# Vetores

Vetores são objetos matemáticos que possuem magnitude e direção. Podem ser representados em diversas dimensões e são usados para descrever diversas operações, como deslocamento e forças em física. Um vetor em 2D pode ser representado como v = [x, y], onde x e y são as suas componentes. Operações como soma de vetores, multiplicação por escalar, e o produto escalar são fundamentais em seu estudo.

*Examples:*

Exemplo: Se temos dois vetores v1 = [2, 3] e v2 = [4, 1], a soma deles será v1 + v2 = [6, 4].

*Exercises:*

1. Encontre a magnitude do vetor [3, 4].

2. Qual é o produto escalar entre os vetores [1, 2] e [3, 4]?

3. Se v = [2, 3], encontre 2v.

4. Resolva v1 + v2 onde v1 = [5, -2] e v2 = [-3, 4].

5. Qual é o ângulo entre os vetores [1, 0] e [0, 1]?

*Answers:*

1. 5

2. 11

3. [4, 6]

4. [2, 2]

5. 90 graus

# Sistemas Lineares

Sistemas lineares envolvem equações que podem ser resolvidas simultaneamente. Um sistema de duas variáveis pode ser representado como $Ax = B$, onde A é uma matriz de coeficientes, x é um vetor de incógnitas, e B é um vetor de constantes.

*Examples:*

Exemplo: Resolva o sistema: $2x + 3y = 5$ e $x - y = 2$. Usando substituição ou eliminação, podemos encontrar que $x = 3$ e $y = -1$.

*Exercises:*

1. Resolva o sistema $3x + y = 7$ e $2x - y = 3$.

2. Utilize a regra de Cramer para resolver o sistema $2x + 4y = 8$ e $x - y = 2$.

3. Resolva o sistema linear $Ax = B$ onde $A = [[2, -1], [1, 1]]$ e $B = [1, 3]$.

4. Determine se o sistema $x + y = 1$ e $2x + 2y = 2$ tem solução única.

5. Qual a solução para o sistema homogêneo $3x + 5y = 0$, $4x - 2y = 0$?

*Answers:*

1. x = 2, y = 1
2. x = 1, y = 1.5
3. x = 1, y = 2
4. Infinitas soluções
5. x = 0, y = 0

# Geometria Analítica

Geometria Analítica envolve o estudo de figuras geométricas através de equações matemáticas. A equação de uma reta, por exemplo, é dada por $y = mx + b$, onde $m$ é a inclinação e $b$ é o ponto de interseção com o eixo $y$. Além disso, distâncias entre pontos e equações de círculos também fazem parte do estudo.

*Examples:*

Exemplo: A equação da reta que passa pelos pontos (1, 2) e (3, 6) é $y = 2x$.

*Exercises:*

1. Encontre a equação da reta que passa pelos pontos (2, 3) e (4, 7).

2. Qual é a distância entre os pontos (1, 1) e (4, 5)?

3. Dado o círculo com equação (x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 16, qual é o centro e o raio?

4. Determine a equação do plano que passa pelos pontos (1, 2, 3), (4, 5, 6) e (7, 8, 9).

5. Encontre o ponto de interseção entre as retas $y = 2x + 1$ e $y = -x + 3$.

*Answers:*

1. $y = 2x - 1$

2. 5

3. Centro: (3, -2), Raio: 4

4. $x + y + z = 1$

5. (2, 5)

# Bases

Uma base em álgebra linear é um conjunto de vetores linearmente independentes que geram um espaço vetorial. Por exemplo, a base canônica no espaço 2D é dada pelos vetores [1, 0] e [0, 1]. Qualquer vetor pode ser expresso como uma combinação linear dos vetores da base.

*Examples:*

Exemplo: O vetor [3, 4] pode ser escrito como 3*[1, 0] + 4*[0, 1].

*Exercises:*

1. Dado o vetor [2, 3], expresse-o na base {[1, 0], [0, 1]}.

2. Verifique se os vetores [1, 2] e [3, 4] são linearmente independentes.

3. Encontre uma base para o subespaço gerado pelos vetores [1, 0, 0], [0, 1, 0] e [0, 0, 1].

4. Determine se o conjunto {[1, 1], [1, -1]} é uma base para R^2.

5. Construa a matriz de mudança de base de {[1, 0], [0, 1]} para {[1, 1], [1, -1]}.

*Answers:*

1. [2, 3]

2. Sim

3. {[1, 0, 0], [0, 1, 0], [0, 0, 1]}

4. Sim

5. [[1, 1], [1, -1]]