

Redes Neurais



Cruzeiro do Sul Virtual
Educação a distância

Material Teórico



Outros Tipos de Redes Neurais

Responsável pelo Conteúdo:

Prof. Dr. Alberto Messias da Costa Souza

Revisão Textual:

Prof. Me. Luciano Vieira Francisco

UNIDADE

Outros Tipos de Redes Neurais



- Memória Associativa;
- Redes de Hopfield;
- *Self Organizing Maps (SOM)*, ou Mapas Auto-Organizacionais;
- Redes Kohonen.



OBJETIVO DE APRENDIZADO

- Conhecer outros tipos de redes neurais, redes com memória associativa, redes de Hopfield, assim como os *Self Organizing Maps (SOM)*, ou mapas auto-organizacionais e redes de Kohonen.



Orientações de estudo

Para que o conteúdo desta Disciplina seja bem aproveitado e haja maior aplicabilidade na sua formação acadêmica e atuação profissional, siga algumas recomendações básicas:



Assim:

- ✓ Organize seus estudos de maneira que passem a fazer parte da sua rotina. Por exemplo, você poderá determinar um dia e horário fixos como seu “momento do estudo”;
- ✓ Procure se alimentar e se hidratar quando for estudar; lembre-se de que uma alimentação saudável pode proporcionar melhor aproveitamento do estudo;
- ✓ No material de cada Unidade, há leituras indicadas e, entre elas, artigos científicos, livros, vídeos e sites para aprofundar os conhecimentos adquiridos ao longo da Unidade. Além disso, você também encontrará sugestões de conteúdo extra no item **Material Complementar**, que ampliarão sua interpretação e auxiliarão no pleno entendimento dos temas abordados;
- ✓ Após o contato com o conteúdo proposto, participe dos debates mediados em fóruns de discussão, pois irão auxiliar a verificar o quanto você absorveu de conhecimento, além de propiciar o contato com seus colegas e tutores, o que se apresenta como rico espaço de troca de ideias e de aprendizagem.

Memória Associativa

Ao se pesquisar sobre redes de Hopfield, um interessante ponto de partida é o estudo da memória associativa. Lembrar-se de algo consiste, em essência, na associação de uma lembrança/memória com uma pista sensorial. Por exemplo, uma música pode fazer com que uma cadeia de eventos seja relembrada e, até mesmo, que as emoções de um momento passado sejam, de certa forma, revividas.

Memória associativa pode ser definida como um tipo de memória que armazena um conjunto de padrões de tal forma que quando um novo padrão é apresentado (possivelmente com ruído), a rede responde produzindo qualquer um dos padrões armazenados que mais se assemelha ao padrão apresentado. Em outras palavras, um conteúdo parcial pode atuar como endereço para o conteúdo completo que a rede “lembra-se” do padrão armazenado.

Suppose that an item stored in memory is “H. A. Kramers & G. H. Wannier Phys. Rev. 60, 252 (1941)”. A general content addressable memory would be capable of retrieving this entire memory item based on sufficient partial information. The input “& Wannier (1941)” might suffice. An ideal memory could deal with errors and retrieve this reference even from the input “Vannier (1941)”. (HOPFIELD, 1982)

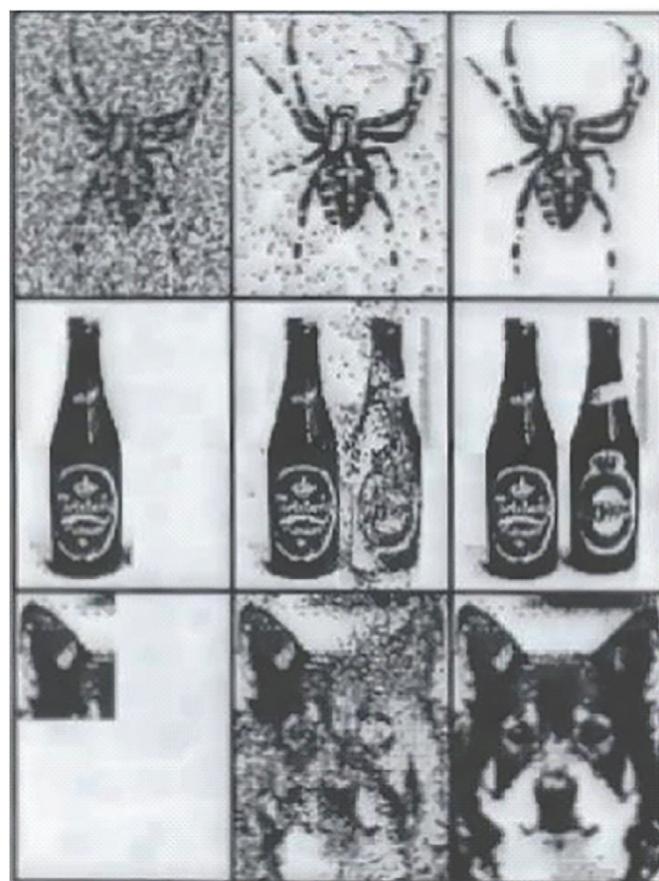


Figura 1 – Padrões de restauração das redes de Hopfield

Fonte: Adaptado de SAHIN, 2007

Alguns sistemas físicos podem atuar como *Content-Addressable Memory (CAM)*, bem como alguns desses sistemas podem ser configurados para possuir mínimos locais estáveis. Se o sistema iniciar de qualquer ponto convergirá até o seu estado estável mais próximo.

CAM podem ser definidos como sistemas cujos pontos estáveis podem ser preparados como um conjunto pré-definido de estados. Os padrões armazenados dividem o espaço em pontos locais estáveis, chamados de *basins of attraction* – em português, algo como **vale de atração**.

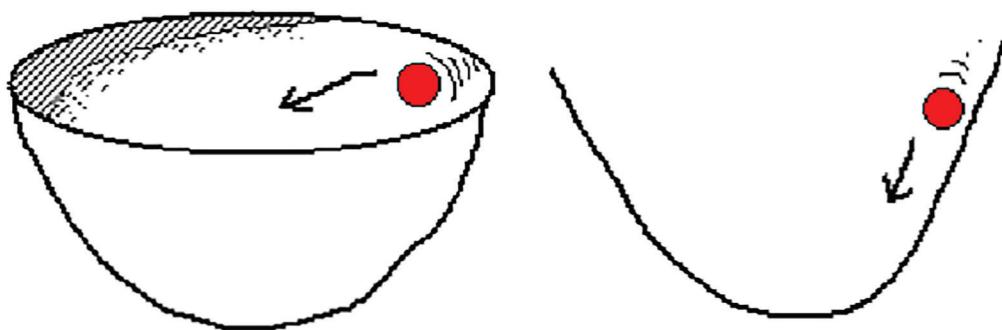


Figura 2 – Vale de atração

Fonte: Adaptado de SAHIN, 2007

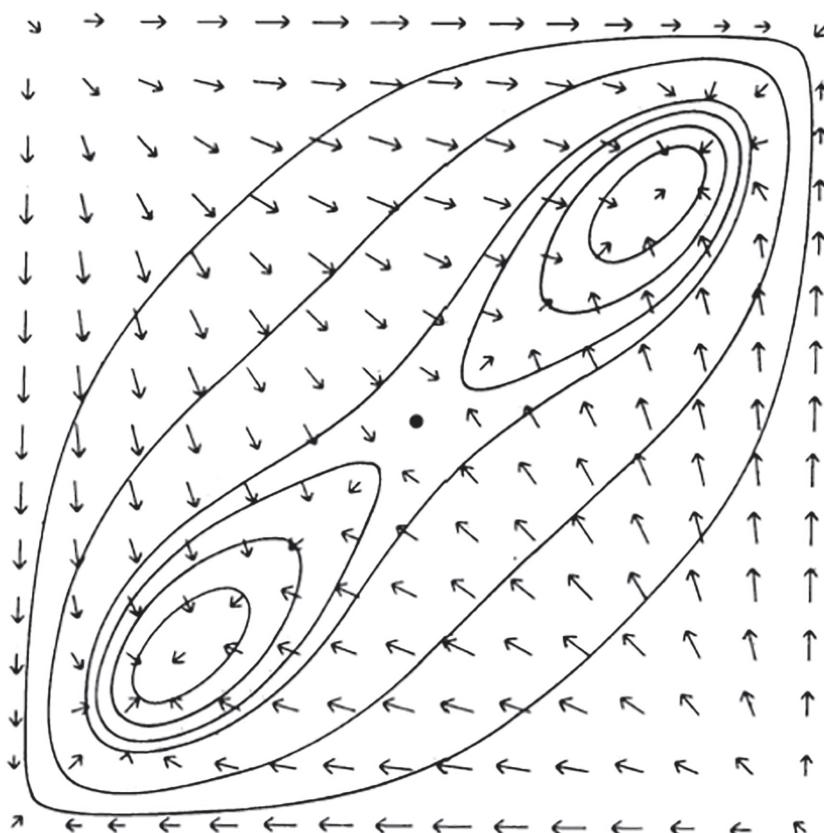


Figura 3 – Superfície de atração

Fonte: Adaptado de HOPFIELD, 1984

Redes de Hopfield

John Joseph Hopfield (1933-) é um cientista norte-americano, bacharel em Física pela Faculdade de Swarthmore e doutor em Física pela Universidade de Cornell, em 1958, conhecido mais extensamente pela invenção de uma rede neural associativa, a qual foi apresentada no artigo intitulado *Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities*, publicado em 1982 – atualmente mais conhecida como a **rede de Hopfield**.

Modelo básico das redes de Hopfield

Este modelo de redes neurais foi inspirado em conceitos de Física e tem como principais características a memória associativa, rede totalmente conectada, recorrente com pesos simétricos – exceto autorrealimentação –, possuindo apenas uma camada composta por neurônios de McCulloch e Pitts.

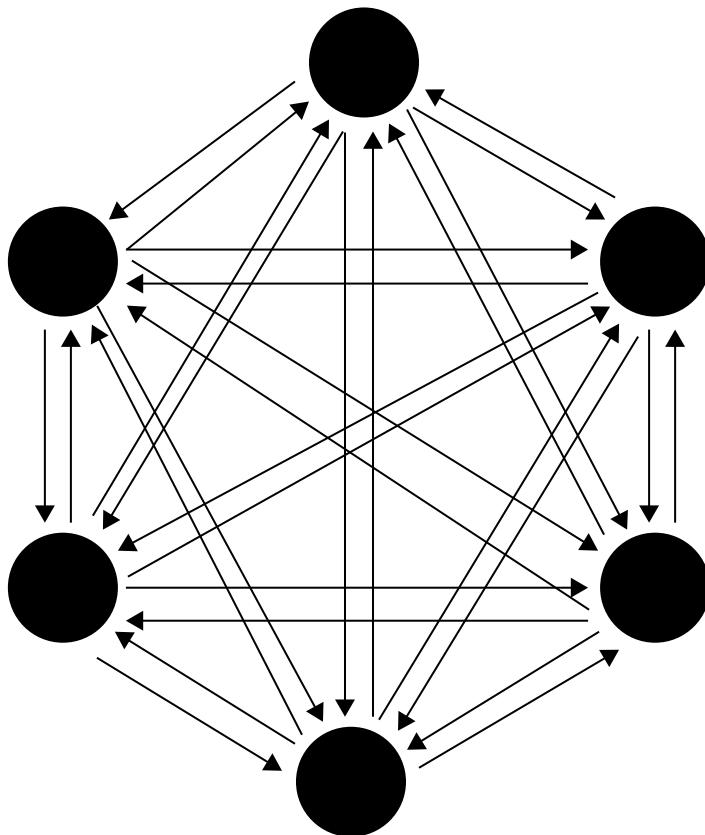


Figura 4 – Rede neural de Hopfield com ênfase nas conexões

Fonte: Adaptado ZUBEN, 2007

A ativação de cada neurônio j é definida pela seguinte função:

$$u_j = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^N W_{ji} y_i - \theta_j$$

Onde θ_j é um limiar fixo aplicado externamente ao neurônio j .

Observando o y_j , como estado do neurônio j ($j = 1, \dots, N$), este será modificado de acordo com a função de ativação dada pela seguinte função sinal:

$$y_j = sqn(u_j) = \begin{cases} +1 & \text{se } u_j > 0 \\ -1 & \text{se } u_j < 0 \end{cases}$$

Por convenção, se $u_j = 0$, o estado y_j do neurônio permanece em seu valor anterior, seja -1 ou $+1$.

Assim, um ponto fixo estável μ da rede de Hopfield é um estado de convergência a partir de uma condição inicial que pertence à sua base de atração.

A aprendizagem nas redes de Hopfield utiliza a regra de aprendizado de Hebb, que é considerada a mais antiga e famosa regra de aprendizado (ZUBEN, 2007), dada pelo algoritmo:

- **Regra de Aprendizado de Hebb:**

- » Tabela W de pesos w_{ji} inicialmente zerada;
- » Se F_j e A_i estiverem excitados, soma 1 em w_{ji} ;
- » Se F_j e A_i estiverem inibidos, soma 1 em w_{ji} ;
- » Se F_j estiver inibido e A_i excitado, subtrai 1 de w_{ji} ;
- » Se F_j estiver excitado e A_i inibido, subtrai 1 de w_{ji} .
- Pares de treinamento são apresentados um a um, uma única vez.

O aprendizado de Hopfield possui algumas características particulares, onde:

- Os pesos entre os neurônios são simétricos: $W_{ij} = W_{ji}$;
- Apenas um neurônio é atualizado a cada iteração;
- Seja o i -ésimo elemento: $\xi_{\mu i}$ do vetor: ξ_{μ} .

O peso sináptico conectando o neurônio i ao neurônio j é definido por:

$$W_{ji} = \frac{1}{N} \sum_{\mu=1}^p \xi_{\mu j} \xi_{\mu i}$$

Sendo que $W_{jj} = 0$ ($j = 1, \dots, N$).

O número de padrões que dada quantidade de neurônios pode armazenar através do modelo de Hopfield é dado por McEliece e colaboradores (1987):

$$\frac{N}{2 \ln N}$$

Onde N é o número de neurônios que a rede possui.

Aplicações

As principais aplicações das redes de Hopfield estão relacionadas ao seu papel restaurador onde, por exemplo, ao se apresentar uma versão incompleta do padrão armazenado, a rede chegará à solução mais próxima em relação à memória que foi anteriormente armazenada – segue um exemplo:

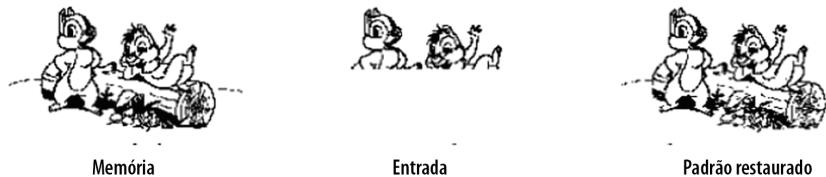


Figura 5 – Papel restaurador da rede de Hopfield

Fonte: Adaptado de ZUBEN, 2007

Possui também o papel corretor de erro, onde é apresentada uma versão ruidosa com relação ao padrão armazenado, de modo que a rede deverá convergir para o padrão mais próximo – segue outro exemplo:



Figura 6 – Papel corretor da rede de Hopfield

Fonte: Adaptado de ZUBEN, 2007

As redes de Hopfield podem ser aplicadas a problemas de otimização de natureza combinatória, onde o objetivo é encontrar um estado que minimiza a função custo – por exemplo, o problema do caixeiro viajante.

Self Organizing Maps (SOM), ou Mapas Auto-Organizacionais

O que é um mapa auto-organizado?

Até agora, vimos redes com técnicas de treinamento supervisionado, em que há uma saída de destino para cada padrão de entrada e a rede aprende a produzir as saídas necessárias. Agora voltamo-nos ao treinamento não supervisionado, no qual as redes aprendem a formar as suas próprias classificações dos dados de treinamento sem a ajuda externa. Para tanto, devemos assumir que a associação de classe é amplamente definida pelos padrões de entrada que compartilham recursos comuns, e que a rede será capaz de identificar esses recursos em toda a gama de padrões de uma entrada.

Uma classe particularmente interessante de sistema não supervisionado é baseada na aprendizagem competitiva, em que os neurônios de saída competem entre si para serem ativados, com o resultado que apenas um seja ativado por vez. Este neurônio ativado é chamado de **o vencedor leva todo neurônio**, ou simplesmente **o neurônio vencedor**.

Tal competição pode ser induzida ou implementada por ter conexões de inibição lateral (caminhos de *feedback* negativo) entre os neurônios. O resultado é que os neurônios são forçados a se organizar – tais redes são chamadas de **mapa auto-organizável**, ou *self organization map*.

Mapas topográficos

Estudos neurobiológicos indicam que diferentes entradas sensoriais (motoras, visuais, auditivas etc.) são mapeadas em áreas correspondentes do córtex cerebral de maneira ordenada. Esta forma de mapa, conhecida como **mapa topográfico**, possui duas propriedades importantes:

- Em cada estágio de representação, ou processamento, cada informação que chega é mantida em sua vizinhança e contexto adequados;
- Neurônios que lidam com informações intimamente relacionadas são mantidos juntos para que possam interagir por meio de conexões sinápticas curtas. Afinal, o nosso interesse é construir mapas topográficos artificiais que aprendam por meio da auto-organização de maneira neurobiologicamente inspirada.

Devemos seguir o princípio da formação do mapa topográfico: **a localização espacial de um neurônio de saída em um mapa topográfico corresponde a um domínio particular ou característica desenhada do espaço de entrada**.

Configurando um mapa auto-organizado

O principal objetivo de um SOM é transformar um padrão de sinal de entrada arbitrário de uma dimensão em um mapa discreto de uma ou duas dimensões, a fim de realizar esta transformação adaptativamente de uma forma topologicamente ordenada. Portanto, configuramos o nosso SOM colocando neurônios nos nós de uma ou duas dimensões treliça.

Mapas dimensionais superiores também são possíveis, mas não tão comuns. Os neurônios se tornam seletivamente sintonizados com vários padrões de entrada (estímulos) ou classes de padrões de entrada durante o curso da aprendizagem competitiva.

As localizações dos neurônios assim sintonizados (ou seja, os neurônios vencedores) tornam-se ordenadas e um sistema de coordenadas significativo para os recursos de entrada é criado na rede. Assim, o SOM forma o mapa topográfico necessário dos padrões de entrada – podemos ver isso como uma generalização não linear da análise de componentes principais (PCA).

Organização do mapeamento

Temos pontos X no mapeamento do espaço de entrada para pontos $I(x)$ no espaço de saída, conforme pode-se observar na Figura 7:

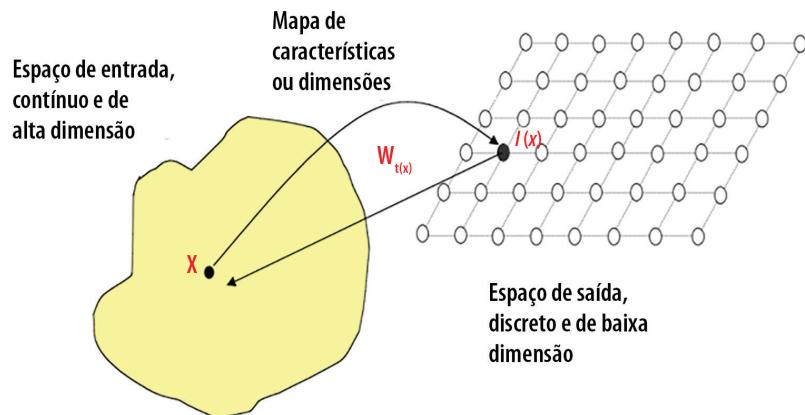


Figura 7 – Exemplo de mapeamento de espaço contínuo para espaço discreto

Fonte: Acervo do conteudista

Onde cada ponto I no espaço de saída será mapeado para um ponto correspondente $w(I)$ no espaço de entrada.

Redes Kohonen

Devemos nos concentrar no tipo particular de SOM conhecido como **rede Kohonen**, dado que possui estrutura de *feed-forward* com uma única camada computacional disposta em linhas e colunas. Cada neurônio está totalmente conectado a todos os nós de origem na camada de entrada:

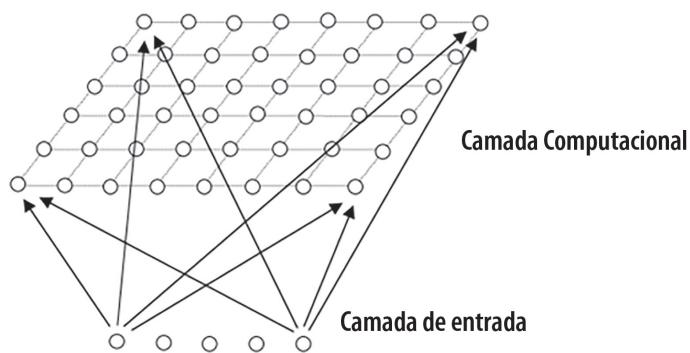


Figura 8 – Esquema de uma rede neural de Kohonen

Fonte: Acer vo do conteudista

Claramente, um mapa unidimensional terá apenas uma única linha (ou uma única coluna) na camada computacional.

Componentes de auto-organização

O processo de auto-organização envolve quatro componentes principais:

- **Inicialização:** todos os pesos de conexão são inicializados com pequenos valores aleatórios;
- **Competição:** para cada padrão de entrada, os neurônios calculam os seus respectivos valores de uma função discriminante que fornece a base para a competição. O neurônio particular com o menor valor da função discriminante é declarado o vencedor;
- **Cooperação:** o neurônio vencedor determina a localização espacial de um mapa topológico da vizinhança de neurônios excitados, fornecendo, assim, a base para a cooperação entre neurônios vizinhos;
- **Adaptação:** os neurônios excitados diminuem os seus valores individuais da função discriminante em relação ao padrão de entrada através do ajuste adequado do associado em pesos de conexão, de modo que a resposta do neurônio vencedor ao subsequente à aplicação de um padrão de entrada semelhante é aprimorada.

Processo competitivo

Se o espaço de entrada for D dimensional (ou seja, se existem unidades de entrada D), podemos escrever a entrada de padrões como $x = \{x_i : i = 1, \dots, D\}$ e os pesos de conexão entre as unidades de entrada i , assim como os neurônios j na camada de computação podem ser escritos como $w_j = \{w_{ji} : j = 1, \dots, N; i = 1, \dots, D\}$, onde N é o número total de neurônios. Podemos, então, definir a nossa função discriminante como a distância euclidiana quadrada entre o vetor de entrada x e o vetor de peso w_j para cada neurônio j .

$$d_j(x) = \sum_{i=1}^D (x_i - w_{ji})^2$$

Em outras palavras, o neurônio cujo vetor de peso mais se aproxima do vetor de entrada (ou seja, que é mais semelhante ao qual) é declarado vencedor. Desta forma, o espaço de entrada contínua pode ser mapeado para o espaço de saída discreto de neurônios por um processo simples de competição entre os neurônios.

Processo cooperativo

Em estudos neurobiológicos, descobrimos que há interação lateral dentro de um conjunto de neurônios. Quando um neurônio dispara, os seus vizinhos mais próximos tendem a ficar mais excitados do que aqueles mais distantes. Logo, existe uma vizinhança topológica que se deteriora com a distância.

Assim, queremos definir uma vizinhança topológica semelhante aos neurônios em nosso SOM, de modo que se S_{ij} é a distância lateral entre os neurônios i e j na grade de neurônios, tomamos:

$$T_{j,I(x)} = \exp\left(-S_{j,I(x)}^2 / 2\sigma^2\right)$$

Ademais, nessa vizinhança topológica $I(x)$ é o índice do neurônio vencedor, apresentando diversas propriedades importantes, por exemplo: é máximo no neurônio vencedor, é simétrico sobre esse neurônio, diminui monotonicamente para zero conforme a distância vai para o infinito, e é translação invariante (ou seja, independentemente da localização do neurônio vencedor). Uma característica especial do SOM é que o tamanho σ da vizinhança precisa diminuir com o tempo. Uma dependência de tempo popular é uma queda exponencial $\sigma(t) = \sigma_0 \exp(-t/\tau_\sigma)$.

Processo adaptativo

Claramente, o nosso SOM deve envolver algum tipo de processo adaptativo, ou de aprendizagem, pelo qual as saídas tornam-se auto-organizadas e o mapa de recursos entre as entradas e saídas é formado. O ponto da vizinhança topográfica é que não apenas o neurônio vencedor obtém os seus pesos atualizados, mas os seus vizinhos terão os seus pesos atualizados, embora não tanto quanto o próprio vencedor. Na prática, a equação de atualização de peso apropriada é a seguinte:

$$\Delta w_{ji} = \eta(t) \cdot T_{j,I(x)}(t) \cdot (x_i - w_{ji})$$

Em que temos um tempo (época) t taxa de aprendizagem dependente $\eta(t) = \eta_0 \exp(-t/\tau_\eta)$ e as atualizações são aplicadas para todos os padrões de treinamento x ao longo de muitas épocas. O efeito de cada atualização de peso aprendizagem é mover os vetores de pesos w i da vitória do neurônio e de seus vizinhos para o vetor de entrada x . Apresentações repetidas dos dados de treinamento levam, portanto, à ordenação topológica.

Ordenação e convergência

Desde que os parâmetros $(\sigma_0, \tau_\sigma, \eta_0, \tau_\eta)$ sejam selecionados corretamente, podemos começar de um estado de desordem completa, e o algoritmo SOM gradualmente levará a uma representação de padrões de ativação extraídos do espaço de entrada. No entanto, é possível para terminar em um estado metaestável no qual o mapa de recursos tem um defeito topológico.

Assim, existem duas fases identificáveis neste processo adaptativo:

- **Fase de ordenação ou auto-organização:** durante a qual a ordenação topológica de vetores de pesos ocorre. Normalmente, isto levará até 1.000 iterações

do algoritmo SOM, de modo que uma consideração cuidadosa deve ser dada à escolha da vizinhança e dos parâmetros de taxa de aprendizagem;

- **Fase de convergência:** durante a qual o mapa de características é ajustado e chega a fornecer uma quantificação estatística precisa do espaço de entrada. Comumente, o número de iterações nesta fase será, pelo menos, 500 vezes o número de neurônios na rede e, novamente, os parâmetros devem ser escolhidos com cuidado.

Visualizando o processo de auto-organização:

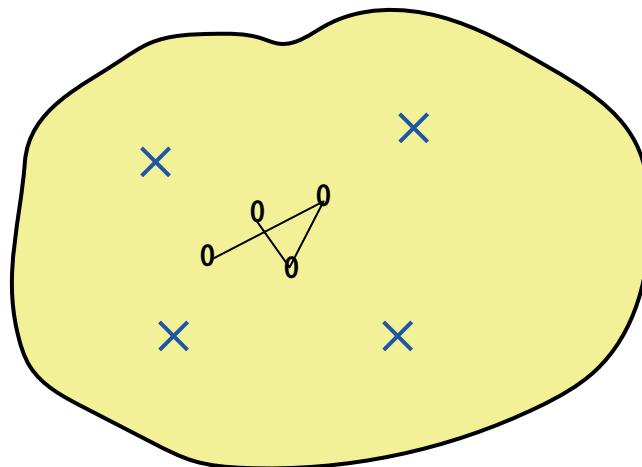


Figura 9 – Inicialização do mapeamento

Suponha que temos quatro pontos de dados (cruzes) em nosso espaço de entrada bidimensional (2D) contínuo, e deseja mapear isto em quatro pontos de uma forma discreta no espaço de saída unidimensional (1D). Os nós de saída mapeiam os pontos no espaço de entrada de maneira aleatória.

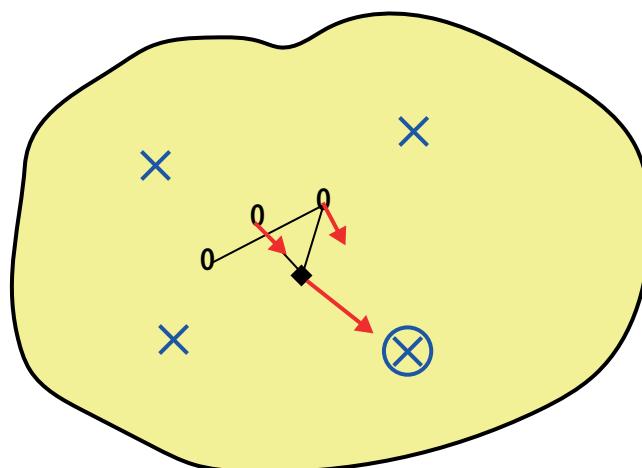


Figura 10 – Iteração do algoritmo

Escolhemos aleatoriamente um dos pontos de dados para treinamento (cruz em círculo). O mais perto do ponto de saída representa o neurônio vencedor (diamante sólido). Esse neurônio vencedor é movido em direção ao ponto de dados por

determinada distância, e os dois neurônios vizinhos são movidos por distâncias menores (setas).

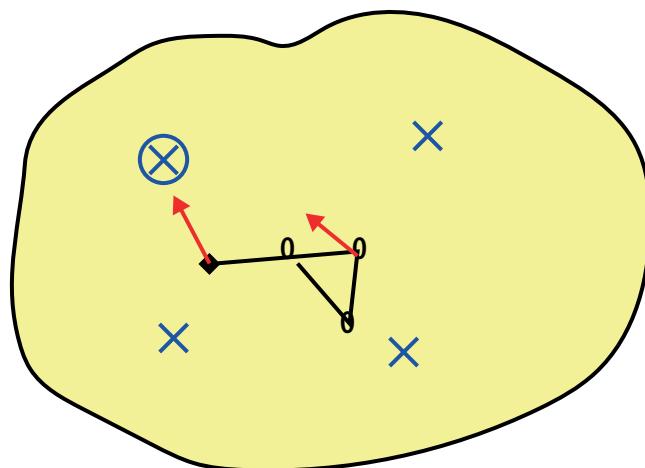


Figura 11 – Segunda iteração do algoritmo

Em seguida, escolhemos aleatoriamente outro ponto de dados para treinamento (cruz em círculo). O mais perto do ponto de saída dá ao novo neurônio vencedor (diamante sólido), que se move em direção ao ponto de dados por determinada distância, e o neurônio vizinho move-se por uma distância menor (setas).

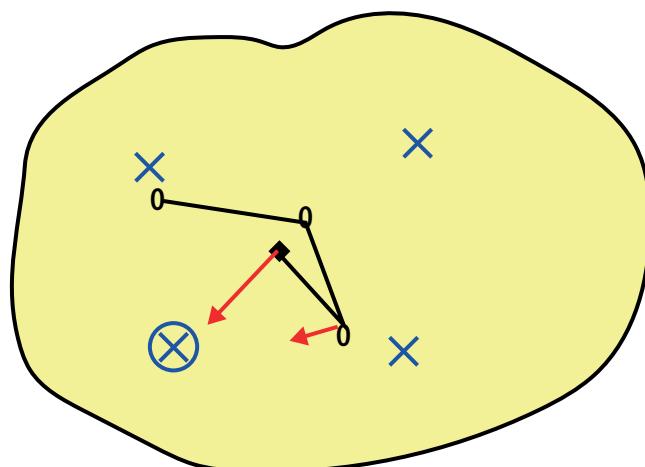


Figura 12 – Terceira iteração do algoritmo

Continuamos escolhendo pontos de dados aleatoriamente para treinamento (cruz em círculo). Cada neurônio vencedor se move em direção ao ponto de dados por determinada distância, e os seus neurônios vizinhos se movem em distâncias menores (setas, flechas). Eventualmente, toda a grade de saída se resolve para representar o espaço de entrada.

Visão geral do algoritmo SOM

Temos uma condição de entrada espacialmente contínua, na qual vivem os nossos vetores de entrada. O objetivo é mapear isso para uma condição de saída espacialmente discreta e de baixa dimensão, ou seja, à topologia de que é formada,

organizando um conjunto de neurônios em uma grade. O nosso SOM fornece tal transformação linear chamada de **mapa de características**. As etapas do algoritmo SOM podem ser resumidas da seguinte forma:

- **Inicialização:** escolha valores aleatórios para os vetores de peso inicial w_j ;
- **Amostragem:** desenhe um vetor de entrada de treinamento de amostra x a partir do espaço de entrada;
- **Matching:** encontre o neurônio vencedor $I(x)$ com o vetor de peso mais próximo do vetor de entrada;
- **Atualizando:** aplique a seguinte equação de atualização de peso:

$$\Delta w_{ji} = \eta(t) T_{j,l(x)}(t) (x_i - w_{ji})$$

- **Continuação:** continue retornando à segunda etapa até que o mapa de características pare de mudar.

Material Complementar

Indicações para saber mais sobre os assuntos abordados nesta Unidade:

 Leitura

Auto-organização de uma Enorme Coleção de Documentos

<https://bit.ly/3bee1nP>

Usar Mapas Auto-organizáveis (Mapas de Kohonen) no *MetaTrader 5*

<https://bit.ly/3gJS9Sv>

Descobrindo *Self Organizing Map (SOM)*, uma Rede Neural com Aprendizado não Supervisionado

<https://bit.ly/2ESI6ND>

Redes de Hopfield

<https://bit.ly/2QHg1eW>

Referências

- HOPFIELD, J. J. *Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities*. [S.l.: s.n.], 1982.
- KOHONEN, T. et al. *Self organization of a massive document collection*. [S.l.]: Helsinki University of Technology, 2000.
- MCELIECE, R. J. et al. *The capacity of the Hopfield associative memory*. [S.l.: s.n.], 1987.
- SAHIN, E. *Neurocomputing*. [S.l.: s.n.], 2007.
- ZUBEN, F. J. V. **Neurocomputação, dinâmica não-linear e redes neurais de Hopfield**. [S.l.: s.n.], 2007.



Cruzeiro do Sul
Educacional