

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO



Universidade do Porto
Faculdade de Engenharia
FEUP

EXERCÍCIOS DE PROGRAMAÇÃO EM LÓGICA COM RESTRIÇÕES

LUÍS PAULO REIS

LICENCIATURA EM ENGENHARIA INFORMÁTICA E COMPUTAÇÃO
PROGRAMAÇÃO EM LÓGICA - 3º ANO
NOVEMBRO DE 2004

 Universidade do Porto Faculdade de Engenharia FEUP	Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto Licenciatura em Engenharia Informática e Computação Programação em Lógica	2003/2004 LEIC (3º Ano) 1º Sem
Exercícios IPLR– Introdução à Programação em Lógica com Restrições		

Introdução à Programação em Lógica Com Restrições

IPLR 1. Problema do Quadrado Mágico NxN

O Problema do quadrado mágico consiste em preencher um quadrado com NxN casa, com os número entre 1 e NxN (cada número utilizado uma única vez) de forma a que a soma das linhas, colunas e diagonais (principais) sejam idênticas.

- Resolva as versões 3x3 e 4x4 do problema
- Generalize para NxN

Solução 3 a):

```
:-use_module(library(clpfd)).

magic(Vars):-
    Vars=[A1,A2,A3,A4,A5,A6,A7,A8,A9],
    domain(Vars,1,9),
    %Soma is (9+1)*3//2,    % Aumenta a Eficiência
    all_distinct(Vars),
    A1+A2+A3 #= Soma,
    A4+A5+A6 #= Soma,
    A7+A8+A9 #= Soma,
    A1+A4+A7 #= Soma,
    A2+A5+A8 #= Soma,
    A3+A6+A9 #= Soma,
    A1+A5+A9 #= Soma,
    A3+A5+A7 #= Soma,
    % A1 #< A2, A1 #< A3, A1 #< A4, A2 #< A4,    % Eliminar simetrias
    labeling([],Vars).
```

IPLR 2. O “Zebra Puzzle”

Este é um puzzle tradicional da programação em lógica. Há cinco casas com cinco cores diferentes. Em cada casa, vive uma pessoa de nacionalidade diferente, tendo uma bebida, uma marca de cigarros e um animal favoritos. A configuração é:

- O Inglês vive na casa vermelha
- O Espanhol tem um cão
- O Norueguês vive na primeira casa a contar da esquerda
- Na casa amarela, o dono gosta de Marlboro
- O homem que fuma Chesterfields vive na casa ao lado do homem que tem uma raposa
- O Norueguês vive ao lado da casa Azul

- O homem que fuma Winston tem uma iguana
- O fumador de Luky Strike bebe sumo de laranja
- O Ucrâniano bebe chá
- O Português fuma SG Lights
- Fuma-se Marlboro na casa ao lado da casa onde há um cavalo
- Na casa verde, a bebida preferida é o café
- A casa verde é imediatamente à direita (à sua direita) da casa branca
- Bebe-se leite na casa do meio

A pergunta é: Onde vive a Zebra, e em que casa se bebe água?

Construir um programa CLP que permita resolver o “Zebra Puzzle”.

Solução:

```
:- use_module(library(clpfd)). % Biblioteca CLP(FD) do SICStus

zebra(Zeb,Agu):-
% Definição das Variáveis e domínios
    Sol = [Nac,Ani,Beb,Cor,Tab],
    Nac = [Ing, Esp, Nor, Ucr, Por],
    Ani = [Cao, Rap, Igu, Cav, Zeb],
    Beb = [Sum, Cha, Caf, Lei, Agu],
    Cor = [Verm,Verd,Bran,Amar,Azul],
    Tab = [Che, Win, LS, SG, Mar],
    %flatten(Sol,List),
    List=[Ing, Esp, Nor, Ucr, Por, Cao, Rap, Igu, Cav, Zeb, Sum, Cha, Caf,
          Lei, Agu, Verm,Verd,Bran,Amar,Azul,Che, Win, LS, SG, Mar],
    domain(List,1,5),

% Colocacao das Restrições
    all_different(Nac),
    all_different(Ani),
    all_different(Beb),
    all_different(Cor),
    all_different(Tab),
    Ing #= Verm,
    Esp #= Cao,
    Nor #= 1,
    Amar #= Mar,
    abs(Che-Rap) #= 1, % Che #= Rap+1 #\ / Che #= Rap-1
    abs(Nor-Azul) #= 1,
    Win #= Igu,
    LS #= Sum,
    Ucr #= Cha,
    Por #= SG,
    abs(Mar-Cav) #= 1,
    Verd #= Caf,
    Verd #= Bran+1,
    Lei #= 3,

% Pesquisa da solução
    labeling([],List),
    write(Sol),nl.
```

IPLR 3. Problema das N-Rainhas NxN

Construa um programa CLP que permita resolver o problema das N-Rainhas. Este problema consiste em colocar, num tabuleiro com NxN casa, N rainhas (de xadrez), sem que nenhuma rainha ataque uma outra rainha posicionada no tabuleiro (isto é, na horizontal, vertical ou diagonal).

- Resolva a versão 4x4 do problema
- Generalize para NxN

Solução 4 a):

```
:-use_module(library(clpfd)). % Não esquecer de colocar em todos os programas!

nqueens(Cols):-
    Cols=[A1,A2,A3,A4],
    domain(Cols,1,4),
    all_distinct(Cols), % A1#\=A2, A1#\A3, A1#\A4, A2#\A3, A2#\A4, A3#\A4,
    A1#\=A2+1, A1#\=A2-1, A1#\=A3+2, A1#\=A3-2, A1#\=A4+3, A1#\=A4-3,
    A2#\=A3+1, A2#\=A3-1, A2#\=A4+2, A2#\=A4-2,
    A3#\=A4+1, A3#\=A4-1,
    labeling([],Cols).
```

Solução 4 b):

```
:-use_module(library(clpfd)).

nqueens(N,Cols):-
    length(Cols,N),
    domain(Cols,1,N),
    constrain(Cols),
    % all_distinct(Cols), % Redundante mas diminui o tempo de resolução
    labeling([],Cols).

constrain([]).
constrain([H | RCols]):-
    safe(H,RCols,1),
    constrain(RCols).

safe(_,[],_).
safe(X,[Y | T], K) :-
    noattack(X,Y,K),
    K1 is K + 1,
    safe(X,T,K1).

noattack(X,Y,K) :-
    X #\= Y,
    X + K #\= Y,
    X - K #\= Y.

% Test: nqueens(4,C).
% C = [2, 4, 1, 3] More? (;)
% C = [3, 1, 4, 2] More? (;)
% no (more) solution.
```

IPLR 4 Problema dos Criptogramas

O Problema dos *CRIPTOGRAMAS* consiste em atribuir dígitos decimais às letras, de modo a que a respectiva soma seja válida.

a) Construa um programa CLP para resolver os seguintes criptogramas:

```
puzzle(1,[D,O,N,A,L,D],[G,E,R,A,L,D],[R,O,B,E,R,T]).  
puzzle(2,[0,C,R,O,S,S],[0,0,R,O,A,D],[D,A,N,G,E,R]).  
puzzle(3,[0,S,E,N,D],[0,M,O,R,E],[M,O,N,E,Y]).
```

c) Construa um programa CLP para resolver criptogramas genéricos.

IPLR 5 Guardas no Forte

Doze guardas são colocados a guardar um forte com quatro salas em cada lado. Se um guarda estiver numa sala do lado só pode ver esse lado, enquanto se estiver num canto pode ver dois lados. O objectivo é construir um programa em PLR capaz de colocar 12 guardas no forte de forma a que cinco guardas vigiem cada lado.

IPLR 6. Soma e Produto

Que conjuntos de três números têm a sua soma igual ao seu produto?

Solução:

```
sol(A,B,C):-  
    domain([A,B,C],1,1000),  
    A*B*C #= A+B+C,  
    % C#>=B, B#>=A,    %Eliminar simetrias  
    labeling([], [A,B,C]).
```

IPLR 7. Peru Assado


Uma factura antiga revela que setenta e dois perus foram comprados por “-67-“ Escudos. O primeiro e o último algarismo estão ilegíveis. Construa um programa PLR capaz de determinar quanto é que, na época, custava cada peru.

IPLR 8. O Puto na Mercearia

Um rapaz vai à Mercearia comprar um pacote de arroz, um saco de batatas, um pacote de esparguete e uma lata de Atum. O merceeiro (que por sinal era muito careiro) diz-lhe que são 7.11€ O rapaz paga e quando já vai a sair, o merceeiro diz-lhe: “Espera! Enganei-me e multipliquei o valor dos produtos em vez de somar. Mas afinal somando-os dá na mesma 7.11€”. Sabendo que o preço de dois dos produtos eram múltiplos de 10 cêntimos e que as batatas eram mais caras do que o atum e este mais caro do que o arroz e que o produto mais barato era o esparguete, qual era o preço de cada um dos produtos?

IPLR 9. Zero Zeros

Como é possível escrever 1 000 000 000 como um produto de dois factores, cada um dos quais não contendo qualquer zero?

 Universidade do Porto Faculdade de Engenharia FEUP	Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto Licenciatura em Engenharia Informática e Computação Programação em Lógica	2003/2004 LEIC (3º Ano) 1º Sem
Exercícios PLS- Problemas de Lógica		

Programação em Lógica Com Restrições – Problemas de Lógica Simples

PLS 1. O Maquinista

Num certo comboio, os empregados eram três: o revisor, o foguista e o maquinista. Os seus nomes, por ordem alfabética, eram Ferreira, Rocha e Silva. No comboio havia, também, três passageiros com os mesmos nomes: Sr. Ferreira, Sr. Rocha e Sr. Silva São conhecidos os seguintes factos:

- O Sr. Rocha vive em Detroit.
- O revisor vive a meio caminho entre Detroit e Chicago.
- O Sr. Ferreira ganha, exactamente, 10.000 Euros por ano.
- Silva, em certa ocasião, derrotou o foguista, a jogar bilhar.
- Um vizinho do revisor, que vive numa casa ao lado da casa deste e é um dos três passageiros mencionados, ganha exactamente o triplo do que ganha o revisor.
- O passageiro que vive em Chicago tem o mesmo nome do revisor.

Pergunta-se: Qual é o nome do maquinista?

PLS 2. Os Três Músicos

Três músicos, João, António e Francisco, tocam harpa, violino e piano. Contudo, não se sabe quem toca o quê. Sabe-se que o António não é o pianista. Mas o pianista ensaia sozinho à Terça. O João ensaia com o Violoncelista às Quintas. Quem toca o quê?

PLS 3. O Centro Comercial

As Sras. Adams, Baker, Catt, Dodge, Ennis e a desleixada Sra. Fisk foram todas ao centro comercial fazer compras, uma manhã. Cada uma foi directamente ao andar em que havia, o artigo que queria comprar e cada uma delas comprou um único artigo. Compraram um livro, um vestido, uma bolsa, uma gravata, um chapéu e um candeeiro.

- Todas as mulheres, excepto a Sra. Adams, entraram no elevador no andar térreo.
- Também entraram no elevador dois homens.
- Duas mulheres, a Sra. Catt e a que comprou a gravata, saíram no segundo andar.
- No terceiro andar era a secção de vestidos.
- Os dois homens saíram no quarto andar.

- A mulher que comprou o candeeiro saiu no quinto andar e deixou a desleixada senhora Fisk saltar sozinha no sexto andar.
- No dia seguinte, a Sra. Baker, que recebeu a bolsa como presente, de surpresa, de uma das mulheres que saíra no segundo andar, encontrou seu marido agradecendo a gravata que uma das outras mulheres lhe tinha dado.

Se os livros eram vendidos no andar térreo, e a Sra. Ennis foi a sexta pessoa a sair do elevador, que foi que cada uma dessas mulheres comprou?

PLS 4. A Ilha da Mentira

Vamos visitar uma ilha especialmente interessante, onde cada um de seus habitantes ou mente o dia inteiro ou passa o dia inteiro dizendo a verdade. Mas no decorrer de um mesmo dia da semana seu comportamento é sempre constante

- Vamos falar de Jal, por exemplo : ele só mente às segundas-feiras, e diz a verdade nos demais dias da semana. Um dia ele disse: "Hoje é segunda-feira e eu sou casado". Era realmente segunda-feira? Ele era de facto casado?
- Que afirmação Jal poderia fazer numa quinta-feira, mas em nenhum outro dia da semana?
- Acontece que Jal tem um irmão chamado Tak, que mente às quintas-feiras e em nenhum outro dia da semana. Certo dia, um dos dois irmãos disse: "Amanhã é terça-feira" E exactamente uma semana mais tarde, disse "Amanhã estarei mentindo". Em que dia da semana isto se passou?
- Segundo outra versão desta história, depois de um dos irmãos ter dito "Amanhã é terça-feira" foi o outro irmão quem, uma semana mais tarde, disse: "Amanhã estarei mentindo". Se esta for a versão correcta, que dia da semana era?
- Nesta mesma ilha, a cada habitante A corresponde um habitante A' que diz a verdade nos dias em que A mente, e somente nesses dias. Por outras palavras, em qualquer dia em que A minta, A' dirá a verdade, e em qualquer dia no qual A diga a verdade, A' sempre mentirá. O comportamento de A' é sempre o oposto ao de A. Uma segunda característica da ilha é que, para cada par de habitantes A e B, existe um habitante C que diz a verdade em todos os dias nos quais tanto A quanto B dizem a verdade, e em nenhum outro dia. Ou seja, C mente em qualquer dia no qual pelo menos A ou B também minta. Dizem as más-línguas que nessa ilha ninguém diz a verdade todos os dias. Esta acusação é verdadeira ou não?

PLS 5. A Fila de Carros

Quatro carros, de cores amarelas, verde, azul, e preta, estão em fila. Sabe-se que o carro que está imediatamente antes do carro azul é menor do que o que está imediatamente depois do carro azul; que o carro verde é o menor de todos, que o carro verde está depois do carro azul, e que o carro amarelo está depois do preto. A questão a resolver é a seguinte:

O primeiro carro: a) é amarelo ; b) é azul; c) é preto ; d) é verde; e) não pode ser determinado com estes dados?

PLS 6. O Prisioneiro

No antigo Egipto, havia um prisioneiro numa cela com duas saídas, cada uma delas com um guarda. Cada saída dava para um corredor diferente em que um dava para o campo e, portanto, para a liberdade e o outro para um fosso de crocodilos. Só os guardas sabiam qual a saída certa, mas um deles dizia sempre a verdade e outro mentia sempre. O prisioneiro não sabia nem qual a saída certa nem qual o guarda verdadeiro. Qual a pergunta (e uma só pergunta) que o prisioneiro deveria fazer a um dos guardas ao acaso, para saber qual a porta certa?

PLS 7. Acampamento de Férias

Doze amigos encontram-se num acampamento de férias, são eles: João, Miguel, Nádia, Sílvia, Afonso, Cristina, Geraldo, Júlio, Maria, Máximo, Manuel e Ivone. Cada um deles tem uma bebida preferida: limonada, guaraná, whisky, vinho, champanhe, água, laranja, café, chá, vermuth, cerveja e vodka. Descubra qual é a bebida preferida de cada um sabendo que:

- No primeiro dia os amigos jogam Bridge. Numa das mesas estão juntos Geraldo, Júlio e os que gostam de vodka e cerveja; na outra mesa os que bebem vermuth e chá enfrentam a Maria e Máximo enquanto que na terceira mesa Ivone e Manuel enfrentam os que bebem café e laranja;
- No segundo dia jogam futebol em grupos de quatro: João e Miguel dominam a equipa dos que bebem chá e café; Júlio e Geraldo derrotam sem dificuldade a equipa dos que bebem guaraná e whisky, enquanto que Nádia e Maria não conseguem ganhar da equipa dos que bebem laranja e limonada;
- Os fanáticos do ténis têm somente dois campos para este desporto e jogam em duplas. Geraldo e o que gosta de água enfrentam Máximo e o que gosta de whisky, enquanto que no outro campo João e Sílvia enfrentam os que gostam de chá e vodka;
- No final destes feriados Júlio foi ao cinema com os que gostam de champanhe e água; Miguel foi ao teatro com os que gostam de guaraná e vodka; o que bebe guaraná encontrou-se com Máximo e Manuel na rua, enquanto que o que gosta de café foi nadar com Sílvia e Afonso.

PLS 8. O Restaurante

Após uma intensa jornada de trabalho, Bernard, Daniel, Francisco, Henrique, Jaqueline e Luís encontram-se num restaurante. Cada um deles pede um prato diferente. Sabe-se que:

- Daniel, Jaqueline e quem pediu o peixe apreciam vinho branco;
- Francisco olha com inveja para as pessoas que pediram porco e pato com laranja;
- Bernard e Daniel estão sentados na frente dos que comem omeleta e pato com laranja;
- Bernard, Francisco e Henrique pediram, cada um, um prato de carne (i.e. porco, pato ou bife).

Quem pediu o bife? E o esparguete ao alho e óleo?

PLS 9. Torneio de Ciclismo

A pequena cidade de Ílhavo organizou seu primeiro grande torneio ciclístico e após a última volta chegaram os seguintes oito corredores: Carlos, Ricardo, Raul, Tomas, Roberto, Boris, Diego e Luís.

Pede-se para encontrar a posição de chegada de cada um destes corredores sabendo que:

- A irmã de Boris aplaudiu seu marido, que chegou em sétimo
- Tomas chegou entre os quatro primeiros

- Na manhã do torneio, Raul, Tomas e o que chegou em quarto lugar, tomaram o pequeno-almoço juntos
- O terceiro colocado faz hoje o seu primeiro aniversário de casamento
- As esposas do primeiro e quarto colocados abraçaram seus maridos no final do torneio
- Diego, Boris e os que chegaram no sétimo e oitavo lugares estavam esgotados na chegada
- A esposa do quinto colocado é irmã de Roberto
- Raul e o quinto colocado estavam na frente dos oito corredores antes da última volta
- Carlos e Luís foram os dois primeiros a chegarem
- Luís, Ricardo e Boris são solteiros, os outros são casados

PLS 10. Reuniões Eleitorais

Perto das eleições municipais, os líderes políticos da cidade de Xuxu organizaram, cada um, uma reunião eleitoral. As estimativas sobre as participações da população forneceram os seguintes resultados:

- 130 pessoas participaram na reunião organizada por Armivisti, 135 na de Baratin e 65 na de Compromis;
- No total, 200 pessoas mobilizaram-se, sendo que 30 participaram das três reuniões.

Quantas pessoas participaram numa única reunião?

PLS 11. Desportos ao Fim de Semana

Seis amigos, Cláudio, David, Domingos, Francisco, Marcelo e Paulo são apaixonados por desporto. Eles têm muita dificuldade para passear juntos nos fins de semana, pois todos praticam um desporto diferente: ping-pong, futebol, andebol, rugby, ténis e voleibol. No fim de semana passado sabemos que:

- Marcelo foi ver o seu cunhado (que é um dos amigos) jogar ténis.
- Francisco e Paulo foram ver um dos amigos jogar voleibol
- Domingos não gosta de rugby, pois acha um desporto violento.
- Cláudio, Francisco e o seu amigo que joga andebol foram ver a partida de rugby.
- A única irmã de David foi ver o seu marido (que é um dos amigos) jogar futebol.

Qual o desporto preferido de cada um destes 6 amigos que são todos solteiros, excepto um?

PLS 12. Biblioteca do João

O João tem um móvel para classificar seus livros. Ele tem livros com capa dura, capa comum, livros de história, de literatura, uns em francês, outros em inglês. O móvel de João tem 8 compartimentos como mostra a figura abaixo:

	capa comum	capa dura	
história			
literatura			
	inglês	francês	inglês
			francês

Classifique os livros de João, respeitando estes rótulos, sabendo que João tem:

- 52 livros de história, dos quais 27 estão em inglês;
- 34 livros encadernados com capa dura dos quais 3 são de história e em francês;
- 46 livros em inglês, a metade deles encadernados com capa comum;
- 20 livros de literatura em francês;
- 31 livros de literatura encadernados com capa comum.

Qual é o número de livros?

PLS 13. Corrida de Automóveis

Considere uma corrida automobilística na qual seis homens estão na frente, mas, o cronista, emocionado pelo suspense da corrida, confunde e mistura os nomes dos corredores. É sabido que:

- O grupo consiste de seis homens, todos de nacionalidade diferentes. Há um alemão, um inglês, um brasileiro, um espanhol, um italiano e um francês.
- Três marcas patrocinam estes seis homens, sendo que cada marca patrocina dois deles da seguinte forma:
 - O nº1 e o alemão são corredores da marca La Vie Claire
 - O nº5 e o brasileiro são corredores da marca Sistema - V
 - O espanhol e o nº3 são corredores da marca Fagor
- Sabe-se também que:
 - Os corredores nº2 e o nº6 têm vantagem no princípio do circuito Aulne enquanto que o espanhol ficou sem gasolina
 - O italiano e o francês adiantaram-se 30 segundos do corredor nº3 na terceira volta deste circuito de 5.8 Km que deve ser repetido 11 vezes
 - O nº2 e o alemão tiveram que abandonar a prova
 - O nº1 ganha a corrida na frente do italiano

Quais os números, marcas e nacionalidades de cada corredor?

PLS 14. Tias Excêntricas

Joana tem 5 tias na faixa de 70 anos, todas activas e com boa saúde. Elas atribuem esse seu estado ao seus hobbies e hábitos de vida. Partindo das premissas abaixo, poderia determinar o nome, a idade, o hobby, e o hábito de cada uma? Nota: Este exercício tem um pequeno erro (tente-o descobrir!)

Premissas:

- Hortênsia, que bebe tequila, é dois anos mais velha que a tia que colecciona latas de cerveja.

- A tia que resolve problemas de lógica, enquanto treina para maratona, não é Eugénia.
- A tia Honória, que têm 74 anos, não fuma cachimbo.
- A tia Letícia, que cria piranhas, não é a tia mais velha de Joana.
- A tia que come dois ovos crus por dia, é dois anos mais nova que a tia que levanta pesos.
- A tia que bebe vodka não é a Honória
- A tia que pesca salmão tem 77 anos.

PLS 15. Entrega Rápida

Cinco residentes no Jardim Europa receberam encomendas de um mesmo serviço de entrega. Partindo das premissas abaixo, poderia determinar o nome, o sobrenome, o endereço e a encomenda de cada um?

Premissas:

- A encomenda do Sr. Mala continha roupas de criança.
- Nem Paula Postal, que, como a pessoa de sobrenome Bola, não mora na Rua Espanha, nem Artur receberam o catálogo de vendas.
- O residente da Rua Turquia não recebeu uma encomenda de plantas.
- Ema mora na Rua Primavera.
- O homem que morava na Rua Hungria, cujo sobrenome não é Bola, ficou contente com a chegada do seu livro.
- As plantas não foram entregues à pessoa de sobrenome Famoso que morava na Rua Sardenha, e cujo nome não é Daniel.

PLS 16 Líquido ou Pó?

Um determinado produto vende-se líquido ou em pó. Uma sondagem mostrou os seguintes resultados:

- Um terço das pessoas interrogadas não utilizam o pó;
- Dois sétimos das pessoas interrogadas não utiliza o líquido;
- 427 pessoas utilizam o líquido e o pó;
- Um quinto das pessoas interrogadas não utilizam o produto.

Quantas pessoas foram interrogadas nesta sondagem?

 Universidade do Porto Faculdade de Engenharia FEUP	Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto Licenciatura em Engenharia Informática e Computação Programação em Lógica	2003/2004 LEIC (3º Ano) 1º Sem
Exercícios PLAV–Programação em Lógica com Restrições Avançada		

Programação em Lógica com Restrições Avançada

PLAV 1 Sequências Mágicas

Uma sequência mágica de comprimento N é uma sequência de inteiros X_0, X_1, \dots, X_{n-1} tal que para todo o $i=0,1,\dots,n-1$:

- X_i é um inteiro entre 0 e $n-1$
- O número i ocorre exactamente x_i vezes na sequência.

Construa um programa em CLP para calcular sequências mágicas de comprimento n .

PLAV 2 Hexágono Mágico

Os números 1 e 19 devem ser colocados no padrão seguinte:

```

A, B, C
D, E, F, G
H, I, J, K, L,
M, N, O, P,
Q, R, S

```

De forma que a soma de todas as diagonais seja igual:

$$\begin{aligned}
A+B+C &= D+E+F+G = \dots = Q+R+S = 38 \\
A+D+H &= B+E+I+M = \dots = L+P+S = 38 \\
C+G+L &= B+F+K+P = \dots = H+M+Q = 38
\end{aligned}$$

Construir um programa em CLP para resolver o problema.

PLAV 3 Luzes

Cada um dos quadrados pode estar num de dois estados: aceso/apagado. Se um jogador “clicar” num quadrado, então esse quadrado e todos os quadrados nas mesmas linha e coluna mudarão de estado. O objectivo do puzzle é, dado um estado inicial, acender todos os quadrados no mínimo de “clicks” possível.

```

A B C D
E F G H
I J K L
M N O P

```

PLAV 4 Golomb Ruler

Um “Golomb Ruler” é um conjunto de inteiros $a(1) < a(2) < \dots < a(n)$ tal que todas as diferenças $a(i) - a(j)$ ($i > j$) sejam distintas. Pode-se assumir que $a(1) = 0$. $a(n)$ é o comprimento do Golomb Ruler. Para um dado número de valores, n , estamos interessados em encontrar o Golomb Ruler mais curto (ótimo). Construir um programa em CLP para resolver este problema.

PLAV 5 Tomografia

Uma matriz binária (0/1) é vista ao raio-X, isto é, unicamente através da soma de valores em cada linha e coluna. O problema é reconstruir a matriz a partir desta informação. Exemplo:

```

      0 0 7 1 6 3 4 5 2 7 0 0
0
0
8      * * * * * * * *
2      *                               *
6      *   * * * * *
4      *   *       * *
5      *   *   * * *
3      *   *
7      *   * * * * *
0
0

```

PLAV 6 Amazons

Remover 3 rainhas (para qualquer outra cã do tabuleiro) de forma a que 11 casas do tabuleiro não estejam atacadas. As três rainhas não precisam de ser removidas por movimentos de rainha (isto é, podem ser colocadas em qualquer casa livre do tabuleiro). Construa um programa que encontre a única solução deste problema.



PLAV 7 Ataques de Damas

Quantas rainhas são necessárias e em que posições para que todas as casas desocupadas de um tabuleiro de xadrez fiquem atacadas por uma das rainhas?

PLAV 8 Azulejos

Construir um programa para cobrir um quadrado de uma dada dimensão com azulejos quadrados de determinadas dimensões. Exemplos:

```

% problem(Numero, Tamanho_Quadrado, Lista_Tamanhos_Azulejos)
problem(1, 19, [10,9,7,6,4,4,3,3,3,3,3,2,2,2,1,1,1,1,1]).
problem(2, 112, [50,42,37,35,33,29,27,25,24,19,18,17,16,15,11,9,8,7,6,4,2]).
problem(3, 175, [81,64,56,55,51,43,39,38,35,33,31,30,29,20,18,16,14,9,8,5,4,3,2,1]).

```

PLAV 9 Transportes Simples

Suponha 3 fábricas com determinadas capacidades, 4 clientes com determinadas procura e custos de transporte entre eles. Construir um programa CLP para organizar o transporte de forma a que os custos sejam mínimos.

PLAV 10 Torneio de Golfe

Temos 32 golfistas que vão jogar individualmente um torneio em N semanas. Pretende-se que cada jogador só jogue uma vez com cada um dos outros. Qual o número mínimo de semanas antes de haver repetições. Construir um calendário utilizando CLP para este torneio.

PLAV 11 Localização de Armazéns

Uma fábrica tem de entregar bens a um conjunto de clientes e tem à sua disposição um número finito de localizações onde pode construir armazéns. Para a construção de um armazém temos um dado custo. Existe também um custo variável de transporte de bens aos clientes dependendo da distância. O problema consiste em determinar o número e localização dos armazéns que minimize os custos.

PLAV 12 Puzzle de Dominós

Existem 28 dominós 0-0 até 6-6 (0-0, 0-1, 0-2, ..., 5-5, 5-6, 6-6). São colocados de forma aleatória numa forma rectangular de forma a que:

- Existam 8 números na horizontal e 7 na vertical.
- Não existe relação entre quadrados adjacentes
- Os dominós podem ser colocados em qualquer posição:

Horizontal:	3-5,	5-3
Vertical:	3	5
	5	3

O objectivo é reconstruir as fronteiras dos dominós (isto é determinar em que posição está cada uma das 28 peças no puzzle) de forma a que cada dominó seja utilizado unicamente uma vez.

Exemplo de puzzle:

3	1	2	6	6	1	2	2
3	4	1	5	3	0	3	6
5	6	6	1	2	4	5	0
5	6	4	1	3	3	0	0
6	1	0	6	3	2	4	0
4	1	5	2	4	3	5	5
4	1	0	2	4	5	2	0

PLAV 13 Escalonamento Simples do Dia do Sr. Paulino

Um problema de escalonamento simples. O Sr. Paulino nunca acorda antes das 6h da manhã mas necessita de acordar uma hora antes de apanhar o autocarro para o trabalho. A viagem de autocarro demora pelo menos uma hora. O Sr. Paulino não sai do trabalho antes de trabalhar pelo menos 8

horas, após o que demora pelo mais de uma hora a chegar a casa e poder ligar a sua televisão. No entanto o Sr. Paulino não resiste a ver pelo menos 3 horas de televisão antes de se deitar.

Utilize as variáveis: WakeUp, TakeBus1, StartWork, TakeBus2, TurnTVOn, FallASleep e construa um escalonador para o dia do Sr. Paulino. As variáveis devem estar nos limites 1..24.

Solução:

```
schedule(Times) :-
    Times = [WakeUp,TakeBus1,StartWork,TakeBus2,TurnTVOn,FallASleep],
    domain(Times,1,24),
    WakeUp #>= 6,
    WakeUp #< TakeBus1 - 1,
    TakeBus1 #< StartWork - 1,
    StartWork #< TakeBus2 - 8,
    TakeBus2 #< TurnTVOn - 1,
    TurnTVOn #< FallASleep - 3.

% Test 1 :
% schedule(Day).
% Test 2 :
% WU::7..9,FAS::20..22,schedule([WU,TB1,SW,TB2,TV,FAS]).
```

PLAV 14 O Jardim Infantil

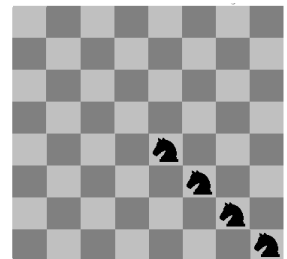
Num jardim infantil, as educadoras têm o hábito de levar as crianças para um passeio diário. Existem 15 crianças que, em cada caminhada, são dispostas em cinco filas de três, de modo a que cada uma tenha dois companheiros.

- O problema consiste em escalonar as caminhadas de modo a que nenhuma criança tenha a companhia do mesmo colega mais do que uma vez em cada semana.
- Generalize para o caso de n crianças dispostas em m filas de forma a que cada criança tenha p companheiros

PLAV 15. Divisão de um Tabuleiro

Como dividir o seguinte tabuleiro de Xadrez em quatro partes exactamente iguais de modo e que exactamente um cavalo fique em cada uma das partes.

- Construa um programa em PLR capaz de resolver este problema.
- Generalize para o caso de divisão em n partes dadas as localizações de n cavalos.

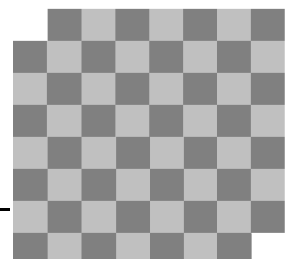


PLAV 16. Fracções Unitárias

Com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 0, represente dois números fraccionários cuja soma seja a unidade. Cada algarismo deve ser utilizado uma e uma só vez.

PLAV 17. Dominó e Xadrez

Suponha que retirarmos dois quadrados de cantos opostos de um tabuleiro de xadrez como mostra a figura anexa.



- a) Será possível cobrir os quadrados restantes completamente utilizando 31 peças de dominó?
- b) Suponha o caso em que são retiradas $2 \cdot n$ quadrados de localizações especificadas. Será possível cobrir o tabuleiro utilizando $32 - n$ dominós?

PLAV 18. Empresa de Encadernação

Numa empresa de encadernação existem 4 trabalhadores encadernadores, 3 de escritório e 2 embaladores. Pretende-se determinar uma escala semanal desses trabalhadores de forma a satisfazer as seguintes restrições:

- a) Os encadernadores e embaladores trabalham 5 dias por semana, os do escritório apenas 4;
- b) Os encadernadores e embaladores não podem trabalhar 4 dias seguidos, e os empregados de escritório não podem trabalhar mais de 2 dias seguidos;
- c) Se num dia só estiverem escalados 2 encadernadores, deverão estar 3 embaladores;
- d) Em nenhum dia podem trabalhar 2 encadernadores e 2 embaladores.
- e) Em cada dia devem estar 6 trabalhadores na empresa;

Experimente modelos distintos para este problema e compare a sua eficiência na resolução.

PLAV 19. Horários Simples

Pretende-se construir um horário escolar respeitando as seguintes restrições:

- a) Existem 4 disciplinas, D1 a D4, cada uma com a seguinte escolaridade (para os alunos que as frequentam):
 - i. D1 – 3 Teóricas e 2 Laboratoriais;
 - ii. D2 – 3 Teóricas e 2 Laboratoriais;
 - iii. D3 – 3 Teóricas e 2 Práticas;
 - iv. D4 – 2 Teóricas, 1 Prática e 1 Laboratorial
- b) As aulas teóricas têm a duração de uma hora, as práticas duas horas e as laboratoriais 3 horas;
- c) Para as aulas práticas e laboratoriais os alunos são divididos em duas turmas T1 e T2;
- d) Os alunos da turma T1 não frequentam a disciplina D4 e os da turma T2 não frequentam a disciplina D3;
- e) Existem apenas duas salas onde se podem leccionar tanto as aulas teóricas como as práticas/laboratoriais, de 2ª a 6ª feira, entre as 8 horas e as 13 horas (5 horas diárias)
- f) As aulas teóricas da mesma disciplina não podem ser dadas em três dias consecutivos (a 2ª feira não é consecutiva da 6ª feira);
- g) Em ambas as turmas não há aulas teóricas depois das aulas práticas/laboratoriais;
- h) Não há duas aulas práticas/laboratoriais da mesma disciplina no mesmo dia, mesmo que sejam para turmas distintas;
- i) Uma turma não pode ter as aulas práticas ou laboratoriais da mesma disciplina em dias seguidos.

19a) Experimente modelações distintas deste problema e compare a sua eficiência na resolução.

19b) Verifique se existem soluções que satisfaçam a restrição adicional de não ocorrerem em dias consecutivos as 2 aulas teóricas da disciplina D4. Verifique se existem soluções que satisfaçam a restrição adicional de não existirem em nenhum dia mais de 3 aulas teóricas.

Programação em Lógica Com Restrições – Problemas de Optimização

PLOP 1: O Poker do Nabais

O Nabais adora jogar Poker. Quando não tem parceiros disponíveis para jogar, ele diverte-se a jogar o jogo como solitário. Sorteia 25 cartas e tenta dispô-las de forma a conseguir as melhores mãos de Poker possíveis na Horizontal e Vertical! A sua tabela de pontuações é a seguinte:

- Um par – 10 pontos
- Dois pares – 20 pontos
- Trio – 40 pontos
- Sequência – 60 pontos
- Cor – 90 pontos
- Full House (trio+par): 150 pontos
- Poker (quatro cartas iguais): 200 pontos
- Straight Flush (sequência de cor): 300 pontos
- Royal Flush (sequência de cor de Ás a 10): 400 pontos



Supondo que o Nabais obteve a seguinte mão:

Consegue fazer um programa em CLP capaz de determinar o melhor arranjo possível para este problema (o Nabais conseguiu manualmente 1050 pontos!).

PLOP 2: O Carteiro Preguiçoso

Um carteiro com pouca correspondência para entregar e muito tempo para gastar, pois cada vez mais as pessoas utilizam o Email, estabeleceu o objectivo de terminar a sua ronda gastando o máximo de tempo possível enquanto entregava a correspondência na sua última rua. Esta rua é rectilínea, contendo 10 casas equidistantes a uma distância de 10 metros umas das outras. O carteiro anda a uma velocidade mínima de 10 metros por minuto (que é a velocidade que vai utilizar ao longo de todo o seu percurso). Começando pela casa nº1, entregou a correspondência, depois foi até à casa nº10, depois à casa nº2, depois à nº9 e por aí em diante até terminar na casa nº6 onde lhe ofereciam sempre café e bolo. Caminhou no total: $10+9+8+7+6+5+4+3+2+1 = 45$ minutos.

Um dia, contudo, o muito trabalhador carteiro lembrou-se que podia fazer ainda melhor (isto é pior) do que este percurso e elaborou um percurso ainda mais longo que mesmo assim terminava na casa nº6. Qual foi este percurso?

PLOP 3: Planeamento na Política

O político Jorge Bosque procura reunir alguns votos para o seu partido através de estratégias menos aconselháveis. Existem três métodos que podem ser utilizados neste campo

- 1) Convencer votantes individualmente. Isto gasta 2 unidades de tempo e causa uma unidade de sofrimento;
- 2) Convencer grupos de votantes. Isto permite arranjar 3 votantes de uma só vez, gasta 5 unidades de tempo e causa quatro unidades de sofrimento;

No entanto há também um método não oficial:

- 3) Insultar grupos específicos de votantes, o que embora faça perder 10 votantes, permite também perder 11 unidades de sofrimento, o que o faz sentir optimamente (o sofrimento dos votantes não é considerado neste jogo...). Esta actividade gasta unicamente uma unidade de tempo pelo que pode ser bastante útil para aliviar o sofrimento!

O Jorge Bosque sabe que necessita de 5 a 6 votantes para ganhar as eleições que se realizam daqui a 10 unidades de tempo (semanas). Que planos pode aplicar para atingir os seus objectivos?

Solução:

```
task(1,2,1,1).
task(2,5,4,3).
task(3,1,-11,-10).

make_plan(0,[]) :- !.
make_plan(N,[_|Rest]) :-
    N1 is N - 1,
    make_plan(N1,Rest).

evaluate_plan([],Du1,Pa1,Pe1,Du1,Pa1,Pe1).
evaluate_plan([Id|T],Du1,Pa1,Pe1,Du2,Pa2,Pe2) :-
    task(Id,DuD,PaD,PeD),
    Du is Du1 + DuD,
    Pa is Pa1 + PaD,
    Pe is Pe1 + PeD,
    evaluate_plan(T,Du,Pa,Pe,Du2,Pa2,Pe2).

make_cost(_,[],[]).
make_cost(Sum,[Id | L],[S | T]) :-
    task(Id,_,PaD,_),
    S is Sum + PaD,
    make_cost(S,L,T).

plan(N,Plan) :-
    make_plan(N,Plan),
    domain(Plan,1,4),
    evaluate_plan(Plan,0,0,0,Du,Pa,Pe),
    Pe #>= 5, Pe #<= 6, Du #<= 10, Pa #<= 10,
    make_cost(0,Plan,Cost),
    minimize(labeling([],Plan),Cost).
```

```

% Tests: (The first argument is the length of the plan being searched).
% plan(5,P).
% Found a solution with cost 5
% P = [1, 1, 1, 1, 1]      More? (;)
% no (more) solution.
% plan(4,P).
% no (more) solution.
% plan(3,P).
% Found a solution with cost 6
% P = [1, 1, 2]      More? (;)
% Found a solution with cost 6
% P = [1, 2, 1]      More? (;)
% Found a solution with cost 6
% P = [2, 1, 1]      More? (;)
% no (more) solution.

```

PLOP 4: Encaixe de Peças

Suponha os seguintes três blocos:

1) AA 2) BB 3) C
 AA B CC

e o seguinte tabuleiro (5x2):

XXXXX
 XXXXX

- Construa um programa em CLP que permita definir a forma de encaixar os três blocos (sem rotações) no tabuleiro referido.
- Generalize para um tabuleiro de dimensões superiores e mais peças
- Generalize de forma a permitir rotações e espelhamentos das peças
- Generalize para qualquer tabuleiro (rectangular com dimensões fornecidas pelo utilizador)
- Generalize para qualquer tipo de peças
- Introduza uma função de avaliação que permita calcular a melhor solução considerando que quanto mais abaixo e à direita no tabuleiro estiverem as peças 1 e 2 melhor será a solução.
- Generalize para o caso de blocos e tabuleiros tridimensionais
- Caso o problema não seja resolúvel, procure a solução com o mínimo de sobreposições
- Generalize para o caso em que em cada quadrícula do tabuleiro podem ser sobrepostas N peças (sendo N especificado pelo utilizador).
- Resolva problemas em que o objectivo seja minimizar N, encaixando todas as peças no tabuleiro.

PLOP 5: Tarefas Domésticas

Um jovem casal, João e Maria, pretendem dividir as tarefas domésticas de modo que cada um tenha apenas 2 tarefas, minimizando o tempo total gasto nelas. A eficiência deles varia com as tarefas, sendo o tempo gasto por semana por cada nas 4 tarefas previstas apresentado na tabela abaixo.

	Compras	Cozinha	Lavagem	Limpeza
Maria	4.5	7.8	3.6	2.9

João	4.9	7.2	4.3	3.1
------	-----	-----	-----	-----

Formule o problema como um problema de optimização e resolva-o utilizando CLP.

PLOP 6: Empresa de Investimentos

A Administração de uma empresa de investimentos está a considerar 7 diferentes oportunidades de investimento, devendo cada investimento ser feito apenas uma vez. Cada um dos investimentos tem quer um custo quer um ganho a longo prazo próprio, apresentados na tabela abaixo. Os investimentos 1 e 2 são mutuamente exclusivos, tal com os 3 e 4. Para além do mais, nem o investimento 3 nem o 4 podem ser feitos se um dos investimentos 1 ou 2 o não for. Sendo de 100 M€ o montante total de capital disponível para investimento e pretendendo-se maximizar o lucro a longo prazo

	Oportunidades de Investimento						
	1	2	3	4	5	6	7
Lucro Estimado (M€)	17	10	15	19	7	13	9
Capital Necessário (M€)	43	28	34	48	17	32	23

Resolva o problema utilizando as capacidades de optimização do SICStus Prolog.

PLOP 7: Empresa de Transportes

Uma empresa de transportes tem para despachar num determinado dia 9 encomendas em três camiões. Um programa seleccionou 10 possíveis percursos que os 3 camiões podem seguir, apresentados na tabela abaixo, em que os números 1, 2 e 3 representam a ordem pela qual são entregues as encomendas. A tabela apresenta ainda o tempo total de cada percurso. O objectivo é escolher 3 percursos (um para cada camião) que permitam entregar todas as encomendas num tempo mínimo.

Cliente	Percursos Possíveis									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	1				1				1	
B		2		1		2			2	2
C			3	3			3		3	
D	2					1		1		
E			2	2		3				
F		1			2			3		
G	3						1	2		
H			1		3					3
I		3					2			1
Tempo	6	4	7	5	4	6	5	3	7	6

PLOP 8: Caixeiro Viajante

Considere o problema do caixeiro-viajante. Construa alguns problemas simples de caixeiro-viajante e resolva-os utilizando o SICStus Prolog

PLOP 9: Fábrica de Brinquedos

Uma fábrica de brinquedos está a planear a produção de 2 brinquedos para a sua nova campanha de Natal de 2004. Para o brinquedo 1, o custo de início de produção é de 50 k€ gerando um lucro por

brinquedo de 10 €. Para o brinquedo 2 os valores são respectivamente 80 k€ e 15 €. Embora o fabricante tenha duas fábricas foi decidido usar apenas uma delas para evitar duplicar os custos de início de produção. O brinquedo 1 pode ser produzido a um ritmo de 50 por hora na fábrica A e de 40 por hora na fábrica B, enquanto que para o brinquedo 2 os valores respectivos são de 40 e 25. A fábrica A tem 500 horas de produção disponível enquanto que a fábrica B tem 700 horas. Pretende-se encontrar a solução que maximiza o lucro obtido nesta campanha.

PLOP 10: Sequenciamento de Tarefas

É necessário fazer uma sequência de 5 tarefas numa máquina, mas o tempo de inicialização (*setup time*) de cada tarefa depende da tarefa anterior, de acordo com a tabela abaixo. Nestas condições, qual a sequência de tarefas que minimiza o conjunto dos tempos de inicialização das tarefas?

		Tempo de Inicialização				
		Tarefa				
Tarefa Anterior	Nenhum	4	5	8	9	4
	1		7	12	10	9
	2	6		10	14	11
	3	10	11		12	10
	4	7	8	15		7
	5	12	9	8	16	

PLOP 11: Produção em Máquinas

Numa fábrica com 2 máquinas (*machine shop*) constroem-se dois tipos de produtos. Cada unidade do produto A requer 3 horas da máquina 1 e 2 horas da máquina 2, enquanto que uma unidade do produto B requer 2 horas da máquina 1 e 3 horas da máquina 2. A máquina A está disponível 8 horas por dia e a máquina B apenas 7 horas. O lucro obtido na venda de cada unidade dos produtos é de 16 € para o A e 10 € para o B. Tendo de ser um múltiplo inteiro de 0.25 a quantidade produzida de cada produto por dia, pretende-se determinar a quantidade dos dois produtos que maximizam o lucro.

PLOP 12: Eliminação de Simetrias e Restrições Redundantes

- Análise a eficiência dos programas construídos e a sensibilidade desta à variação dos dados de entrada
- Codifique restrições adicionais em todos os problemas de forma a eliminar simetrias
- Análise a variação de eficiência na resolução dos problemas anteriores, com e sem a remoção das simetrias.
- Introduza restrições redundantes nos problemas que permitam aumentar a eficiência de resolução

Bibliografia

K. Marriot e P. Stuckey, Programming with Constraints – An Introduction, MIT Press, 1998,

E. Tsang, Foundations of Constraint Satisfaction, Academic Press, 1993

Pierre Flener, Constraint Technology for Solving Combinatorial Problems, 2003, [On-Line], Disponível em: <http://user.it.uu.se/~pierref/courses/CT/> [consultado em 11/11/2004]

Pedro Barahona, Programação por Restrições, Ano Lectivo 2003/04, Problemas Propostos, 2003 [On-Line], Disponível em: <http://ssdi.di.fct.unl.pt/%7Epb/cadeiras/pr/0304/problemas.htm> [consultado em 11/11/2004]

SICStus Prolog HomePage, Swedish Institute of Computer Science, [On-Line], Disponível em: <http://www.sics.se/isl/sicstus/> [consultado em 15/10/2004]

SICStus Prolog User's Manual, Swedish Institute of Computer Science, 2003

Learning Constraint Logic programming with Logical Puzzles, [On-Line], Disponível em: <http://brownbuffalo.sourceforge.net/>, [consultado em 11/11/2004]