Simulação de Sinais Cerebrais de Espectroscopia por Ressonância Magnética

Da Criação à Corrupção (Por Ruído)

João Victor Dell Agli Floriano

Fernando Fernandes Paiva

Curso: Mestrado

Período a que se refere: 02/2024 a 12/2024

Bolsa de Estudos: CAPES

Período de Vigência: 01/08/2024 a 28/02/2026 (19 meses)

1 Resumo

2 Introdução

1. Implementação do MPM sem ruído
2. Implementação do MPM com ruído
3. Separação de variáveis (s0, phi, omega, T2)
4. Testagem do L sem ruído
5. Testagem do SVD sem ruído
6. Testagem do L com ruído
7. Testagem do SVD com ruído
8. Testagem do comportamento das variáveis separadas com a introdução de ruído de valores de sigma variados

O método de "lápis de matrizes", do inglês *Matrix Pencil Method* (MPM) é uma técnica numérica de estimativa de parâmetros de sinais, desenvolvido originalmente por Yingbo Hua e Tapan Sakar [2] como uma alternativa a métodos já existentes como o de Prony [1]. O método consiste em modelar os sinais como uma soma de exponenciais complexas amortecidas, como na Equação 1. Partindo dessa ideia, é então aplicada uma série de etapas, que inclui a utilização de outros métodos, como Decomposição em Valores Singulares (SVD, do inglês *Singular Value Decomposition*), para estimar os parâmteros dessa função modeladora.

$$y(n) = \sum_{k=1}^{M} R_k e^{i(\omega_k t + \phi_k) + \alpha_k} \tag{1}$$

3 Métodos

Desenvolvido por Yingbo Hua e Tapan Sakar [2], a implementação do MPM em seu trabalho é descrita originalmente de duas maneiras: a sem ruído, implementada de maneira mais simplificada; e a que leva em conta a presença de ruído, que utiliza algoritmos mais complexos em sua implementação, como a Decomposição em Valores Singulares (SVD, do inglês *Singular Value Decomposition*).

3.1 Caso sem ruído

Para o caso sem ruído, define-se duas matrizes $(N-L)\times L$, Y_1 e Y_2, descritas pela Equação 2 e Equação 3.

$$Y_2 = \begin{bmatrix} x(1) & x(2) & \dots & x(L) \\ x(2) & x(3) & \dots & x(L+1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x(N-L) & x(N-L+1) & \dots & x(N-1) \end{bmatrix} \tag{2}$$

$$Y_1 = \begin{bmatrix} x(0) & x(1) & \dots & x(L-1) \\ x(1) & x(2) & \dots & x(L) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x(N-L-1) & x(N-L) & \dots & x(N-2) \end{bmatrix} \tag{3}$$

Sendo L o parâmetro de *pencil*, que, em etapas posteriores, se mostra eficiente em eliminar alguns dos efeitos do ruído nos dados.

É possível escrever Y_1 e Y_2 como:

$$Y_2 = Z_1 R Z_0 Z_2 \tag{4}$$

e

$$Y_1 = Z_1 R Z_2 \tag{5}$$

Sendo:

$$Z_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ z_1 & z_2 & \dots & z_M \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ z_1^{N-L-1} & z_2^{N-L-1} & \dots & z_M^{N-L-1} \end{bmatrix} \tag{6}$$

$$Z_2 = \begin{bmatrix} 1 & z_1 & \dots & z_1^{L-1} \\ 1 & z_2 & \dots & z_2^{L-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & z_M & \dots & z_M^{L-1} \end{bmatrix} \tag{7}$$

$$Z_0 = diag(z_1, z_2, \dots, z_M) \tag{8}$$

E, por fim:

$$R = diag(R_1, R_2, \ldots, R_M) \tag{9}$$

4 Resultados

5 Conclusão

Referências

[1] J.F. Hauer, C.J. Demeure, and L.L. Scharf. Initial results in prony analysis of power system response signals. *IEEE Transactions on Power Systems*, 5(1):80–89, 1990.

[2] T.K. Sarkar and O. Pereira. Using the matrix pencil method to estimate the parameters of a sum of complex exponentials. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, 37(1):48–55, 1995.