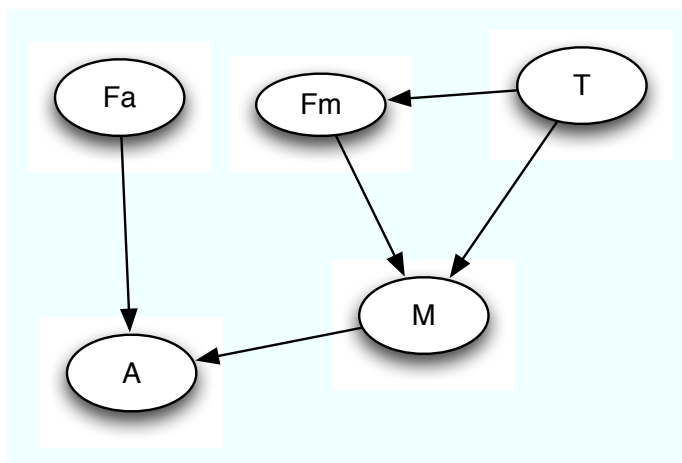


Numa central nuclear, existe um alarme que dispara quando o indicador do monitor de temperatura atinge um determinado nível. A temperatura é medida na câmara do reactor nuclear. Considere as variáveis aleatórias booleanas  $A$  (o alarme dispara),  $F_a$  (o alarme falha),  $F_m$  (o monitor de temperatura falha) e as variáveis aleatórias continuas (limitadas)  $M$  (valor do indicador do monitor de temperatura) e  $T$  (a temperatura efectiva na câmara do reactor).

1. Desenhe uma rede de Bayes para este dominio sabendo que o monitor de leitura é mais provável que falhe quando a temperatura na câmara do reactor é muito alta.



2. Uma "polytree" é um grafo simplesmente ligado: no máximo existe um caminho não direccionado entre dois nós. A sua rede é uma "polytree"?  
Não, pois há dois caminhos entre  $T$  e  $M$ .
3. Suponha que só há duas possibilidades para o valor de  $M$  e de  $T$ , temperatura normal ou muito alta, que a probabilidade de o monitor de temperatura ter um valor correcto é  $x$  quando funciona bem e  $y$  quando funciona mal. Qual a tabela de probabilidade condicional da variável  $M$ ?

Um valor correcto em  $M$  é:  $M=\text{true}$  se  $T=\text{true}$ ,  $M=\text{false}$  se  $T=\text{false}$ .  $M$  tem um valor correcto sse  $F_M = \text{true}$

$T$	$F_M$	$P(M)$	$P(\neg M)$
T	T	<b>y</b>	1-y
T	F	<b>x</b>	1-x
F	T	1-y	<b>y</b>
F	F	1-x	<b>x</b>

4. Suponha que o alarme funciona correctamente excepto quando está avariado, neste caso nunca soa. Qual é a tabela de probabilidades associada a  $A$ ?

M	$F_a$	P(A)	P( $\neg$ A)
T	T	0	1
T	F	1	0
F	T	0	1
F	F	0	1

5. Suponha que o alarme e o monitor estão a trabalhar correctamente e o alarme soa. Calcule a expressão da probabilidade de a temperatura na câmara do reator ser muito elevada, função das várias probabilidades condicionais da rede.

$$\begin{aligned}
P(T|a, \neg f_A, \neg f_M) &= \\
&= \frac{P(T, a, \neg f_A, \neg f_M)}{P(a, \neg f_A, \neg f_M)} \text{ (regra de Bayes)} \\
&= \alpha P(T, a, \neg f_A, \neg f_M) \\
&= \alpha \sum_M P(T, M, a, \neg f_A, \neg f_M) \\
&= \alpha \sum_M \prod_{X_i=T, M, a, \neg f_A, \neg f_M} P(X_i | \text{pais}(X_i)) \\
&= \alpha P(T).P(\neg f_M|T).P(\neg f_A). \sum_M P(a|\neg f_A, M).P(M|\neg f_M, T) \\
&= \alpha < P(t).P(\neg f_M|t).P(\neg f_A). \sum_M P(a|\neg f_A, M).P(M|\neg f_M, t) \\
&\quad , P(\neg t).P(\neg f_M|\neg t).P(\neg f_A). \sum_M P(a|\neg f_A, M).P(M|\neg f_M, \neg t) > \\
&= \alpha < P(t).P(\neg f_M|t).P(\neg f_A).(P(a|\neg f_A, m).P(m|\neg f_M, t)+P(a|\neg f_A, \neg m).P(\neg m|\neg f_M, t)) \\
&\quad , P(\neg t).P(\neg f_M|\neg t).P(\neg f_A).(P(a|\neg f_A, m).P(m|\neg f_M, \neg t)+P(a|\neg f_A, \neg m).P(\neg m|\neg f_M, \neg t)) > \\
&= \alpha < P(t).P(\neg f_M|t).P(\neg f_A).(1.x+0.(1-x)), P(\neg t).P(\neg f_M|\neg t).P(\neg f_A).(1.(1-x) + 0.y) > \\
&= \alpha < P(t).P(\neg f_M|t).P(\neg f_A).x, P(\neg t).P(\neg f_M|\neg t).P(\neg f_A).(1-x) > \\
&= \alpha < P(t).P(\neg f_M|t).x, P(\neg t).P(\neg f_M|\neg t).(1-x) >
\end{aligned}$$