

# Trabalho 2 - Séries Temporais

Caroline Cogo Carneosso\*

João Inácio Scrimini†

Renata F. Stone‡

junho 2022

## Sumário

<b>1</b>	<b>Análise da Série Temporal</b>	<b>2</b>
1.1	Análise Descritiva . . . . .	2
1.2	Retirada de outliers . . . . .	3
1.3	Testes de Tendência Determinística . . . . .	5
1.4	Testes de Tendência Estocástica - Raiz Unitária . . . . .	6
1.5	Ajuste de Tendência . . . . .	6
1.6	Testes de Sazonalidade . . . . .	9
1.7	Análise de Previsão . . . . .	9

---

\*carolcogo808@gmail.com

†joao.inacio.scrimini@gmail.com

‡renastan@gmail.com

# 1 Análise da Série Temporal

Nesta seção será discutida todas as análise necessárias para avaliar as propriedades da série temporal simulada com 500 obsevações. Todas as análises foram elaboradas em ambiente *R*.

## 1.1 Análise Descritiva

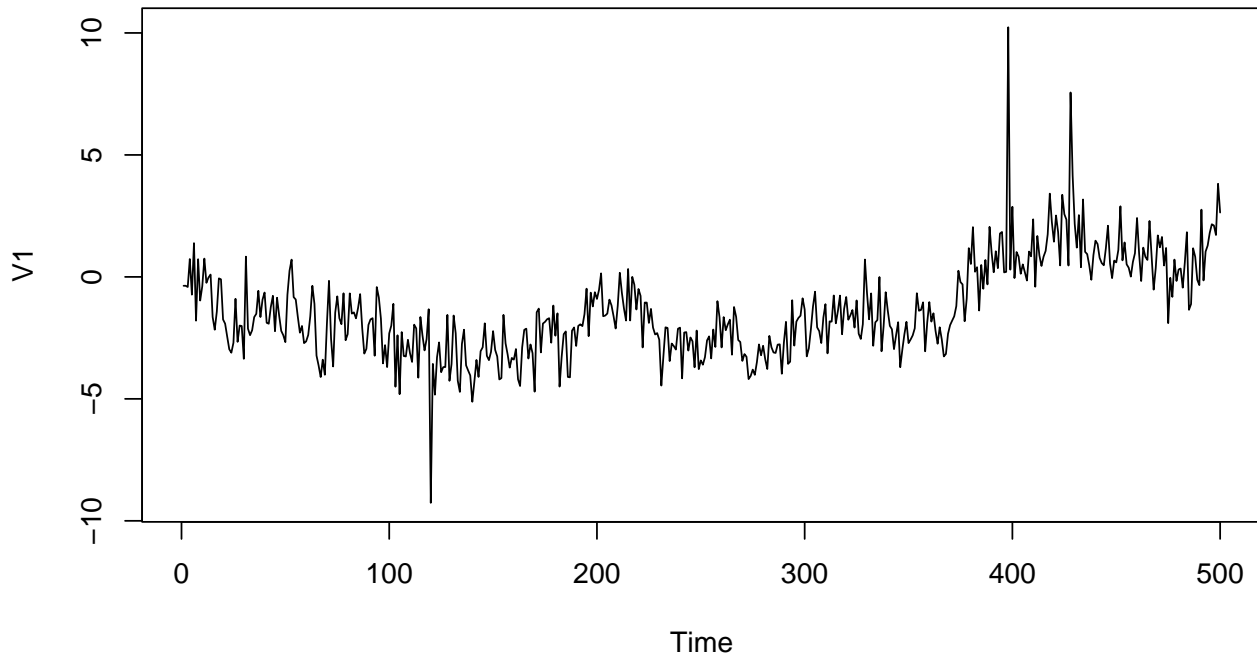


Figura 1: Gráfico da Série Temporal simulada.

Na Figura 1 é apresentada a série em estudo. É possível notar que existem três picos, entretanto eles não indicam uma sazonalidade, provavelmente, são consequência da presença de outliers na série. Além disso, ela oscila de forma a não indicar ser crescente ou decrescente.

Como visto, anteriormente, a série pode apresentar outliers, por isso na Figura 2 é apresentado um Boxplot da série em estudo. É possível notar que existem cinco possíveis outliers, quatro deles estão localizados acima do limite superior indicado no gráfico, dois deles próximo de 5, um entre 5 e 10, o mais distante está acima de 10, e na parte inferior um bem próximo de -10.

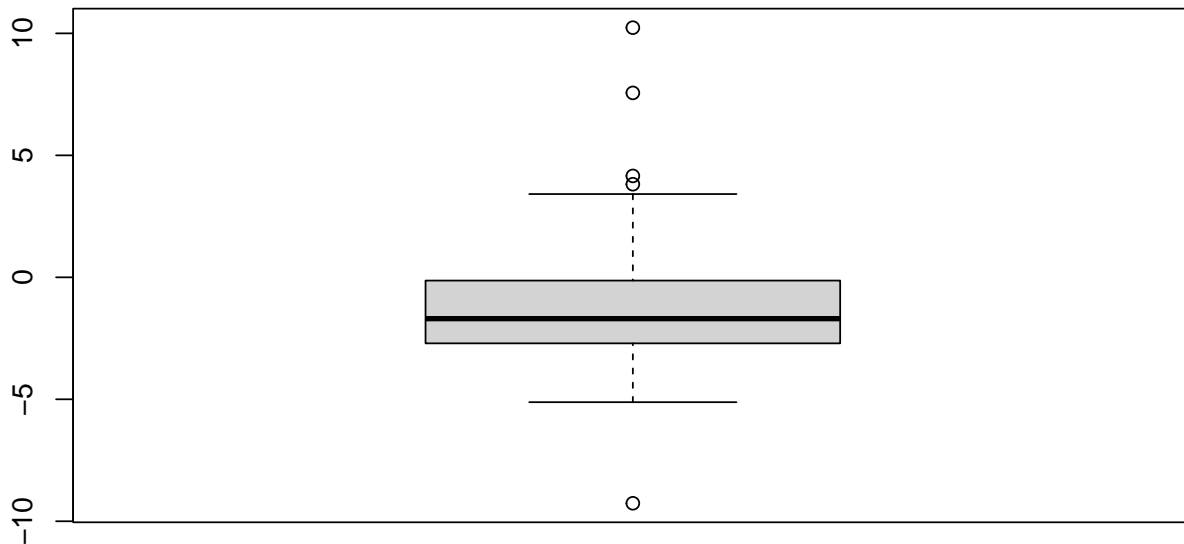


Figura 2: Gráfico Boxplot da Série Temporal simulada.

Na Tabela 1 está disponível a análise descritiva dos dados, nota-se que o menor valor obtida foi de  $-9,2627$  e a maior de  $10,2339$ . Destaca-se, também, que o valor médio dela é  $-1,3662$ . Note que por mais que a média seja um valor baixo, o valor máximo é muito superior, provavelmente, esse valor é um dos outliers.

Tabela 1: Análise descritiva da série em estudo.

Mínimo	-9,2627
1º Quantil	-2,7041
Mediana	-1,6959
Média	-1,3662
3º Quantil	-0,1392
Máximo	10,2339

## 1.2 Retirada de outliers

Nessa seção será realizado um teste para indicar, quantos outliers, realmente, estão presentes na série. Na sequência será realizada a retirada dessas observações da série em estudo.

Foi identificado pelo teste de Rosner, apresentado na tabela 2, que as observações 120, 398 e 428 eram influentes, assim, precisavam ser retiradas do banco de dados. Portanto, na Figura 3 é apresentada novamente a série temporal simulada, mas agora sem as observações influentes indicadas. Agora a série já indica um possível crescimento, entretanto segue com muita oscilação. Sem as observações foi desfeita a impressão de três picos como indicado antes, provavelmente, eles eram consequências dos três outliers presentes na série.

Tabela 2: Teste de Rosner para outliers

$i$	Valor	Obs.Num	$R.i + 1$	$\text{Lambda}.i + 1$	Outlier
1	10,233903	398	6,061071	3,863127	TRUE
2	7,559611	428	4,853659	3,862597	TRUE
3	-9,262744	120	4,360793	3,862066	TRUE
4	4,155997	429	3,137311	3,861533	FALSE
5	3,816567	499	2,978463	3,861000	FALSE

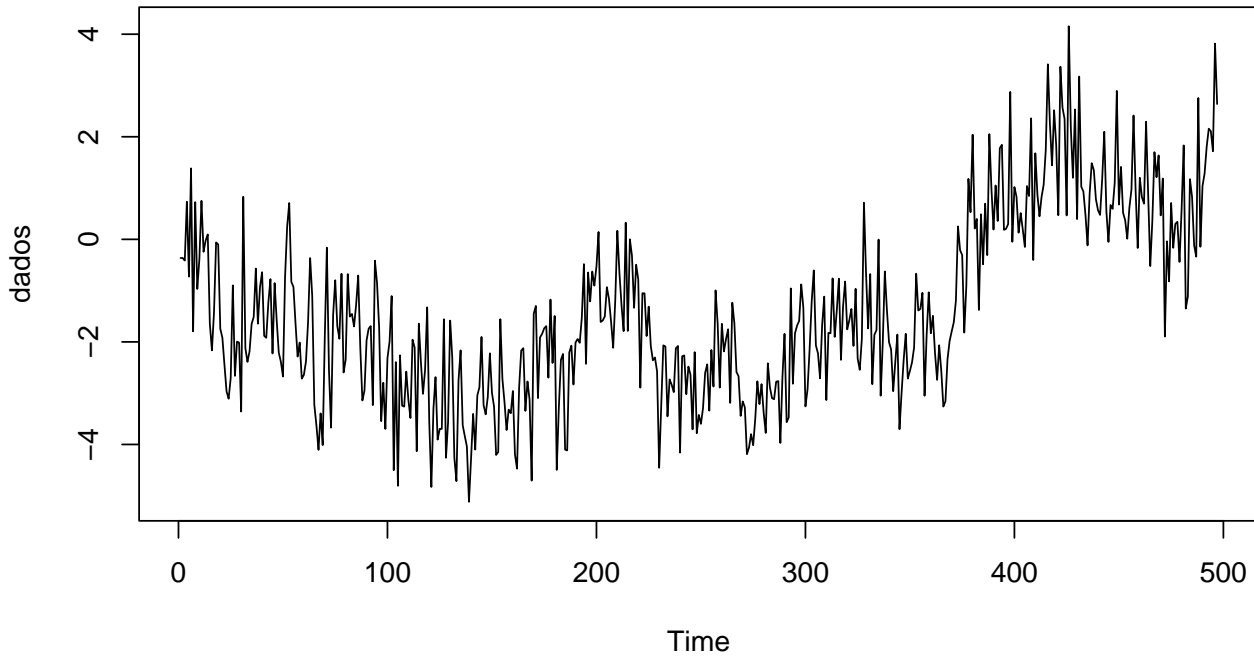


Figura 3: Gráfico da Série Temporal simulada após retirados os outliers.

Agora, considerando a Figura 4 (FAC), pode-se ver que existe autocorrelação, entretanto não existe autocorrelação constante, contendo um grande pico e significância no lag 1, diminuindo nos seguintes, e voltando a ser significativo em partes, aproximadamente, entre os lags 100 até 200. O decaimento da função de autocorrelação ocorre de forma lenta, indicando a dependência entre as observações. A partir do lag 370 até o 500, aproximadamente, a série é significativa, sem autocorrelação. Agora, considerando a Figura 5 (FACP) nota-se que somente o primeiro lag é significativo, ao decorrer dos lags temos correlações não significativas, dentro dos limites estabelecidos. Sendo assim, nas próximas subseções serão explorados testes de tendência.

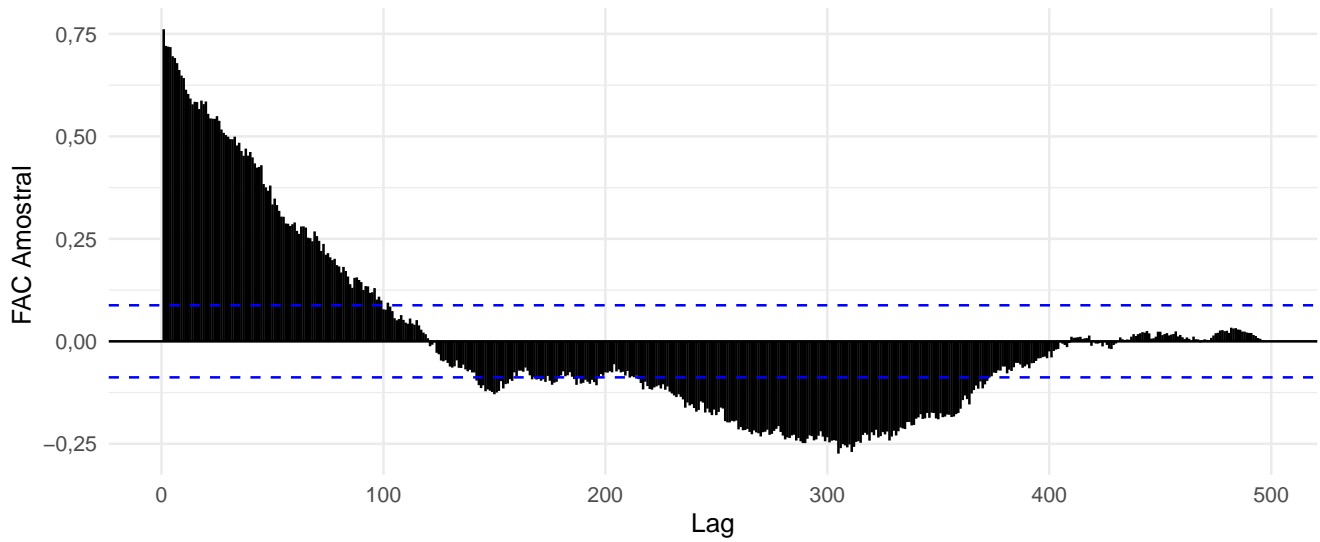


Figura 4: Gráfico da Função de Autocorrelação amostral (FAC amostral).

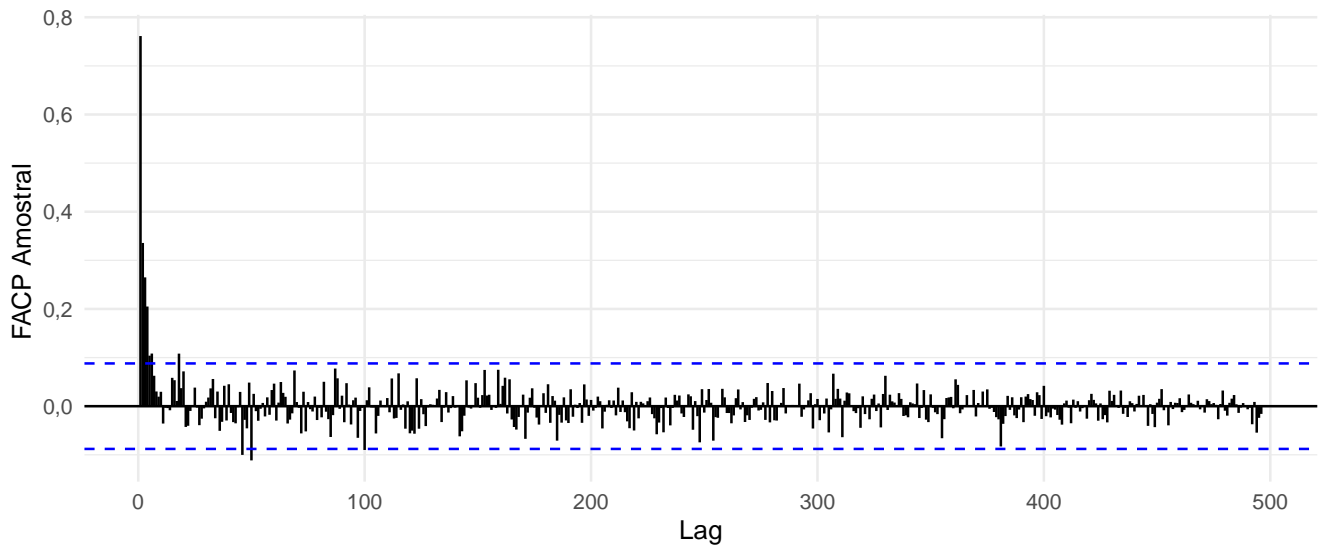


Figura 5: Gráfico da Função de Autocorrelação Parcial amostral (FACP amostral).

### 1.3 Testes de Tendência Determinística

Pela Tabela 3, em todos os testes de tendência determinística aplicados, os p-valores são inferiores ao alpha ( $\alpha = 5\%$ ). Portanto, rejeita-se a hipótese nula ( $H_0$ ). Sendo assim, pelos testes já realizados a série inicial apresenta tendência determinística. Considere como  $H_0$ : Sem Tendência Determinística (STD) e  $H_1$ : Possui Tendência Determinística (TD).

Tabela 3: Testes de Tendência Determinística

Teste	Rotina	$H_0$	$H_1$	P-valor	Conclusão
Cox-Stuart	<i>cox.stuart</i>	STD	TD	$1,0379 \times 10^{-7}$	TD
Cox-Stuart	<i>cs.test</i>	STD	TD	$6,4303 \times 10^{-15}$	TD
Wald-Wolfowitz	<i>runs.test</i>	STD	TD	$2,5505 \times 10^{-36}$	TD
Wald-Wolfowitz	<i>ww.test</i>	STD	TD	$1,3041 \times 10^{-65}$	TD
Mann-Kendall	<i>mk.test</i>	STD	TD	$4,6046 \times 10^{-28}$	TD
Mann-Kendall	<i>MannKendall</i>	STD	TD	$< 2.22e^{-16}$	TD

## 1.4 Testes de Tendência Estocástica - Raiz Unitária

Na Tabela 4, no teste Aumentado de Dickey-Fuller (ADF) temos um p-valor de 0,2166, logo, maior que 0,05. Assim, no teste de Phillips-Perron (PP), observa-se p-valor menor que 0,05. Portanto, para o teste ADF não rejeitou a hipótese nula ( $H_0$ ), demonstrando Raiz unitária, já para o PP rejeitou  $H_0$ , demonstrando estacionário. Sendo assim, a série, possivelmente, apresenta raiz unitária. Agora, segundo os testes de Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS), sendo o primeiro referente a tendência estocástica, a série apresentou raiz unitária, com p-valor sendo menor que 0,01, rejeitando a hipótese nula ( $H_0$ ). Já no segundo, referente a tendência determinística, temos que a série apresenta tendência determinística, com p-valor menor que 0,01, rejeitando  $H_0$ . Considere RU como sendo a hipótese de haver raiz unitária e Estacionária como a hipótese quando se tem tendência estacionária.

Tabela 4: Testes de Tendência Estocástica - Raiz Unitária

Teste	Rotina	$H_0$	$H_1$	P-valor	Conclusão
ADF	<i>adf.test</i>	RU	Estacionária	0,2166	RU
PP	<i>pp.test</i>	RU	Estacionária	0,01	Estacionária
KPSS	<i>kpss.test</i>	Estacionária	RU	0,01	RU
KPSS	<i>kpss.test</i>	Estacionária	TD	0,01	TD

Com esses resultados, podemos verificar que a série provavelmente apresenta as duas tendências, determinística e estocástica. Portanto, na sequência é realizado ajustes para eliminação da raiz unitária e consequentemente da tendência determinística.

## 1.5 Ajuste de Tendência

A partir da identificação da necessidade de ajuste, o mesmo é feito sobre a série inicial e foi realizado pelo método da diferença. Assim, todos os testes foram refeitos, verificando se houve melhora no modelo, tornando-o estacionário:

Segundo o Figura 6, já pode-se ver que o ajuste, possivelmente, transformou a série em estacionária. Como vemos, a série visualmente não está apresentando nenhuma tendência, tendo uma aleatoriedade conforme o tempo.

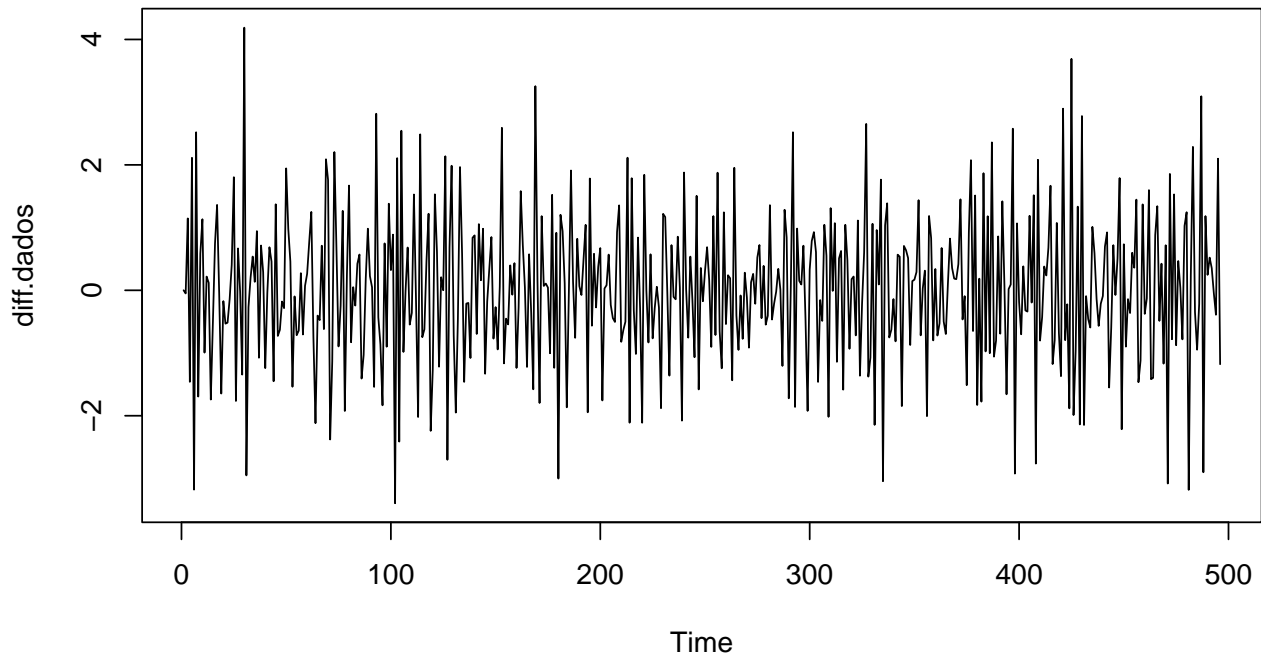


Figura 6: Gráfico do ajuste por diferença da série inicial.

Pela Figura 7, vemos que existem poucos lags com alguma significância, e também, já conseguimos ver que a série apresenta uma autocorrelação constante, apresentando no lag 1 alta correlação. Já, analisando a Figura 8, nota-se que nos lags 1, 2, 3, 4 e 5 temos correlações bem significativas, seguindo, no restante por correlações não significativas ou com pouca significância, e autocorrelação constante.

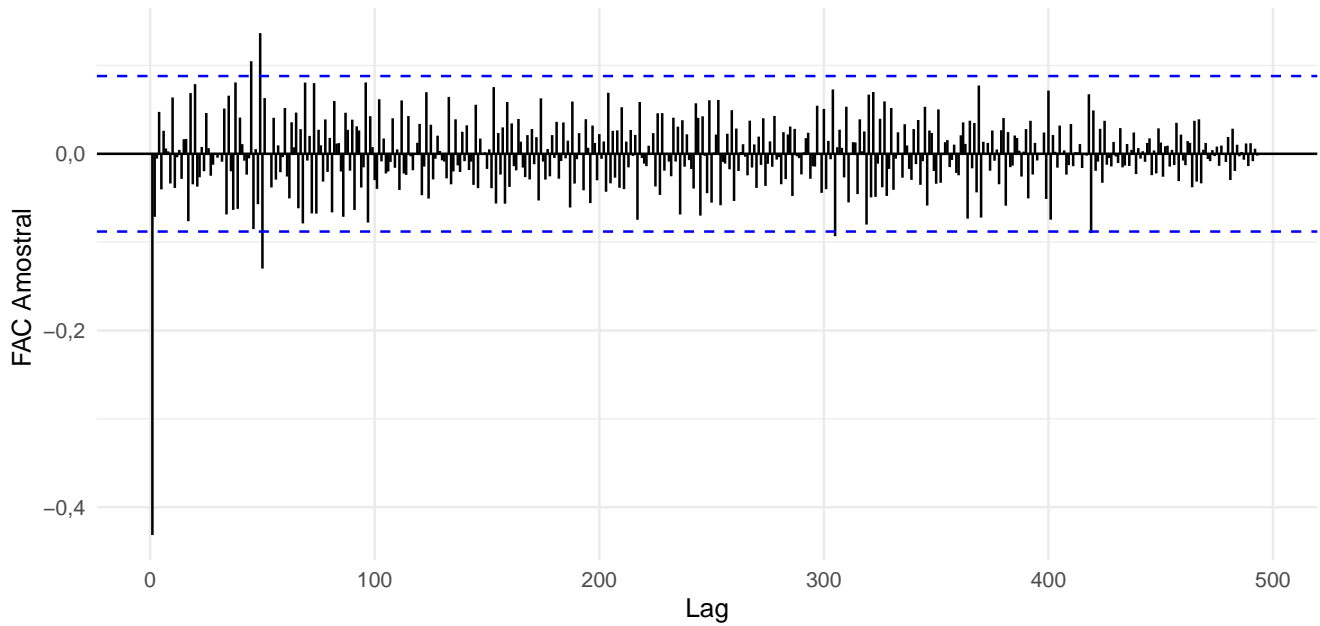


Figura 7: Gráfico da Função de Autocorrelação amostral (FAC amostral) da série ajustada.

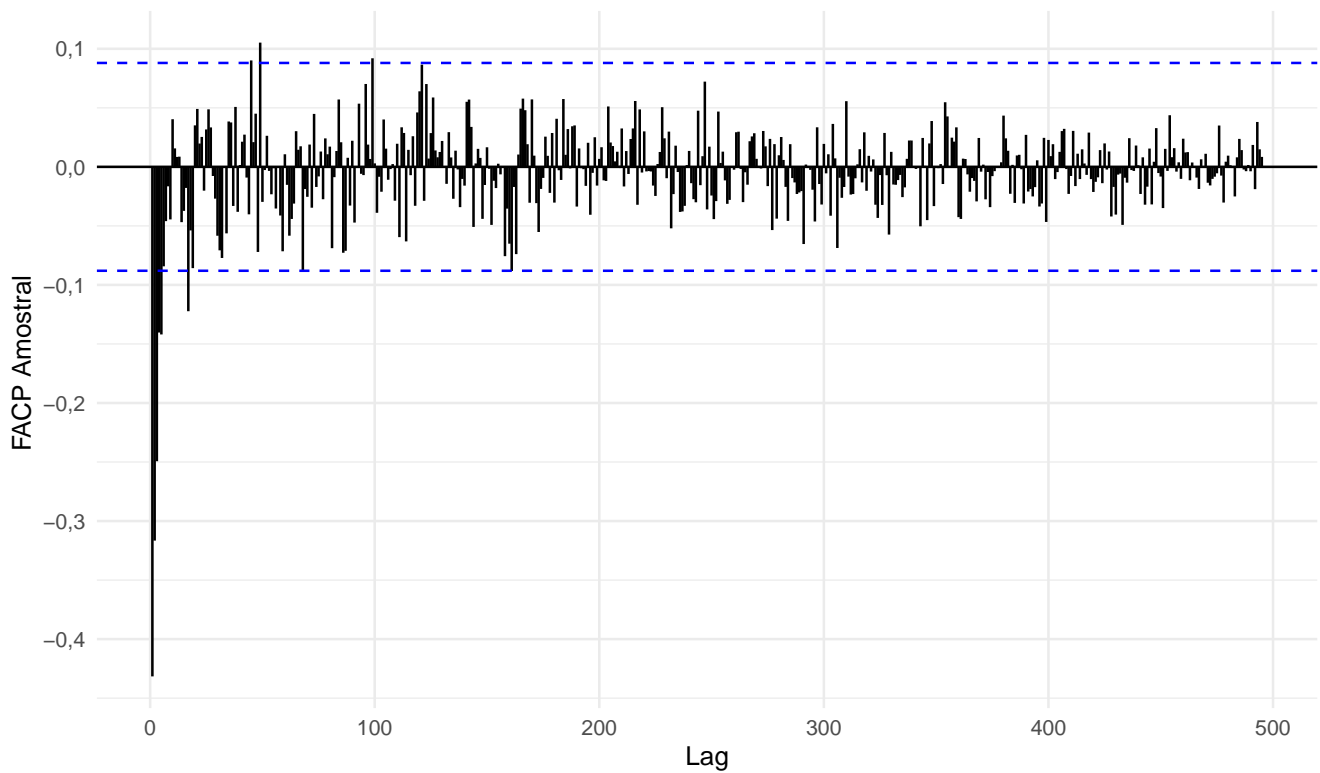


Figura 8: Gráfico da Função de Autocorrelação Parcial amostral (FACP amostral) da série ajustada.

É possível na Tabela 5 perceber que os p-valores foram superiores ao alpha ( $\alpha = 5\%$ ) em todos os testes de tendência determinística aplicados, com exceção dos testes de Wald-Wolfowitz, sendo *runs.test* e *ww.test*. Portanto,



não rejeitando a hipótese nula ( $H_0$ ), apresentando serie estacionária, já pelos teste de Wald-Wolfowitz, rejeitando  $H_0$ , apresentando ainda tendência. Sendo assim, pela maioria dos testes a série ajustada não apresenta tendência determinística.

Tabela 5: Testes de Tendência determinística do modelo ajustado

Teste	Rotina	$H_0$	$H_1$	P-valor	Conclusão
Cox-Stuart	<i>cox.stuart</i>	STD	TD	0,9494	STD
Cox-Stuart	<i>cs.test</i>	STD	TD	0,1949	STD
Wald-Wolfowitz	<i>runs.test</i>	STD	TD	$7,6434 \times 10^{-5}$	TD
Wald-Wolfowitz	<i>ww.test</i>	STD	TD	$8,9321 \times 10^{-22}$	TD
Mann-Kendall	<i>mk.test</i>	STD	TD	0,663	STD
Mann-Kendall	<i>MannKendall</i>	STD	TD	0.663	STD

Agora visualizando a Tabela 6, todos os testes apresentaram tendência estacionária. Rejeitando  $H_0$  pelos testes ADF e PP, e não rejeitando  $H_0$  pelos testes de KPSS. Com isso, não rejeitando as hipóteses de estacionariedade de cada teste.

Tabela 6: Testes de Raiz unitária para o modelo ajustado

Teste	Rotina	$H_0$	$H_1$	P-valor	Conclusão
ADF	<i>adf.test</i>	RU	Estacionária	0,01	Estacionária
PP	<i>pp.test</i>	RU	Estacionária	0,01	Estacionária
KPSS	<i>kpss.test</i>	Estacionária	RU	0,1	Estacionária
KPSS	<i>kpss.test</i>	Estacionária	TD	0,1	Estacionária

Todos os testes aplicados sobre o ajuste feito na série inicial indicaram que o ajuste por diferença, retirando a raiz unitária, demonstrou-se eficiente, tornando a série estacionária. Entretanto, apenas um dos testes (Wald-Wolfowitz) apresentou uma possível tendência no ajuste, mas visualmente e pela maioria dos testes, conclui-se que temos uma série estacionária. Portanto, será verificado se a série apresenta sazonalidade.

## 1.6 Testes de Sazonalidade

Considere que para uma série temporal ser sazonal (possuir sazonalidade) é preciso que os fenômenos que ocorrem durante o tempo se repitam em um período idêntico de tempo. Logo, testes pra identificar sazonalidade na série ajustada foram feitos.

Assume-se para  $H_0$ : Série Temporal Não Sazonal (STNZ) e  $H_1$ : Série Temporal Sazonal (STS). Todos os testes apresentaram p-valor maiores que  $\alpha = 5\%$ , como pode ser visto na Tabela 7. Portanto, não rejeitando  $H_0$ , concluindo que a série em estudo não apresenta sazonalidade.

Tabela 7: Testes de sazonalidade do modelo ajustado.

Teste	Rotina	$H_0$	$H_1$	P-valor	Conclusão
Kruskal-Wallis	<i>kw</i>	STNZ	STS	0,0551	STNZ
Friedman	<i>fried</i>	STNZ	STS	0,2076	STNZ
QS	<i>qs</i>	STNZ	STS	1	STNZ

## 1.7 Análise de Previsão

Para os ajustes de previsão, serão testados 3 modelos de Suavização Exponencial, sendo eles Suavização Exponencial Simples (SES), Suavização Exponencial de Holt Clássico (SEH Clássico) e Suavização Exponencial de Holt Amortecido (SEH Amortecido), sobre a série transformada por diferença, estacionária. Assim, na tabela 8, temos as medidas de seleção de modelo para cada um dos 3 modelos ajustados. Podemos ver que o modelo de SES apresentou melhores índices aos demais. Na tabela 9, é apresentado as medidas de acurácia de cada modelo, nota-se

que o modelo SES apresentou menores erros de previsão aos demais, apenas no teste de MPE que SEH Amortecido apresentou-se melhor. Com essas análises, podemos perceber que o modelo de Suavização Exponencial Simples (SES) teve melhor ajuste de modelo e menores erros de previsão. Portanto utilizaremos o modelo de SES para realizar as previsões.

Tabela 8: Medidas dos critérios de seleção de modelo.

	AIC	BIC	AICC
SES	<b>3271,4033</b>	<b>3284,023</b>	<b>3271,4521</b>
SEH Clássico	3276,6468	3297,6797	3276,7692
SEH Amortecido	3277,7262	3302,9657	3277,898

Tabela 9: Medidas de acurácia dos modelos

	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE
SES	<b>1,2074</b>	<b>0,9396</b>	97,963	<b>102,1069</b>	<b>0,6886</b>
SEH Clássico	1,2089	0,9435	80,5124	130,184	0,6914
SEH Amortecido	1,2078	0,9405	<b>54,2579</b>	149,9506	0,6893

Na tabela 10 é apresentado as previsões para os próximos 12 meses utilizando o modelo de Suavização Exponencial Simples (SES), nota-se que a cada mês espera-se um aumento de 0,005770601, com margem de erro de 1,550443399 para nível de confiança de 80% e margem de erro de 2,371198399 para nível de confiança de 95%. Com isso, na tabela 11 é apresentado o ajuste para os dados reais, retirando a diferenciação, e pela figura 9 vemos esse ajuste da previsão para a série original, com os limites de 80% e 95%.

Tabela 10: Previsão de 12 anos pelo de modelo SES, pela diferença

	Previsão de pontos	LI 80	LS 80	LI 95	LS 95
Mês 1	0,005770601	-1,544673	1,556214	-2,365428	2,376969
Mês 2	0,005770601	-1,544673	1,556214	-2,365428	2,376969
Mês 3	0,005770601	-1,544673	1,556214	-2,365428	2,376969
Mês 4	0,005770601	-1,544673	1,556214	-2,365428	2,376969
Mês 5	0,005770601	-1,544673	1,556214	-2,365428	2,376969
Mês 6	0,005770601	-1,544673	1,556214	-2,365428	2,376969
Mês 7	0,005770601	-1,544673	1,556214	-2,365428	2,376969
Mês 8	0,005770601	-1,544673	1,556214	-2,365428	2,376969
Mês 9	0,005770601	-1,544673	1,556214	-2,365428	2,376969
Mês 10	0,005770601	-1,544673	1,556214	-2,365428	2,376969
Mês 11	0,005770601	-1,544673	1,556214	-2,365428	2,376969
Mês 12	0,005770601	-1,544673	1,556214	-2,365428	2,376969

Tabela 11: Previsão de 12 anos pelo modelo SES com ajuste nos dados reais

	Previsão de pontos	LI 80	LS 80	LI 95	LS 95
Mês 1	2,6436036	1,0931602	4,194047	0,2724052	5,014802
Mês 2	2,6493742	1,0989308	4,1998176	0,2781758	5,0205726
Mês 3	2,6551448	1,1047014	4,2055882	0,2839464	5,0263432
Mês 4	2,6609154	1,110472	4,2113588	0,289717	5,0321138
Mês 5	2,666686	1,1162426	4,2171294	0,2954876	5,0378844
Mês 6	2,6724566	1,1220132	4,2229	0,3012582	5,043655
Mês 7	2,6782272	1,1277838	4,2286706	0,3070288	5,0494256
Mês 8	2,6839978	1,1335544	4,2344412	0,3127994	5,0551962
Mês 9	2,6897684	1,139325	4,2402118	0,31857	5,0609668
Mês 10	2,695539	1,1450956	4,2459824	0,3243406	5,0667374
Mês 11	2,7013096	1,1508662	4,251753	0,3301112	5,072508
Mês 12	2,7070802	1,1566368	4,2575236	0,3358818	5,0782786

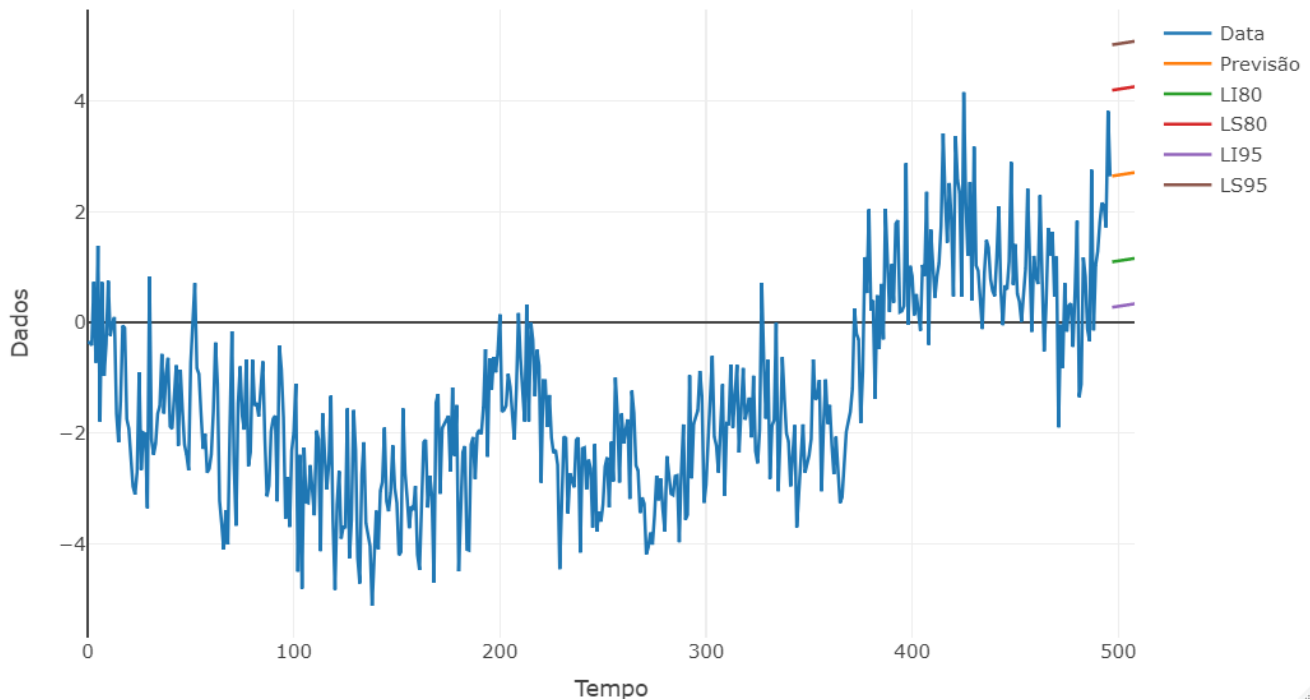


Figura 9: Gráfico da Previsão de 12 meses para Série Temporal utilizando o modelo de Suavização Exponencial Simples (SES).