivada, que o erro vai aumentando (os ângulos que no exemplo eram iguais, agora vão sendo cada vez mais diferentes), até que, no centro,

o erro é máximo, ou seja, o desfazamento entre os ângulos será o maior quando comparado com os outros pontos médios anteriormente calculados, o que faz do ponto central, o ponto onde o erro é maior.

## Parte B:

1. Indique o valor obtido para:

Potência incidente no plano alvo: 39,03 W

Estimativa do erro: 0,03W

Descreva o método utilizado para a estimativa do erro:

Uma vez que não temos tempo suficiente decidimos calcular o erro decidimos calcular o desvio padrão

2. Indique o valor obtido para:

$I_{1,1}$ : 39.00 W       $I_{2,1}$ : 39,02W       $I_{2,2}$ : \_\_\_\_\_ W

, , : 0,05 %      \_\_\_\_\_: \_\_\_\_\_ %  
, ,

Desformatou estas equações mas são as originais da folha de respostas

Outros comentários / continuação de respostas (caso necessite)

O modelo teórico e a simulação dão valores muito diferentes...

