



ENGENHARIA AERONÁUTICA

PROJETO FINAL

MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Giussepe Leopoldo Pinheiro da Silva - RA:172490731

João Pedro Capovilla Gasparini - RA: 172490839

João Raphael Cioffi - RA: 172490881

Professor Dr. Murilo Sartorato

São João da Boa Vista - SP

Março de 2021

Sumário

1	Escopo do projeto	2
2	Nós e elementos	3
3	Análise Estática	5
3.1	Simulação	5
3.2	Carregamento	5
3.3	Resultados	6
4	Análise Modal e de Flambagem	9
4.1	Convergência de malha	10
4.2	Modos de flambagem	11
5	Referências	14

1 Escopo do projeto

Para o projeto final da disciplina de Método dos elementos finitos escolheu-se realizar uma análise do que, comumente conhecemos por pontes de macarrão. Tal escolha foi feita tendo em vista que os princípios aprendidos na matéria ao longo do semestre poderiam ser diretamente aplicados nesse tipo de estrutura, além do mais essas pontes já haviam sido construídas na disciplina de Mecânica dos Sólidos II e dessa forma poderia-se ter uma nova visão a partir de algo que já se havia iniciado o estudo.

Na figura 2 mostra-se a geometria da ponte de macarrão que será analisada.

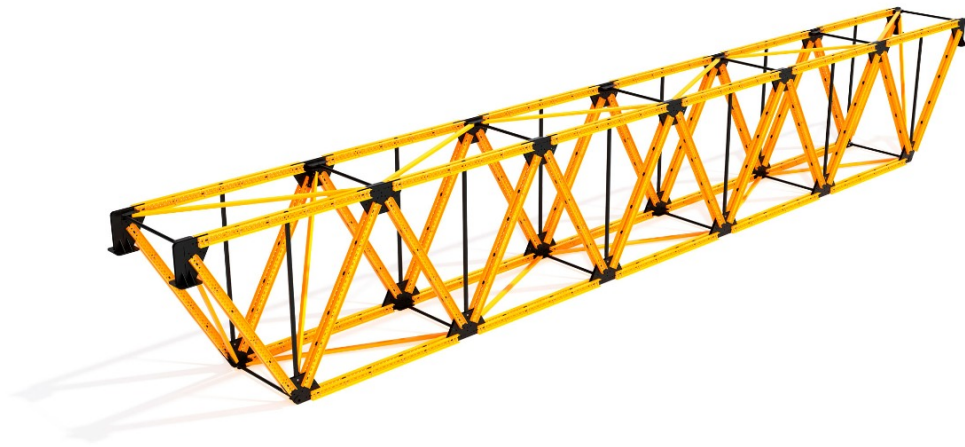


Figura 1: Geometria da ponte estudada.

Como o material que irá equipar a ponte é bastante peculiar, suas propriedades possuem bastante discrepância em função da referência utilizada. Dessa forma, como forma de padronização, as propriedades mecânicas utilizadas foram retiradas de [1] e encontram-se resumidas na Tabela 1 a seguir.

Tabela 1: Propriedades do macarrão

Módulo de Young	M. Inércia da seção	Área seção transversal	Massa média do fio
3600 MPa	$5,13 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^4$	$2,545 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^2$	1 g

2 Nós e elementos

A ponte em questão possui 13 nós e 23 elementos. Na Tabela 2 encontram-se as principais coordenadas dos nós da geometria.

Tabela 2: Coordenadas dos Nós.

Número do Nó	X(mm)	Y(mm)
0	0.00	0.00
1	75.00	150.00
2	150.00	0.00
3	225.00	150.00
4	300.00	0.00
5	375.00	150.00
6	450.00	0.00
7	525.00	150.00
8	600.00	0.00
9	675.00	150.00
10	750.00	0.00
11	825.00	150.00
12	900.00	0.00

Tabela 3: Relação dos Elementos.

Número do Elemento	Nó Primário	Nó Secundário
0	0	1
1	1	3
2	3	5
3	5	7
4	7	9
5	9	11
6	11	12
7	10	12
8	8	10
9	6	8
10	4	6
11	2	4
12	0	2
13	1	2
14	2	3
15	3	4
16	4	5
17	5	6
18	6	7
19	7	8
20	8	9
21	9	10
22	10	11

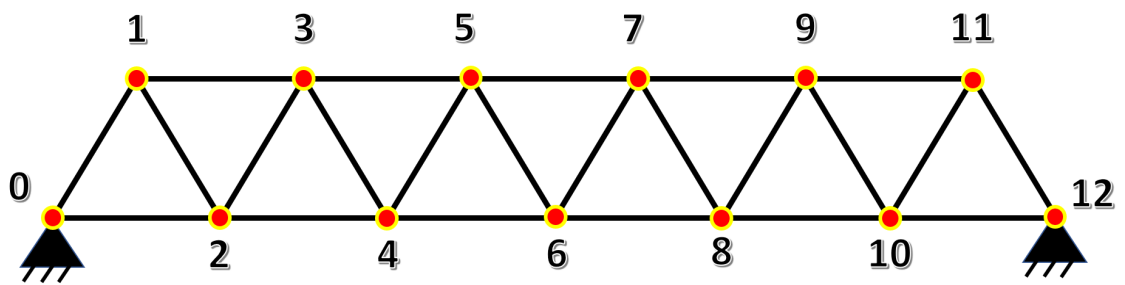


Figura 2: Nós da geometria.

Já na Figura 3 é mostrada a numeração dos elementos da ponte.

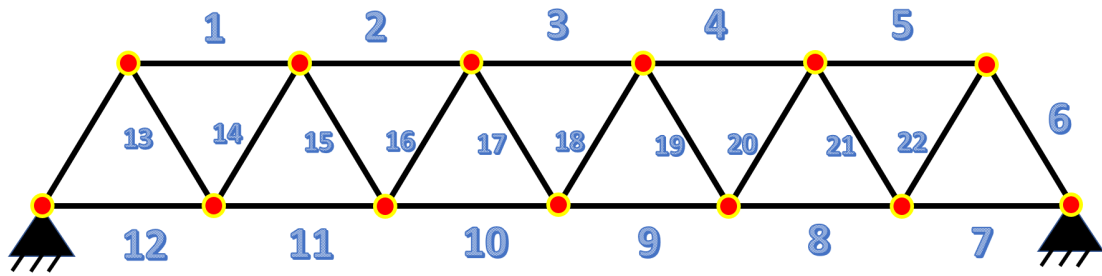


Figura 3: Elementos da geometria.

3 Análise Estática

3.1 Simulação

Para a análise estática da estrutura, foi considerada uma modelagem através de elementos de treliça. As forças de reação nos engastes e os deslocamentos nodais foram obtidos através do método dos deslocamentos livres.

3.2 Carregamento

A Figura 4 abaixo mostra a força distribuída a qual a ponte está submetida.

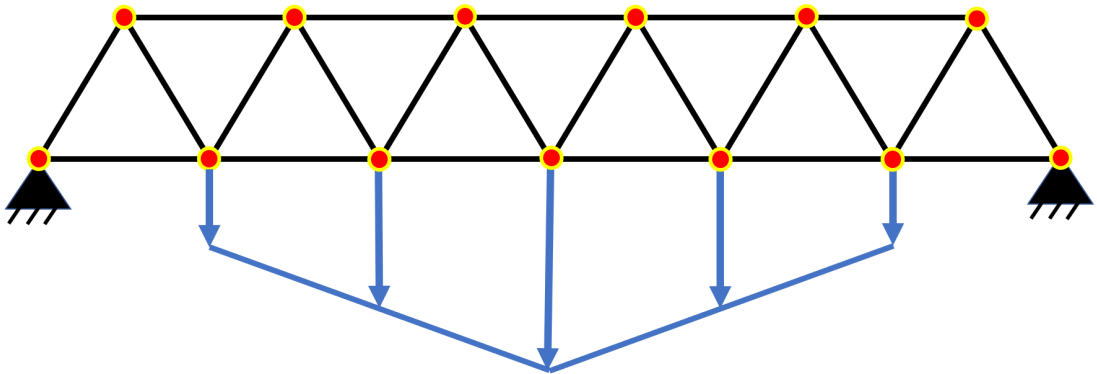


Figura 4: Força distribuída sobre a geometria.

Em termos gerais, podemos apresentar esse carregamento distribuído com seus respectivos valores na tabela 4:

Tabela 4: Relação dos Carregamentos Nodais.

Número do Nó	Massa Concentrada (kg)	Força Nodal (N)
2	3.00	29.43
4	4.50	44.145
6	6.00	58.86
8	4.50	44.145
10	3.00	29.43
Total:	21.00	206.01

As condições de contorno são:

- Nós 0 e 12: engastados;
- Nós 2, 4, 6, 8 e 10: força concentrada na direção negativa de y .

3.3 Resultados

Após definida a geometria do modelo (nós e elementos) e as condições de contorno, obtêve-se os resultados a seguir:

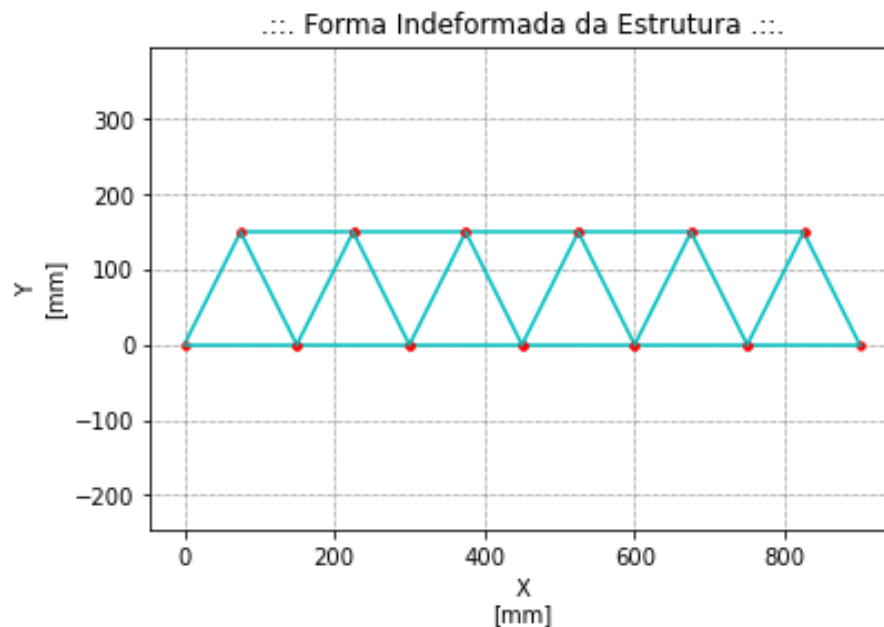


Figura 5: Plot da estrutura estática.

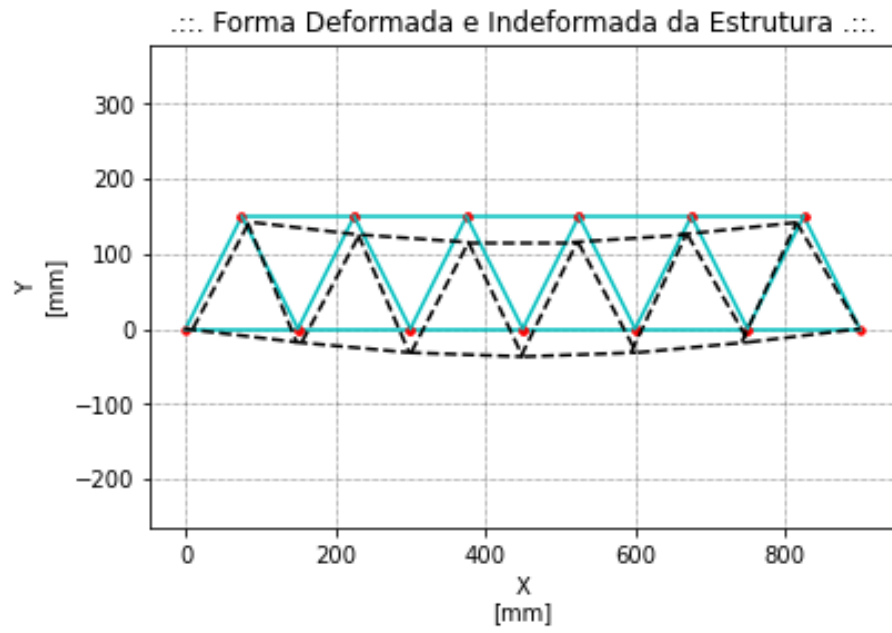


Figura 6: Plot da estrutura sobre carregamento. Deformação considerando um fator de escala de 150.

O deslocamento máximo obtido (em módulo) foi: $d_{max} \approx 0.2472mm$. Os deslocamentos nodais encontram-se na tabela 8:

Tabela 5: Relação dos Carregamentos Nodais.

Número do Nó	Deslocamento em x (mm)	Deslocamento em y (mm)
1	0.06387	-0.05659
2	-0.01269	-0.11828
3	0.04667	-0.16513
4	-0.01064	-0.21096
5	0.01719	-0.23174
6	0.00000	-0.24721
7	-0.01719	-0.23174
8	0.01064	-0.21096
9	-0.04667	-0.16513
10	0.01269	-0.11828
11	-0.06387	-0.05596

As forças de reação nos engastes podem ser visualizadas na tabela 6:

Tabela 6: Reações nos Engastes.

Número do Nó	Força em x (N)	Força em y (N)
0	127.530	103.005
12	-127.530	103.005

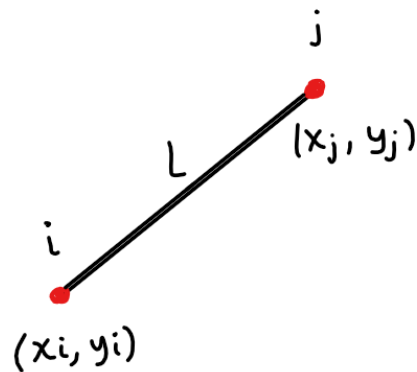


Figura 7: Representação genérica de um elemento da estrutura.

Além disso, seguindo o esquema da figura 7, podem-se obter os resultados para tensões elementares através da equação definida por [2]:

$$\sigma_n = \frac{E(u_{x,j} - u_{x,i})}{L_n} \quad (1)$$

Sendo σ_n a tensão num dado elemento n , L_n seu comprimento e sua definição como sendo: nó de origem, $i = (x_i, y_i)$, e nó final, $j = (x_j, y_j)$. A variável $u_{x,k}$ representa o deslocamento em x de um nó k definido. Tendo sido consideradas essas condições, pode-se dispor os resultados para esforços internos elementares na tabela 7:

Tabela 7: Esforços Elementares.

Número do Elemento	Tensão (N/mm ²)	Estado do Elemento
0	1.06299	Trativo
1	-0.40473	Compressivo
2	-0.40473	Compressivo
3	-0.69383	Compressivo
4	-0.69383	Compressivo
5	-1.75385	Compressivo
6	1.06299	Trativo
7	-0.29873	Compressivo
8	-1.75385	Compressivo
9	0.25055	Trativo
10	0.25055	Trativo
11	0.04818	Trativo
12	-0.29873	Compressivo
13	-1.27423	Compressivo
14	0.98803	Trativo
15	-0.95396	Compressivo
16	0.46335	Trativo
17	-0.28619	Compressivo
18	-0.28619	Compressivo
19	0.46335	Trativo
20	-0.95396	Compressivo
21	0.98803	Trativo
22	-1.27423	Compressivo

4 Análise Modal e de Flambagem

A análise modal e de flambagem foi modelada em elementos de viga diferentemente da análise estática que foi modelada em elementos de treliça; para isso foi necessário estabelecer uma área de seção transversal:

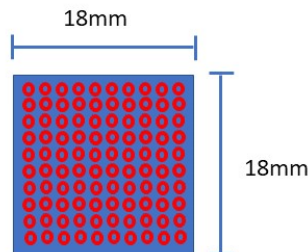


Figura 8: Seção transversal dos elementos de viga.

A seção transversal dos elementos de viga foi dimensionada como de seção quadrada (18mm x 18mm), possuindo 10 macarrões de largura por lado ($\Phi_{\text{macarrão}} = 1.8\text{mm}$)

4.1 Convergência de malha

A análise de convergência de malha foi feita através da variação da distribuição dos números de nós e elementos, devido ao curto tempo não foi possível implementar um gerador de malha automatizado à semelhança do implementado na lista 2.

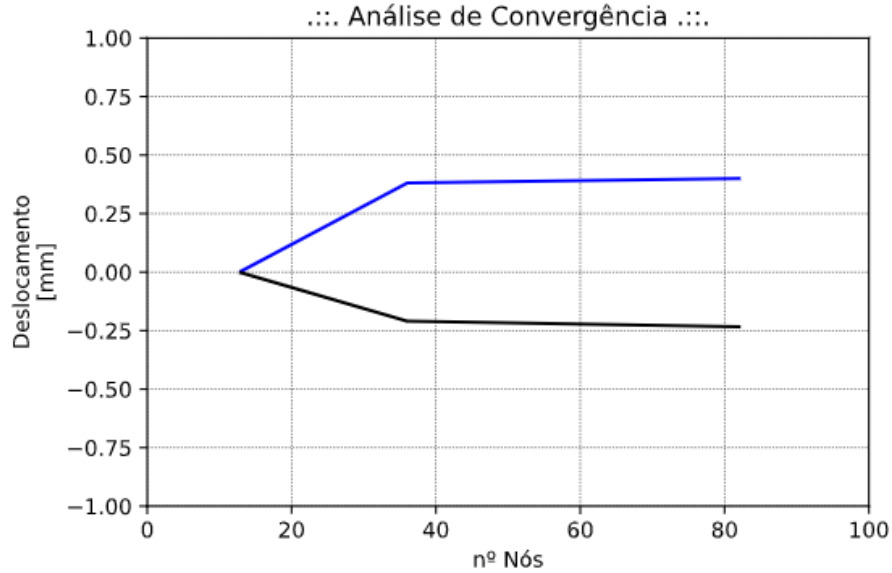


Figura 9: Convergência da malha.

Da figura 9 temos a linha azul que representa a interpolação dos pontos de máximo deslocamento, enquanto que a linha preta representa a interpolação dos deslocamentos médios. Podemos afirmar que a convergência foi alcançada uma vez que o deslocamento máximo estabilizou-se na casa dos 0.39 mm, além disso o deslocamento médio não apresentou mudanças de sinal durante a análise. Abaixo na figura 10 a representação da estrutura indeformada com 82 nós:

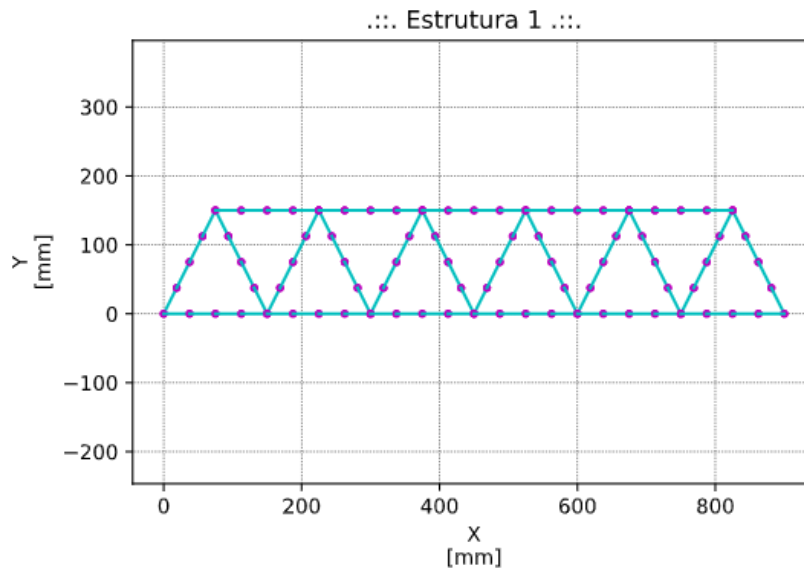


Figura 10: Estrutura com 82 nós.

4.2 Modos de flambagem

Nas Figuras 11, 12, 13, 14, 15 e 16 são apresentados os diferentes modos de flambagem a estrutura estudada.

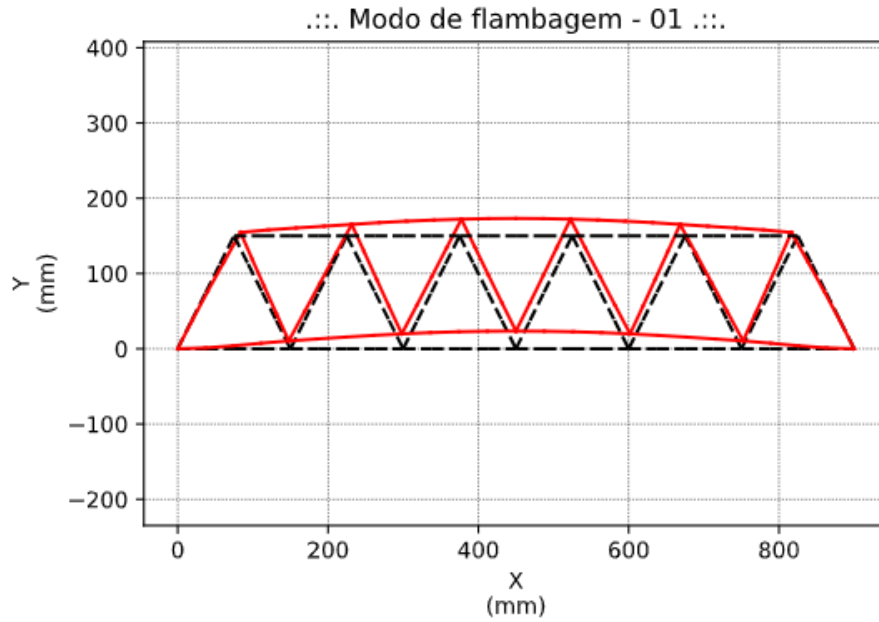


Figura 11: Modo de flambagem 1.

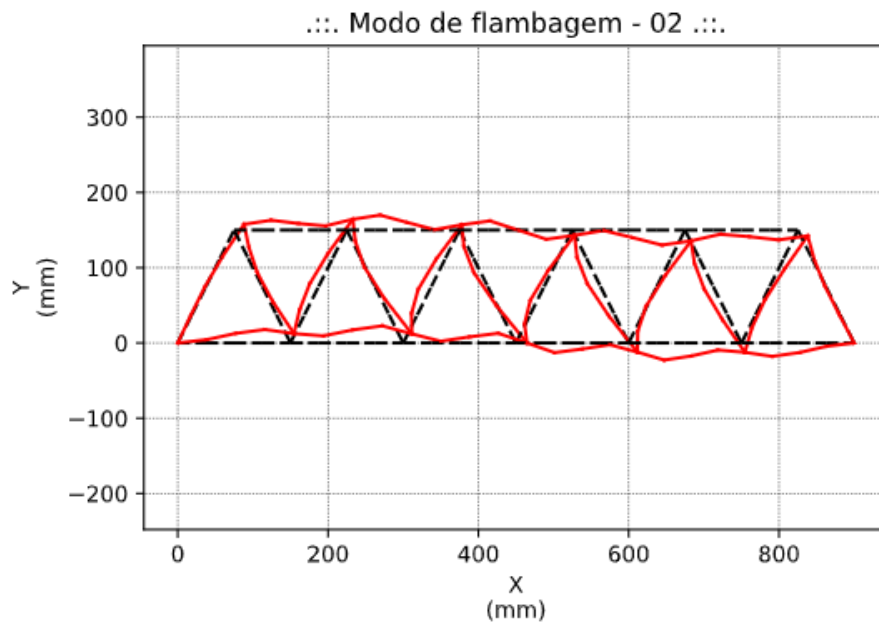


Figura 12: Modo de flambagem 2.

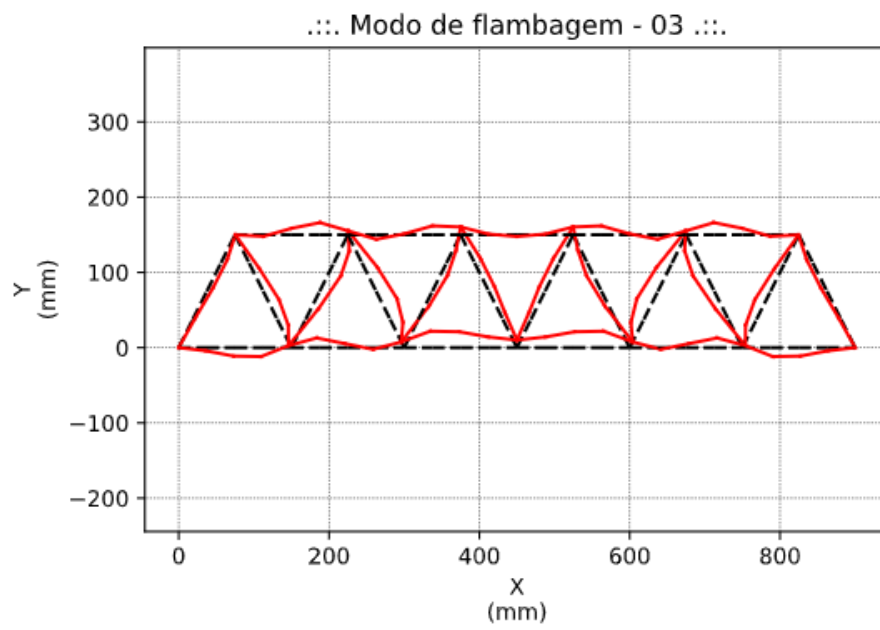


Figura 13: Modo de flambagem 3.

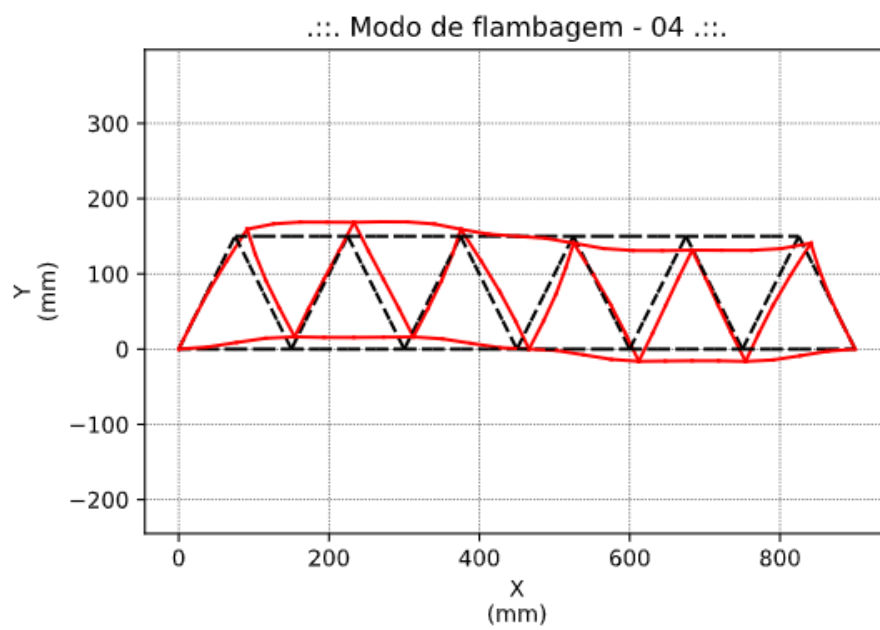


Figura 14: Modo de flambagem 4.

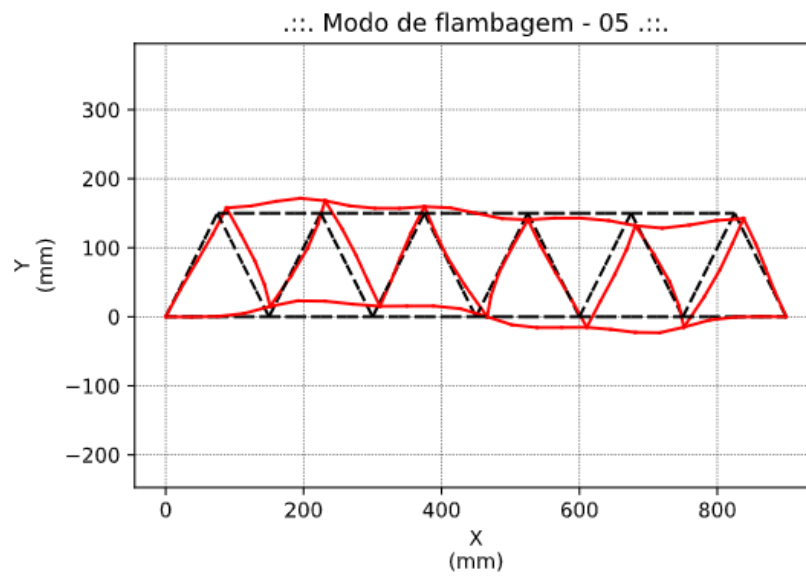


Figura 15: Modo de flambagem 5.

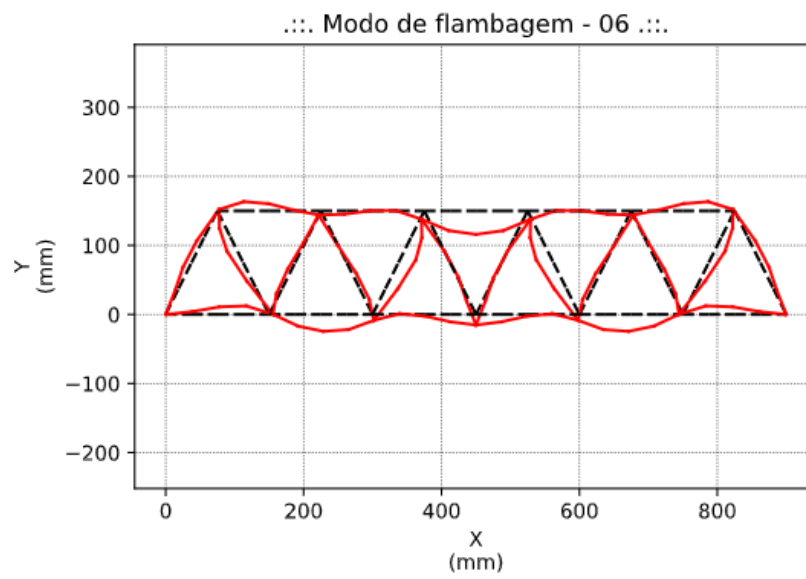


Figura 16: Modo de flambagem 6.

Tabela 8: Modos e suas frequências.

Modo	Frequência [Hz]
1	16.99
2	18.10
3	20.49
4	20.54
5	21.85
6	30.73

5 Referências

Referências

- [1] Bathe, K.J., "FINITE ELEMENT PROCEDURES", Second Edition, K.J. Bathe, Watertown, MA, 2014.
- [2] NETO, G. C. S; LOPES, R. C.; LOPES, A. P.; "O Método dos Elementos Finitos em Treliças Planas na Disciplina de Mecânica Computacional"; XXXV COBENGE, 2007.
- [3] https://www.ucam-campos.br/wp-content/uploads/2016/04/dados_para_projeto_pontes_de_espaguete.pdf