

Lista 7 - João G. Clarindo

Coefficientes para as fronteiras no esquema das diferenças centrais:

$$F_e \cdot \phi_e - F_w \phi_w = D_e (\phi_E - \phi_P) - D_w (\phi_P - \phi_W)$$

$$\phi = T$$

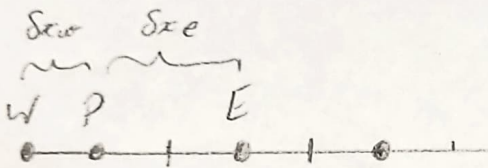
$$F_e = \rho \cdot u_e$$

$$F_w = \rho \cdot u_w$$

$$D_e = \frac{h}{\Delta x_e}$$

$$D_w = \frac{h}{\Delta x_w}$$

$$\text{No EDC: } \begin{cases} \phi_e = \frac{\phi_E + \phi_P}{2} \\ \phi_w = \frac{\phi_P + \phi_W}{2} \end{cases}$$



$$F_e \cdot \frac{1}{2} (T_P + T_E) - F_w \frac{1}{2} (T_W + T_P) = D_e (T_E - T_P) - D_w (T_P - T_W)$$

$$T_W = T_0$$

$$\left(F_e \frac{1}{2} - F_w \frac{1}{2} + D_e + D_w \right) \cdot T_P = \left(-\frac{F_e}{2} + D_e \right) \cdot T_E + \left(\frac{F_w}{2} + D_w \right) \cdot T_0$$

Sabendo que $F_e = F_w$ (a constante)

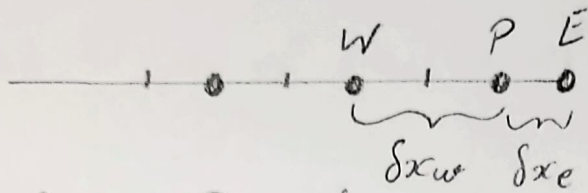
$$(D_e + D_w) \cdot T_P = \left(D_e - \frac{F_e}{2} \right) \cdot T_E + \left(D_w + \frac{F_w}{2} \right) \cdot T_0$$

Equação Discretizada (segundo enfoque)

$$a_P \cdot T_P = a_E \cdot T_E + b$$

$$\text{onde: } a_P = D_e + D_w, \quad a_E = D_e - \frac{F_e}{2}, \quad b = \left(D_w + \frac{F_w}{2} \right) \cdot T_0 \quad (1)$$

Fronteira da direita ($x=L$)



$$D_e = \frac{k}{\Delta x_e} \quad D_w = \frac{k}{\Delta x_w}$$

Da dedução anterior:

$$(D_e + D_w) \cdot T_p = \left(D_e - \frac{F_e}{2}\right) T_E + \left(D_w + \frac{F_w}{2}\right) \cdot T_w$$

Substituindo T_E por T_L e escrevendo na forma discretizada (Segundo enfoque):

$$a_p \cdot T_p = a_w \cdot T_w + b$$

onde: $a_p = (D_e + D_w)$, $a_w = D_w + \frac{F_w}{2}$ e $b = \left(D_e - \frac{F_e}{2}\right) \cdot T_L$

Coefficientes para as fronteiras no esquema Upwind:

$$F_e \cdot \phi_e - F_w \cdot \phi_w = D_e (\phi_E - \phi_P) - D_w (\phi_P - \phi_W)$$

$$\phi = T$$

$$F_e = F_w = \rho \cdot u$$

$$D_e = \frac{h}{\delta x_e}$$

$$D_w = \frac{h}{\delta x_w}$$

Esquema upwind para o problema proposto ($u > 0$)

$$| \phi_e = \phi_P \quad e \quad \phi_w = \phi_W |$$

$$F_e \cdot T_P - F_w \cdot T_W = D_e (T_E - T_P) - D_w (T_P - T_W)$$

$$(F_e + D_e + D_w) \cdot T_P = D_e \cdot T_E + (F_w + D_w) \cdot T_W$$

Equações discretizadas (Segundo Enfoque):

- Fronteira esquerda ($x=0$)

$$a_P T_P = a_E T_E + b$$

$$\text{onde: } \underline{a_P = F_e + D_e + D_w}, \quad \underline{a_E = D_e} \quad e \quad \underline{b = (F_w + D_w) \cdot T_0}$$

- Fronteira direita ($x=L$)

$$a_P = a_W \cdot T_W + b$$

$$\text{onde: } \underline{a_P = F_e + D_e + D_w}, \quad \underline{a_W = (F_w + D_w)} \quad e \quad \underline{b = D_e \cdot T_L}$$

No código, a variável de D para as fronteiras está designada como "Db" //