# ELT015 - LABORATÓRIO DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO II IMPLEMENTAÇÃO DE CONTROLADORES DIGITAIS (Roteiro A) AULA 1

Instrutor: Alexandre R. Mesquita

O objetivo desta prática é explorar conceitos ligados ao controle em tempo real e à implementação de controladores digitais. Para isso, utilizaremos um microcomputador equipado com placa de aquisição NI-PCIe6321, sistema operacional em tempo real obtido a partir da extensão PREEMPT\_RT para Linux e estudaremos as principais nuances na implementação de controladores PID digitais.

A primeira aula será destinada à modelagem e ao estudo da planta a ser controlada. A segunda e a terceira aula serão voltadas ao estudo de aspectos práticos da implementação de controladores PIDs. As aulas 4 e 5 serão voltadas para a implementação de controladores digitais em linguagem C utilizando a extensão de tempo real PRE-EMPT\_RT. Por fim, na sexta aula será realizada a validação do controlador PID digital implementado.

Nesta primeira aula, estudaremos a planta torneira elétrica e utilizaremos um controlador PID digital em modo manual para coleta de dados experimentais da planta. Em seguida, os dados experimentais serão utilizados para obter um modelo para a planta e projetar um filtro para tratar o ruído.

## 1. CARACTERÍSTICAS DA PLANTA TORNEIRA ELÉTRICA

Estude o manual da planta torneira elétrica presente na bancada, identifique sensores, atuadores, variável de processo, variável manipulada, faixas de entrada e saída e as principais características de funcionamento da planta.

#### 2. ASPECTOS TEÓRICOS DO MODELO DINÂMICO DA TORNEIRA ELÉTRICA

Suponhamos que a torneira opera com uma vazão constante F e que possua um volume interno V. De forma simplificada, assumimos que a temperatura dentro da câmara de aquecimento seja uniforme. Assim, o balanço de energia para esse sistema resulta na seguinte equação diferencial para a temperatura T da água na saída:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{F}{V}(T_{IN} - T(t)) + \frac{1}{c \rho V}Q(t) ,$$

onde a constante  $T_{IN}$  é a temperatura da água de entrada, Q(t) é a potência térmica fornecida pela resistência de aquecimento, c é a capacidade térmica da água e  $\rho$  é a densidade da água. Para uma potência de equilíbrio  $\bar{Q}$ , igualando dT/dt a zero, obtemos a temperatura de equilíbrio

(1) 
$$\bar{T} = T_{IN} + \frac{1}{c \, \rho F} \bar{Q} \ .$$

Para variações  $\Delta Q(t)$  na entrada  $\bar{Q}$ , obtemos o modelo linear para variações  $\Delta T(t)$  na temperatura da água de saída:

$$\frac{d\Delta T}{dt} = -\frac{F}{V}\Delta T(t) + \frac{1}{c\rho V}\Delta Q(t)$$

e a função de transferência

$$\frac{\Delta T(s)}{\Delta Q(s)} = \frac{1}{c \rho V} \frac{1}{s + F/V} \ .$$

Portanto, vemos que o pólo dessa função de transferência é diretamente proporcional à vazão F e que seu ganho é inversamente proporcional à mesma vazão. Destaca-se ainda que a dinâmica acima não depende dos valores de  $T_{IN}$ ,  $\bar{T}$  e  $\bar{Q}$ . Por outro lado, as condições de equilíbrio, definidas por (1) e a serem inferidas pelo controlador PID, dependerão de  $T_{IN}$ .

Se modelarmos o sensor como um sistema de primeira ordem com ganho unitário e constante de tempo  $\tau_0$ , a função de transferência resultante da ligação em cascata do sensor e da planta será

(2) 
$$\frac{1}{\tau_0 s + 1} \cdot \frac{(c \rho F)^{-1}}{(V/F)s + 1} .$$

O modelo, como apresentado até o momento, é completamente linear. Contudo, a potência térmica Q(t) não é manipulada diretamente. A variável manipulada do circuito tiristorizado é o ângulo de disparo  $\theta(t)$ , de modo que a potência térmica é uma função não-linear (monotonicamente decrescente) do ângulo de disparo  $\theta$ . Felizmente, será possível encontrar uma faixa de valores em que a relação entre  $\Delta\theta$  e  $\Delta Q$  é aproximadamente linear.

Em seguida, tentaremos obter um modelo para a planta a partir de dados experimentais e baseados nos princípios levantados pelas equações acima.

#### 3. COLETA DE DADOS

A coleta de dados será feita em duas partes. A primeira para caracterizar o funcionamento da planta em estado estacionário, o que permitirá também caracterizar a não-linearidade estática introduzida pelo atuador. A segunda parte será voltada à obtenção da dinâmica para uma região de operação a ser definida na primeira parte.

Antes de iniciar a coleta de dados propriamente dita, uma vez que o modelo da planta varia conforme a vazão de saída, será necessário garantir que a vazão de saída seja constante ao longo de todos os experimentos. Por isso, antes de energizar a planta, abra a torneira em um ângulo da sua escolha, meça e registre a vazão de saída usando um cronômetro e os galões disponíveis.

## 4. CARACTERIZAÇÃO ESTÁTICA

Antes de energizar a planta, atente-se que, para colocar a mesma em operação, deve-se proceder na seguinte ordem: primeiro abre-se a torneira, depois liga-se o circuito de acionamento na tomada e por fim liga-se a chave do transformador.

- (1) Inicie a aplicação PID (no terminal, vá até o diretório do arquivo pid\_app e execute-o como superusuário) com tempo de amostragem 1 [s], tau\_c= 0 e demais parâmetros arbitrariamente. Selecione o modo de operação manual.
- (2) **Teste estático**: com a planta em operação, aplicar uma sequência de 10 degraus na variável manipulada, excursionando o sinal entre os limites mínimo (0V) e máximo (10V) e registrar para :
  - os valores médios em estado estacionário de tensão de entrada e saída (usando multímetro),
  - temperatura de saída da água (usando termopar),
  - leituras da placa (obtidas no .txt gerado),

- tempo de acomodação da tensão de saída (usar cronômetro),
- tempo de acomodação da leitura do termopar (usar cronômetro).

Para capturar uma possível histerese, faça o teste para a subida e descida da variável de entrada (20 pontos ao todo). Estes dados serão utilizados para obter as curvas de conversão entre os valores registrados e os valores em tensão e em unidade de engenharia. O tempo necessário para atingir o estado estacionário será usado na escolha da taxa de amostragem a ser usada no teste dinâmico.

- (3) Traçar o gráfico da característica estática de entrada-saída da planta  $(\bar{\theta} \times \bar{T})$  e identificar a faixa de operação linear.
- (4) *Para casa*: traçar a reta de calibração para a temperatura indicada pelo sensor LM35 a partir da temperatura indicada pelo termopar.

#### 5. CARACTERIZAÇÃO DINÂMICA

- (1)  $Tempo\ de\ amostragem$ : A partir do tempo de acomodação da tensão de saída registrado no teste estático, obtenha uma estimativa para a constante de tempo dominante  $\tau_0$ , que estará associada ao sensor LM35. A partir do tempo de acomodação da leitura do termopar, obtenha uma estimativa para a constante de tempo do processo de temperatura  $\tau_1 = V/F$ . A banda passante da planta será determinada pela menor constante de tempo. Para termos uma amostragem adequada do processo, a frequência de amostragem deve ser muito maior que a banda passante da planta. Dessa forma, escolha o tempo de amostragem como sendo de cerca de 10 vezes menor que a menor constante de tempo estimada.
- (2) **Teste Dinâmico:** Aplicar um sinal em forma de degrau, compatível com a faixa de operação linear do processo. Repetir a operação anterior, aplicando sempre o mesmo degrau, de modo a obter pelo menos **três massas** de dados com entradas idênticas.

#### 6. Identificação do Modelo Matemático da Planta

Processe os dados obtidos de forma a fazer uma **média** dos três degraus de subida e dos três degraus de descida. Isso reduzirá o efeito do ruído. O degrau médio de subida será utilizado para obter o modelo da planta, enquanto o degrau médio de descida será usado para validar o modelo.

Queremos obter um modelo de segunda ordem superamortecido como o de (2). Para este fim, sugere-se o método gráfico proposto por Smith [1] por ser uma das soluções mais simples e eficazes. Utilizando-se da Figura 1, é possível encontrar a função de transferência G(s) a partir dos tempos em que a resposta a degrau excursiona de 0 a 20% e de 0 a 60%. Para este fim, calcula-se a razão  $t_{20\%}/t_{60\%}$  e utiliza-se o primeiro gráfico para encontrar o valor correspondente a  $t_{60\%}/\tau$ , o que permite encontrar a constante de tempo  $\tau$ . Em seguida, utiliza-se a mesma razão para encontrar-se a constante de amortecimento  $\zeta$ . A função de transferência resultante tem a forma dada por G(s) na figura. Atente-se para o fato de que os gráficos estão em escala logarítmica no eixo das ordenadas.

Alternativamente, pode-se fazer uso de ferramentas computacionais como o Identification Toolbox do Matlab. Contudo, alerta-se para a necessidade de pre-processar os dados removendo-se as médias ou os valores iniciais dos sinais de entrada e saída.



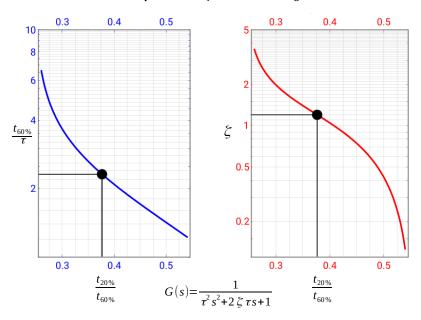


FIGURA 1. Método gráfico de Smith para obtenção de  $\zeta$  e  $\tau$  a partir dos tempos de 20% da resposta ( $t_{20\%}$ ) e de 60% da resposta ( $t_{60\%}$ )

**Valide** o seu modelo comparando sua resposta a degrau com o degrau de descida médio obtido anteriormente.

## 7. PROJETO DE UM FILTRO PASSA-BAIXAS

Como pode ser visto pelos dados coletados, o processo é bastante afetado por ruído. A princípio não está claro se se trata de um ruído de processo (distúrbio) ou de um ruído de medida. O controlador PID já atua de modo a rejeitar o ruído de processo nas baixas frequências, mas pode não rejeitar suficientemente o ruído de medida nas altas frequências, especialmente no caso de haver um termo derivativo. No caso de ruídos de medida acentuados, pode ser vantajoso utilizar um filtro passa-baixas para atenuar ainda mais o efeito desse ruído.

Por outro lado, o ruído de processo não deve ser filtrado uma vez que isso impossibilitaria que o mesmo fosse conhecido pelo controlador e então rejeitado. Por isso, um filtro passa-baixas a ser utilizado em conjunto com o controlador deve possuir frequência de corte  $\omega_b$  bem maior do que a banda  $\omega_b$  do processo, de modo a não interferir no controle e na rejeição de perturbações.

Propomos utilizar um filtro Butterworth de segunda-ordem para redução do ruído de medida. Sua função de transferência será dada por:

(3) 
$$H(s) = \frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_h}\right)^2 + \sqrt{2}\left(\frac{s}{\omega_h}\right) + 1} .$$

A magnitude da resposta em frequência desse filtro é dada por:

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_b}\right)^4} ,$$

o que indica que teremos uma frequência de corte em  $\omega_b$  com uma atenuação de 40 dB por década na banda de rejeição. Já a fase é dada por

$$\angle H(j\omega) = -\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}\left(\frac{\omega}{\omega_b}\right)}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_b}\right)^2}\right) \approx -\sqrt{2}\frac{\omega}{\omega_b}$$
,

onde a aproximação vale para baixas frequências ( $\omega << \omega_b$ ). Isso indica que este filtro introduz um atraso de  $\sqrt{2}/\omega_b$  nas baixas frequências. Vemos assim que a constante de tempo  $\tau_b=1/\omega_b$  do filtro deve ser pequena em comparação com a constante de tempo do processo de modo a não se introduzir um atraso que comprometa o desempenho de controle.

Considerando que a menor constante de tempo do processo será dada por  $\frac{\tau}{\zeta+\sqrt{\zeta^2-1}}$  para  $\zeta>1$ , especifique o filtro Butterworth com a função de transferência em (3) e aplique este filtro ao sinal experimental coletado. Trace um gráfico comparando o sinal filtrado com o sinal original e atente-se ao atraso introduzido pelo filtro. Se o atraso for significativo, aumente a banda do filtro.

**O que deve constar no relatório para a próxima aula.** Identificação dos equipamentos utilizados. Descrição das atividades realizadas para a coleta de dados. Tabela com os dados coletados. Análise dos dados e obtenção da curva de calibração do sensor, da característica estática da planta, do modelo dinâmico da planta e do filtro passabaixas projetado e as simulações correspondentes.

## BIBLIOGRAFIA

[1] SEBORG, D. E. et al. Process dynamics and control. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2016.