

Integração numérica

1. Na tabela seguinte são apresentados registos pontuais das vendas de um produto que foi lançado no início do ano de 2009. A variável x representa a semana (de 2009).

x_i	1	2	3	4	5	7	9	11	13	15	16	17	18	19
$v(x_i)$	10	9	8	8	8	6	5	5	4	4	4	4	3	1

- (a) Calcule a melhor aproximação ao integral $\int_1^{19} v(x)dx$, com base em toda a informação fornecida na tabela sobre $v(x)$.
- (b) Estime o erro de truncatura cometido com a aproximação obtida na alínea anterior no intervalo $[5, 15]$.
- (c) Selecione o maior número possível de pontos da tabela para calcular uma aproximação ao integral da alínea a), usando só uma fórmula composta de integração no intervalo $[1, 19]$.
2. A resposta de um transdutor a uma onda de choque causada por uma explosão é dada pela função $F(t) = 8e^{-t\frac{I(a)}{\pi}}$ para $t \geq a$, em que

$$I(a) = \int_1^2 f(x, a)dx \quad \text{com } f(x, a) = \frac{e^{ax}}{x}.$$

Calcule $I(1)$ usando a fórmula composta do trapézio com erro de truncatura inferior a 0.05.

3. Uma corrida de *dragsters* tem duas fases distintas: na primeira fase, a mais curta, o movimento do carro é perfeitamente não determinístico, dependendo das derrapagens e da forma como o condutor consegue dominar o carro. Na segunda fase, o carro tem um movimento muito rápido, cuja aceleração está perfeitamente definida. Considere-se a prova do condutor Don Nase de duração 7.5 s. Na primeira fase os valores da aceleração em cada instante encontram-se na tabela:

t_i	0	0.5	1	1.5
$a(t_i)$	0	0.35	0.55	0.9

Na segunda fase da corrida a aceleração é definida pela seguinte expressão:

$$a(t) = 0.5t^2 - 0.15t \quad \text{para } t \in [1.5, 7.5].$$

- (a) Estime a velocidade na primeira fase da corrida, utilizando a fórmula de integração mais adequada.
- (b) Estime a velocidade na segunda fase da corrida, utilizando a fórmula composta do trapézio com erro de truncatura em valor absoluto inferior a 0.3.
- (c) Estime o erro de truncatura cometido na alínea (a).

4. Considere a seguinte função dada pela tabela

x_i	1	1.15	1.3	1.45	1.6	1.75	1.9
$f(x_i)$	a	16.8	19.4	22	b	27.6	30.7

e seja $I = \int_1^{1.9} f(x) dx$. Ao utilizar as fórmulas compostas de Simpson e dos três oitavos foram obtidas as seguintes aproximações a I , respetivamente $S(0.15) = 20.005$ e $3/8(0.15) = 20.030625$. Determine os valores de a e b . Use 6 casas decimais nos cálculos.

5. Determine uma aproximação ao valor do integral definido

$$\int_0^1 \left(x^2 + \frac{1}{x+1} \right) dx$$

através da fórmula de Simpson, com um erro de truncatura inferior a 0.0005 em valor absoluto.

6. **[MATLAB]** O valor de π pode ser calculado através do seguinte integral:

$$\pi = \int_0^1 \frac{4}{1+x^2} dx.$$

Estime o valor de π .

7. **[MATLAB]** Considere uma pessoa que desliza, sem atrito, do alto de um escorrega, acoplado-se a um carrinho que se encontra em repouso. A partir deste instante, a pessoa e o carrinho movem-se juntos na água até parar.

- (a) Sabendo que a velocidade do conjunto pessoa-carrinho imediatamente após o acoplamento é 4 m/s e que a velocidade, v , em cada instante t na água é dada pela tabela seguinte, calcule (usando todos os pontos da tabela) a distância percorrida na água pelo conjunto pessoa-carrinho até parar.

t	0.0	0.3	0.6	0.8	1.0	1.2	1.8	2.4	3.0	3.6	4.2
v	4.0	3.9	3.7	3.5	3.3	2.9	2.5	2.0	1.25	0.75	0.0

- (b) Selecione o maior número possível de pontos da tabela por forma a obter um conjunto de pontos igualmente espaçados, e calcule a mesma distância usando uma única fórmula composta de integração no intervalo $[0, 4.2]$.
- (c) Qual das aproximações lhe parece melhor?