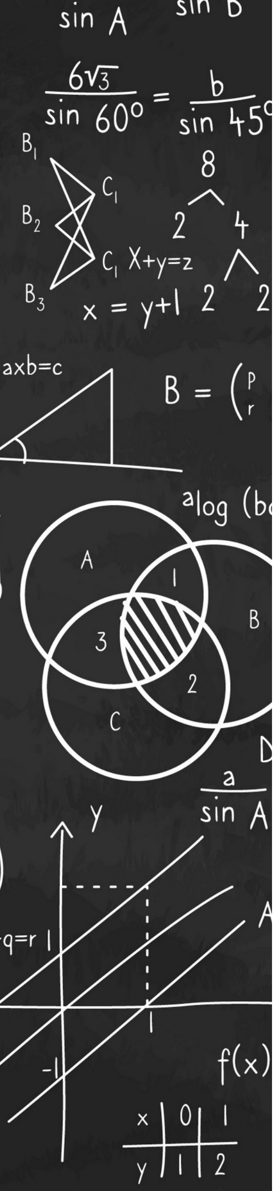


Fundamentos de Lógica

Aula 05

Cristiane Loesch

Brasília
2024

EXERCÍCIOS

TRADUZA E VALIDE O ARGUMENTO:

(Adaptada – UFSC) “Se a taxa para importação diminuir, o comércio interno aumentará. A taxa federal de desconto diminuirá ou o comércio interno não irá aumentar. A taxa para importação vai diminuir. Portanto, a taxa federal de desconto vai diminuir.”

EXERCÍCIOS

TRADUZA E VALIDE O ARGUMENTO:

(Adaptada – UFSC) “Se a taxa para importação diminuir, o comércio interno aumentará. A taxa federal de desconto diminuirá ou o comércio interno não irá aumentar. A taxa para importação vai diminuir. Portanto, a taxa federal de desconto vai diminuir.”

p: a taxa de importação vai diminuir
q: o comercio interno vai aumentar
r: a taxa federal de desconto vai diminuir

EXERCÍCIOS

TRADUZA E VALIDE O ARGUMENTO:

(Adaptada – UFSC) “Se a taxa para importação diminuir, o comércio interno aumentará. A taxa federal de desconto diminuirá ou o comércio interno não irá aumentar. A taxa para importação vai diminuir. Portanto, a taxa federal de desconto vai diminuir.”

p: a taxa de importação vai diminuir
q: o comercio interno vai aumentar
r: a taxa federal de desconto vai diminuir

1. $p \rightarrow q$
2. $r \vee \sim q$
3. p

EXERCÍCIOS

TRADUZA E VALIDE O ARGUMENTO:

(Adaptada – UFSC) “Se a taxa para importação diminuir, o comércio interno aumentará. A taxa federal de desconto diminuirá ou o comércio interno não irá aumentar. A taxa para importação vai diminuir. Portanto, a taxa federal de desconto vai diminuir.”

p: a taxa de importação vai diminuir
q: o comercio interno vai aumentar
r: a taxa federal de desconto vai diminuir

1. $p \rightarrow q$
2. $r \vee \sim q$
3. p

----

4. q (M. Ponens 1,3)
5. r (Silog Disj 2,4)

EXERCÍCIOS

CONSTRUA A TABELA VERDADE DAS PROPOSIÇÕES:

a) $(p \rightarrow q) \wedge q \rightarrow p$

b) $(p \rightarrow q) \wedge \sim p \rightarrow \sim q$

EXERCÍCIOS

CONSTRUA A TABELA VERDADE DAS PROPOSIÇÕES:

a) $(p \rightarrow q) \wedge q \rightarrow p$

p	q	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge q$	$(p \rightarrow q) \wedge q \rightarrow p$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	V	F
F	F	V	F	V

EXERCÍCIOS

CONSTRUA A TABELA VERDADE DAS PROPOSIÇÕES:

a) $(p \rightarrow q) \land q \Rightarrow p$ (argumento)

p	q	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \land q$	$(p \rightarrow q) \land q \rightarrow p$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	V	F
F	F	V	F	V

NÃO É TAUTOLOGIA

EXERCÍCIOS

CONSTRUA A TABELA VERDADE DAS PROPOSIÇÕES:

a) $(p \rightarrow q) \land q \Rightarrow p$ (argumento)

p	q	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \land q$	$(p \rightarrow q) \land q \rightarrow p$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	V	F
F	F	V	F	V

NÃO É TAUTOLOGIA

Falácia da afirmação da conclusão

EXERCÍCIOS

b) $(p \rightarrow q) \land \sim p \rightarrow \sim q$

p	q	$p \rightarrow q$	$\sim p$	$(p \rightarrow q) \land \sim p$	$\sim q$	$(p \rightarrow q) \land \sim p \rightarrow \sim q$
V	V	V	F	F	F	V
V	F	F	F	F	V	V
F	V	V	V	V	F	F
F	F	V	V	V	V	V

EXERCÍCIOS

b) $(p \rightarrow q) \wedge \sim p \Rightarrow \sim q$ (argumento)

p	q	$p \rightarrow q$	$\sim p$	$(p \rightarrow q) \wedge \sim p$	$\sim q$	$(p \rightarrow q) \wedge \sim p \rightarrow \sim q$
V	V	V	F	F	F	V
V	F	F	F	F	V	V
F	V	V	V	V	F	F
F	F	V	V	V	V	V

NÃO É TAUTOLOGIA

EXERCÍCIOS

b) $(p \rightarrow q) \wedge \sim p \Rightarrow \sim q$ (argumento)

p	q	$p \rightarrow q$	$\sim p$	$(p \rightarrow q) \wedge \sim p$	$\sim q$	$(p \rightarrow q) \wedge \sim p \rightarrow \sim q$
V	V	V	F	F	F	V
V	F	F	F	F	V	V
F	V	V	V	V	F	F
F	F	V	V	V	V	V

NÃO É TAUTOLOGIA

Falácia da negação da conclusão

FALÁCIAS E SOFISMAS

- Argumentos não válidos

- Baseiam-se em contingências em vez de tautologias

I) Falácia da afirmação da conclusão → Exemplo: $(p \rightarrow q) \land q \rightarrow p$

II) Falácia da negação da conclusão → Exemplo: $(p \rightarrow q) \land \sim p \rightarrow \sim q$

As falácias são argumentos inválidos e decorrem de erro na forma com o qual o argumento é construido.

- VAMOS OBSERVAR ALGUNS ARGUMENTOS:

FALÁCIAS E SOFISMAS

- EXEMPLO:

a) O aluno estuda e será aprovado.
O aluno estuda.

b) O aluno estuda e será aprovado.
O aluno será aprovado.

FALÁCIAS E SOFISMAS

- EXEMPLO:

a) O aluno estuda e será aprovado.
O aluno estuda.

VÁLIDO

$p \wedge q \Rightarrow p$

$V \wedge V \Rightarrow V$

b) O aluno estuda e será aprovado.
O aluno será aprovado.

FALÁCIAS E SOFISMAS

- EXEMPLO:

a) O aluno estuda e será aprovado.
O aluno estuda.

VÁLIDO

$p \wedge q \Rightarrow p$

$V \wedge V \Rightarrow V$

b) O aluno estuda e será aprovado.
O aluno será aprovado.

VÁLIDO

$p \wedge q \Rightarrow q$

$V \wedge V \Rightarrow V$

FALÁCIAS E SOFISMAS

- EXEMPLO 2:

a)
Se o aluno estuda, então será aprovado.
O aluno estuda.
Portanto, será aprovado.

b)
Se o aluno estuda, então será aprovado.
O aluno será aprovado.
Portanto, o aluno estuda.

FALÁCIAS E SOFISMAS

- EXEMPLO 2:

a)
Se o aluno estuda, então será aprovado.
O aluno estuda.
Portanto, será aprovado.

VÁLIDO

b)
Se o aluno estuda, então será aprovado.
O aluno será aprovado.
Portanto, o aluno estuda.

FALÁCIAS E SOFISMAS

- EXEMPLO 2:

a)
Se o aluno estuda, então será aprovado.
O aluno estuda.
Portanto, será aprovado.

b)
Se o aluno estuda, então será aprovado.
O aluno será aprovado.
Portanto, o aluno estuda.

VÁLIDO

$p \rightarrow q$
p
----
q

$V \rightarrow V = V$
V

V

FALÁCIAS E SOFISMAS

- EXEMPLO 2:

a)
Se o aluno estuda, então será aprovado.
O aluno estuda.
Portanto, será aprovado.

VÁLIDO

p → q
p
----
q

V → V = V
V

V

b)
Se o aluno estuda, então será aprovado.
O aluno será aprovado.
Portanto, o aluno estuda.

INVÁLIDO

p → q
q
----
p

FALÁCIAS E SOFISMAS

- EXEMPLO 2:

a)
Se o aluno estuda, então será aprovado.
O aluno estuda.
Portanto, será aprovado.

VÁLIDO

$p \rightarrow q$
p
----
q

$V \rightarrow V = V$
V

V

b)
Se o aluno estuda, então será aprovado.
O aluno será aprovado.
Portanto, o aluno estuda.

INVÁLIDO

$p \rightarrow q$
q
----
p

F ou $V \rightarrow V = V$
V

F ou V

FALÁCIAS E SOFISMAS

- EXEMPLO 2:

a)
Se o aluno estuda, então será aprovado.
O aluno estuda.
Portanto, será aprovado.

VÁLIDO

$p \rightarrow q$
p
----
q

V → V = V
V

V

Modus Ponens

(afirmação do antecedente)

b)
Se o aluno estuda, então será aprovado.
O aluno será aprovado.
Portanto, o aluno estuda.

INVÁLIDO

$p \rightarrow q$
q
----
p

F ou V → V = V
V

F ou V

Falácia do Modus Ponens

(Falácia da afirmação do consequente)

FALÁCIAS E SOFISMAS

- EXEMPLO 2:

a)
Se o aluno estuda, então será aprovado.
O aluno estuda.
Portanto, será aprovado.

VÁLIDO

$p \rightarrow q$
p
----
q

V → V = V
V

V

Modus Ponens

(afirmação do antecedente)

b)
Se o aluno estuda, então será aprovado.
O aluno será aprovado.
Portanto, o aluno estuda.

INVÁLIDO

$p \rightarrow q$
q
----
p

F ou V → V = V
V

F ou V

Falácia do Modus Ponens

(Falácia da afirmação do consequente)

FALÁCIAS E SOFISMAS

- EXEMPLO 3:

a)
Se o aluno estuda, então será aprovado.
O aluno não será aprovado.
Portanto, o aluno não estuda.

b)
Se o aluno estuda, então será aprovado.
O aluno não estuda.
Portanto, o aluno não será aprovado.

FALÁCIAS E SOFISMAS

- EXEMPLO 3:

a)
Se o aluno estuda, então será aprovado.
O aluno não será aprovado.
Portanto, o aluno não estuda.

VÁLIDO

$p \rightarrow q$
$\sim q$

$\sim p$

$F \rightarrow F = V$
V

V

b)
Se o aluno estuda, então será aprovado.
O aluno não estuda.
Portanto, o aluno não será aprovado.

FALÁCIAS E SOFISMAS

- EXEMPLO 3:

a)
Se o aluno estuda, então será aprovado.
O aluno não será aprovado.
Portanto, o aluno não estuda.

VÁLIDO

$p \rightarrow q$
$\sim q$

$\sim p$

$F \rightarrow F = V$
V

V

b)
Se o aluno estuda, então será aprovado.
O aluno não estuda.
Portanto, o aluno não será aprovado.

INVÁLIDO

$p \rightarrow q$
$\sim p$

$\sim q$

F → F ou V = V
V

F ou V

FALÁCIAS E SOFISMAS

- EXEMPLO 3:

a)
Se o aluno estuda, então será aprovado.
O aluno não será aprovado.
Portanto, o aluno não estuda.

VÁLIDO

$p \rightarrow q$
$\sim q$

$\sim p$

F → F = V
V

V

Modus Tollens

(negação do consequente)

b)
Se o aluno estuda, então será aprovado.
O aluno não estuda.
Portanto, o aluno não será aprovado.

INVÁLIDO

$p \rightarrow q$
$\sim p$

$\sim q$

F → F ou V = V
V

F ou V

Falácia do Modus Tollens

(Falácia da negação do antecedente)

FALÁCIAS E SOFISMAS

- EXERCÍCIO: (Adaptada -Pref. Rio de Janeiro/ 2013)

  Considere os argumentos:

  I) Todo guarda municipal é honesto. João é guarda municipal. Logo, João é honesto

  II) Todo cão é feroz. Rex é feroz. Logo, Rex é um cão.

  Os argumentos I e II, respectivamente, são corretamente classificados como:

  A. válido e inválido

  B. válido e válido

  C. inválido e válido

  D. inválido e inválido

FALÁCIAS E SOFISMAS

- EXERCÍCIO: (Adaptada -Pref. Rio de Janeiro/ 2013)

  Considere os argumentos:

  I) Todo guarda municipal é honesto. João é guarda municipal. Logo, João é honesto

  II) Todo cão é feroz. Rex é feroz. Logo, Rex é um cão.

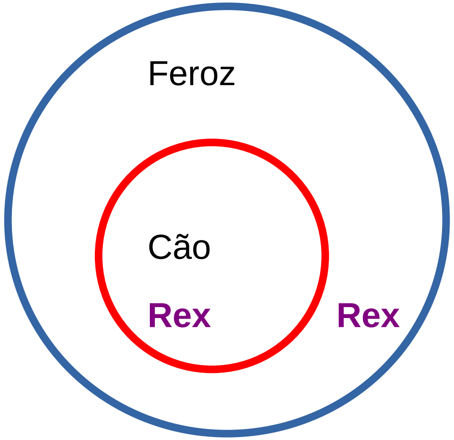
  Os argumentos I e II, respectivamente, são corretamente classificados como:

A. válido e inválido

B. válido e válido

C. inválido e válido

D. inválido e inválido



FALÁCIAS E SOFISMAS

- EXERCÍCIO:

  Considere os argumentos:

  I) Se caso, então tenho filhos. Tenho filhos. Logo, me casei.

  II) Se caso, então tenho filhos. Logo, se não caso, então não tenho filhos.

  Os argumentos I e II, respectivamente, são corretamente classificados como:

  A. válido e inválido

  B. válido e válido

  C. inválido e válido

  D. inválido e inválido

FALÁCIAS E SOFISMAS

- EXERCÍCIO:

Considere os argumentos:

I) Se caso, então tenho filhos. Tenho filhos. Logo, me casei.

II) Se caso, então tenho filhos. Logo, se não caso, então não tenho filhos.

Os argumentos I e II, respectivamente, são corretamente classificados como:

A. válido e inválido

B. válido e válido

C. inválido e válido

D. inválido e inválido

I)

$p \rightarrow q$

q

----

p

Falacia M. Ponens

II)

$p \rightarrow q$

$\sim p \rightarrow \sim q$

Falacia da contrapositiva

FALÁCIAS E SOFISMAS

- Exemplo:

  Se fizer todos os exercícios deste livro, então você terá aprendido matemática discreta.
  Você aprendeu matemática discreta.
  Portanto, você fez todos os exercícios deste livro.

  p: você fez todos os exercícios deste livro
  q: você aprendeu matemática discreta

Simbologia: $p \rightarrow q, q \vdash p$

* este é um exemplo de argumento incorreto que usa falácia da afirmação da conclusão
Pois, é possível aprender matemática discreta de maneira diferente sem ter que fazer todos os exercícios do livro.

FALÁCIAS E SOFISMAS

- Exemplo:

  Se fizer todos os exercícios deste livro, então você terá aprendido matemática discreta.
  Você aprendeu matemática discreta.
  Portanto, você fez todos os exercícios deste livro.

  p: você fez todos os exercícios deste livro
  q: você aprendeu matemática discreta

Simbologia: $p \rightarrow q, q \vdash p$

* este é um exemplo de argumento incorreto que usa falácia da afirmação da conclusão
Pois, é possível aprender matemática discreta de maneira diferente sem ter que fazer todos os exercícios do livro.

FALÁCIAS E SOFISMAS

II) Sofisma

- Filosofia: um engano, um argumento inválido, uma ideia equivocada ou ainda, uma crença falsa

Exemplo:

Deus é amor.
O amor é cego.
Paulo é cego.
Logo, Paulo é Deus.

FALÁCIAS E SOFISMAS

II) Sofisma

- Filosofia: um engano, um argumento inválido, uma ideia equivocada ou ainda, uma crença falsa

  Exemplo:

  Deus é amor. → Abstrato → não pode ser valorado
  O amor é cego.
  Paulo é cego.
  Logo, Paulo é Deus. → Conclusão lógica imperfeita

- Na matemática: quando a verdade das premissas não é suficiente para garantir a verdade da conclusão

FALÁCIAS E SOFISMAS

EXEMPLO:
(UFSC)

Se $\sqrt{2} > \frac{3}{2}$, então: $(\sqrt{2})^2 > (\frac{3}{2})^2$.

Temos: $\sqrt{2} > \frac{3}{2}$

Consequentemente: $2 = (\sqrt{2})^2 > (\frac{3}{2})^2 = \frac{9}{4}$

O formato é um Modus Ponens : (p e p→q) → q

Mas a conclusão é falsa, pois a premissa é falsa.

LÓGICA DOS PREDICADOS

LÓGICA PROPOSICIONAL X LÓGICA DOS PREDICADOS

- Análise de proposições compostas
- Não é suficiente para capturar todas as afirmações matemáticas

- Usada para expressar o significado de um amplo grupo de proposições que permite explorar o objeto

EXEMPLO: Todos os matriculados em Fundamentos de Lógica são estudantes dedicados.
Felipe está matriculado em Fundamentos de Lógica.
Logo, Felipe é um estudante dedicado.

LÓGICA DOS PREDICADOS – Sentenças Abertas

EXEMPLOS: Observe as frases abaixo:

$x > 3$

$x < 12$

$X + y = z$

O aluno x tirou a maior nota da sala na prova.

O computador x está sob ataque de um hacker.

LÓGICA DOS PREDICADOS – Sentenças Abertas

EXEMPLOS: Observe as frases abaixo:

$x > 3$

$x < 12$

$X + y = z$

O aluno x tirou a maior nota da sala na prova.

O computador x está sob ataque de um hacker.

Declarações escritas em termos de VARIÁVEIS

Não podem ser valoradas em: V ou F

Não possuem valor verdade, então não são proposições

LÓGICA DOS PREDICADOS – Sentenças Abertas

→ Sentença aberta

p(x) é uma sentença aberta em A (conjunto) se, e somente se, p(*x*) torna-se uma proposição (V ou F) toda vez que a variável *x* é substituída por qualquer elemento *a* tal que $a \in A$.

LÓGICA DOS PREDICADOS – Sentenças Abertas

→ Sentença aberta

p(x) é uma sentença aberta em A (conjunto) se, e somente se, p(*x*) torna-se uma proposição (V ou F) toda vez que a variável *x* é substituída por qualquer elemento *a* tal que $a \in A$.

EXEMPLOS:

a) $P(x, y) : x = y + 3$

$P(1,2) : 1 = 2 + 3$ → falsa

$P(3,0) : 3 = 0 + 3$ → verdadeira

LÓGICA DOS PREDICADOS – Sentenças Abertas

EXEMPLOS:

a) P(x) : O computador x está sendo invadido por um hacker

Sujeito: computador

Suponha que os computadores invadidos são CS1, MT2

O valor verdade das sentenças será:

P(CS1) → verdadeira

P(CS2) → falsa

P(MT2) → verdadeira

LÓGICA DOS PREDICADOS – Sentenças Abertas

SENTENÇA ABERTA A UMA VARIÁVEL

→ Conjunto verdade: $\mathbf{Vp = \{ x \,/\, x \in A \wedge p(x)}$ **é** $\mathbf{V\}}$ ou $\mathbf{Vp = \{x \in A \,/\, p(x)\}}$

LÓGICA DOS PREDICADOS – Sentenças Abertas

SENTENÇA ABERTA A UMA VARIÁVEL

→ Conjunto verdade: **$Vp = \{ x / x \in A \wedge p(x)$ é $V\}$** ou **$Vp = \{x \in A / p(x)\}$**

EXEMPLOS:

a) $p(x)$: $x+1 > 8$, $x \in IN$

b) $p(x)$: x é diviso de 10 , $x \in IN$

c) $p(x)$: $x^2 - 2x > 0$, $x \in Z$

LÓGICA DOS PREDICADOS – Sentenças Abertas

SENTENÇA ABERTA A UMA VARIÁVEL

→ Conjunto verdade: **$Vp = \{ x \,/\, x \in A \wedge p(x)$ é $V\}$** ou **$Vp = \{x \in A \,/\, p(x)\}$**

EXEMPLOS:

a) $p(x)$: $x+1 > 8$, $x \in IN$

$$Vp = \{ x \in IN \wedge x+1 > 8\} = \{8, 9, 10, ...\}$$

b) $p(x)$: x é diviso de 10 , $x \in IN$

c) $p(x)$: $x^2 - 2x > 0$, $x \in Z$

LÓGICA DOS PREDICADOS – Sentenças Abertas

SENTENÇA ABERTA A UMA VARIÁVEL

→ Conjunto verdade: **$Vp = \{ x \,/\, x \in A \wedge p(x)$ é $V\}$** ou **$Vp = \{x \in A \,/\, p(x)\}$**

EXEMPLOS:

a) $p(x)$: $x+1 > 8$, $x \in IN$

$$Vp = \{ x \in IN \wedge x+1 > 8\} = \{8, 9, 10, ...\}$$

b) $p(x)$: x é diviso de 10 , $x \in IN$

$$Vp = \{ x \in IN \wedge x|10\} = \{1, 2, 5, 10\}$$

c) $p(x)$: $x^2 – 2x > 0$, $x \in Z$

LÓGICA DOS PREDICADOS – Sentenças Abertas

SENTENÇA ABERTA A UMA VARIÁVEL

→ Conjunto verdade: **$Vp = \{ x / x \in A \wedge p(x) \text{ é } V\}$** ou **$Vp = \{x \in A / p(x)\}$**

EXEMPLOS:

a) $p(x)$: $x+1 > 8$, $x \in IN$

$Vp = \{ x \in IN \wedge x+1 > 8\} = \{8, 9, 10, ...\}$

b) $p(x)$: x é diviso de 10 , $x \in IN$

$Vp = \{ x \in IN \wedge x|10\} = \{1, 2, 5, 10\}$

c) $p(x)$: $x^2 – 2x > 0$, $x \in Z$

$Vp = \{ x \in Z \wedge x^2 – 2x > 0 \} = Z – \{0,1,2\}$

LÓGICA DOS PREDICADOS – Sentenças Abertas

SENTENÇA ABERTA A UMA VARIÁVEL

$V_p = A \quad \rightarrow \text{condição universal}$

$p(x)$ é V, $\forall\, x \in A$

$V_p \subset A \quad \rightarrow \text{condição possível}$

$p(x)$ é V para alguns valores de $x \subset A$

$V_p = \emptyset \quad \rightarrow \text{condição impossível}$

$p(x)$ não é V para nenhum valor de $x \subset A$

LÓGICA DOS PREDICADOS – Sentenças Abertas

SENTENÇA ABERTA A DUAS VARIAVEIS

→ Conjunto verdade:

$$\mathbf{Vp = \{ (x,y) \ / \ x \in A \wedge x \in B \wedge p(x, y)\}} \text{ ou } \mathbf{Vp = \{(x,y) \in A{\times}B \ / \ p(x, y)\}}$$

LÓGICA DOS PREDICADOS – Sentenças Abertas

SENTENÇA ABERTA A DUAS VARIAVEIS

→ Conjunto verdade:

$$\mathbf{Vp = \{ (x,y) \,/\, x \in A \wedge x \in B \wedge p(x, y)\}} \quad \text{ou} \quad \mathbf{Vp = \{(x,y) \in A \times B \,/\, p(x, y)\}}$$

EXEMPLOS:

a) p(x,y): x<y , A={1,2,3,4}, B={1,3,5}

b) p(x,y): mdc(x,y)=2 , A={2,3,4}, B={1,2,6}

c) p(x,y): 2x+y=10 , IN x IN

LÓGICA DOS PREDICADOS – Sentenças Abertas

SENTENÇA ABERTA A DUAS VARIAVEIS

→ Conjunto verdade:

$$\mathbf{Vp = \{ (x,y) \;/\; x \in A \wedge x \in B \wedge p(x, y)\}} \quad \text{ou} \quad \mathbf{Vp = \{(x,y) \in A{\times}B \;/\; p(x, y)\}}$$

EXEMPLOS:

a) $p(x,y)$: $x<y$, $A=\{1,2,3,4\}$, $B=\{1,3,5\}$

$$Vp = \{(x,y)/\; x \in A \wedge x \in B \wedge p(x,y)\} = \{(1,3), (1,5), (2,3), (2,5), (3,5), (4,5)\}$$

b) $p(x,y)$: $mdc(x,y)=2$, $A=\{2,3,4\}$, $B=\{1,2,6\}$

c) $p(x,y)$: $2x+y=10$, IN x IN

LÓGICA DOS PREDICADOS – Sentenças Abertas

SENTENÇA ABERTA A DUAS VARIAVEIS

→ Conjunto verdade:

$$\mathbf{Vp = \{ (x,y) \,/\, x \in A \wedge x \in B \wedge p(x, y)\}} \text{ ou } \mathbf{Vp = \{(x,y) \in A{\times}B \,/\, p(x, y)\}}$$

EXEMPLOS:

a) p(x,y): x<y , A={1,2,3,4}, B={1,3,5}

$$Vp = \{(x,y)/\ x \in A \wedge x \in B \wedge p(x,y)\} = \{(1,3), (1,5), (2,3), (2,5), (3,5), (4,5)\}$$

b) p(x,y): mdc(x,y)=2 , A={2,3,4}, B={1,2,6}

$$Vp = \{(x,y)/\ x \in A \wedge x \in B \wedge p(x,y)\} = \{(2,2), (2,6), (4,2), (4,6)\}$$

c) p(x,y): 2x+y=10 , IN x IN

LÓGICA DOS PREDICADOS – Sentenças Abertas

SENTENÇA ABERTA A DUAS VARIAVEIS

→ Conjunto verdade:

$$\mathbf{Vp = \{ (x,y) \,/\, x \in A \wedge x \in B \wedge p(x, y)\}} \text{ ou } \mathbf{Vp = \{(x,y) \in AxB \,/\, p(x, y)\}}$$

EXEMPLOS:

a) p(x,y): $x<y$, A={1,2,3,4}, B={1,3,5}

$$Vp = \{(x,y)/\ x \in A \wedge x \in B \wedge p(x,y)\} = \{(1,3), (1,5), (2,3), (2,5), (3,5), (4,5)\}$$

b) p(x,y): mdc(x,y)=2 , A={2,3,4}, B={1,2,6}

$$Vp = \{(x,y)/\ x \in A \wedge x \in B \wedge p(x,y)\} = \{(2,2), (2,6), (4,2), (4,6)\}$$

c) p(x,y): $2x+y=10$, IN x IN

$$Vp = \{(x,y)/\ x, y \in IN \times IN \wedge p(x,y)\} = \{(1,8), (2,6), (3,4), (4,2)\}$$

LÓGICA DOS PREDICADOS – Sentenças Abertas

SENTENÇA ABERTA A N VARIAVEIS

EXEMPLO:

$18x - 7y + 13z = 39$ ZxZxZ

$V_p = \{(x,y,z) / x, y, z \in Z \wedge p(x,y,z)\} = \{(1,-3,0), (4,1,-2), (3,4,1), \ldots\}$

LÓGICA DOS PREDICADOS – Sentenças Abertas

OPERAÇÕES LÓGICAS

→ **conjunção:** exemplo: $x > 2 \wedge x < 8$

LÓGICA DOS PREDICADOS – Sentenças Abertas

OPERAÇÕES LÓGICAS

→ **conjunção:** exemplo: $x > 2 \wedge x < 8$, $x \in R$

x	p	q	p ∧ q
5	V	V	V
π	V	V	V
2	F	V	F
-1	F	V	F
8,5	V	F	F

LÓGICA DOS PREDICADOS – Sentenças Abertas

OPERAÇÕES LÓGICAS

→ **conjunção:** exemplo: $x > 2 \wedge x < 8$

→ **disjunção:** exemplo: $x > 2 \vee x < 8$

LÓGICA DOS PREDICADOS – Sentenças Abertas

OPERAÇÕES LÓGICAS

→ **conjunção:** exemplo: $x > 2 \wedge x < 8$

→ **disjunção:** exemplo: $x > 2 \vee x < 8$

→ **negação:** exemplo: x é impar <=> ~ x é par , $x \in IN$

$\sim(x < y) \iff x \geq y \ , \ x \in R$

LÓGICA DOS PREDICADOS – Sentenças Abertas

OPERAÇÕES LÓGICAS

→ **conjunção:** exemplo: $x > 2 \wedge x < 8$

→ **disjunção:** exemplo: $x > 2 \vee x < 8$

→ **negação:** exemplo: x é impar $<=>$ $\sim x$ é par , $x \in IN$

→ **condicional:** exemplo: $x^2 - 5x + 6 = 0 \rightarrow x^2 - 9 = 0$

LÓGICA DOS PREDICADOS – Sentenças Abertas

OPERAÇÕES LÓGICAS

→ **conjunção:** exemplo: $x > 2 \wedge x < 8$

→ **disjunção:** exemplo: $x > 2 \vee x < 8$

→ **negação:** exemplo: x é impar <=> ~ x é par , $x \in \mathbb{N}$

→ **condicional:** exemplo: $x^2 - 5x + 6 = 0 \rightarrow x^2 - 9 = 0$

→ **bicondicional:** exemplo: $x > -5 \leftrightarrow x < 0$

LÓGICA DOS PREDICADOS - Predicados

O que é predicado?

LÓGICA DOS PREDICADOS - Predicados

O que é predicado?

Na Lingua Portuguesa:

O atleta recebeu a medalh

LÓGICA DOS PREDICADOS - Predicados

O que é predicado?

Na Lingua Portuguesa:

O atleta recebeu a medalha.

sujeito: O atleta

predicado: recebeu a medalha

Declarações escritas em termos de VARIÁVEIS

Não podem ser valoradas em: V ou F

LÓGICA DOS PREDICADOS - Predicados

O que é predicado?

Na Lingua Portuguesa:

O atleta recebeu a medalh

sujeito: O atleta

predicado: recebeu a medalha

Na Matemática:

$$x > 3$$

LÓGICA DOS PREDICADOS - Predicados

O que é predicado?

Na Lingua Portuguesa:

O atleta recebeu a medalh

sujeito: O atleta

predicado: recebeu a medalha

Na Matemática:

$x > 3$

sujeito: x

predicado: > 3

LÓGICA DOS PREDICADOS - Predicados

O que é predicado?

Na Lingua Portuguesa:

O atleta recebeu a medalh

sujeito: O atleta

predicado: recebeu a medalha

Na Matemática:

x > 3

sujeito: x

predicado: > 3

Indicamos por:

P(x): x > 3

x é a variável
P é o predicado atribuido a x

LÓGICA DOS PREDICADOS - Predicados

O que é predicado?

Na Lingua Portuguesa:

O atleta recebeu a medalh

sujeito: O atleta

predicado: recebeu a medalha

Função proposicional de P em x:

Na Matemática:

$x > 3$

Indicamos por:

$P(x): x > 3$

sujeito: x

x é a variável

P é o predicado atribuido a x

predicado: > 3

LÓGICA DOS PREDICADOS - Predicados

EXEMPLOS:

a) $P(x): x > 3$, $x \in IN$

P(2): $2 > 3$ → proposição Falsa

P(4): $4 > 3$ → proposição Verdadeira

Quando atribui-se valores para x a declaração P(x) torna-se uma proposição e tem um valor-verdade

LÓGICA DOS PREDICADOS - Predicados

EXEMPLOS:

a) P(x): $x > 3$, $x \in$ IN

P(2): $2 > 3$ → proposição Falsa

P(4): $4 > 3$ → proposição Verdadeira

Quando atribui-se valores para x a declaração P(x) torna-se uma proposição e tem um valor-verdade

b) P(x): x é um número real

P(π): π é um número real → Verdadeira

P(raiz quadrada de -2) : raiz quadrada de -2 é um nú

LÓGICA DOS PREDICADOS - Predicados

EXEMPLOS EM PROGRAMAÇÃO :

if x>0 then x := x+1

LÓGICA DOS PREDICADOS - Predicados

EXEMPLOS EM PROGRAMAÇÃO :

if x>0 then x := x+1

→ o valor da variável x é inserido em P(x): x>0
  * neste ponto da execução do programa

→ se P(x) é verdadeira para este valor de x => o comando é executado

→ se P(x) é falsa => o comando não é executado e o valor de x não é alterado

LÓGICA DOS PREDICADOS - Predicados

EXEMPLOS EM PROGRAMAÇÃO :

temp:= x
x : = y
y:= temp

LÓGICA DOS PREDICADOS - Predicados

EXEMPLOS EM PROGRAMAÇÃO :

temp:= x
x : = y
y:= temp

Condições iniciais: P(x,y) : x=a e y = b
Condições finais : Q(x,y) : x = b e y = a

Se P(x) é verdadeira :

1º) temp : = x => temp = a (recebe o valor de x)
2º) x := y => temp = a ; x = b
3º) y := temp => temp = a ; x = b ; y = a

*após a execução doprograma verifica-se que Q(x,y) é satisfeita => Q(x,y) é verdadeira

LÓGICA DOS PREDICADOS – Quantificadores

- Predicado não tem valor verdade em si, então é preciso instanciar os valores de suas variáveis para transformá-lo em uma proposição.

- Para transformar um predicado em uma proposição pode-se:

  a) atribuir valor específico para a variável (como fizemos antes)

  b) quantificar em qual faixa de valores de cada variável a proposição pode ser considerada verdadeira.

LÓGICA DOS PREDICADOS – Quantificadores

- Predicado não tem valor verdade em si, então é preciso instanciar os valores de suas variáveis para transformá-lo em uma proposição.

- Para transformar um predicado em uma proposição pode-se:

  a) atribuir valor específico para a variável (como fizemos antes)

  b) quantificar em qual faixa de valores de cada variável a proposição pode ser considerada verdadeira.

Palavras que quantificam:

→ Nenhum
→ Algum
→ Todos
→ Muitos
→ Poucos

LÓGICA DOS PREDICADOS – Quantificadores

EXEMPLO:

O computador x do laboratório está ligado.

LÓGICA DOS PREDICADOS – Quantificadores

EXEMPLO:

O computador x do laboratório está ligado.

Não tem valor verdade

LÓGICA DOS PREDICADOS – Quantificadores

EXEMPLO:

O computador x do laboratório está ligado. Não tem valor verdade

Nenhum computador do laboratório está ligado.

LÓGICA DOS PREDICADOS – Quantificadores

EXEMPLO:

O computador x do laboratório está ligado.

Não tem valor verdade

Nenhum computador do laboratório está ligado.

Todos os computadores do laboratório estão ligados.

LÓGICA DOS PREDICADOS – Quantificadores

EXEMPLO:

O computador x do laboratório está ligado.

Não tem valor verdade

Nenhum computador do laboratório está ligado.

Todos os computadores do laboratório estão ligados.

Algum computador do laboratório está ligado.

LÓGICA DOS PREDICADOS – Quantificadores

EXEMPLO:

O computador x do laboratório está ligado. Não tem valor verdade

Nenhum computador do laboratório está ligado.

Todos os computadores do laboratório estão ligados.

Algum computador do laboratório está ligado.

Tem valor verdade

LÓGICA DOS PREDICADOS – Quantificadores

DOMÍNIO OU UNIVERSO DO DISCURSO

→ é o conjunto de valores que as variáveis podem, em princípio, assumir.

LÓGICA DOS PREDICADOS – Quantificadores

DOMÍNIO OU UNIVERSO DO DISCURSO

→ é o conjunto de valores que as variáveis podem, em princípio, assumir.

EXEMPLOS:

$P(x) : x > 2$ → domínio pode ser o conjunto dos números reais ou dos números inteiros, por exemplo

LÓGICA DOS PREDICADOS – Quantificadores

DOMÍNIO OU UNIVERSO DO DISCURSO

→ é o conjunto de valores que as variáveis podem, em princípio, assumir.

EXEMPLOS:

$P(x) : x > 2$ → domínio pode ser o conjunto dos números reais ou dos números inteiros, por exemplo

$P(x)$: “ a pessoa x nasceu no país y”

LÓGICA DOS PREDICADOS – Quantificadores

DOMÍNIO OU UNIVERSO DO DISCURSO

→ é o conjunto de valores que as variáveis podem, em princípio, assumir.

EXEMPLOS:

P(x) : x > 2 → domínio pode ser o conjunto dos números reais ou dos números inteiros, por exemplo

P(x): “ a pessoa x nasceu no país y”

→ domínio de x : conjunto de todas as pessoas

→ domínio de y : conjunto de todos os países

LÓGICA DOS PREDICADOS – Quantificadores

TIPOS DE QUANTIFICADORES

1) UNIVERSAL
   * para todo

2) EXISTENCIAL
   * existe

3) SOBRE DOMÍNIOS FINITOS
   * Ilustrada em 1 e 2

4) COM DOMÍNIO RESTRITO

5) DE EXISTÊNCIA E UNICIDADE
   * existe um único

Quantificador Universal

$$\forall x : P(x)$$

* para todos os valores de x no domínio, P(x) é verdadeiro

$$V_p = (x \,/\, x \in A \wedge p(x)\}$$

logo, $V_p = A$

Quantificador Universal

$$\forall x : P(x)$$

* para todos os valores de x no domínio, P(x) é verdadeiro

$$V_p = (x \,/\, x \in A \wedge p(x)\}$$

logo, $V_p = A$

Sentença	*Quando é verdadeira?*	*Quando é falsa?*
$\forall x P(x)$	$P(x)$ é verdadeira para todo x.	Existe um x tal que $P(x)$ é falsa.

Quantificador Universal

$$\forall x : P(x)$$

* para todos os valores de x no domínio, P(x) é verdadeiro

$$V_p = (x \,/\, x \in A \wedge p(x)\}$$

logo, $V_p = A$

Sentença	Quando é verdadeira?	Quando é falsa?
$\forall x P(x)$	$P(x)$ é verdadeira para todo x.	Existe um x tal que $P(x)$ é falsa.

Obs: um elemento x tal que P(x)=F é um contra-exemplo para o quantificador

Quantificador Universal

EXEMPLOS:

a) $P(x) : x + 1 > x$, $\forall x: P(x)$, $x \in R$

b) $Q(x) : x < 2$, $\forall x: Q(x)$, $x \in R$

c) $R(x) : x^2 > 0$, $\forall x: R(x)$, mostre que $R(x)$ é falsa para $x \in Z$.

Quantificador Universal

EXEMPLOS:

a) $P(x) : x + 1 > x$, $\forall x: P(x)$, $x \in R$ → verdadeira

b) $Q(x) : x < 2$, $\forall x: Q(x)$, $x \in R$ → falsa : $Q(3) > 2$, $x = 3$ é contra-exemplo

c) $R(x) : x^2 > 0$, $\forall x: R(x)$, mostre que $R(x)$ é falsa para $x \in Z$.

falsa : $R(0) : 0^2 > 0 \rightarrow$ logo $x = 0$ é contra-exemplo

Quantificador Universal

EXEMPLO:

$P(x) : x^2 < 10$, $\forall x: P(x)$,

$x \in$ ao conjunto dos inteiros positivos que não excedem 4

Quantificador Universal

EXEMPLO:

$P(x) : x^2 < 10$, $\forall x: P(x)$,

$x \in$ ao conjunto dos inteiros positivos que não excedem 4

$P(1) \wedge P(2) \wedge P(3) \wedge P(4)$

Quantificador Universal

EXEMPLO:

$P(x) : x^2 < 10$, $\forall x: P(x)$,

$x \in$ ao conjunto dos inteiros positivos que não excedem 4

$P(1) \wedge P(2) \wedge P(3) \wedge P(4)$

$P(1): 1^2 < 10$

$P(2): 2^2 < 10$

$P(3): 3^2 < 10$

$P(4): 4^2 < 10$

Quantificador Universal

EXEMPLO:

$P(x) : x^2 < 10$, $\forall x: P(x)$,
$x \in$ ao conjunto dos inteiros positivos que não excedem 4

$P(1) \wedge P(2) \wedge P(3) \wedge P(4)$

$P(1): 1^2 < 10 \rightarrow V$

$P(2): 2^2 < 10 \rightarrow V$

$P(3): 3^2 < 10 \rightarrow V$

$P(4): 4^2 < 10 \rightarrow F$

Quantificador Universal

EXEMPLO:

$P(x) : x^2 < 10$, $\forall x: P(x)$,
$x \in$ ao conjunto dos inteiros positivos que não excedem 4

$P(1) \wedge P(2) \wedge P(3) \wedge P(4)$

$P(1): 1^2 < 10 \rightarrow V$

$P(2): 2^2 < 10 \rightarrow V$

$P(3): 3^2 < 10 \rightarrow V$

$P(4): 4^2 < 10 \rightarrow F$ => contra-exemplo => $\forall x: P(x)$ é FALSA

Quantificador Universal

Quando todos os elementos do domínio podem ser listados, x_1, x_2, …, x_n, a quantificação universal é o mesmo que a conjunção :

$$P(x_1) \land P(x_2) \land \ldots \land P(x_n)$$

pois esta conjunção é verdadeira se, e somente se, $P(x_1)$, $P(x_2)$, …, $P(x_n)$, forem todas verdadeiras.

EXEMPLO:

Quantificador Existencial

$$\exists x : P(x)$$

* existe um valor de x no domínio, P(x) é verdadeiro

$$V_p = (x \,/\, x \in A \wedge p(x)\}$$

logo, $V_p \neq \varnothing$

Quantificador Existencial

$$\exists x : P(x)$$

* existe um valor de x no domínio, P(x) é verdadeiro

$$V_p = (x \,/\, x \in A \wedge p(x)\}$$

logo, $V_p \neq \varnothing$

Sentença	*Quando é verdadeira?*	*Quando é falsa?*
$\exists x P(x)$	Existe um x tal que $P(x)$ é verdadeira.	$P(x)$ é falsa para todo x.

Obs: um elemento x tal que P(x)=T é uma testemunha para o quantificador

Quantificador Existencial

EXEMPLOS:

a) $P(x) : x > 3$, $\exists x: P(x) , x \in R$

b) $Q(x) : x = x + 1$, $\exists x: Q(x) , x \in R$

Quantificador Existencial

EXEMPLOS:

a) $P(x) : x > 3$, $\exists x: P(x)$, $x \in R$ → verdadeira
$P(4) : 4 > 3$
$x=4$ é testemunha

b) $Q(x) : x = x + 1$, $\exists x: Q(x)$, $x \in R$ → $Q(x)$ é falsa, $\forall x \in R$

logo, $\exists x: Q(x)$ é falsa

Quantificador Existencial

EXEMPLO:

P(x) : x^2 > 10 , ∃ x: P(x) ,
x ∈ ao conjunto dos inteiros positivos que não excedem 4

Quantificador Existencial

EXEMPLO:

$P(x) : x^2 > 10$, $\exists x: P(x)$,
$x \in$ ao conjunto dos inteiros positivos que não excedem 4

$P(1) \vee P(2) \vee P(3) \vee P(4)$

Quantificador Existencial

EXEMPLO:

$P(x) : x^2 > 10$, $\exists x: P(x)$,

$x \in$ ao conjunto dos inteiros positivos que não excedem 4

$P(1) \vee P(2) \vee P(3) \vee P(4)$

$P(1): 1^2 > 10$

$P(2): 2^2 > 10$

$P(3): 3^2 > 10$

$P(4): 4^2 > 10$

Quantificador Existencial

EXEMPLO:

$P(x) : x^2 > 10$, $\exists x: P(x)$,

$x \in$ ao conjunto dos inteiros positivos que não excedem 4

$\mathbf{P(1)} \vee \mathbf{P(2)} \vee \mathbf{P(3)} \vee \mathbf{P(4)}$

$P(1): 1^2 > 10 \rightarrow F$

$P(2): 2^2 > 10 \rightarrow F$

$P(3): 3^2 > 10 \rightarrow F$

$P(4): 4^2 > 10 \rightarrow V$ => TESTEMUNHA => $\exists x: P(x)$ é VERDADEIRA

Quantificador Existencial

Quando todos os elementos do domínio podem ser listados, x_1, x_2, …, x_n, a quantificação universal é o mesmo que a disjunção :

$$P(x_1) \vee P(x_2) \vee \ldots \vee P(x_n)$$

pois esta disjunção é verdadeira se, e somente se, pelo menos uma das $P(x_1)$, $P(x_2)$, …, $P(x_n)$, for verdadeira.