06) $n \in \mathbb{Z}_+^* \Rightarrow n^3 - n + 2$ é um número par

(V)

$$\Leftrightarrow$$

$$n^3 - n \text{ par}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$n(n^2 - 1) \text{ par}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$(n-1)n(n+1) \text{ par}$$

$n \in \mathbb{Z}_+^* \Rightarrow (n-1)n(n+1)$ par

n par $\Rightarrow (n-1)n(n+1)$ par

n ímpar $\Rightarrow n-1$ par $\Rightarrow (n-1)n(n+1)$ par, portanto a proposição é verdadeira.

$V \Rightarrow F$

07) Modo 1) Se p é número primo então $\sqrt{p}$ não é um número racional

(V) Suponha, por absurdo, que $\sqrt{p}$ seja número racional com p primo.

Assim $\exists\, n \in \mathbb{Z}$ e $m \in \mathbb{Z}^* \mid \sqrt{p} = \frac{n}{m}$, com $mdc(n,m) = 1$. Portanto:

$$\sqrt{p} = \frac{n}{m} \Rightarrow n^2 = m^2 p \ (1) \quad e \quad p \mid n^2$$

Como p é primo, $p \mid n \Rightarrow \exists\, k_1 \in \mathbb{Z} \mid n = k_1 p \Rightarrow n^2 = k_1^2 p^2$ (2)

Fazendo (1) em (2) vem: $m^2 p = k_1^2 p^2 \Rightarrow m^2 = k_1^2 p$ e, analogamente, segue que p / m e $\exists\, k_2 \in \mathbb{Z} \mid m = k_2 p$

Assim $mdc(m,n) \geq p$, o que é ABSURDO!