Laboratório de controle

Sintonia de controladores PID

Objetivos

- Conhecer métodos de sintonia de controladores
- Avaliar o desempenho dos controladores
- Verificar as condições em que a metodologia é aplicável

Conteúdo

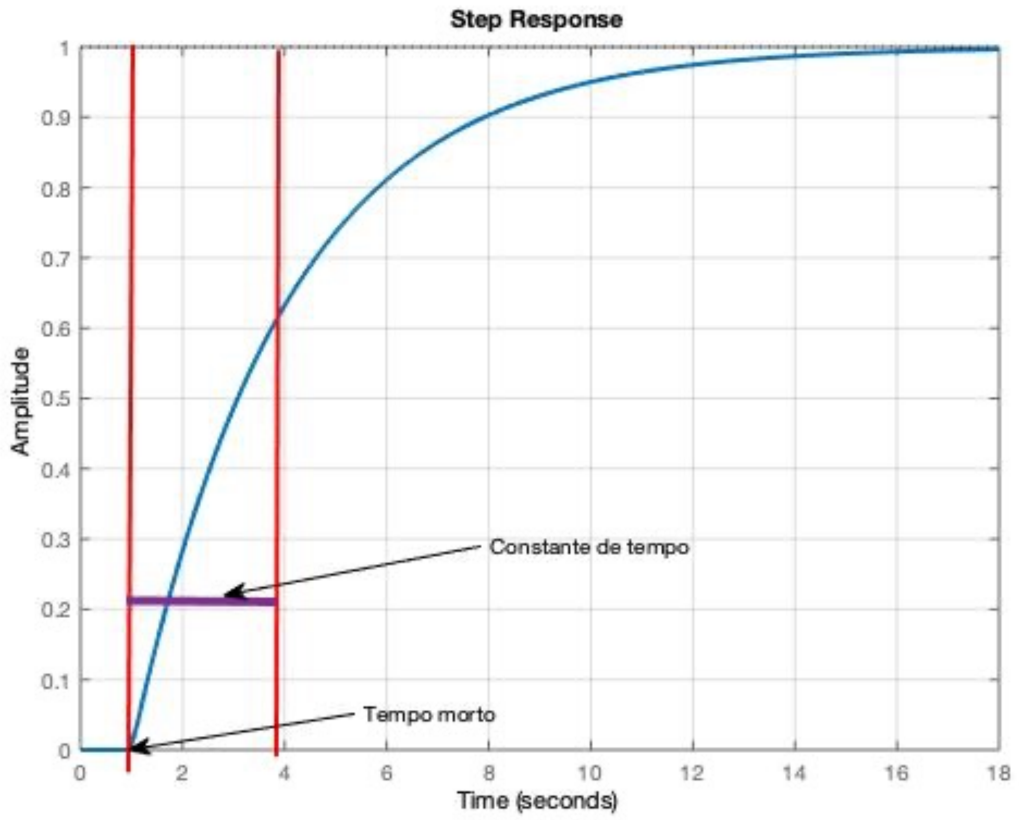
1. Modelos FOPTD no Matlab
2. Aproximação por modelo FOPTD
3. Parâmetros de qualidade para resposta ao degrau
4. Análise da integral absoluta do erro
5. Métodos de sintonia
6. Simulação do controlador em malha fechada
7. Sobre o relatório 5

1. Modelos de primeira ordem mais tempo morto (FOPTD) no Matlab

Definição do modelo como função de transferência:

```
g=tf(1,[3 1],'InputDelay’,1)

g =

                 1
  exp(-1*s) * -------
              3 s + 1

 Continuous-time transfer function.
```

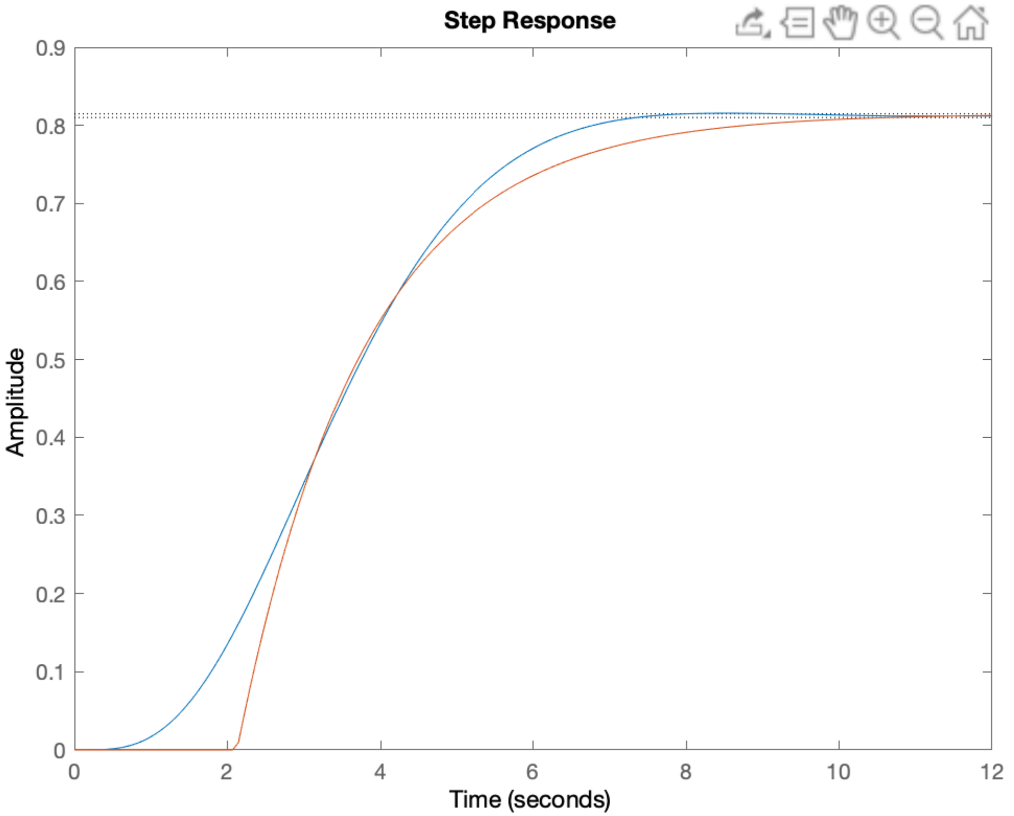
1. Modelos de primeira ordem mais tempo morto (FOPTD) no Matlab



2. Aproximação por modelo FOPTD

A aproximação por modelo de primeira ordem mais tempo morto (first order plus time delay – FOPTD) é muito utilizada quando a resposta ao degrau se aproxima do formato de uma resposta de sistema de primeira ordem e o tempo morto pode ser usado para melhorar esta aproximação.

2. Aproximação por modelo FOPTD



Usando um tempo morto igual a 2, e considerando que a saída começa em 2s, obtem-se a constante de tempo e o ganho da FT FOPTD.

Neste exemplo, foi utilizada uma FT de ordem 4 para produzir a curva azul, que foi aproximada pelo modelo de ordem 1 (curva vermelha)

2. Aproximação por modelo FOPTD

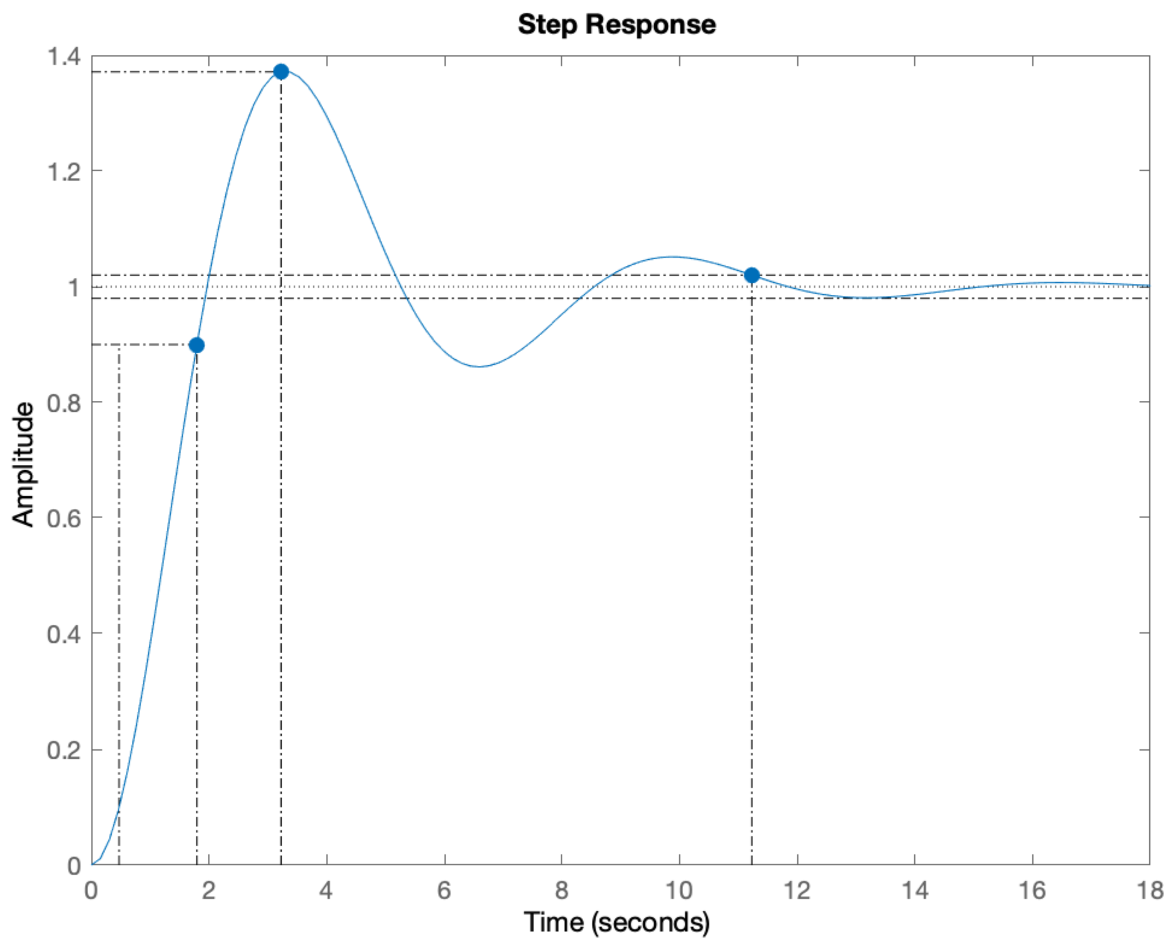
A aproximação permite utilizar muitos métodos de sintonia de controladores além de permitir um tratamento mais simplificado, por uma FT de menor ordem (menos polos, menos parâmetros, etc)

Essa será a estratégia utilizada nas aulas.

IMPORTANTE: a FT de ordem 1 será usada para sintonizar o controlador PID, mas a simulação será feita na FT original, para obter uma resposta mais fidedigna.

Se uma planta real estivesse sendo utilizada, o teste seria feito nela, e não no modelo de primeira ordem.

3. Parâmetros de qualidade para resposta ao degrau



Os principais parâmetros de qualidade da resposta ao degrau de um sistema de segunda ordem são:

- Sobreelevação
- Tempo de estabelecimento
- Tempo de subida
- Erro em regime

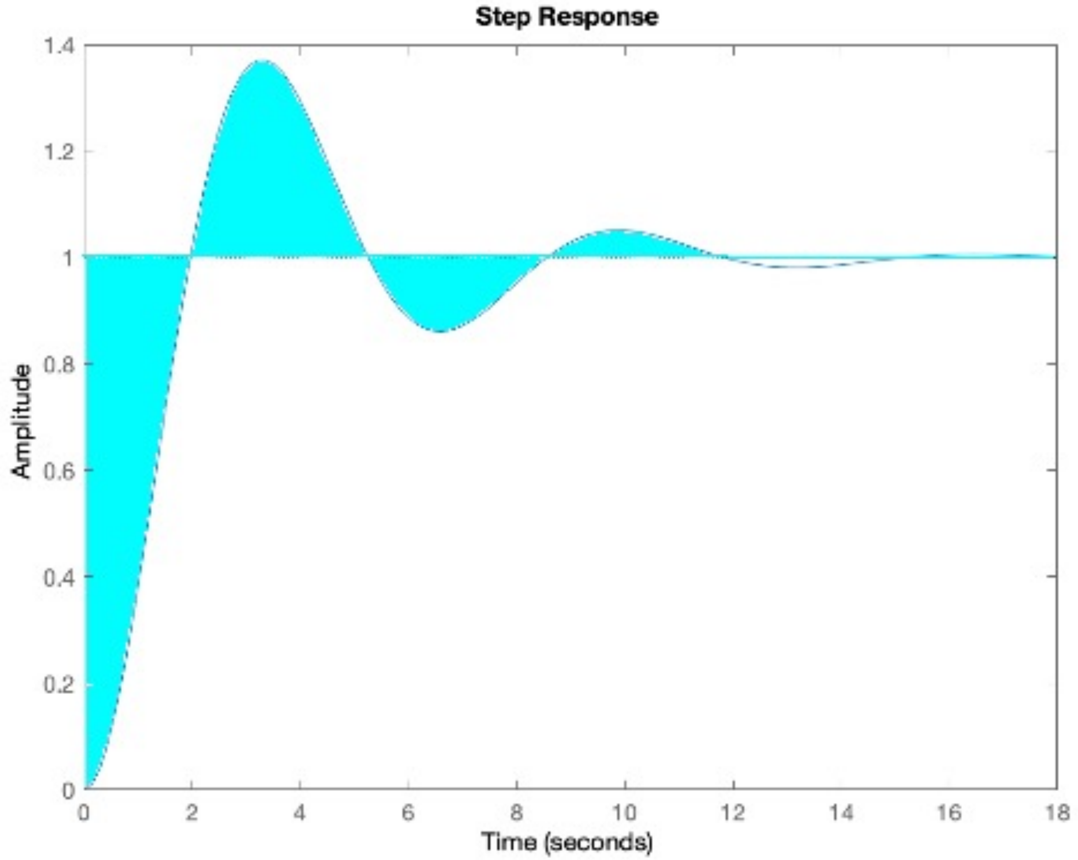
Essa é a resposta analisada, pois ao se adicionar o controlador, respostas desta natureza são geradas.

4. Análise da integral absoluta do erro (IAE)

Este índice permite juntar os 2 tempos e a sobreelevação e o errgo em regime em um único índice.

A desvantagem é que fica mais difícil interpreter seu valor, que é usado sempre de forma comparativa, usando uma mesma janela de tempo para a integração.

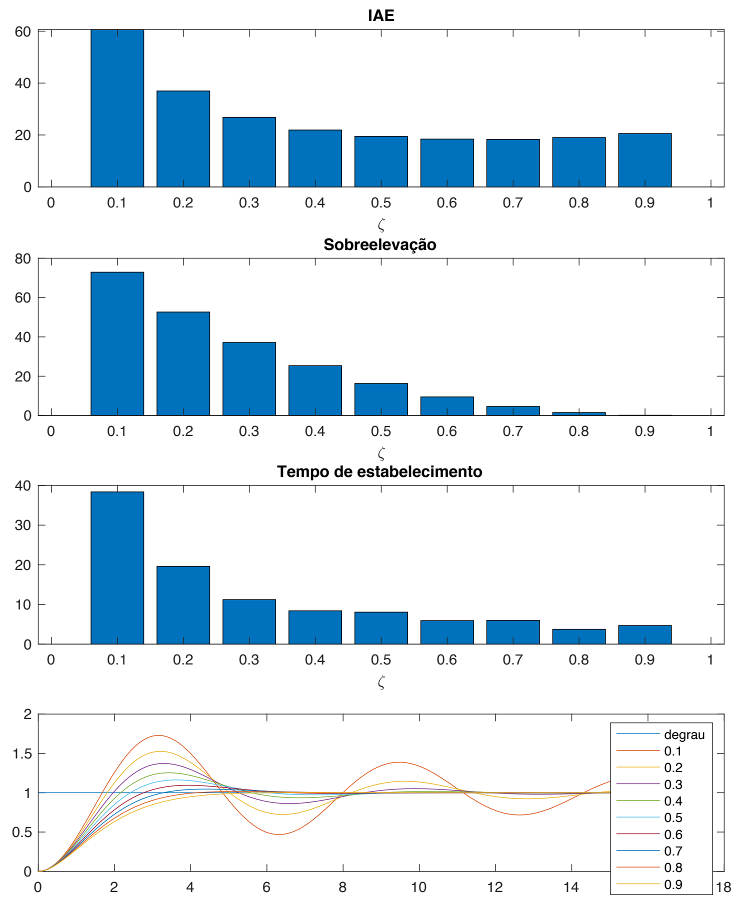
4. Análise da integral absoluta do erro (IAE)



A área em azul representa a integral do erro absoluto, obtido integrando a diferença absoluta entre a entrada (=1) e a saída em cada instante

O aumento da sobreelevação e maiores tempos de resposta fazem o IAE ser maior

4. Análise da integral absoluta do erro (IAE)



Relação do IAE com parâmetros de qualidade da resposta ao degrau

Em geral tempos maiores têm mais efeito no IAE do que a sobreelevação

4. Análise da integral absoluta do erro (IAE)

O cálculo do IAE no Matlab pode ser feito usando a função trapz, que realiza a integração usando aproximação trapezoidal.

Se g é a FT de malha fechada, sua resposta ao degrau é

[y,t]=step(g)

e o erro é E=1-y.

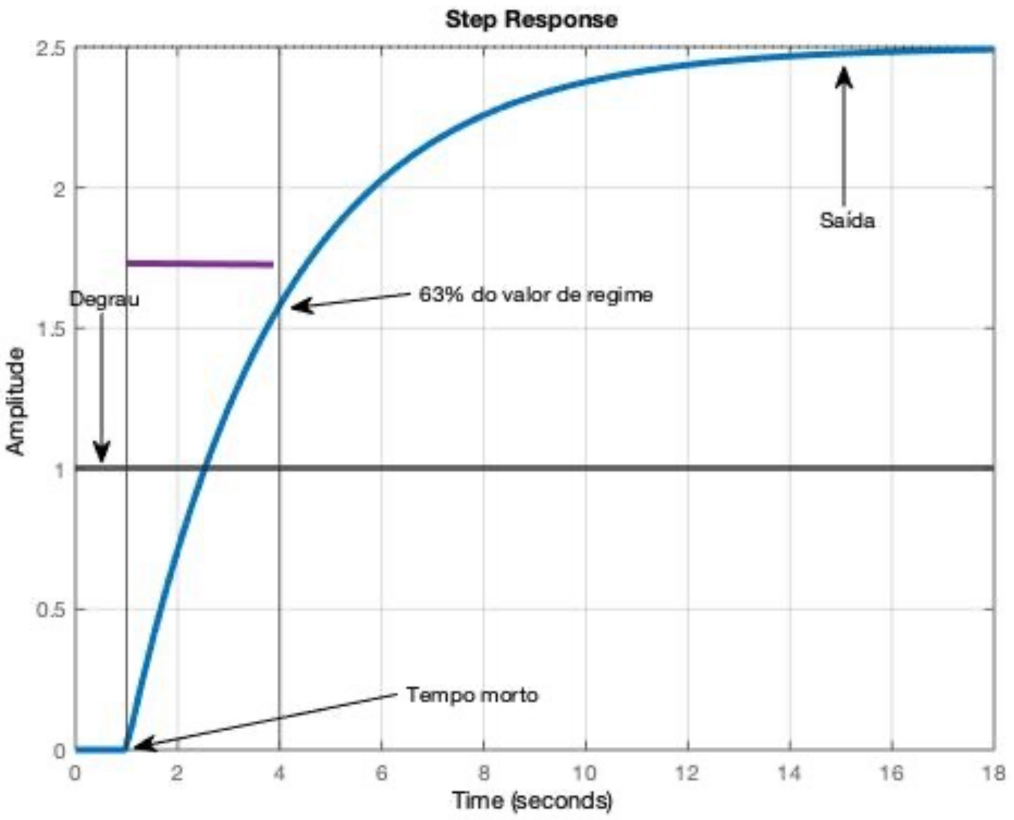
IAE=trapz(t,abs(E));

5. Métodos de sintonia

Seja a resposta ao degrau mostrada.
O modelo é definido por:

$$G(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{\tau s + 1}$$

K = 2.5/1=2.5
θ=1
$\tau = 4 - 1 = 3$



5. Métodos de sintonia

O conhecimento dos parâmetros:

- Tempo morto θ
- Ganho K
- Constante de tempo τ

permite calcular os parâmetros do controlador que garantem a estabilidade em malha fechada e certo desempenho.

5. Métodos de sintonia

Esses métodos assumem o controlador PID na forma série:

$$C(s) = K_p(1 + \frac{1}{T_I s} + K_D s)$$

Caso a implementação seja feita um controlador PID na estrutura paralela,

$$C(s) = K_p 1 + \frac{1}{T_I s} + K_D s$$

Basta dividir os ganhos K_I e K_D do método por K_p antes de aplicar.

5. Métodos de sintonia

Nestas equações

$$C(s) = K_p 1 + \frac{1}{T_I s} + K_D s$$

$K_I = \frac{1}{T_I}$ e

$K_D = T_D,$

por razões históricas e ainda usadas na indústria.

5. Métodos de sintonia

$$G(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{\tau s + 1}$$

Tabela 1. Sintonia via segundo método de Ziegler Nichols

Controlador	K_P	T_I	T_D
P	$\frac{\tau}{K\theta}$	-	-
PI	$\frac{0.9\tau}{K\theta}$	3.33θ	
PID	$\frac{1.2\tau}{K\theta}$	2θ	0.5θ

5. Métodos de sintonia

Pode-se escolher um controlador na forma proporcional (P), proporcional+integral (PI) ou proporcional+integral+derivativo (PID).

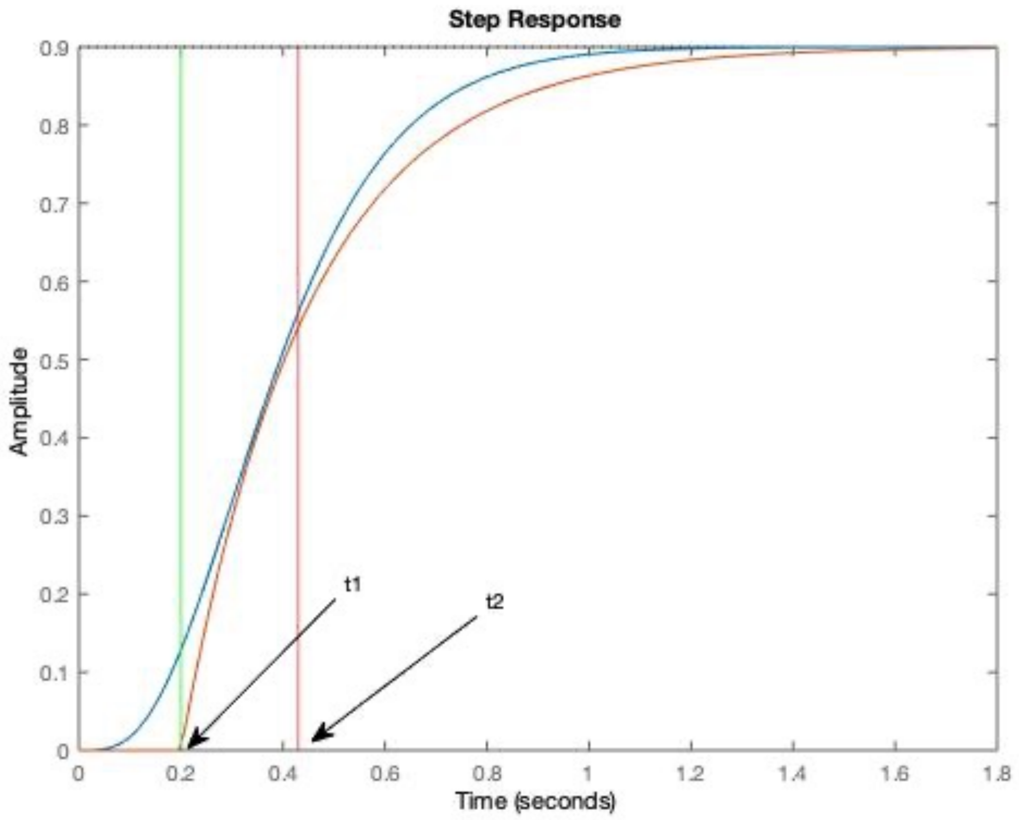
$$G(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{\tau s + 1}$$

Como $K_p = \frac{\tau}{K\theta}$:

Quanto maior o tempo morto ou o ganho K, menor K_p

Quanto maior a constante de tempo, maior K_p

5. Métodos de sintonia



Na figura ao lado o tempo morto é t_1.

A constante de tempo é t_2- t_1. Tempo morto maior implica em constante de tempo menor

Como o ganho proporcional é dado por $K_p = \frac{\tau}{K\theta} = \frac{t_2 - t_1}{K t_1}$

Conclui-se que aumentar t_1 reduz o ganho K_p

5. Métodos de sintonia

Método CHR(Chein, Hrones, Reswick, 1952).

Propõe 2 sintonias:

- Rápida sem sobresinal
- Mais rápida com 20% de sobresinal

5. Métodos de sintonia

Tabela 2. Sintonia via método CHR. Critério: sem sobressinal – problema servo

Controlador	K_P	T_I	T_D
P	$\frac{0.3\tau}{K\theta}$	-	-
PI	$\frac{0.35\tau}{K\theta}$	1.16θ	
PID	$\frac{0.6\tau}{K\theta}$	τ	0.5θ

Problema servo: seguir uma referência

5. Métodos de sintonia

Sintonia via método CHR. Critério: 20% de sobressinal – problema servo

Controlador	K_P	T_I	T_D
P	$\frac{0.7\tau}{K\theta}$	-	-
PI	$\frac{0.6\tau}{K\theta}$	τ	
PID	$\frac{0.95\tau}{K\theta}$	1.357τ	0.473θ

5. Métodos de sintonia

Método Cohen-Coon

Produz melhores respostas com sistemas com tempo morto maior,

$$\frac{\theta}{\tau} > 0.3$$

5. Métodos de sintonia

Tabela 5. Sintonia segundo o método de Cohen e Coon

Controlador	K_P	T_I	T_D
P	$(1.03 + 0.35\frac{\theta}{\tau})\frac{\tau}{K\theta}$	-	-
PI	$(0.9 + 0.083\frac{\theta}{\tau})\frac{\tau}{K\theta}$	$\frac{(0.9 + 0.083\frac{\theta}{\tau})}{1.27 + 0.6\frac{\theta}{\tau}}\theta$	-
PID	$(1.35 + 0.25\frac{\theta}{\tau})\frac{\tau}{K\theta}$	$\frac{(1.35 + 0.25\frac{\theta}{\tau})}{0.54 + 0.33\frac{\theta}{\tau}}\theta$	$\frac{0.5\theta}{1.35 + 0.25\frac{\theta}{\tau}}$

5. Métodos de sintonia

Sintonia ótima: minimiza algum critério de desempenho: IAE, ITAE,

Método	K_C	T_I	T_D
ITAE - s	$\frac{0{,}965}{K}\cdot\left(\frac{\tau}{\theta}\right)^{0{,}85}$	$\frac{\tau}{0{,}796-0{,}1465\cdot\frac{\theta}{\tau}}$	$0{,}308\cdot\tau\cdot\left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{0{,}929}$
ITAE - r	$\frac{1{,}357}{K}\cdot\left(\frac{\tau}{\theta}\right)^{0{,}947}$	$\frac{\tau}{0{,}842}\cdot\left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{0{,}738}$	$0{,}381\cdot\tau\cdot\left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{0{,}995}$

5. Métodos de sintonia

Muito importante:

A sintonia é ótima se o controlador é aplicado ao modelo utilizado para o projeto.

Não há garantia de otimalidade se for aplicado ao processo original.

Por exemplo, $G_1(s) = \frac{e^{-s}}{2.3s+1}$ aproxima G$(s) = \frac{1}{(s+1)(s+1)(s+1)}$.

O resultado ótimo é obtido aplicando o controlador a $G_1(s)$

5. Métodos de sintonia

Sintonia ótima: minimiza algum critério de desempenho

Integral do erro (*IE*): integral do sinal de erro no tempo. Este índice não é usual pois erros positivos cancelam erros negativos, podendo mascarar o resultados para respostas subamortecidas (MARLIN, 1995).	$IE = \int_0^\infty e(t)dt$
Integral do erro absoluto (*IAE*): integral do valor absoluto do sinal de erro no tempo. É equivalente à soma das áreas acima e abaixo do valor de referência (MARLIN, 1995).	$IAE = \int_0^\infty \lvert e(t)\rvert dt$
Integral do erro absoluto ponderado no tempo (*ITAE*): integral do tempo multiplicado pelo valor absoluto do sinal de erro no tempo. Este índice penaliza erros que se mantém no tempo (MARLIN, 1995).	$ITAE = \int_0^\infty t \cdot \lvert e(t)\rvert dt$
Integral do erro quadrático (*ISE*): integral do quadrado do sinal de erro no tempo. Este índice, por definição, penaliza mais, valores maiores do sinal de erro (MARLIN, 1995).	$ISE = \int_0^\infty \left[e(t)\right]^2 dt$

5. Métodos de sintonia

Sintonia Lambda (λ):

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_p(s)C(s)}{1 + G_p(s)C(s)}$$

Neste método, tem-se controle sobre o tempo de resposta, escolhendo λ.

Pode-se escolher:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{\lambda s + 1}$$

Observe que λ é a constante de tempo de malha fechada desejada

5. Métodos de sintonia

Sistema em malha fechada

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{\lambda s + 1} = \frac{G_P(s)C(s)}{1 + G_P(s)C(s)}$$

Com o controlador dado por

$$C(s) = \frac{1}{G_P(s)\lambda s}$$

Obviamente, este controlador pode não existir (não ser causal)

5. Métodos de sintonia

Sintonia lambda para FOPTD

Tabela 7. Sintonia do PID segundo Rivera, Morari e Skogestad para processos com tempo morto

Controlador	K_P	T_I	T_D	Sugestão para o Desempenho
PID	$\dfrac{2\tau+\theta}{K\times(2\lambda+\theta)}$	$\tau+\left(\dfrac{\theta}{2}\right)$	$\dfrac{\tau\times\theta}{(2\tau+\theta)}$	$\dfrac{\lambda}{\theta}>0.8$
PI	$\dfrac{(2\tau+\theta)}{K\times 2\lambda}$	$\tau+\left(\dfrac{\theta}{2}\right)$	-	$\dfrac{\lambda}{\theta}>1.7$

5. Métodos de sintonia

Sintonia lambda para outras FTs:

Tabela 6. Sintonia do PID segundo Rivera, Morari e Skogestad

Modelo do Processo	K_P	T_I	T_D
$\frac{K}{\tau s+1}$	$\frac{\tau}{K\times\lambda}$	τ	-
$\frac{K}{(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)}$	$\frac{(\tau_1+\tau_2)}{K\times\lambda}$	$(\tau_1+\tau_2)$	$\frac{\tau_1\times\tau_2}{(\tau_1+\tau_2)}$
$\frac{K}{\tau^2 s^2+2\xi\tau\times s+1}$	$\frac{2\xi\tau}{K\times\lambda}$	$2\xi\tau$	$\frac{\tau}{2\xi}$
$\frac{K}{s}$	$\frac{1}{K\times\lambda}$	-	-
$\frac{K}{s(\tau s+1)}$	$\frac{1}{K\times\lambda}$	-	τ

5. Métodos de sintonia

Rotina fornecida: calcula os parâmetros de controladores usando as tabelas fornecidas

function [C, iae] = sintonia(G, tipo, metodo, lambda)

- G é a FT, definida via comando tf
- tipo = P, PI, PID (entre aspas)
- metodo = cohen, chr, chr20, zie, iae, lam (entre aspas)'
- lambda = constante de tempo de malha fechada se usado metodo lambda, senão não precisa fornecer

Saídas: C é o controlador e iae é a integral do erro absoluto

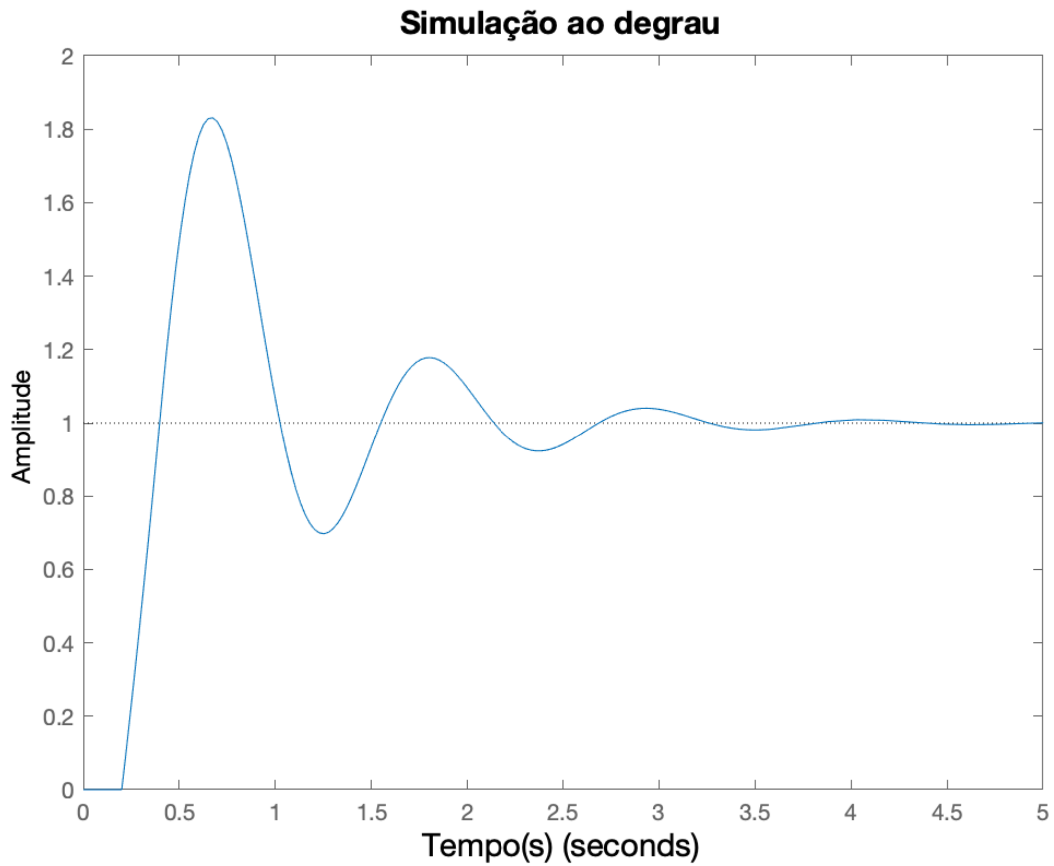
5. Métodos de sintonia

Exemplo:

```
>> g=tf(1,[5 1],'InputDelay',0.2)

g =

                    1
  exp(-0.2*s) * -------
                5 s + 1

Continuous-time transfer function.

>> [C,iae]=sintonia(g,'PI', 'zie')

C =

             1
  Kp + Ki * ---
             s

  with Kp = 22.5, Ki = 33.8

Continuous-time PI controller in parallel form.


iae =

    0.8455
```

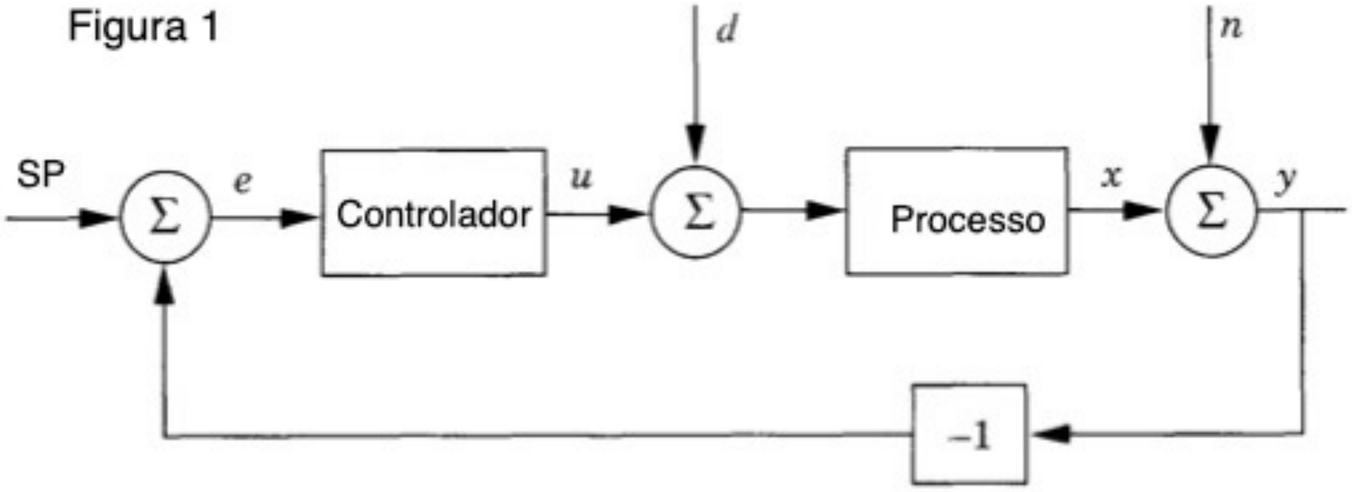
5. Métodos de sintonia

Se a rotina sintonia for usada sem argumento de saída, retorna a simulação gráfica (resposta ao degrau).



6. Simulação do controlador em malha fechada

Figura 1



É importante avaliar tanto a resposta a entrada de referência SP quando a rejeição ao distúrbio (d).

Para um processo dado por G(s) e um controlador dado por C(s),

$$\frac{Y(s)}{SP(s)} = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)}$$

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G(s)}{1 + C(s)G(s)}$$