Equivalências Lógicas

Elementos Neutros
$p \wedge V \Leftrightarrow p$
$p \vee F \Leftrightarrow p$

Dominação
$p \vee V \Leftrightarrow V$
$p \wedge F \Leftrightarrow F$

Indempotentes
$p \vee p \Leftrightarrow p$
$p \wedge p \Leftrightarrow p$

Comutativa
$p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$
$p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$

Distributivas
$p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
$p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

Associativas
$(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$
$(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$

Troca de Premissas
$(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \Leftrightarrow (q \rightarrow (p \rightarrow r))$

Dupla Negação
$\neg(\neg p) \Leftrightarrow p$

Leis de De Morgan
$\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$
$\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$

Negação
$p \vee \neg p \Leftrightarrow V$
$p \wedge \neg p \Leftrightarrow F$

Absorção
$p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$
$p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$

Propriedades condicionais

$(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$ contraposição
$(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \vee q)$ implicação
$(p \rightarrow q) \Leftrightarrow \neg(p \wedge \neg q)$ implicação
$\neg p \rightarrow q \Leftrightarrow p \vee q$
$\neg(p \rightarrow \neg q) \Leftrightarrow p \wedge q$
$\neg(p \rightarrow q) \Leftrightarrow p \wedge \neg q$
$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \Leftrightarrow p \rightarrow (q \wedge r)$
$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \Leftrightarrow (p \vee q) \rightarrow r$
$(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r) \Leftrightarrow p \rightarrow (q \vee r)$
$(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \rightarrow r$

Propriedades Bicondicionais

$(p \longleftrightarrow q) \Leftrightarrow ((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p))$
$(p \longleftrightarrow q) \Leftrightarrow ((\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p))$
$(p \longleftrightarrow q) \Leftrightarrow \neg p \longleftrightarrow \neg q$
$(p \longleftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
$\neg(p \longleftrightarrow q) \Leftrightarrow p \longleftrightarrow \neg q$

Negação

Conjunção $\neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$

Disjunção: $\neg(p \vee q) = \neg p \wedge \neg q$

Condicional: $\neg(p \rightarrow q) = p \wedge \neg q$

Bicondicional: $\neg(p \longleftrightarrow q) = p \veebar q$
$\neg(p \longleftrightarrow q) = (p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg p)$

Regras De Inferência

Adição $p \Rightarrow p \vee q$

Simplificação
$p \wedge q \Rightarrow p$
$p \wedge q \Rightarrow q$

Conjunção $p, q \Rightarrow p \wedge q$

Modus Ponens $p \rightarrow q,\ p \Rightarrow q$

Modus Tollens $p \rightarrow q, \neg q \Rightarrow \neg p$

Silogismo Disjuntivo
$p \vee q,\ \neg p \Rightarrow q$
$p \vee q,\ \neg q \Rightarrow p$

Silogismo Hipotético
$p \rightarrow q,\ q \rightarrow r \Rightarrow p \rightarrow r$

Dilema Construtivo
$p \rightarrow q,\ r \rightarrow s,\ p \vee r \Rightarrow q \vee s$

Dilema Destrutivo
$p \rightarrow q,\ r \rightarrow s, \neg q \vee \neg s \Rightarrow \neg p \vee \neg r$

Absorção $p \rightarrow q \Rightarrow p \rightarrow (p \wedge q)$

Equivalências Quantificadas

$\forall x : [P(x) \wedge Q(x)]$
$\equiv \forall x : P(x) \wedge \forall x : Q(x)$

$\exists x : [P(x) \vee Q(x)]$
$\equiv \exists x : P(x) \vee \exists x : Q(x)$

De Morgan:
$\neg \forall x : P(x) \equiv \exists x : \neg P(x)$
$\neg \exists x : P(x) \equiv \forall x : \neg P(x)$

$\forall x : P(x) \equiv \neg \exists x : \neg P(x)$
$\exists x : P(x) \equiv \neg \forall x : \neg P(x)$

Inferências Quantificadas

Instanciação Universal
$$\frac{\forall x : P(x)}{P(c)}$$

Generalização Universal
$$\frac{P(c)}{\therefore \forall x : P(x)}$$

Instanciação Existencial
$$\frac{\exists x : P(x)}{P(c)}$$

Generalização Existencial
$$\frac{P(c)}{\therefore \exists x : P(x)}$$

* para um c arbitrário