

# Primeira Lista de Exercícios

## Otimização

Prof. Paulo Henrique Ribeiro Gabriel

### Modelagem e Solução Gráfica

1. Certa empresa fabrica 2 produtos P1 e P2. O lucro por unidade de P1 é de \$100,00 e o lucro unitário de P2 é de \$150,00. A empresa necessita de 2 horas para fabricar uma unidade de P1 e 3 horas para fabricar uma unidade de P2. O tempo mensal disponível para essas atividades é de 120 horas. As demandas esperadas para os 2 produtos levaram a empresa a decidir que os montantes produzidos de P1 e P2 não devem ultrapassar 40 unidades de P1 e 30 unidades de P2 por mês. Construa o modelo do sistema de produção mensal com o objetivo de maximizar o lucro da empresa.
2. Uma rede de televisão local tem o seguinte problema: foi descoberto que o programa “A” com 20 minutos de música e 1 minuto de propaganda chama a atenção de 30.000 telespectadores, enquanto o programa “B”, com 10 minutos de música e 1 minuto de propaganda chama a atenção de 10.000 telespectadores. No decorrer de uma semana, o patrocinador insiste no uso de no mínimo 5 minutos para sua propaganda e que não há verba para mais de 80 minutos de música. Quantas vezes por semana cada programa deve ser levado ao ar para obter o número máximo de telespectadores? Construa o modelo do sistema.
3. Uma fábrica de aço precisa decidir como alocar o horário da semana seguinte em um laminador, que é uma máquina que, recebendo lâminas de aço como entrada, pode produzir dois produtos: tiras e bobinas, a diferentes razões:
  - Tiras: 200 tons/h;
  - Bobinas: 140 tons/h.

O lucro para cada produto é dado como segue:

- Tiras: \$ 25/ton;
- Bobinas: \$ 30/ton.

Com base nos pedidos já feitos, não se deve produzir durante a semana mais do que:

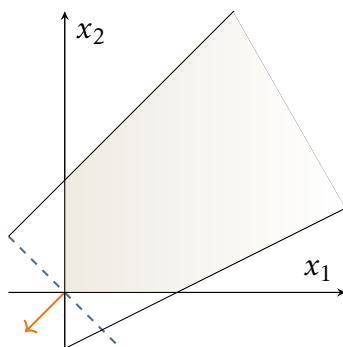
- Tiras: 6000 tons;
- Bobinas: 4000 tons.

Dado que há uma disponibilidade de 40 horas semanais de produção à disposição, o problema consiste em decidir quantas toneladas de cada um dos dois produtos, de modo a maximizar o lucro.

- Formular o problema de modo a permitir a determinação de quantas toneladas de tiras e bobinas de aço devem ser produzidas.
  - Resolver o problema, usando solução gráfica: quantas toneladas produzir de cada, e qual o lucro máximo esperado?
4. Uma companhia produz duas camisas: manga longa e manga curta. Na companhia, o único ponto crítico é a mão-de-obra disponível.
- A camisa de manga longa consome 50% a mais de mão-de-obra do que a de manga curta. Se toda a produção fosse concentrada na disponibilização de camisas de manga curta, a companhia poderia entregar 400 camisas da mesma por dia.
- O mercado limita a produção diária das camisas em 150 mangas longas e 300 mangas curtas. O lucro bruto por camisa de manga longa é de \$ 5 e o de manga curta, \$ 3,5.
- Formular o problema de modo a permitir a determinação das quantidades de camisas a produzir de modo a otimizar o lucro.
  - Resolver o problema, usando solução gráfica: quantas camisas produzir de cada tipo, e qual o lucro máximo esperado?
5. Uma empresa fabrica dois modelos de cintos de couro. O modelo M1, de melhor qualidade, requer o dobro do tempo de fabricação em relação ao modelo M2. Se todos os cintos fossem do modelo M2, a empresa poderia produzir 1.000 unidades por dia. A disponibilidade de couro permite fabricar 800 cintos de ambos os modelos por dia. Os cintos empregam fivelas diferentes, cuja disponibilidade diária é de 400 para M1 e 700 para M2. Os lucros unitários são de \$4,00 para M1 e \$3,00 para M2.
- Pede-se:
- Faça a modelagem completa do problema, descrevendo as variáveis de decisão, qual a função objetivo e qual otimização deve ser feita, e quais as restrições impostas ao mesmo.
  - Determine, através de **solução gráfica**, qual a produção ideal, em termos de M1 e M2.
6. Uma pessoa deseja balancear os alimentos que consome no café da manhã, de modo que minimize o custo. Para isso, ela pretende se alimentar de modo que consuma no mínimo 130 mg de cálcio e no máximo 480 kcal. O valor nutritivo e o preço por porção dos alimentos a serem considerados são dados por:

Tipo de alimento	Porção	Cálcio (mg)	Energia (kcal)	Preço (R\$)
Leite achocolatado	100 ml	70	83	0,90
Pão de forma	100 g	2,5	343	0,10

- (a) Faça a modelagem do problema.
- (b) Quanto de cada alimento consumir? Use a solução gráfica para determinar a resposta.
7. Faça a solução gráfica para o exemplo do investidor das ações Cosmo Fonte e Tele Mundo, visto em sala (ver material de curso), e responda: quantas ações comprar de cada empresa, e qual o lucro máximo esperado?
8. Observe a situação abaixo:



Além das restrições de não-negatividade, há um par de retas representando as restrições adicionais, delimitando a região viável entre elas. Esta é ilimitada para  $x_1 \rightarrow +\infty$  e  $x_2 \rightarrow +\infty$ .

A seta na figura indica a direção do **vetor gradiente** da função objetivo (representada em tracejado na sua curva de nível 0). Considerando-se que este é um problema de **minimização** desta função objetivo, o que se pode dizer sobre sua otimização: existe um ótimo? Se sim, ele é único? Justifique.

9. Um fabricante deseja produzir uma liga metálica que seja composta, em peso, de 30% do metal A e de 70% do metal B. Cinco ligas são disponíveis a preços variados como dado a seguir:

Liga	1	2	3	4	5
% A	10	25	50	75	95
% B	90	75	50	25	5
Preço/kg	\$ 5	\$ 4	\$ 3	\$ 2	\$ 1,50

A liga deve ser produzida a partir de uma combinação de algumas das ligas disponíveis. Formule o problema como um modelo de programação linear.

10. Considere o seguinte modelo:

$$\begin{array}{ll}\text{minimizar} & f_0(x_1, x_2) = x_1 + x_2 \\ \text{sujeito a} & -x_1 + x_2 \geq 2 \\ & 2x_1 - x_2 \leq 6 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0\end{array}$$

- (a) Resolva o problema graficamente.
- (b) Considere agora: maximizar  $f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$  sujeito às mesmas restrições. O que mudou?
- (c) considere o problema do item anterior e inclua a terceira restrição  $x_1 + x_2 \leq 1$ . Resolva o problema resultante.