

1. Considere a seguinte distribuição probabilidade conjunta para as variáveis aleatórias Booleanas: DorDeDentes, Cath, e Cavidade.

	<i>dorDeDentes</i>		\neg <i>dorDeDentes</i>	
	<i>catch</i>	\neg <i>catch</i>	<i>catch</i>	\neg <i>catch</i>
<i>cavidade</i>	0.108	0.012	0.072	0.008
\neg <i>cavidade</i>	0.016	0.064	0.144	0.576

Calcule as seguintes probabilidades usando a tabela acima:

- (a) $P(\text{dorDeDentes}) = 0.2$
 $P(\text{DorDeDentes}) = < 0.108 + 0.012 + 0.016 + 0.064, 0.072 + 0.008 + 0.144 + 0.576 >$
 $P(\text{DorDeDentes}) = < 0.2 + 0.8 >$
- (b) $P(\text{dorDeDentes}|\text{cavidade}) = 0.6$
 $P(\text{dorDeDentes}|\text{cavidade}) = \frac{P(\text{dorDeDentes} \wedge \text{cavidade})}{P(\text{cavidade})} =$
 $= \frac{0.108+0.012}{0.108+0.012+0.072+0.008}$
 $= \frac{0.12}{.2} = 0.6$
- (c) $P(\text{cavidade}) = 0.2$
 $P(\text{cavidade}) = 0.108 + 0.012 + 0.072 + 0.008$
- (d) $P(\text{cavidade}|\text{dorDeDentes} \vee \text{catch}) = 0.461$
 $P(\text{cavidade}|\text{dorDeDentes} \vee \text{catch}) = \frac{P(\text{cavidade} \wedge (\text{dorDeDentes} \vee \text{catch}))}{P(\text{dorDeDentes} \vee \text{catch})}$
 $= \frac{0.108+0.012+0.072}{0.108+0.012+0.072+0.016+0.064+0.144} = 0.4615$

2. Suponha que o seu médico o mandou fazer uma série de análises ao sangue e que quando o vai à consulta para lhe mostrar o resultado, ele o informa que entre as análises estava um teste para uma doença grave que deu positivo. O médico explica-lhe que o teste é recente e que a probabilidade de o teste ser positivo se tem a doença é .99, a probabilidade de o teste ser negativo se não tem a doença também é .99. Sabendo que a doença testada é uma doença raríssima, só uma pessoa em cada 10000 a tem, qual é a probabilidade de ter a doença uma vez que o teste foi positivo?

$$P(tp|d) = .99$$

$$P(tn|\neg d) = .99$$

$$P(d) = \frac{1}{10000} = 0.0001$$

$$P(d|tp) = ?$$

$$P(d|tp) = \frac{p(tp|d).p(d)}{p(tp)} = \alpha.p(tp|d).p(d) = \frac{p(tp|d).p(d)}{p(tp|d).p(d)+p(tp|\neg d).p(\neg d)}$$

$$P(tp|\neg d) = 1 - 0.99 = 0.01$$

$$P(\neg d) = 1 - \frac{1}{10000} = 0.9999$$

$$P(d|tp) = \frac{0.99.0.0001}{0.99.0.0001+0.01.0.9999}$$

3. Três prisioneiros, A, B e C, estão fechados nas suas celas. Sabem que um deles vai ser executado no dia seguinte e os outros dois perdoados. Só o governador do estado é que sabe qual é que vai ser executado. O prisioneiro A pede ao guarda o favor de perguntar ao governador quem é que vai ser executado e informar um dos outros, B ou C, que não vai ser executado. Depois de saber que o B não vai ser executado qual é a probabilidade de o A ser executado?

$$\text{Inicialmente: } P(A) = \frac{\text{numerodecasofavoraveis}}{\text{numerodecasopossiveis}} = \frac{\#\{(A, \neg B, \neg C)\}}{\#\{(A, \neg B, \neg C), (\neg A, B, \neg C), (\neg A, \neg B, C)\}} = \frac{1}{3}$$

sabendo $\neg B$

$$P(A) = \frac{\text{numerodecasofavoraveis}}{\text{numerodecasopossiveis}} = \frac{\#\{(A, \neg B, \neg C)\}}{\#\{(A, \neg B, \neg C), (\neg A, \neg B, C)\}} = \frac{1}{2}$$