Universidade Federal de Minas Gerais - Departamento de Engenharia Eletrônica

ELT015 - LABORATÓRIO DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO II

IMPLEMENTAÇÃO DE CONTROLADORES DIGITAIS (Roteiro A)
AULA 2

Instrutor: Alexandre R. Mesquita

O objetivo desta segunda aula é estudar alguns aspectos práticos da implementação de controladores PID contínuos. Para tanto, os alunos criarão um modelo do Simulink e executarão diversas simulações com o fim de compreender as vantagens oferecidas pela implementação de controladores PID proposta aqui. Uma descrição mais detalhada do PID a ser utilizado encontra-se em [1].

1. Estudo da implementação prática de um controlador PID

Tarefa 1. A primeira tarefa consiste na criação de um modelo do Simulink tal qual mostrado na Figura 1. Para facilitar a modificação ao longo da prática, os valores dos parâmetros devem ser passados em forma de símbolos, conforme mostrado na figura. **Crie um script** para definir esses parâmetros. Os valores iniciais devem ser: $K_p = 10$, $T_i = 0.17$, $T_d = 0$ e $\alpha = 0.1$. Defina os limites do bloco de saturação com as variáveis $U^c_{\min} = -5$ e $U^c_{\max} = 5$.

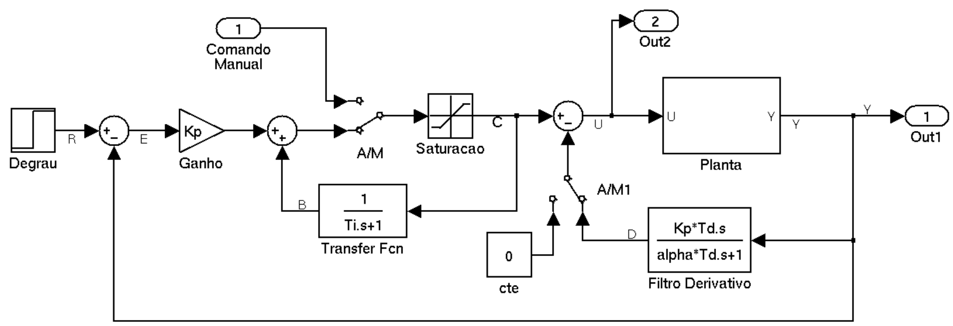

FIGURA 1. Diagrama de simulação para um sistema controlado por controlador PID

O modelo para a planta é mostrado na Figura 2. Configure o atraso para 0.1 unidades de tempo e os limites de saturação para $U_{\min} = -5$ e $U_{\max} = 5$. Configure a potência do ruído de processo (perturbação) para $N_P = 10^{-9}$ e a do ruído de medida para $N_M = 10^{-9}$. Para ambos os ruídos, use o tempo de amostragem $T_s = 0.02$. Para o ponto de operação $(\bar{U}, \bar{Y})$, use $(0.5, 0.1)$. Para o degrau de entrada, utilize valor inicial $\bar{Y}$, valor final 2.5 e tempo de degrau 1.

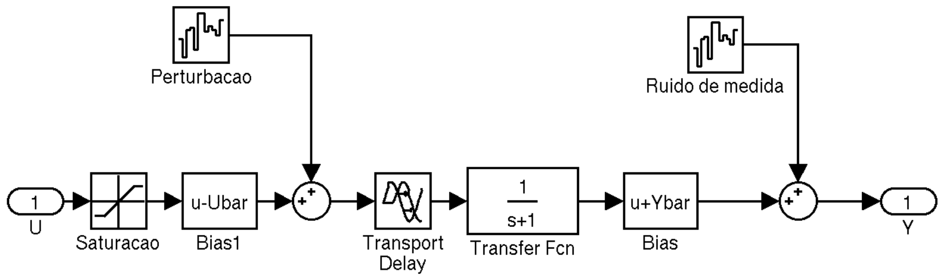

FIGURA 2. Modelo da planta a ser controlada

Tarefa 2. (*pode ser feita em casa*) Desconsiderando o efeito da saturação, calcule $U(s)$ em função de $Y(s)$ e $R(s)$ e compare a expressão obtida com a função de transferência de um PID clássico: $C(s) = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right)$.

Tarefa 3. Simule o sistema conforme os parâmetros dados acima e use o comando subplot para traçar na mesma janela as respostas da variável de processo $y(t)$ e da variável manipulada $u(t)$. Em seguida, desative o *anti-windup* do controlador modificando os valores da saturação para $U^c_{\min} = -\infty$ e $U^c_{\max} = \infty$. Simule o sistema e trace as mesmas respostas sobre o gráfico anterior usando linha tracejada vermelha. Dica: utilize o comando sim para simular o sistema a partir do script.

Explique o fenômeno de *windup* observado no segundo caso e explique como a estrutura utilizada para o PID impede o mesmo.

Tarefa 4. Com os valores de saturação originais, gere um gráfico como o anterior comparando as variáveis de processo e manipuladas para os casos $T_d = 0$ e $T_d = 0.05$. **Explique o comportamento obtido**.

Tarefa 5. Mantenha $T_d = 0.05$ para **todas** as simulações posteriores. Altere a potência do ruído de medida para $N_M = 10^{-4}$ e compare o desempenho do sistema para $\alpha = 0.1$ e $\alpha = 0.01$, **explicando** o comportamento observado.

Tarefa 6. Mantenha $\alpha = 0.1$. Compare o desempenho do sistema com essa configuração com aquele em que o termo derivativo é alimentado pelo sinal $-E(s)$ (em vez de $Y(s)$) e **explique a vantagem** da configuração original.

Tarefa 7. Explique como a configuração utilizada suaviza a transição do controle manual para controle automático e explique a importância dessa característica.

Tarefa 8. Explique o que é o ponto de operação e por que sua inclusão através dos blocos de Bias é essencial para o correto funcionamento da simulação. Veja por exemplo o que acontece se mudarmos o ponto de operação para $(\bar{U}, \bar{Y}) = (1.5, -2)$.

2. PROJETO DO CONTROLADOR PID

Em seguida, utilizaremos dois métodos para projeto de controlador PID e os compararemos.

2.1. **Síntese direta.** O primeiro método será o de síntese direta. Neste método, o objetivo é obter a função de transferência em malha fechada entre a saída Y e a referência R com constante de tempo de malha fechada τ_c:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{\tau_c s + 1} \quad .$$

Consideremos uma planta com dinâmica de segunda-ordem como a modelada na aula anterior:

$$G(s) = \frac{K}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \quad .$$

Neste caso, o controlador $C(s)$ com o desempenho desejado é um PID com parâmetros:

(1) $$K_p = \frac{1}{K}\frac{\tau_1 + \tau_2}{\tau_c}$$

(2) $$T_i = \tau_1 + \tau_2$$

(3) $$T_d = \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 + \tau_2} \quad .$$

Note como T_i é a soma das constantes de tempo e como T_d corresponde ao dobro da média harmônica das constantes de tempo. Para o caso em que $\tau_1 << \tau_2$, temos $T_i \approx \tau_2$ e $T_d \approx \tau_1$. Note também que para aumentar a velocidade de resposta do controlador basta aumentar o ganho K_p. Os parâmetros T_i e T_d foram escolhidos de forma a criar zeros que cancelam os pólos da planta. Portanto, este controlador pode ser bastante sensível a erros de modelagem.

2.2. **Síntese direta para rejeição de perturbação.** Como vimos anteriormente, o processo está sujeito a perturbações consideráveis. Motivados pelo fato de que o controlador obtido por síntese direta pode ser muito lento para rejeitar perturbações, buscaremos uma alternativa que tenta manipular diretamente o efeito da perturbação na saída. O método detalhado em [2, 3] propõe projetar o controlador de forma a obter a seguinte função de transferência entre a saída Y e a perturbação D (que se assume como sendo somada à ação de controle):

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{K_d s}{(\tau_c s + 1)^3} \quad ,$$

onde o ganho K_d dependerá do modelo da planta e do controlador. Para uma determinada escolha de τ_c, os parâmetros do controlador PID $C(s)$ são dados por:

(4) $$K_p = \frac{1}{K}\frac{3\tau_1\tau_2 - \tau_c^2}{\tau_c^2}$$

(5) $$T_i = \tau_c \frac{3\tau_1\tau_2 - \tau_c^2}{\tau_1\tau_2}$$

(6) $$T_d = \tau_c \frac{3\tau_1\tau_2 - (\tau_1 + \tau_2)\tau_c}{3\tau_1\tau_2 - \tau_c^2} \quad .$$

Note que sempre teremos $T_i < 3\tau_c$ e $T_d < \tau_c$ e que o ganho K_p aumentará à medida que aumentarmos τ_c. Para estes parâmetros temos

$$K_d = K\frac{\tau_c^3}{\tau_1\tau_2} \quad ,$$

ou seja, a rejeição ao ruído nas baixas frequências aumenta de forma cúbica à medida que reduzimos τ_c. No caso do controlador da seção anterior, o mesmo parâmetro seria $K_d = K\tau_c$, o que mostra que seria necessária uma redução drástica em τ_c para obter a mesma atenuação da perturbação.

Quanto à função de transferência entre R e Y, temos:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)G(s)}{1+C(s)G(s)} = C(s)\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{K_d K_p/T_i(1+T_i s+T_d T_i s^2)}{(\tau_c s+1)^3} = \frac{(1+T_i s+T_d T_i s^2)}{(\tau_c s+1)^3} \ .$$

Portanto, vemos que τ_c também determina a velocidade da resposta em malha fechada.

2.3. **Limites na escolha de τ_c.** Na prática, não é possível obter uma resposta arbitrariamente rápida do controlador. Um dos principais limitantes práticos são os limites do atuador. Para sabermos se o valor de τ_c será compatível com os limites da planta, podemos avaliar o valor do sinal de controle imediatamente após a aplicação de um degrau e verificar se o mesmo está dentro dos limites de atuação.

Suponha que um degrau seja aplicado em malha fechada de modo que o valor de equilíbrio do sinal de controle saia de um ponto correspondente a 50% de atuação para 75% de atuação e que queiramos evitar a saturação da saída durante o transitório. Se definirmos a faixa de atuação como $\Delta U = U_{\max} - U_{\min}$, a saída estará em equilíbrio $\bar{y} = Y_{\min} + K\Delta U/2$ e um degrau de amplitude $K\Delta U/4$ será aplicado na referência. A saída do controlador será dada por $u(t) = U_{\min} + \Delta U/2 + \Delta u(t)$. Para evitar a saturação inicial, queremos que $\Delta u(0) < \Delta U/2$.

Para $R(s) = \frac{K\Delta U}{4s}$, a variação inicial na saída do controlador será dada por:

$$\Delta u(0) = \lim_{s\to\infty} s\frac{C(s)}{1+C(s)G(s)}\frac{K\Delta U/4}{s} = K_p K\Delta U/4 \ ,$$

onde usamos o fato de que o sinal de referência não é aplicado ao termo derivativo. Assim, a condição $\Delta u(0) < \Delta U/2$ resulta em

$$K_p K < 2 \ .$$

Para o controlador obtido por síntese direta, substituímos (1) para obter a condição equivalente

$$K_p K = \frac{\tau_1+\tau_2}{\tau_c} < 2 \Rightarrow \tau_c > \frac{\tau_1+\tau_2}{2} \ .$$

Para o controlador obtido por síntese direta para rejeição de perturbação, substituímos (4) para obter a condição equivalente:

$$K_p K = \frac{3\tau_1\tau_2 - \tau_c^2}{\tau_c^2} < 2 \Rightarrow \tau_c > \sqrt{\tau_1\tau_2} \ .$$

Repare como o segundo controlador permite valores menores de τ_c uma vez que a média geométrica é sempre menor que a média aritmética.

2.4. **Teste dos controladores.** Projete dois controladores seguindo as diretivas acima, isto é, escolha τ_c dentro da faixa proposta e obtenha os parâmetros correspondentes dos controladores. Modifique a simulação criada no Simulink para testar ambos controladores. Substitua a planta pelo modelo identificado pelo grupo (bem como ponto de operação, limites de saturação, sinal de referência) e tente ajustar o nível de ruído para ter algo próximo aos dados experimentais. Apresente os gráficos das repostas a degrau de MV e PV para os dois controladores.

O que deve constar no relatório para a próxima aula. Descrição das simulações realizadas, dos resultados obtidos e discussão conforme solicitado neste roteiro. Projeto dos dois controladores bem como descrição da metodologia de projeto, resultados da simulação em malha fechada no Simulink e discussão.

BIBLIOGRAFIA

[1] CLARKE, D. PID algorithms and their computer implementation. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, Sage Publications Sage CA: Thousand Oaks, CA, v. 6, n. 6, p. 305–316, 1984.

[2] SEBORG, D. E. et al. *Process dynamics and control*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2016.

[3] CHEN, D.; SEBORG, D. E. PI/PID controller design based on direct synthesis and disturbance rejection. *Industrial & engineering chemistry research*, ACS Publications, v. 41, n. 19, p. 4807–4822, 2002.