Pergunta 1

Correto

Pontuou 1,00 de 1,00

Destacar pergunta

Seja a seguinte função real de variável real

$$f(x) = x^4 - 4x^3 + x - 1$$

Pretende-se determinar as soluções reais da equação $f(x) = 0$.

a) Quantas soluções diferentes encontra para a equação ? 2 ✓

b) Quais dos seguintes intervalos enquadram a menor raiz real positiva:

Intervalo	Enquadra
[0, + ∞]	Sim ✓
[-0.2, 4]	Sim ✓
[1, 3.5]	Não ✓
[3.5, 4.5]	Sim ✓

c) Para usar o método de Picard Peano na determinação dessa raiz, escreveram-se várias expressões recursivas da forma

$$x_{n+1} = g(x_n).$$

Para cada uma dessas expressões diga se converge ou não para essa raiz, partindo de um guess contido num intervalo escolhido na alínea anterior ?

$g(x_n)$	Converge
$\sqrt[3]{4x^2 - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}}$	Sim ✓
$4 - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}$	Sim ✓
$-x^4 + 4x^3 + 1$	Não ✓

d) Usando

$$g(x) = \sqrt[4]{4x^3 - x + 1}$$

e aplicando o método de Picard-Peano, complete a seguinte tabela com os valores em falta para as iterações:

Iteração n	x_n
0	4.00000
1	3,988229 ✓
2	3,979366 ✓

Pergunta 2

Correto

Pontuou 1,00 de 1,00

Destacar pergunta

A tabela abaixo apresenta parte da resolução de um sistema de equações lineares $\mathbf{A.x} = \mathbf{b}$, pelo **Método de Eliminação de Gauss**.

A				b
0,10000	0,50000	3,00000	0,25000	0.00000
1,20000	0,20000	0,25000	0,20000	1.00000
-1,00000	0,25000	0,30000	2,00000	2.00000
2,00000	0,00001	1,00000	0,40000	3.00000

A				b
1,00000	5,00000	30,00000	2,50000	0,00000
0,00000	1,00000	6,163793	0,482759	-0,172414
0,00000	0,00000	1,00000	-0,954175	-1,410337
0,00000	0,00000	0,00000	1,00000	1,820376

a) Complete a tabela.

b) Calcule a solução do sistema

x_1	0,972630
x_2	-3,064432
x_3	0,326620
x_4	1,820376

c) Admita os seguintes erros nos coeficientes das incógnitas e nos termos independentes:

δA	δb
0,3	0,3

Estude a estabilidade externa para esse erros.

δx_1	0,122491
δx_2	0,567001
δx_3	-0,015301
δx_4	0,134387

Pergunta 3

Correto

Pontuou 1,00 de 1,00

Destacar pergunta

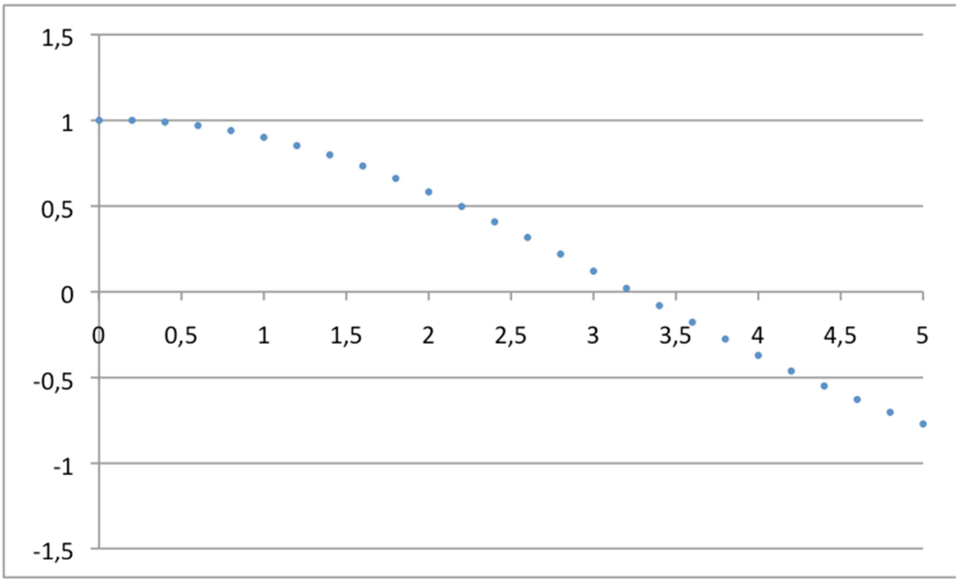
Um sistema físico composto por uma massa ligada por uma mola a um ponto fixo e deslocando-se sem atrito sobre uma recta horizontal pode ser descrito pela equação diferencial

$$m\,\frac{d^2x}{dt^2} + c\,\frac{dx}{dt} + k\,x = 0$$

Esta equação foi integrada numericamente pelo Método de Euler, usando os seguintes valores:

t_0	m	c	$\frac{dx}{dt}$ inicial
0	20	1	0

Os resultados obtidos são apresentados no gráfico da posição (x) em função do tempo (t), em que cada ponto é o resultado de uma iteração:



Recorrendo ao gráfico e ao cálculo numérico, responda às seguintes perguntas:

As respostas, numéricas, são na forma de um número em vírgula fixa, usando o . (ponto) como separador decimal.

1. Qual o passo de integração usado ? 0,2
2. Qual o valor inicial x(0) ? 1
3. Qual dos valores seguintes foi usado para **k**, constante de rigidez da mola ?

5 20 40 Não sei, não respondo.

Pontuou 6,00 de 6,00

A resposta correta é:5

Pergunta 4

Respondida

Pontuou 0,20 de 1,00

Destacar pergunta

O valor de x (a raiz índice m de R)

$$x = \sqrt[m]{R}$$

pode ser calculada usando o **Método de Newton**, aplicado a uma das seguintes equações:

a)	$x^m - R = 0$
b)	$1 - \frac{R}{x^m} = 0$

Cada uma resulta numa fórmula iterativa diferente.

Diga qual das duas escolheria. Justifique sucintamente a sua escolha.

(se precisar de escrever expressões matemáticas use o botão de DragMath no editor, ou notação LATEX ou notação C)

Escolheria a opção a) em primeiro lugar porque como não tem frações a nível de cálculos terá menos erros, quando se estiver a fazer cálculos com valores de x muito pequenos ou muito grandes, e não haverá problema no caso de x ser zero. No caso da função b o 0 não pertence ao domínio de x e crashará a rotina caso este valor apareça.

Relativamente ao método de newton propriamente dito, ao visualizar no máxima com o plot2d as duas funções, (apenas se vizualiza valores para x >=0, pois o contradomínio da função raíz é sempre positivo) pode-se constatar que no caso de a), quando por exemplo m=2 e R = 10 a derivada da função é sempre positiva e, quer o guess inicial seja menor que o valor do 0, ou maior, o método vai sempre convergir para o zero. Isto acontece

No caso da segunda função b, se o guess inicial for por valores bastante grandes nunca vai convergir, pois neste caso a função é praticamente paralela ao eixo dos x, e a função tangente será nula, o que impossibilita a utilização do método de Newton.

Por este motivo a função a é preferível.

comandos:

f: x^2-10;

g:1-10/x^2;

plot2d([f,g],[x,0,50],[y,-10,10]);

Comentário:

as expressões não estão na forma final de Newton

Pergunta 5
Respondida
Pontuou 0,75 de 1,00
Destacar pergunta

Quais as estratégias que seguiria para garantir um determinado erro absoluto máximo no cálculo numérico de um integral definido?

Discuta métodos, técnicas de verificação, algoritmos, controle do erro.

Seja conciso na resposta. Pode anexar à resposta um ficheiro demonstrativo.

Se estivesse a utilizar um método de cálculo conhecido e bem estudado, cuja ordem n fosse conhecida, poderia saber que o erro absoluto seria dado por:

Eabs = (s"-s')/ (2^n-1)

então, estabeleceria um valor máximo para Eabs, substituiria na expressão acima e ficaria com

s"-s' < (2^n-1)/Eabs

depois calcularia sucessivament o integral, com passos cada vez menores:

integral s com passo h,

integral s' com passo h/2

integral s" com passo h/4

integral s"' com passo h/8

e pararia quando s^(k+1)-s^(k) fosse menor que (2^n-1)/Eabs.

Se o n do método não fosse conhecido, nesse caso primeiro teria de o descobrir, para poder implementar o algoritmo descrito anteriormente.

Comentário:
Incompleto. Não discute métodos nem algoritmos.

Pergunta 6
Parcialmente correto
Pontuou 0,95 de 1,00
Destacar pergunta

Os resultados de uma experiência ajustam-se bem à expressão

$$y = x + \frac{(x-2)^2}{(\sin x)+4}.$$

no intervalo de -1 a 1.5.

Use o método da secção áurea para pesquisar o mínimo da função.
Preencha as células em branco com o valor numérico adequado.

x_1	x_2	x_3	x_4	$f(x_1)$	$f(x_2)$	$f(x_3)$
-1.000000	1.500000	-0.045080	0.545085	1.849428	1.550025	1.012424
-1 ✓	0,545085 ✓	-0,40983 ✓	-0,04508 ✓	1,849428 ✓	1,013555 ✓	1,849428 ✗
-0,40983 ✓	0,545085 ✓	-0,04508 ✓	0,18034 ✓	1,202611 ✓	1,013555 ✓	1,202611 ✗

As iterações apresentadas permitem-me enquadrar o valor do mínimo num intervalo com a amplitude 0,59017 ✓

Comentário:
Copiou mal do excel para o moodle.

Pergunta 6

Parcialmente correto

Pontuou 0,95 de 1,00

Destacar pergunta

xperiência ajustam-se bem à expressão

.

.

ɔ áurea para pesquisar o mínimo da função.

branco com o valor numérico adequado.

x_2	x_3	x_4	$f(x_1)$	$f(x_2)$	$f(x_3)$	$f(x_4)$
500000	-0.045080	0.545085	1.849428	1.550025	1.012424	1.013555
5085	-0,40983	-0,04508	1,849428	1,013555	1,849428	1,012424
5085	-0,04508	0,18034	1,202611	1,013555		605

Incorreto

A resposta correta é: 1.202611

Pontuou 0,00 de 1,00

das permitem-me enquadrar o valor do mínimo num intervalo com a amplitude 0,59017

ra o moodle.

Pergunta 6

Parcialmente correto

Pontuou 0,95 de 1,00

Destacar pergunta

xperiência ajustam-se bem à expressão

.

.

ɔ áurea para pesquisar o mínimo da função.

branco com o valor numérico adequado.

x_2	x_3	x_4	$f(x_1)$	$f(x_2)$	$f(x_3)$	$f(x_4)$
500000	-0.045080	0.545085	1.849428	1.550025	1.012424	1.013555
5085	-0,40983	-0,04508	1,849428	1,013555	1,849428	1,012424
5085	-0,04508	0,18034	1,202611	1,013555	1,202611	0,972605

Incorreto

A resposta correta é: 1.012424

Pontuou 0,00 de 1,00

das permitem-me enquadrar o valor do mínimo num intervalo com a amplitu

ra o moodle.

Pergunta 7

Correto

Pontuou 1,00 de 1,00

Destacar pergunta

Dada a função:

$$g(x) = -x + b\cos(\sqrt{x}) + a$$

Para

$a = 2$

e $b = 60$.

1. Quantos zeros tem a função? 3

2. Pretendemos determinar a menor raíz real positiva. Calcule duas iterações, pelo método de Newton, a partir do guess inicial dado.

x_n	$g(x_n)$
1.8000	13,82931
2,407184	0,749905
2,444067	

3. Os cálculos permitem apresentar os resultados com quantas casas decimais exactas? 1