1

Pontuações: 10

Pretende-se calcular um zero da seguinte função:

$$f(x) = (x - 2.6) + (\cos(x + 1.1))^3$$

Usando o **Método de Newton** , e partindo de

x_0 =	1.8

Calcule o valor da primeira iteração $\mathbf{x_1}$.

Resposta: 7.10526 ✓

$$x_{n+1} = x_n - \frac{\cos(x_n+c)^3 + x_n - a}{1 - 3\cos(x_n+c)^2 \sin(x_n+c)}$$

Correcto

Pontuação para esta pergunta: 10/10.

2

Pontuações: 10

O valor de x (a raiz índice m de R)

$$x = \sqrt[m]{R}$$

pode ser calculada usando o **Método de Newton**, aplicado a uma das seguintes equações:

a)	$x^m - R = 0$
b)	$1 - \frac{R}{x^m} = 0$

Cada uma resulta numa fórmula iterativa diferente.

Diga qual das duas escolheria. Justifique sucintamente a sua escolha.

(se precisar de escrever expressões matemáticas use o botão de DragMath π no editor, ou notação LATEX ou notação C)

Resposta: Eu escolheria a equação a) porque a derivada da equação b) é mais complexa que a de a) e assim faz com que seja necessário efectuar mais cálculos, aumentando assim as hipóteses de ocorrer mais erros devido a arredondamentos.

derivada de a) = m*(x^(m-1))
derivada de b) = m*(x^(-m-1))*R

Parcialmente correcto

Pontuação para esta pergunta: 4/10.

3

Pontuações: 20

A tabela abaixo apresenta parte da resolução de um sistema de equações lineares **A.x = b**, pelo **Método de Eliminação de Gauss**.

A				b
0,10000	0,50000	3,00000	0,25000	0.00000
1,20000	0,20000	0,25000	0,20000	1.00000
-1,00000	0,25000	0,30000	2,00000	2.00000
2,00000	0,00001	1,00000	0,40000	3.00000

1,00000	5,00000	30,00000	2,50000	0,00000
0,00000	1,00000	6.16379 ✓	0.48276 ✓	-0.17241 ✓
0,00000	0,00000	1,00000	-0.95418 ✓	-1.41034 ✓
0,00000	0,00000	0,00000	1,00000	1,82038 ✗

Nas perguntas que se seguem, faça os cálculos utilizando a precisão mostrada na tabela.

a) Complete a tabela.

b) Calcule a solução do sistema

x_1	0.97265
x_2	-3.06450
x_3	0.32663
x_4	1.82038

c) Admita os seguintes erros nos coeficientes das incógnitas e nos termos independentes:

δA	δb
0,5	0,5

Estude a estabilidade externa para esse erros.

δx_1	0.20417
δx_2	0.94501
δx_3	-0.0255
δx_4	0.22399

Comentário: Atenção às referências no Excel

Parcialmente correcto

Pontuação para esta pergunta: 13/20.

4

Pontuações: 20

Os resultados de uma experiência ajustam-se bem à expressão

$$y = 5\cos x - \sin x \,.$$

no intervalo de 0 a 6.

Use o método da secção áurea para pesquisar o mínimo da função.
Preencha as células em branco com o valor numérico adequado.

x_1	x_2	x_3	x_4	$f(x_1)$	$f(x_2)$	$f(x_3)$	$f(x_4)$
2	4	2.76393	3.23606	-2.99003	-2.51142	-5.01640	-4.88337
2	3.23606	2.47214	2.76393	-2.99003	-4.88337	-4.54135	-5.01640
2.47214	3.23606	2.76393	2.94427	-4.54135	-4.88337	-5.01640	-5.09902

As iterações apresentadas permitem-me enquadrar o valor do máximo num intervalo com a amplitude 0.47213

Incorrecto

Pontuação para esta pergunta: 0/20.

5

Pontuações: 15

A equação diferencial de 1º ordem

$$\frac{dx}{dt} = \sin(ax) + \sin(bt)$$

Parâmetros
a = 1 b = 2

foi integrada numericamente, usando o **Método de Runge-Kutta de 4ª ordem**, tendo sido obtidos os resultados apresentados nas tabelas abaixo.

1ª integração		2ª integração		3ª integração	
t	x	t	x	t	x
1,000	1,000000	1,000	1,000000	1,000	1,00000
1,500	1,767816	1,250	1,425139	1.125	1.216267
		1,500	1,768150	1,250	1,425152
				1.375	1.614387
				1,500	1,768184

a) Calcule os valores em falta na tabela.

b) Calcule o valor do Quociente de Convergência para t = 1.5 9.836857

Parcialmente correcto

6

Pontuações: 10

Uma função foi tabelada, e com essa tabela foram calculados vários valores para o integral definido no intervalo dado.
No cálculo de cada valor foi usado sempre o mesmo método, mas variado o parâmetro h, na regra h1 = h0/2.

x	f(x)		x	f(x)		x	f(x)	
1,000	5	5	1,000	5	5	1,000	5	5
1,100	5,1	10,2						
1,200	5,6	11,2	1,200	5,6	11.2			
1,300	5,9	11,8						
1,400	6,2	12,4	1,400	6,2	12,4	1,400	6,2	12,4
1,500	7	14						
1,600	7,8	15,6	1,600	7,8	15.6			
1,700	8	16						
1,800	8,5	8,5	1,800	8,5	8,5	1,800	8,5	8,5
	I''=	5,235		I'=	5.27		I=	5,18

a) Qual foi o método numérico de integração usado no cálculo ? Regra dos Trapézios

b) Preencha os valores em falta na tabela, de acordo com a resposta anterior.

c) Calcule o quociente de convergência -2.57143

d) O valor do quociente de convergência garante uma boa aproximação ao valor do integral? Não

e) Independentemente da resposta anterior, calcule o valor estimado para o erro 0.01167

Pergunta 7

Correto

Pontuou 1,00 de 1,00

Destacar pergunta

Seja a seguinte função real de variável real

$$f(x) = x^4 - 4x^3 + x - 3$$

Pretende-se determinar as soluções reais da equação $f(x) = 0$.

a) Quantas soluções diferentes encontra para a equação ? 2

b) Quais dos seguintes intervalos enquadram a menor raiz real positiva:

Intervalo	Enquadra
[0, + ∞]	Sim
[-0.2, 4]	Sim
[1, 3.5]	Não
[3.5, 4.5]	Sim

c) Para usar o método de Picard Peano na determinação dessa raiz, escreveram-se várias expressões recursivas da forma

$$x_{n+1} = g(x_n).$$

Para cada uma dessas expressões diga se converge ou não para essa raiz, partindo de um guess contido num intervalo escolhido na alínea anterior ?

$g(x_n)$	Converge
$\sqrt[3]{4x^2 - \frac{1}{x^2} + \frac{3}{x^3}}$	Sim
$4 - \frac{1}{x^2} + \frac{3}{x^3}$	Sim
$-x^4 + 4x^3 + 3$	Não