**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**
Campus UnB Gama (FGA)

**Curso:** Engenharia de Software
**Professor:** Cristiane Loesch de Souza Costa
**Disciplina:** Matemática Discreta I

**Data:** 03/07/2024
**Turma:** T01

**Aluno:** Anderson Fernandes da Silva

**Matrícula:** 232000679

**Nota:** 6,2

## AVALIAÇÃO P2

**QUESTÃO 1 ( 0,5 pontos)**
Considere as três sentenças abaixo:

I. Einstein ganhou o prêmio Nobel, em 1922, por sua descoberta sobre o efeito fotoelétrico. Proposição (sim)

II. Einstein foi indicado ao prêmio Nobel 62 vezes. Proposição (sim)

III. Ele foi professor substituto. NÃO

Em relação às sentenças I, II e III, sabendo que a uma proposição é a sentença a qual pode-se atribuir um valor lógico, assinale a alternativa CORRETA:

- **A.** Apenas a sentença I trata-se de uma proposição.
- **B.** As sentenças I e II são sentenças abertas.
- **C.** Apenas a sentença II é uma proposição.
- X **D.** As sentença I e II possuem valor lógico atribuível.
- **E.** As sentenças II e III são proposições.

**QUESTÃO 2 ( 0,5 pontos)** Considere as proposições ***p:* *o dia está ensolarado e a temperatura é baixa*** e ***q:* *é inverno.*** A partir delas tem-se a proposição composta:

***Se o dia está ensolarado e a temperatura é baixa, então é inverno.*** MANÉ mantem

A negação da condicional acima está, corretamente, apresentada em:

O dia está ensolarado e a temperatura é baixa e não é inverno

1 0,5
- **A.** Se o dia não está ensolarado ou a temperatura não está baixa, então não é inverno.

2 0,5
- **B.** Se o dia não está ensolarado ou a temperatura não está baixa, então é inverno.

3 0,5
- **C.** Se o dia não está ensolarado e a temperatura não está baixa, então é inverno.

4 0,5
- **D.** O dia não está ensolarado ou a temperatura não é baixa e é inverno.

5 0,5
- X **E.** O dia está ensolarado e a temperatura é baixa e não é inverno

6 0,5

**QUESTÃO 3 ( 0,5 pontos)** (Adaptada - VUNESP – Câmara de Olímpia SP/ Analista de Sistemas/2022
Considere a proposição abaixo:

p q r
**"Se Paula é capacitada e não é relapsa, então Paula será contratada".**

Uma proposição equivalente a ela é a proposição:

$P_1: p \wedge \sim q \to r$

7 1,0
- X **A.** Se Paula não for contratada, então Paula não é capacitada ou é relapsa.
- **B.** Paula é capacitada e não é relapsa e Paula não será contratada.

8 1,0
- **C.** Se Paula for contratada, então é capacitada e não é relapsa.
- **D.** Paula será contratada e Paula é capacitada ou não é relapsa.

9 1,0
- **E.** Se Paula não é capacitada ou é relapsa, então Paula não será contratada.

10 0,2

**QUESTÃO 4 ( 0,5 pontos)** Considere as proposições a seguir:

p: O número 352 é divisível por 2 V

q: O número 352 é divisível por 4 V

r: O número 352 é divisível por 3 V

A tradução para a linguagem simbólica da proposição:

**É falso que o número 352 é divisível por 2 e por 3, ou o número 352 não é divisível por 4**

está indicada na alternativa: $\sim(p \wedge r) \vee \sim q$

o **A.** $(\sim p \wedge r) \wedge \sim q$ ← errado, negou somente o p e usou a conjunção

o **B.** $(\sim p \wedge r) \vee q$ ← errado, negou somente uma op

X **C.** $\sim(p \wedge r) \vee \sim q$ ← certo

o **D.** $(p \wedge \sim r) \vee \sim q$ ← negou somente o r

o E. $\sim(p \wedge r) \wedge \sim r$ ← usou conjunção

**QUESTÃO 5 ( 0,5 pontos) (Adaptada – FCC (2011))**

Em uma cidade fictícia, o jornal local publicou a seguinte manchete:

**Toda agência do Banco Arco-íris tem deficit de funcionários.**

Uma vez que tal informação tratava-se de "fake news", o jornal precisou retratar-se, publicando a negação de tal manchete. Dentre as sentenças abaixo, aquela que expressa, corretamente, a negação é:

o **A.** Qualquer agência do Banco Arco-íris não tem deficit de funcionários. X

o **B.** Todas as agência do Banco Arco-íris não tem deficit de funcionários. X

X **C.** Alguma agência do Banco Arco-íris não tem deficit de funcionários. ← certa

o **D.** Existem agências com deficit de funcionários que não pertencem ao Banco Arco-íris X

o E. O quadro de funcionários do Banco Arco-íris está completo. X

**QUESTÃO 6 ( 0,5 pontos)** Considere : C(x): x é criança

S(x): x toma sorvete, todo domingo

Ch(x): x não come chocolate

A representação simbólica da sentença

**"Toda criança que toma sorvete, todo domingo, não come chocolate."**

esta corretamente representada em: $(\forall x): C(x) \wedge S(x) \rightarrow Ch(x)$

X **A.** $\forall(x): C(x) \wedge S(x) \rightarrow Ch(x)$ ← certo

o **B.** $\forall(x): C(x) \rightarrow S(x) \rightarrow Ch(x)$

o **C.** $\forall(x): C(x) \wedge S(x) \wedge Ch(x)$

o **D.** $\neg\forall(x): C(x) \wedge S(x) \rightarrow Ch(x)$ ← errado

o E. $\forall(x): C(x) \rightarrow S(x) \rightarrow Ch(x)$

**QUESTÃO 7 ( 1,0 pontos)**

Use regras de inferência, equivalência e lógica dos predicados para provar o argumento abaixo:

$$\forall x:[A(x) \rightarrow \neg B(x)] \wedge \exists x:[C(x) \wedge A(x)] \Rightarrow \exists x: C(x) \wedge \neg B(x)$$

Obs: a demonstração deve ser apresentada por completo e todas as regras utilizadas deverão ser nomeadas e indicar a qual linha da demonstração foram atribuídas.

**QUESTÃO 8 ( 1,0 pontos)** Utilizando as regras de inferência e equivalência (disponibilizadas nas tabelas em anexo) , demonstre a proposição a seguir:

$$p \to q, q \to r, r \to s, \neg s, p \vee t \Rightarrow t$$

Obs: Justifique em detalhes sua resposta indicando corretamente quais regras utilizadas e em quais linhas. ( não serão aceitas tabelas verdades)

**QUESTÃO 9 ( 1,0 pontos)** (Adaptada (CPCON, 2024) – Apresente a Tabela verdade da proposição

$$(\neg(p \vee \neg q) \longleftrightarrow r) \to (p \wedge r)$$

e classifique seu resultado em tautologia, contradição e contingência.

| p | q | r | $\neg q$ | $p \vee \neg q$ | $\neg(p \vee \neg q)$ | $\neg(p \vee \neg q) \leftrightarrow r$ | $p \wedge r$ | $(\neg(p \vee \neg q) \leftrightarrow r) \to (p \wedge r)$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| V | V | V | F | V | F | F | V | V | |
| V | V | F | F | V | F | V | F | F | |
| V | F | V | V | V | F | F | V | V | |
| V | F | F | V | V | F | V | F | F | |
| F | V | V | F | F | V | V | F | F | |
| F | V | F | F | F | V | F | F | V | |
| F | F | V | V | V | F | F | F | V | |
| F | F | F | V | V | F | V | F | F | |

1,0

contingência

**QUESTÃO 10 ( 1,0 pontos)** (Adaptado – Benevides, P. F.) Considere o argumento seguinte.

Se vejo televisão aborreço-me.
Se leio o jornal desiludo-me.
Se me aborreço ou me desiludo, fico nervoso.
Eu nunca fico nervoso.
Logo, se leio o jornal não vejo televisão.

Identificando as proposições simples nas sentenças em linguagem natural escritas neste exemplo, tem-se:

p : vejo televisão
q : me aborreço
r : leio o jornal
s: me desiludo
t: fico nervoso

Represente simbolicamente as proposições e verifique a validade do argumento utilizando regras de inferência, equivalencia e/ou de predicados adequadas.

Obs: a demonstração deve ser apresentada por completo e todas as regras utilizadas deverão ser nomeadas e indicar a qual linha da demonstração foram atribuídas.

## Equivalências Lógicas

Elementos Neutros $p \wedge V \Leftrightarrow p$
$p \vee F \Leftrightarrow p$

Dominação $p \vee V \Leftrightarrow V$
$p \wedge F \Leftrightarrow F$

Indempotentes $p \vee p \Leftrightarrow p$
$p \wedge p \Leftrightarrow p$

Comutativa $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$
$p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$

Distributivas $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
$p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

Associativas $(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$
$(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$

Troca de Premissas
$(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \Leftrightarrow (q \rightarrow (p \rightarrow r))$

Dupla Negação $\neg(\neg p) \Leftrightarrow p$

Leis de De Morgan $\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$
$\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$

Negação $p \vee \neg p \Leftrightarrow V$
$p \wedge \neg p \Leftrightarrow F$

Absorção $p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$
$p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$

## Propriedades condicionais

$(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$
contraposição

$(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \vee q)$ implicação

$(p \rightarrow q) \Leftrightarrow \neg(p \wedge \neg q)$ implicação

$\neg p \rightarrow q \Leftrightarrow p \vee q$

$\neg(p \rightarrow \neg q) \Leftrightarrow p \wedge q$

$\neg(p \rightarrow q) \Leftrightarrow p \wedge \neg q$

$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \Leftrightarrow p \rightarrow (q \wedge r)$

$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \Leftrightarrow (p \vee q) \rightarrow r$

$(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r) \Leftrightarrow p \rightarrow (q \vee r)$

$(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \rightarrow r$

## Propriedades Bicondicionais

$(p \longleftrightarrow q) \Leftrightarrow ((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p))$

$(p \longleftrightarrow q) \Leftrightarrow ((\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p))$

$(p \longleftrightarrow q) \Leftrightarrow \neg p \longleftrightarrow \neg q$

$(p \longleftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$

$\neg(p \longleftrightarrow q) \Leftrightarrow p \longleftrightarrow \neg q$

## Negação

Conjunção:
$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$

Disjunção:
$\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$

Condicional:
$\neg(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \neg q$

Bicondicional:
$\neg(p \longleftrightarrow q) \equiv p \veebar q$
$\neg(p \longleftrightarrow q) \equiv (p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg p)$

## Regras De Inferência

Adição $p \Rightarrow p \vee q$

Modus Ponens $p \rightarrow q,\ p \Rightarrow q$

Modus Tollen $p \rightarrow q, \neg q \Rightarrow \neg p$

Silogismo Disjuntivo
$p \vee q,\ \neg p \Rightarrow q$
$p \vee q,\ \neg q \Rightarrow p$

Silogismo Hipotético
$p \rightarrow q,\ q \rightarrow r \Rightarrow p \rightarrow r$

Dilema Construtivo
$p \rightarrow q,\ r \rightarrow s,\ p \vee r \Rightarrow q \vee s$

Dilema Destrutivo
$p \rightarrow q,\ r \rightarrow s, \neg q \vee \neg s$
$\Rightarrow \neg p \vee \neg r$

Absorção
$p \rightarrow q \Rightarrow p \rightarrow (p \wedge q)$

## Equivalências Quantificadas

$\forall x : [P(x) \wedge Q(x)]$
$\equiv \forall x : P(x) \wedge \forall x : Q(x)$

$\exists x : [P(x) \vee Q(x)]$
$\equiv \exists x : P(x) \vee \exists x : Q(x)$

De Morgan:
$\neg \forall x : P(x) \equiv \exists x : \neg P(x)$
$\neg \exists x : P(x) \equiv \forall x : \neg P(x)$

$\forall x : P(x) \equiv \neg \exists x : \neg P(x)$
$\exists x : P(x) \equiv \neg \forall x : \neg P(x)$

## Inferências Quantificadas

- Instanciação Universal

$$\frac{\forall x : P(x)}{P(c)}$$

Generalização Universal

$$\frac{P(c)}{\therefore \forall x : P(x)}$$

Instanciação Existencial

$$\frac{\exists x : P(x)}{P(c)}$$

Generalização Existencial

$$\frac{P(c)}{\therefore \exists x : P(x)}$$

para um $c$ arbitrário

**Universidade de Brasília**

**IDENTIFICAÇÃO:**

Nome completo: Anderson Fernandes da Silva

Matrícula: 232000679

8) 1. $p \to q$
2. $q \to r$
3. $r \to s$
4. $\neg s$
5. $p \vee t$ $\therefore t$
6. $p \to r$ (1,2) Silogismo hipotético
7. $p \to s$ (3,6) Silogismo hipotético
8. $\neg p$ (4,7) modus tollens
9. $t$ (5,8) Silogismo Disjuntivo

1,0

7) 1. $\forall x: [A(x) \to \neg B(x)]$
2. $\exists x: [C(x) \wedge A(x)]$ $\therefore \boxed{\exists x: C(x) \wedge \neg B(x)}$
3. $C(t) \wedge A(t)$ (2) Instanciação Existencial
4. $A(t) \to \neg B(t)$ (1) Instanciação Universal
5. $A(t)$ (3) Simplificação
6. $C(t)$ (3) Simplificação
7. $\neg B(t)$ (4,5) Modus Ponens
8. $C(t) \wedge \neg B(t)$ (6,7) Conjunção
9. $\boxed{\exists x: C(x) \wedge \neg B(x)}$ (8) Generalização Existencial

1,0

10) 1. $p \to q$ $\therefore r \to \sim p$
2. $r \to s$ ↳ $\sim p$
3. $q \vee s \to t$
4. $\sim t$
5. $r$

p: vejo televisão
q: me aborreço
r: leio o jornal
s: me divirto
t: fico em paz

0,2

6. $t$ (4) Dupla negação
7. $s$ (2,5) Modus Ponens
8. $\sim(q \vee s)$ (3,4) Modus Tollens
9. $\sim q \wedge \sim s$ (8) Lei de Morgan
10. $\sim q$ (9) simplificação
11. $\sim p$ (1,10) Modus Tollens