Gramáticas regulares

Uma gramática regular é uma GIC (V, Σ, P, S) em que todas as produções têm uma das formas

$$A \to a$$

$$A \to aB$$

$$A \to \lambda$$

onde $A, B \in V$ e $a \in \Sigma$

A linguagem gerada por uma gramática regular é uma linguagem regular

Uma gramática não regular pode gerar uma linguagem regular

Autómatos de pilha (1)

Autómato de pilha = autómato finito + pilha

Um autómato de pilha (AP) é um tuplo $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$ onde

Q, Σ, q_0 e F são como nos autómatos finitos

Γ é o **alfabeto da pilha**, um conjunto finito de símbolos (A, B, C, ...)

δ é a **função de transição** do autómato, uma função de

$$Q \times (\Sigma \cup \{\lambda\}) \times (\Gamma \cup \{\lambda\}) \text{ em } \mathcal{P}(Q \times (\Gamma \cup \{\lambda\}))$$

α, β, γ, ... denotam palavras sobre Γ

Autómatos de pilha (2)

Uma configuração de um AP é um triplo $[q, w, \alpha] \in Q \times \Sigma^* \times \Gamma^*$

Transições (com símbolo)

- $[q', \lambda] \in \delta(q, a, \lambda)$
$$[q, aw, \alpha] \vdash [q', w, \alpha]$$
- $[q', \lambda] \in \delta(q, a, A)$
$$[q, aw, A\alpha] \vdash [q', w, \alpha]$$
- $[q', B] \in \delta(q, a, \lambda)$
$$[q, aw, \alpha] \vdash [q', w, B\alpha]$$
- $[q', B] \in \delta(q, a, A)$
$$[q, aw, A\alpha] \vdash [q', w, B\alpha]$$

Configuração inicial: $[q_0, w, \lambda]$

Autómatos de pilha (3)

Uma palavra $w \in \Sigma^*$ é aceite pelo autómato de pilha M se existe uma computação

$$[q_0, w, \lambda] \vdash_M^* [q_f, \lambda, \lambda]$$

com $q_f \in F$ (critério de aceitação por estado de aceitação e pilha vazia)

A linguagem reconhecida pelo autómato de pilha M é o conjunto de todas as palavras aceites por M

Um autómato de pilha é determinista se, qualquer que seja a combinação de estado, símbolo de entrada e topo da pilha, existe no máximo uma transição aplicável

Variantes

Um autómato de pilha atómico é um autómato de pilha que só tem transições das formas

$$[q_j, \lambda] \in \delta(q_i, a, \lambda)$$

$$[q_j, \lambda] \in \delta(q_i, \lambda, A)$$

$$[q_j, A] \in \delta(q_i, \lambda, \lambda)$$

Um autómato de pilha estendido pode conter transições em que são empilhados mais do que um símbolo, como

$$[q_j, BCD] \in \delta(q_i, u, A)$$

Propriedades

Qualquer linguagem reconhecida por um AP é também reconhecida por um AP atómico

Qualquer linguagem reconhecida por um AP estendido é também reconhecida por um AP

Outro *Pumping Lemma*

Teorema (*Pumping Lemma* para linguagens independentes do contexto)

Seja L uma linguagem independente do contexto. Então existe um k tal que para qualquer palavra p de L, com $|p| \geq k$, existe uma decomposição da forma

$$u\,v\,w\,x\,y, \text{ com } |vwx| \leq k \text{ e } |v| + |x| > 0$$

tal que

$$u\,v^i\,w\,x^i\,y \in L, \text{ para todo o } i \geq 0$$

Hierarquia de Chomsky

Uma gramática $G = (V, \Sigma, P, S)$ é de um dos seguintes tipos

- sem restrições (ou tipo 0) se todas as suas produções tiverem a forma

$$u \to v$$

  com $u \in (V \cup \Sigma)^+$ e $v \in (V \cup \Sigma)^*$

- dependente do contexto (ou tipo 1) se todas as suas produções tiverem a forma

$$u \to v$$

  com $u, v \in (V \cup \Sigma)^+$ e $|u| \leq |v|$

- independente do contexto (ou tipo 2)
- regular (ou tipo 3)