Introdução à Análise

Lista 02

07) Modo 2

p é primo $\Rightarrow \sqrt{p} \notin \mathbb{Q}$

Suponha, por absurdo, que p é primo e $\sqrt{p}$ é racional. Assim, segue:

$$\sqrt{p} = \frac{m}{n}, \quad m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}^*, \text{ com } mdc(m,n)=1$$

Assim $m^2 = pn^2$

(Teorema de Bézout)

$$mdc(m,n)=1 \Rightarrow \exists\, k_1,k_2 \in \mathbb{Z} \mid mk_1 + nk_2 = 1$$

$$m^2k_1^2 + n^2k_2^2 + 2k_1k_2mn = 1$$

$$pn^2k_1^2 + n^2k_2^2 + 2k_1k_2mn = 1$$

$$\underbrace{n}_{\in\mathbb{Z}}\,(\underbrace{pnk_1^2 + nk_2^2 + 2k_1k_2m}_{\in\mathbb{Z}}) = 1 \Rightarrow n \mid 1 \Rightarrow n=1 \text{ ou } n=-1 \ (*)$$

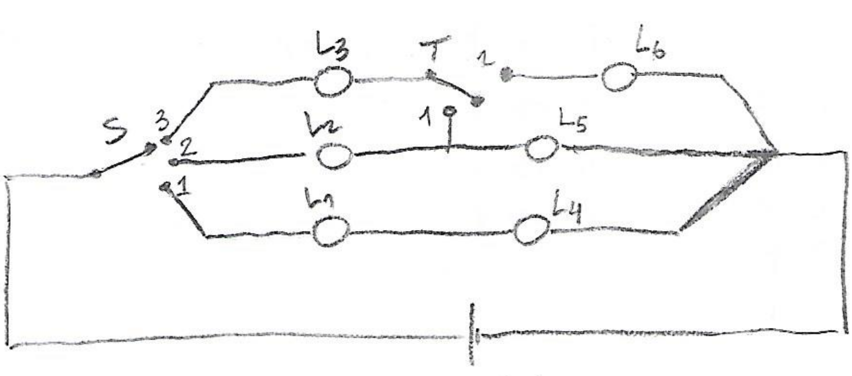
$$\sqrt{p} = \frac{1}{1} = 1 \Rightarrow p = 1 \ \text{(ABSURDO!)}$$

$n=1 \Rightarrow p = m^2 \Rightarrow m \mid p \Rightarrow m=1$ ou $m=p \Rightarrow p^2 = p \Rightarrow p(p-1)=0 \Rightarrow p=0$ ou $p=1$

$n=-1 \Rightarrow p=-m^2 \Rightarrow p \in \mathbb{Z}^*_-$, mas p é positivo e $n=-1$ não é válido. ABSURDO!

08)

Verdadeira.



A tabela verdade da questão é:

L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_6
V	F	F	V	F	F
F	V	F	F	V	F
F	F	V	F	V	F
F	F	V	F	F	V

4 acesa ⇒ 1 também acesa