

Interpolação segmentada – splines

1. A seguinte função segmentada $s_3(x)$ no intervalo $[0, 3]$, poderá representar uma spline cúbica? Justifique.

$$s_3(x) = \begin{cases} s_3^1(x) = 3x^3 - x^2 + x - 2, & 0 \leq x \leq 1 \\ s_3^2(x) = 2x^3 + 2x - 3, & 1 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

2. Pretende-se construir um desvio entre duas linhas de caminho de ferro paralelas. O desvio deve corresponder a um polinómio de grau três que une os pontos $(0, 0)$ e $(4, 2)$.

Com base nos quatro pontos da tabela

x_i	-1	0	4	5
$f_i = f(x_i)$	0.4375	0	2	1.5625

construa uma 'spline' cúbica natural para definir a trajetória do desvio e calcular $f(2)$.

3. Um braço de um robô deve passar nos instantes t_0, t_1, t_2, t_3, t_4 e t_5 por posições pré-definidas $\theta(t_0), \theta(t_1), \theta(t_2), \theta(t_3), \theta(t_4)$ e $\theta(t_5)$, onde $\theta(t)$ é o ângulo (em radianos) que o braço do robô faz com o eixo dos X's.

t_i	1	2	3	4	5	6
$\theta_i = \theta(t_i)$	1	1.25	1.75	2.25	3	3.15

- (a) Com base nos dados da tabela, aproxime a trajetória do robô por uma 'spline' cúbica completa. Indique também uma aproximação da posição do robô no instante $t = 1.5$.
- (b) Estime o limite superior do erro de truncatura cometido no cálculo da alínea anterior.
- (c) Calcule uma aproximação à velocidade do robô no instante $t = 1.5$

- (d) Calcule um limite superior do erro de truncatura que se comete quando se usa a derivada da 'spline' calculada para aproximar a velocidade do robô.

4. Considere a função $f(x)$ definida por

x	-2	0	1	2
$f(x)$	-8	0	1	8

Sabendo que $s_3^{1''}(-2) = 12$ e $s_3^{n''}(2) = 20$ estime o valor de $f(-1)$ através de uma 'spline' cúbica.

5. **[MATLAB]** A resistência de um certo fio de metal, $f(x)$, varia com o diâmetro desse fio, x . Foram medidas as resistências de 6 fios de diversos diâmetros:

x_i	1.5	2.0	2.2	3.0	3.8	4.0
$f(x_i)$	4.9	3.3	3.0	2.0	1.75	1.5

Como se pretende estimar a resistência de um fio de diâmetro 1.75, use uma 'spline' cúbica que não recorra à informação sobre as derivadas nos extremos para calcular esta aproximação.

6. **[MATLAB]** A distância requerida para parar um automobilista é função da velocidade a que ele se desloca. Os seguintes dados experimentais foram recolhidos para quantificar essa relação:

vel (Km/h)	15	20	25	30	40	50
distância (m)	16	20	34	40	60	90

Estime a distância necessária para parar um carro que se desloca a uma velocidade de 45 Km/h, utilizando uma 'spline' cúbica completa.