Amarelos = feitos

Sistemas lineares

1. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$. Para cada um dos casos, discuta a existência e unicidade da solução:

   (a) Considerando o vetor $b = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$.

   (b) Considerando o vetor $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \end{pmatrix}$.

   (c) Considere agora a matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ e o vetor $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \end{pmatrix}$.

2. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ e o vetor $b = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix}$. Calcule, usando EGPP, a solução do sistema, a inversa e o determinante da matriz A.

3. **[MATLAB]** Dada a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2.4 & 6.0 & -2.7 & 5.0 \\ -2.1 & -2.7 & 5.9 & -4.0 \\ 3.0 & 5.0 & -4.0 & 6.0 \\ 0.9 & 1.9 & 4.7 & 1.8 \end{pmatrix}$$

   e o vetor $b = (14.6,\ -11.4,\ 14.0,\ -0.9)^T$, resolva o sistema correspondente, calcule o determinante de A e A^{-1} por um método direto e estável.

4. **[MATLAB]** Um engenheiro supervisiona a produção de 3 modelos de automóveis. Para a sua produção, são necessários 3 tipos de materiais: metal, tecido e plástico. As quantidades para produzir um carro de cada modelo são:

	metal (kg./carro)	tecido(kg./carro)	borracha(Kg./carro)
'Jeep'	2.71	4.11	2.69
'coupé'	1.63	2.44	1.64
'V6'	0.32	0.19	0.36

Existem em *stock*, respetivamente 38.48, 56.69, 38.54 kg. de metal, tecido e borracha. Quantos automóveis podem ser produzidos com a quantidade de *stock* existente?

5. **[MATLAB]** O seguinte sistema de equações foi obtido aplicando a lei da corrente em rede a um determinado circuito. Resolva-o.

$$\begin{cases} 55I_1 - 25I_3 = -200 \\ -37I_2 - 4I_3 = -250 \\ -25I_1 - 4I_2 + 29I_3 = 100 \end{cases}$$

6. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ e o vetor o vetor $b = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix}$. Pretende resolver-se o sistema usando o método iterativo de Gauss-Seidel.

(a) Determine as matrizes $\mathcal{D}$, $\mathcal{L}$ e $\mathcal{U}$.

(b) Calcule a matriz iteração C_{GS}.

(c) Verifique todas as condições suficientes de convergência.

(d) Implemente 2 iterações, considerando $\varepsilon = 0.5$.

NOTA: pode recorrer ao MATLAB sempre que achar necessário.

7. Seja $A_{2\times 2}$ a matriz dos coeficientes de um sistema linear:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -k \\ -k & k+1 \end{pmatrix}.$$

Para valores de k reais tais que $0 \leq k \leq 1$, o que podemos concluir sobre a convergência do método iterativo de Gauss-Seidel na resolução do sistema (analise apenas as condições suficientes baseadas na matriz A)?

8. Considere a seguinte matriz iteração definida por

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0.4218 & k \\ 0 & 0.1157 & 0.6557 \\ 0 & 0.7922 & 0.0357 \end{pmatrix}$$

Usando as condições suficientes, determine para que valores de k se garante convergência do método de Gauss-Seidel.

9. **[MATLAB]** Considere o sistema

$$\begin{cases} x_1 + 0.5x_2 + 0.5x_3 = 2 \\ 0.5x_1 + x_2 + 0.5x_3 = 2 \\ 0.5x_1 + 0.5x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$$

(a) Estude a convergência através das condições suficientes.

(b) Use o método iterativo de Gauss-Seidel para calcular a solução, com uma precisão (em termos relativos) igual a 0.3.

10. **[MATLAB]** Considere o seguinte sistema de equações lineares

$$\begin{cases} 0.8x_1 & + & 1.4x_2 & + & 3.0x_3 & = & 12.6 \\ 0.6x_1 & + & 0.9x_2 & + & 2.8x_3 & = & 10.8 \\ 2.0x_1 & + & 1.0x_2 & + & 1.0x_3 & = & 4.0 \end{cases}$$

Estude a convergência do método de Gauss-Seidel na sua resolução.