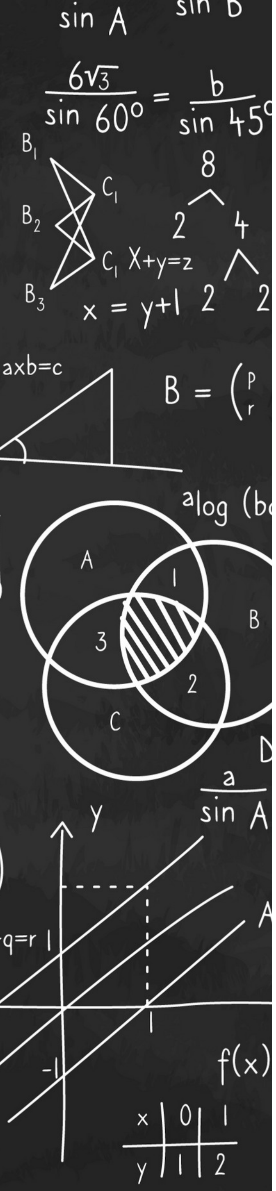

Fundamentos de Lógica

Aula 04

Cristiane Loesch

Brasília
2024

Implicação Lógica

Uma proposição P implica logicamente uma proposição Q quando P → Q é uma tautologia. Logo se P é verdadeira => Q é verdadeira

$$P \Rightarrow Q$$

Propriedades:

- Reflexiva $A \Rightarrow A$
- Transitiva

  se $A \Rightarrow B$ e $B \Rightarrow C$ então $A \Rightarrow C$

IMPLICAÇÃO LÓGICA

OUTROS EXEMPLO:

P e Q são V então $p \wedge q$ implica em $p \rightarrow q$ também V

Exemplo: $p \wedge q \Rightarrow p \vee q$

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \wedge q \rightarrow p \vee q$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	V	F	F	V

IMPLICAÇÃO LÓGICA

EXEMPLO: Faça a tabela verdade e verifique se são implicações lógicas

$$(p \rightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$$

$$(p \rightarrow q) \wedge {\sim}q \Rightarrow {\sim}p$$

IMPLICAÇÃO LÓGICA

Modus Ponens:

$$(p \rightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$$

EXEMPLO: fazer a tabela e verificar a tautologia

Se chove então a rua molha.	$(p \rightarrow q)$
Está chovendo.	$\wedge p$
Logo, A rua está molhada.	q

IMPLICAÇÃO LÓGICA

Modus Ponens:

$$(p \rightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$$

p	q	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge p$	$(p \rightarrow q) \wedge p \rightarrow q]$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	F	V
F	F	V	F	V

TAUTOLOGIA

IMPLICAÇÃO LÓGICA

Modus Tollens:

$$(p \rightarrow q) \wedge \sim q \Rightarrow \sim p$$

EXEMPLO: fazer a tabela e verificar a tautologia

Se chove então a rua molha.	$(p \rightarrow q)$
A rua não está molhada.	$\wedge \sim q$
Logo, não está chovendo.	$\sim p$

IMPLICAÇÃO LÓGICA

Modus Tollens:

$$(p \rightarrow q) \wedge \sim q \Rightarrow \sim p$$

p	q	p → q	~q	(p → q)Λ~q	~p	(p → q) Λ~q → ~p]
V	V	V	F	F	F	V
V	F	F	V	F	F	V
F	V	V	F	F	V	V
F	F	V	V	V	V	V

TAUTOLOGIA

IMPLICAÇÃO LÓGICA

EXEMPLO: Considere a proposição verdadeira:

Se joão estuda, então João passou na prova

Sabe-se que João não passou na prova, logo:

A. João estudou

B. João não estudou

C. João não fez a prova

D. João faz vários concursos públicos

E. João não se dedicou

IMPLICAÇÃO LÓGICA

EXEMPLO: (Adaptada – IBADE, 2019)
Considere verdadeiras as seguintes afirmações:

- Se Amanda é taxista, então ela dirige um táxi e tem carteira de habilitação
- Amanda tem carteira de habilitação
- Amanda não dirige um taxi.

É possível concluir que:

A. Amanda não sabe dirigir

B. Amanda é motorista de Uber

C. Amanda não é taxista

D. Amanda não é motorista de Uber

E. Amanda é taxista

Qual a explicação lógica para sua opção?

Lógica

Uma aventura de Alice

Alice, ao entrar na floresta, perdeu a noção dos dias da semana. O leão e o unicórnio eram duas estranhas criaturas que frequentavam a floresta. O leão mentia às segundas, terças e quartas, e falava a verdade nos outros dias da semana. O unicórnio mentia às quintas, sextas e sábados, mas falava a verdade nos outros dias das semana.

Problema 1: Um dia Alice encontrou o leão e o unicórnio descansando a sombra de uma árvore, eles disseram:

Leão: “Ontem, foi um dos meus dias de mentir.”

Unicórnio: “Ontem, foi um dos meus dias de mentir.”

A partir destas afirmações, Alice descobriu qual era o dia da semana. Qual era?

Fonte: Bravo, R. S. F (2016

Lógica

Uma aventura de Alice

Alice, ao entrar na floresta, perdeu a noção dos dias da semana. O leão e o unicórnio eram duas estranhas criaturas que frequentavam a floresta. O leão mentia às segundas, terças e quartas, e falava a verdade nos outros dias da semana. O unicórnio mentia às quintas, sextas e sábados, mas falava a verdade nos outros dias das semana.

Problema 1: Um dia Alice encontrou o leão e o unicórnio descansando a sombra de uma árvore, eles disseram:

Leão: “Ontem, foi um dos meus dias de mentir.”

Unicórnio: “Ontem, foi um dos meus dias de mentir.”

A partir destas afirmações, Alice descobriu qual era o dia da semana. Qual era? Quinta-feira

Fonte: Bravo, R. S. F (2016

Lógica

Uma aventura de Alice

Alice, ao entrar na floresta, perdeu a noção dos dias da semana. O leão e o unicórnio eram duas estranhas criaturas que frequentavam a floresta. O leão mentia às segundas, terças e quartas, e falava a verdade nos outros dias da semana. O unicórnio mentia às quintas, sextas e sábados, mas falava a verdade nos outros dias das semana.

Problema 1: Um dia Alice encontrou o leão e o unicórnio descansando a sombra de uma árvore, eles disseram:

Leão: “Ontem, foi um dos meus dias de mentir.”

Unicórnio: “Ontem, foi um dos meus dias de mentir.”

A partir destas afirmações, Alice descobriu qual era o dia da semana. Qual era? Quinta-feira

Fonte: Bravo, R. S. F (2016

Solução: http://clubes.obmep.org.br/blog/problema-para-ajudar-na-escola-uma-aventura-de-alice/

Lógica

Uma aventura de Alice

Alice, ao entrar na floresta, perdeu a noção dos dias da semana. O leão e o unicórnio eram duas estranhas criaturas que frequentavam a floresta. O leão mentia às segundas, terças e quartas, e falava a verdade nos outros dias da semana. O unicórnio mentia às quintas, sextas e sábados, mas falava a verdade nos outros dias das semana.

Problema 2: Em outra ocasião Alice encontrou o leão sozinho. Ele fez as seguintes afirmações:

1. Eu menti ontem
2. Eu mentirei daqui a três dias.

A partir destas afirmações, Alice descobriu qual era o dia da semana. Qual era?

Fonte: Bravo, R. S. F (2016

Lógica

Uma aventura de Alice

Alice, ao entrar na floresta, perdeu a noção dos dias da semana. O leão e o unicórnio eram duas estranhas criaturas que frequentavam a floresta. O leão mentia às segundas, terças e quartas, e falava a verdade nos outros dias da semana. O unicórnio mentia às quintas, sextas e sábados, mas falava a verdade nos outros dias das semana.

Problema 2: Em outra ocasião Alice encontrou o leão sozinho. Ele fez as seguintes afirmações:

1. Eu menti ontem
2. Eu mentirei daqui a três dias.

A partir destas afirmações, Alice descobriu qual era o dia da semana. Qual era? Segunda-feira

Fonte: Bravo, R. S. F (2016
Solução:https://rpm.org.br/cdrpm/17/3.htm

Lógica

Uma aventura de Alice

Alice, ao entrar na floresta, perdeu a noção dos dias da semana. O leão e o unicórnio eram duas estranhas criaturas que frequentavam a floresta. O leão mentia às segundas, terças e quartas, e falava a verdade nos outros dias da semana. O unicórnio mentia às quintas, sextas e sábados, mas falava a verdade nos outros dias das semana.

Problema 3: Em qual dia da semana é possível o leão fazer as seguintes afirmações:

1. Eu não menti ontem.
2. Eu mentirei amanhã.

Fonte: Bravo, R. S. F (2016

Lógica

Uma aventura de Alice

Alice, ao entrar na floresta, perdeu a noção dos dias da semana. O leão e o unicórnio eram duas estranhas criaturas que frequentavam a floresta. O leão mentia às segundas, terças e quartas, e falava a verdade nos outros dias da semana. O unicórnio mentia às quintas, sextas e sábados, mas falava a verdade nos outros dias das semana.

Problema 3: Em qual dia da semana é possível o leão fazer as seguintes afirmações:

1. Eu não menti ontem.
2. Eu mentirei amanhã.

Domingo

Fonte: Bravo, R. S. F (2016

INFERÊNCIA

INFERÊNCIA = PREMISSA + CONCLUSÃO

ARGUMENTO

INFERÊNCIA

INFERÊNCIA = PREMISSA + CONCLUSÃO

- **Inferência** é o conjunto de proposições nas quais as premissas são apresentadas como fundamentação da conclusão
  - **Premissa** → proposição (ou conjunto delas) dada como fundamentação para uma conclusão;
  - **Conclusão** → a proposição que se pretende ter a partir das premissas
- **Conteúdo verdade** → a verdade ou a falsidade efetiva de uma proposição e métodos de sua determinação

  A informação é verdadeira ou falsa?
- **Componente lógico** → a relação lógica entre as premissas e uma conclusão

  Se a informação é verdadeira posso concluir que ….

INFERÊNCIA

CONTEÚDO VERDADE ≠ CONTEÚDO LÓGICO

- separar efetivamente as avaliações

EXEMPLO:

a) O livro em minha mão pesa 1000 kg

Falso
* reação instantânea
* mas para pensar no conteúdo lógico deve-se ignorar o resultado Falso (conteúdo verdade)

b) Olhos X Ouvidos ; Olhos x Olfato

"Fechar os olhos" => aprimora os outros sentidos

PARA DEFINIR O COMPONENTE LÓGICO É PRECISO "FECHAR" O CONTEÚDO VERDADE

INFERÊNCIA

INFERÊNCIA = PREMISSA + CONCLUSÃO

EXEMPLOS:

Premissa: Conclusão

Marie Curie nasceu nos anos 1800 e
Van Gogh nasceu nos anos 1800 => Marie Curie é mais velha

INFERÊNCIA

INFERÊNCIA = PREMISSA + CONCLUSÃO

EXEMPLOS:

Premissa:		Conclusão
Marie Curie nasceu nos anos 1800 e Van Gogh nasceu nos anos 1800	=>	Marie Curie é mais velha
Marie Curie nasceu nos anos 1800 e Nelson Mandela nasceu nos anos 1900	=>	Marie Curie é mais velha

INFERÊNCIA

INFERÊNCIA = PREMISSA + CONCLUSÃO

EXEMPLOS:

Premissa: Conclusão

Marie Curie nasceu nos anos 1800 e
Van Gogh nasceu nos anos 1800 => Marie Curie é mais velha

Não é possível estabelecer o mais novo

Marie Curie nasceu nos anos 1800 e
Nelson Mandela nasceu nos anos 1900 => Marie Curie é mais velha

Marie Curie é mair velha : V

Nelson mandela é mais velho: F

Que tal um exemplo - Inferência?

Sua Vez!

UFPR 2015

27 - Admita que as seguintes proposições são verdadeiras:

– Se eu der dinheiro para o Juquinha, ele vai comprar muitos doces.
– Se Juquinha comprar muitos doces, ele não comerá todos.
– Se Juquinha não comer todos os doces, então ele me dará alguns.
– Juquinha não me deu doces.

A partir das premissas, é correto inferir que:

a) Juquinha não comeu todos os doces.
b) Juquinha comprou muitos doces.
c) Juquinha não consegue comer muitos doces.
d) Não dei dinheiro para Juquinha.
e) Não comprei doces para Juquinha.

Que tal um exemplo - Inferência?

Sua Vez!

UFPR 2015

27 - Admita que as seguintes proposições são verdadeiras:

– Se eu der dinheiro para o Juquinha, ele vai comprar muitos doces.
– Se Juquinha comprar muitos doces, ele não comerá todos.
– Se Juquinha não comer todos os doces, então ele me dará alguns.
– Juquinha não me deu doces.

A partir das premissas, é correto inferir que:

a) Juquinha não comeu todos os doces.
b) Juquinha comprou muitos doces.
c) Juquinha não consegue comer muitos doces.
d) Não dei dinheiro para Juquinha.
e) Não comprei doces para Juquinha.

o que podemos inferir?
Se ele não me deu doce, ele deve ter comido tudo, mas ele só teria comido tudo se tivesse comprado poucos doces, mas ele teria comprado muitos doces se eu tivesse dado dinheiro a ele. Logo não dei dinheiro a ele.

Que tal um exemplo - Inferência?

UFPR 2015

27 - Admita que as seguintes proposições são verdadeiras:

– Se eu der dinheiro para o Juquinha, ele vai comprar muitos doces.
– Se Juquinha comprar muitos doces, ele não comerá todos.
– Se Juquinha não comer todos os doces, então ele me dará alguns.
– Juquinha não me deu doces.

A partir das premissas, é correto inferir que:

a) Juquinha não comeu todos os doces.
b) Juquinha comprou muitos doces.
c) Juquinha não consegue comer muitos doces.
d) Não dei dinheiro para Juquinha.
e) Não comprei doces para Juquinha.

Sua Vez!

o que podemos inferir?
Se ele não me deu doce, ele deve ter comido tudo, mas ele só teria comido tudo se tivesse comprado poucos doces, mas ele teria comprado muitos doces se eu tivesse dado dinheiro a ele. Logo não dei dinheiro a ele.

REGRAS DE INFERÊNCIA

INFERÊNCIA = PREMISSA + CONCLUSÃO

- **Demonstração** → argumentos válidos que estabelecem a veracidade das sentenças matemáticas

- **Argumento** → sequência de sentenças que terminam com uma conclusão

- **Argumento Válido** → conclusão ou sentença final do argumento, que segue o valor-verdade das sentenças precedentes (ou premissas)

A VERDADE DAS PREMISSAS É INCOMPATÍVEL
COM A FALSIDADE DA CONCLUSÃO

TODAS AS PREMISSAS SÃO VERDADEIRA MAS A CONCLUSÃO É FALSA => ARGUMENTO NÃO É VÁLIDO

REGRAS DE INFERÊNCIA

INFERÊNCIA = PREMISSA + CONCLUSÃO

- **Demonstração** → argumentos válidos que estabelecem a veracidade das sentenças matemáticas

- **Argumento** → sequência de sentenças que terminam com uma conclusão

- **Argumento Válido** → conclusão ou sentença final do argumento, que segue o valor-verdade das sentenças precedentes (ou premissas)

- **Regras de inferência**:

  - Utilizadas para deduzir novas sentenças a partir daquelas que já se possui;
  - São moldes para construção de argumentos válidos;
  - São ferramentas básicas para o estabelecimento do valor-verdade das sentenças

TODAS AS PREMISSAS SÃO VERDADEIRA MAS A CONCLUSÃO É FALSA => ARGUMENTO NÃO É VÁLIDO

REGRAS DE INFERÊNCIA

- **Silogismo** → argumentos que consiste em duas premissas e uma conclusão;

- **Falácia** → formas de raciocínio incorreto que levam a argumentos inválidos; **(Sofismas)**

REGRAS DE INFERÊNCIA

- **Silogismo** → argumentos que consiste em duas premiss
- **Falácia** → formas de raciocínio incorreto que levam a argu **(Sofismas)**

REGRAS DE INFERÊNCIA

VALIDADE DE UM ARGUMENTO

- Um argumento diz-se válido se, e somente se, a conclusão Q é verdadeira todas as vezes que as premissas são verdadeiras.

- Um argumento NÃO válido é denominado **sofisma** ou **falácia**.

*Critério de validade

Se a condicional $(P_1 \wedge P_2 \wedge \ldots \wedge P_n) \rightarrow Q$ é tautológica.

- quando a conjunção das suas premissas implica sua conclusão.
- Premissas verdadeiras não inferem conclusão falsa

REGRAS DE INFERÊNCIA

Argumento de premissas P_1, P_2, …, P_n e de conclusão Q indica-se por:

$$P_1, P_2, P_3, \ldots, P_n \vdash Q$$

→ Critério de validade = Tautologia

$$P_1 \land P_2 \land \ldots \land P_n \rightarrow Q$$

OBS: a validade ou não de um argumento depende exclusivamente da sua forma e NÃO do seu conteúdo ou da verdade ou falsidade das proposições que o integram.

REGRAS DE INFERÊNCIA

EXEMPLO:

1) Se você tem uma senha atualizada, então você pode entrar na rede.
Você tem uma senha atualizada.
Portanto, Você pode entrar na rede.

2) Se você tem acesso à rede, então você pode mudar suas notas.
Você tem acesso à rede
Portanto, você pode mudar suas notas.

REGRAS DE INFERÊNCIA

TABELA 1 Regras de Inferência.

Regra de Inferência	*Tautologia*	*Nome*
p $\underline{p \rightarrow q}$ $\therefore q$	$[p \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow q$	*Modus ponens*
$\neg q$ $\underline{p \rightarrow q}$ $\therefore \neg p$	$[\neg q \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow \neg p$	*Modus tollens*
$p \rightarrow q$ $\underline{q \rightarrow r}$ $\therefore p \rightarrow r$	$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$	Silogismo hipotético
$p \vee q$ $\underline{\neg p}$ $\therefore q$	$[(p \vee q) \wedge \neg p] \rightarrow q$	Silogismo disjuntivo
$\underline{p}$ $\therefore p \vee q$	$p \rightarrow (p \vee q)$	Adição
$\underline{p \wedge q}$ $\therefore p$	$(p \wedge q) \rightarrow p$	Simplificação
p $\underline{q}$ $\therefore p \wedge q$	$[(p) \wedge (q)] \rightarrow (p \wedge q)$	Conjunção
$p \vee q$ $\underline{\neg p \vee r}$ $\therefore q \vee r$	$[(p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)] \rightarrow (q \vee r)$	Resolução

REGRAS DE INFERÊNCIA

EXEMPLO:

3) MODUS PONENS

Sentença condicional:

Se nevar hoje, então vou esquiar.

Hipótese:

Está nevando hoje.

Conclusão:

Vou esquiar

$$\begin{array}{l} p \\ p \to q \\ \hline \therefore q \end{array}$$

REGRAS DE INFERÊNCIA

EXEMPLO:

3) MODUS PONENS

Sentença condicional:

Se nevar hoje, então vou esquiar.

Hipótese:

Está nevando hoje.

Conclusão:

Vou esquiar

$$\begin{array}{l} p \\ p \rightarrow q \\ \hline \therefore q \end{array}$$

4) SIMPLIFICAÇÃO

Hipótese:

Está esfriando e chovendo agora.

Conclusão:

Portanto, está esfriando agora.

$$\begin{array}{l} p \wedge q \\ \hline \therefore p \end{array}$$

REGRAS DE INFERÊNCIA

EXEMPLO: Se Marcos está vivo, então ele está morto.
Marcos está vivo.
Logo, Marcos está morto.

REGRAS DE INFERÊNCIA

EXEMPLO: Se Marcos está vivo, então ele está morto.
Marcos está vivo.
Logo, Marcos está morto.

p	q	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow > q) \wedge p$	$(p \rightarrow q) \wedge p \rightarrow q$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	F	V
F	F	V	F	V

O argumento é válido pois $p \rightarrow q) \wedge p \rightarrow q$ é uma tautologia

Observe que o argumento é válido pois é uma tautologia, o que importa é a forma e não o conteúdo.

REGRAS DE INFERÊNCIA

EXEMPLO: Se nevar hoje, então vou esquiar.
Não vou esquiar hoje
Portanto, não está nevando.

REGRAS DE INFERÊNCIA

EXEMPLO: Se nevar hoje, então vou esquiar.
Não vou esquiar hoje
Portanto, não está nevando.

p	q	p → q	~q	(p →> q) Λ ~q	~p	(p → q) Λ ~q → ~p
V	V	V	F	F	F	V
V	F	F	V	V	F	V
F	V	V	F	F	V	V
F	F	V	V	V	V	V

O argumento é válido pois é uma tautologia

REGRAS DE INFERÊNCIA

Alguns argumentos válidos notáveis:

1. (Adição) $p \vdash p \vee q$;
2. (Simplificação)
   (i) $p \wedge q \vdash p$;
   (ii) $p \wedge q \vdash q$;
3. (Conjunção) $p, q \vdash p \wedge q$;
4. (Absorção) $p \rightarrow q \vdash p \rightarrow (p \wedge q)$;
5. (Modus Ponens) $p \rightarrow q, p \vdash q$;
6. (Modus Tollens) $p \rightarrow q, \neg q \vdash \neg p$;
7. (Silogismo disjuntivo)
   (i) $p \vee q, \neg p \vdash q$;
   (ii) $p \vee q, \neg q \vdash p$
8. (Silogismo hipotético)
   $p \rightarrow q, q \rightarrow r \vdash p \rightarrow r$;
9. (Dilema construtivo)
   $p \rightarrow q, r \rightarrow s, p \vee r \vdash q \vee s$;
10. (Dilema destrutivo)
   $p \rightarrow q, r \rightarrow s, \neg q \vee \neg s \vdash \neg p \vee \neg r$.

REGRAS DE INFERÊNCIA

EXEMPLO: diga qual a regra de inferência

Sua Vez!

a) Está frio agora.
Portanto, está esfriando ou chovendo agora.

b) Está esfriando e chovendo agora
Portanto, está esfriando agora

c) Se chover, então não haverá churrasco hoje.
Se não houver churrasco hoje, haverá amanhã.
Portanto, se chover, hoje, haverá churrasco amanhã

REGRAS DE INFERÊNCIA

EXEMPLO: diga qual a regra de inferência

Sua Vez!

a) Está frio agora.
Portanto, está esfriando ou chovendo agora.

(Adição) $p \vdash p \vee q$;

b) Está esfriando e chovendo agora
Portanto, está esfriando agora

(Simplificação)
(i) $p \wedge q \vdash p$;
(ii) $p \wedge q \vdash q$;

c) Se chover, então não haverá churrasco hoje.
Se não houver churrasco hoje, haverá amanhã.
Portanto, se chover, hoje, haverá churrasco amanhã

(Silogismo hipotético)
$p \rightarrow q, q \rightarrow r \vdash p \rightarrow r$;

REGRAS DE INFERÊNCIA

EXEMPLO: Não está ensolarada esta tarde e está mais frio que ontem.
Se vamos nadar, estará ensolarado.
Se não formos nadar, então vamos fazer um passeio de barco.
Se fizermos um passeio de barco, então estaremos em casa ao anoitecer.
Logo, estaremos em casa ao anoitecer.

Sua Vez!

REGRAS DE INFERÊNCIA

Sua Vez!

EXEMPLO: Não está ensolarada esta tarde e está mais frio que ontem.
Se vamos nadar, estará ensolarado.
Se não formos nadar, então vamos fazer um passeio de barco.
Se fizermos um passeio de barco, então estaremos em casa ao anoitecer.
Logo, estaremos em casa ao anoitecer.

1º)
p: Está ensolarada esta tarde.
q: Está mais frio do que ontem.
r: Vamos nadar.
s: Vamos fazer um passeio de barco.
t: Estaremos em casa ao anoitecer.

REGRAS DE INFERÊNCIA

Sua Vez!

EXEMPLO: Não está ensolarada esta tarde e está mais frio que ontem.
Se vamos nadar, estará ensolarado.
Se não formos nadar, então vamos fazer um passeio de barco.
Se fizermos um passeio de barco, então estaremos em casa ao anoitecer.
Logo, estaremos em casa ao anoitecer.

1º)
p: Está ensolarada esta tarde.
q: Está mais frio do que ontem.
r: Vamos nadar.
s: Vamos fazer um passeio de barco.
t: Estaremos em casa ao anoitecer.

2º)
(1) $\sim p \land q$
(2) $r \rightarrow p$
(3) $\sim r \rightarrow s$
(4) $s \rightarrow t$

---

(5) $\sim p$ simplificação(1)
(6) $\sim r$ modus tollens (2, 5)
(7) s modus ponens (3,6)
(8) t modus ponens (4, 7)

REGRAS DE INFERÊNCIA

EXEMPLO: $p \rightarrow q, p \wedge r \vdash q$

Sua Vez!

REGRAS DE INFERÊNCIA

EXEMPLO: $p \rightarrow q, p \wedge r \vdash q$

Sua Vez!

(1) $p \rightarrow q$
(2) $p \wedge r$

---

(3) p simplificação (2)
(4) q modus ponens (1, 3)

REGRAS DE INFERÊNCIA

EXEMPLO: $p \wedge q,\ p \vee q \rightarrow s \vdash p \wedge s$

Sua Vez!

REGRAS DE INFERÊNCIA

EXEMPLO: $p \land q,\ p \lor q \rightarrow s \vdash p \land s$

Sua Vez!

(1) $p \land q$
(2) $p \lor q \rightarrow s$

---

(3) p simplificação (1)
(4) $p \lor q$ adição (3)
(5) s modus ponens (2,4)
(6) $p \land s$ conjunção (3,5)

REGRAS DE INFERÊNCIA

EXEMPLO: $p \rightarrow q,\ p \land q \rightarrow r,\ \sim(p \land r) \vdash \sim p$

Sua Vez!

REGRAS DE INFERÊNCIA

EXEMPLO: $p \rightarrow q,\ p \land q \rightarrow r,\ \sim(p \land r) \vdash \sim p$

Sua Vez!

(1) $p \rightarrow q$
(2) $p \land q \rightarrow r$
(3) $\sim(p \land r)$

---

(4) $p \rightarrow (p \land q)$	absorção (1)
(5) $p \rightarrow r$	silogismo hipotetico (4,2)
(6) $p \rightarrow (p \land r)$	absorção (5)
(7) $\sim p$	modus tollens (3,6)

REGRAS DE INFERÊNCIA

Alguns argumentos válidos notáveis:

1. (Adição) $p \vdash p \vee q$;
2. (Simplificação)
   (i) $p \wedge q \vdash p$;
   (ii) $p \wedge q \vdash q$;
3. (Conjunção) $p, q \vdash p \wedge q$;
4. (Absorção) $p \to q \vdash p \to (p \wedge q)$;
5. (Modus Ponens) $p \to q, p \vdash q$;
6. (Modus Tollens) $p \to q, \neg q \vdash \neg p$;
7. (Silogismo disjuntivo)
   (i) $p \vee q, \neg p \vdash q$;
   (ii) $p \vee q, \neg q \vdash p$
8. (Silogismo hipotético)
   $p \to q, q \to r \vdash p \to r$;
9. (Dilema construtivo)
   $p \to q, r \to s, p \vee r \vdash q \vee s$;
10. (Dilema destrutivo)
   $p \to q, r \to s, \neg q \vee \neg s \vdash \neg p \vee \neg r$.

Equivalências Lógicas: Propriedades

TABELA 7 Equivalências Lógicas que Envolvem Sentenças Condicionais.
$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
$p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p$
$p \vee q \equiv \neg p \rightarrow q$
$p \wedge q \equiv \neg(p \rightarrow \neg q)$
$\neg(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \neg q$
$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \wedge r)$
$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \equiv (p \vee q) \rightarrow r$
$(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \vee r)$
$(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \rightarrow r$

TABELA 8 Equivalências Lógicas que Envolvem Bicondicionais.
$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
$p \leftrightarrow q \equiv \neg p \leftrightarrow \neg q$
$p \leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
$\neg(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow \neg q$

Fonte: Kenneth Rosen

Equivalências Lógicas: Propriedades

TABELA 6 Equivalências Lógicas.

Equivalências	*Nome*
$p \wedge \mathbf{V} \equiv p$ $p \vee \mathbf{F} \equiv p$	Propriedades dos elementos neutros
$p \vee \mathbf{V} \equiv \mathbf{V}$ $p \wedge \mathbf{F} \equiv \mathbf{F}$	Propriedades de dominação
$p \vee p \equiv p$ $p \wedge p \equiv p$	Propriedades idempotentes
$\neg(\neg p) \equiv p$	Propriedade da dupla negação
$p \vee q \equiv q \vee p$ $p \wedge q \equiv q \wedge p$	Propriedades comutativas
$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$ $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$	Propriedades associativas
$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	Propriedades distributivas
$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$ $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$	Leis de De Morgan
$p \vee (p \wedge q) \equiv p$ $p \wedge (p \vee q) \equiv p$	Propriedades de absorção
$p \vee \neg p \equiv \mathbf{V}$ $p \wedge \neg p \equiv \mathbf{F}$	Propriedades de negação

Equivalências Lógicas: Propriedades

TABELA 6 Equivalências Lógicas.

Equivalências	*Nome*
$p \wedge \mathbf{V} \equiv p$ $p \vee \mathbf{F} \equiv p$	Propriedades dos elementos neutros
$p \vee \mathbf{V} \equiv \mathbf{V}$ $p \wedge \mathbf{F} \equiv \mathbf{F}$	Propriedades de dominação
$p \vee p \equiv p$ $p \wedge p \equiv p$	Propriedades idempotentes
$\neg(\neg p) \equiv p$	Propriedade da dupla negação
$p \vee q \equiv q \vee p$ $p \wedge q \equiv q \wedge p$	Propriedades comutativas
$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$ $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$	Propriedades associativas
$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	Propriedades distributivas
$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$ $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$	Leis de De Morgan
$p \vee (p \wedge q) \equiv p$ $p \wedge (p \vee q) \equiv p$	Propriedades de absorção
$p \vee \neg p \equiv \mathbf{V}$ $p \wedge \neg p \equiv \mathbf{F}$	Propriedades de negação

VALIDADE DOS ARGUMENTOS

EXEMPLO:

HIPOTESES:

Se você me mandar um e-mail, então eu terminarei o programa.

Se você não me mandar um e-mail, então vou dormir cedo.

Se eu dormir cedo, então acordarei sentindo-me bem.

Sua Vez!

CONCLUSÃO:

” Se não terminar o programa, então eu acordarei sentindo-me bem. ($\sim q \rightarrow s$)

VALIDADE DOS ARGUMENTOS

EXEMPLO:

HIPOTESES:

Se você me mandar um e-mail, então eu terminarei o programa.
Se você não me mandar um e-mail, então vou dormir cedo.
Se eu dormir cedo, então acordarei sentindo-me bem.

Sua Vez!

CONCLUSÃO:

” Se não terminar o programa, então eu acordarei sentindo-me bem. ($\sim q \rightarrow s$)

1º)
p: Você me manda um email.
q: Eu terminarei o programa.
r: Eu vou dormir cedo.
s: Eu acordarei sentindo-me bem.

VALIDADE DOS ARGUMENTOS

Sua Vez!

EXEMPLO:

HIPOTESES:

Se você me mandar um e-mail, então eu terminarei o programa.
Se você não me mandar um e-mail, então vou dormir cedo.
Se eu dormir cedo, então acordarei sentindo-me bem.

CONCLUSÃO:

" Se não terminar o programa, então eu acordarei sentindo-me bem. ($\sim q \rightarrow s$)

1º)
p: Você me manda um email.
q: Eu terminarei o programa.
r: Eu vou dormir cedo.
s: Eu acordarei sentindo-me bem.

2º) (1) $p \rightarrow q$
(2) $\sim p \rightarrow r$
(3) $r \rightarrow s$

---

(4) $\sim q \rightarrow \sim p$ contrapositiva (1)
(5) $\sim q \rightarrow r$ silogismo hipotetico (2, 4)
(6) $\sim q \rightarrow s$ silogismo hipotetico (3,5)

VALIDADE DOS ARGUMENTOS

EXEMPLO:
Adaptada de Santana, J. A.

O rei vai à caça, quando o duque sai do castelo. Quando o rei vai à caça, a duquesa vai ao jardim. Por outro lado, o barão sorri apenas quando o conde encontra a princesa. A duquesa vai ao jardim apenas quando o conde encontra a princesa. O barão não sorriu. Logo, o rei não foi à caça e o conde não encontrou a princesa.

Dado argumento acima, utilize as regras de inferência e as regras de equivalência apropriadas (disponíveis nas tabelas em anexo), para prová-lo. Considere:

RC : o rei vai a caça.
DC: o duque sai do castelo.
DJ: a duquesa vai ao jardim.
BS: O barão sorri.
CP: o conde encontra a princesa.

VALIDADE DOS ARGUMENTOS

EXEMPLO:
Adaptada de Santana, J. A.

O rei vai à caça, quando o duque sai do castelo. Quando o rei vai à caça, a duquesa vai ao jardim. Por outro lado, o barão sorri apenas quando o conde encontra a princesa. A duquesa vai ao jardim apenas quando o conde encontra a princesa. O barão não sorriu. Logo, o rei não foi à caça e o conde não encontrou a princesa.

Dado argumento acima, utilize as regras de inferência e as regras de equivalência apropriadas (disponíveis nas tabelas em anexo), para prová-lo. Considere:

RC : o rei vai a caça.
DC: o duque sai do castelo.
DJ: a duquesa vai ao jardim.
BS: O barão sorri.
CP: o conde encontra a princesa.

$DC \rightarrow RC$
$RC \rightarrow DJ$
$BS \leftrightarrow CP$
$DJ \leftrightarrow CP$
$\sim BS$

$\sim RC \wedge \sim CP$

VALIDADE DOS ARGUMENTOS

EXEMPLO:
Adaptada de Santana, J. A.

O rei vai à caça, quando o duque sai do castelo. Quando o rei vai à caça, a duquesa vai ao jardim. Por outro lado, o barão sorri apenas quando o conde encontra a princesa. A duquesa vai ao jardim apenas quando o conde encontra a princesa. O barão não sorriu. Logo, o rei não foi à caça e o conde não encontrou a princesa.

Dado argumento acima, utilize as regras de inferência e as regras de equivalência apropriadas (disponíveis nas tabelas em anexo), para prová-lo. Considere:

RC : o rei vai a caça.
DC: o duque sai do castelo.
DJ: a duquesa vai ao jardim.
BS: O barão sorri.
CP: o conde encontra a princesa.

$DC \rightarrow RC$
$RC \rightarrow DJ$
$BS \leftrightarrow CP$
$DJ \leftrightarrow CP$
$\sim BS$

$\sim RC \wedge \sim CP$

Regras – opção
Silogismo Hipotetico
Eq. Bicondicional
Simplificação
M. Tollens
M. Tollens
M. Tollens
Conjunção

VALIDADE DOS ARGUMENTOS

Equivalências notáveis

- Idempotência (ID):
  (i) $p \Leftrightarrow p \wedge p$;
  (ii) $p \Leftrightarrow p \vee p$.
- Comutação (COM):
  (i) $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$;
  (ii) $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$.
- Associação (ASSOC):
  (i) $p \wedge (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \wedge r$;
  (ii) $p \vee (q \vee r) \Leftrightarrow (p \vee q) \vee r$.
- Distribuição (DIST):
  (i) $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$;
  (ii) $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$.
- Dupla negação (DN): $p \Leftrightarrow \neg\neg p$.
- De Morgan (DM):
  (i) $\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$;
  (ii) $\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$.
- Condicional (COND): $p \rightarrow q \Leftrightarrow \neg p \vee q$.
- Bicondicional (BICOND):
  (i) $p \Leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$;
  (ii) $p \Leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$.
- Contraposição (CP):
  $p \rightarrow q \Leftrightarrow \neg q \rightarrow \neg p$.
- Exportação-Importação (EI):
  $p \wedge q \rightarrow r \Leftrightarrow p \rightarrow (q \rightarrow r)$.

VALIDADE DOS ARGUMENTOS

EXEMPLO: Demonstre que são válidos os argumentos

a) $p \rightarrow q, r \rightarrow \sim q \vdash p \rightarrow \sim r$

VALIDADE DOS ARGUMENTOS

EXEMPLO: Demonstre que são válidos os argumentos

a) $p \rightarrow q, r \rightarrow \sim q \vdash p \rightarrow \sim r$

(1) $p \rightarrow q$
(2) $r \rightarrow \sim q$

---

(3) $\sim q \rightarrow \sim p$ contraposição (1)
(4) $r \rightarrow \sim p$ silogismos hipotético (2,3)
(5) $\sim(\sim p) \rightarrow \sim r$ contraposição(4)
(6) $p \rightarrow \sim r$ dupla negação (5)

VALIDADE DOS ARGUMENTOS

EXEMPLO: Demonstre que são válidos os argumentos

b) $p \lor (q \land r),\ p \lor q \rightarrow s \vdash p \lor s$

VALIDADE DOS ARGUMENTOS

EXEMPLO: Demonstre que são válidos os argumentos

b) $p \vee (q \wedge r),\ p \vee q \rightarrow s \vdash p \vee s$

(1) $p \vee (q \wedge r)$
(2) $p \vee q \rightarrow s$

---

(3) $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$	distributiva (1)
(4) $p \vee q$	simplificação (2)
(5) s	modus ponens (2,4)
(6) $s \vee p$	adição (5)
(7) $p \vee s$	comutação (6)

VALIDADE DOS ARGUMENTOS

EXEMPLO: Demonstre que são válidos os argumentos

c) $p \vee q \rightarrow r \wedge s, \sim s \vdash \sim q$

VALIDADE DOS ARGUMENTOS

EXEMPLO: Demonstre que são válidos os argumentos

c) $p \vee q \rightarrow r \wedge s, \sim s \vdash \sim q$

(1) $p \vee q \rightarrow r \wedge s$
(2) $\sim s$

---

(3) $\sim s \vee \sim r$	adição (2)
(4) $\sim r \vee \sim s$	comutação (3)
(5) $\sim (r \wedge s)$	De Morgan (4)
(6) $\sim (p \vee q)$	modus tollens (1,5)
(7) $\sim p \wedge \sim q$	De morgan (6)
(8) $\sim q$	simplificação (7)

Equivalências Lógicas: Propriedades

Comutativa	$(p \land q) \leftrightarrow (q \land p)$	$(p \lor q) \leftrightarrow (q \lor p)$
Associativa	$((p \land q) \land r) \leftrightarrow (p \land (q \land r))$	$((p \lor q) \lor r) \leftrightarrow (p \lor (q \lor r))$
Idempotente	$(p \land p) \leftrightarrow p$	$(p \lor p) \leftrightarrow p$
Propriedades de V	$(p \land V) \leftrightarrow p$	$(p \lor V) \leftrightarrow V$
Propriedades de F	$(p \land F) \leftrightarrow F$	$(p \lor F) \leftrightarrow p$
Absorção	$(p \land (p \lor r)) \leftrightarrow p$	$(p \lor (p \land r)) \leftrightarrow p$
Distributivas	$(p \land (q \lor r)) \leftrightarrow ((p \land q) \lor (p \land r))$	$(p \lor (q \land r)) \leftrightarrow ((p \lor q) \land (p \lor r))$
Distributivas	$(p \to (q \land r)) \leftrightarrow ((p \to q) \land (p \to r))$	$(p \to (q \lor r)) \leftrightarrow ((p \to q) \lor (p \to r))$
Leis de De Morgan	$\sim (p \land q) \leftrightarrow (\sim p \lor \sim q)$	$\sim (p \lor q) \leftrightarrow (\sim p \land \sim q)$
Def. implicação	$(p \to q) \leftrightarrow (\sim p \lor q)$	$(p \to q) \leftrightarrow \sim (p \land \sim q)$
Def. bicondicional	$(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow ((p \to q) \land (q \to p))$	$(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow ((\sim p \lor q) \land (\sim q \lor p))$
Negação	$\sim (\sim p) \leftrightarrow p$	
Contraposição	$(p \to q) \leftrightarrow (\sim q \to \sim p)$	
Exportação($\Rightarrow$)	*Importação* ($\Leftarrow$)	$((p \land q) \to r) \leftrightarrow (p \to (q \to r))$
Troca de Premissas	$(p \to (q \to r)) \leftrightarrow (q \to (p \to r))$	

Fonte: http://wiki.foz.ifpr.edu.br/wiki/images/3/37/L%C3%B3gica-TADS-Matem%C3%A1tica-2019-24.pdf