- I O Médico do Sr. Silva manda-lhe fazer dois testes para despistagem de uma doença D. O teste t1 tem uma precisão 97% se der positivo, de 50% se der negativo. O teste t2 tem uma precisão de 95% quer dê positivo ou negativo. O Médico decidiu fazer o teste ao Sr. Silva porque ele tinha rubor facial que é um sintoma tipico da doença, 70 em cada 100 doentes têm rubor facial, no entanto 57% das pessoas têm rubor facial. A doença D é considerada uma doença rara pois afecta uma em cada 100.000 habitantes.
 - 1. Calcule a probabilidade de o Sr Silva ter a doença D dado que tem rubor facial, o teste t1 é positivo e o teste t2 é negativo.

$$\begin{split} p(t1|d) &= .97, p(t1|\neg d) = .5\\ p(\neg t1|d) &= .03, p(\neg t1|\neg d) = .5\\ p(t2|d) &= .95, p(t2|\neg d) = .05\\ p(\neg t2|d) &= .05, p(\neg t2|\neg d) = .95\\ p(rf|d) &= .7, p(\neg rf|d) = .3\\ p(rf) &= p(rf, d) + p(rf, \neg d) \leftrightarrow p(rf) = p(rf|\neg d) * p(\neg d) + p(rf|d) * p(d)\\ p(rf|\neg d) &= (p(rf) - p(rf|d) * p(d))/p(\neg d) = (.57 - .7/100000)/(99999/100000) = .5699\\ \text{O teste t1, o teste t1 e o rubor facial s\'o depende de D.}\\ P(D, T1, T2, RF) &= P(D) * P(T1|D) * P(T2|D) * P(RF|D)\\ P(d|rf, t1, \neg t2) &= \alpha P(D, rf, t1, \neg t2) = \alpha p(D) * p(rf|D) * p(t1|D) * p(\neg t2|D) =\\ \alpha &< p(d) * p(rf|d) * p(t1|d) * p(\neg t2|d), p(\neg d), p(rf|\neg d) * p(t1|\neg d) * p(\neg t2|\neg d) >=\\ \alpha &< 1/100000 * .7 * .97 * .05, 99999/100000 * .5699 * .5 * .95 >=\\ \alpha &< 0.0000013, 0.9999987 > \end{split}$$

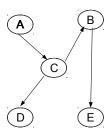
2. Calcule a probabilidade de se ter a doença se não se tem rubor facial e o teste t2 for positivo.

$$p(d|\neg rf, t2) = \alpha p(D, \neg rf, t2) = < p(d) * p(\neg rf|d) * p(t2|d), p(\neg d) * p(\neg rf|\neg d) * p(t2|\neg d) >$$

II –Um submarino tem um dispositivo que informa quando um objecto está demasiado próximo. Este dispositivo tem uma câmara que lhe permite ver se há um objecto (C), e tem um detector de sons (S) reflectidos que lhe permite saber a distancia do objecto que ecou o som.

Considerando a velocidade do submarino e a distancia dos objectos o dispositivo alerta o comandante para os objectos que estão demasiado próximos. Considerando as seguinte varáveis: V (velocidade do submarino), VM (velocimetro), VMD (velocimetro defeituoso), C (câmara), S (sonar), CA (camara defeituosa), SA (sonar defeituoso), A (alarme), e AD (alarme defeituoso).

- 1. Desenhe uma rede bayes para este dominio sabendo que o alarme tem um comportamento inadequado quando a velocidade é mais alta, e que a sonar com velocidades altas e quando o alarme toca tem mais dificuldade a reconhecer objectos.
 - Indique os dominios das variáveis aleatórias que considerou na sua rede.
- 2. Suponha que há 3 valores para a velocidade (baixa, normal, alta) e que o velocimetro indica a velocidade correcta x% do tempo que funciona mas só em y% quando está defeituoso. Indique a tabela de probabilidades condicionais para o velocimetro (VM)



 ${\bf III}$ – Considere a rede de Bayes acima:

Com as seguintes tabelas de probabilidade:

$\mathbf{p}(\Lambda)$	$\dot{\mathbf{C}}$	P(B)	A	P(C)	$^{\rm C}$	P(D)	В	P(E)
$\frac{1(A)}{0.7}$	Т	0.7	\overline{T}	0.4	Т	0.3	\overline{T}	0.1
	\mathbf{F}	0.1	F	0.6	F	0.2	F	0.6

- 1. Calcule P(c).
- 2. Calcule $p(\neg a,b,c,d)$ indicando os cálculos:
- 3. Calcule $p(a,b,c,\neg e)$, indicando os cálculos.
- 4. Calcule p(E|c,b), indicando os cálculos.
- 5. Calcule P(E|A), indicando os cálculos.
- 6. P(E|B,D,A) = P(E|D,A)) é verdadeiro ou falso? Justifique.