GMA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA

Fundamentos de Matemática

Lista de Exercícios

Humberto José Bortolossi
http://www.professores.uff.br/hjbortol/

05

Exercícios de Revisão

[01] Sejam m e n números naturais. Verdadeira ou falsa? Se mn é par, então m é par ou n é par. Justifique sua resposta!

[02] Diga se cada uma sentenças abaixo é verdadeira ou falsa. Apresente uma demonstração caso a sentença seja verdadeira e um contraexemplo caso ela seja falsa.

(a) Se $x > 0$, então $x^2 \geq \sqrt{x}$.

(b) Se $a, b \in \mathbb{R}$, então $|a + b| = |a| + |b|$.

(c) Se n é um número inteiro, então $n^2 - n$ é um número par.

(d) Se $a \neq 0$, $b \neq 0$ e $a < b$, então $1/b < 1/a$.

[03] Verdadeira ou falsa? $A \Rightarrow B$ é verdadeira se, e somente se, $\sim B \Rightarrow \sim A$ é verdadeira. Justifique sua resposta!

[04] Dizemos que $p \in \mathbb{R}$ é *ponto de mínimo local* de uma função $f \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ se existe $\epsilon > 0$ tal que para todo $x \in]p - \epsilon, p + \epsilon[$, tem-se $f(x) \geq f(p)$.

(a) Dê um exemplo de uma função $f \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e de um número p tais que p seja ponto de mínimo local de f. Justifique o porquê de p ser ponto de mínimo local de f.

(b) Quando $p \in \mathbb{R}$ *não é* ponto de mínimo local de uma função $f \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$?

(c) Mostre, usando a definição, que $p = 0$ *não é* ponto de mínimo local de $f \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x$.

[05] (2.0) Forme um argumento válido acrescentando como conclusão tudo o que você puder concluir sobre o conjunto A a partir das premissas dadas a seguir. Justifique sua conclusão.

Premissas:

1) $A \subset \mathbb{N}$;
2) se $d \in \mathbb{N}$, $x \in A$ e d divide x, então $d \in A$;
3) $1 \in A$ se, e somente se, $2 \notin A$;
4) se existe $x > 20$ tal que $x \in A$, então $20 \in A$;
5) se $a \in A$ e $b \in A$, então $a \cdot b \in A$;
6) $A \neq \varnothing$;

[06] (a) Escreva a forma contrapositiva da seguinte sentença: se f e g são funções limitadas, então $f + g$ é uma função limitada.

(b) Verdadeira ou falsa? Se $a, b \in \mathbb{N}$, 7 divide $a + b$ e 7 divide $a^2 + b^2$, então 7 divide a e 7 divide b. Justifique sua resposta!

Texto composto em LaTeX2e, HJB, 14/01/2014.