

**GRUPO I**

1. [2.5] Dada uma matriz quadrada  $N \times N$ , preenchida com números naturais que variam entre 1 e  $n^2$ , diz-se que a matriz corresponde a um quadrado mágico, quando a soma dos valores das linhas, das colunas e das diagonais é sempre igual. A figura seguinte apresenta um quadrado mágico de dimensão três.

**Exemplo:**

|    |    |    |   |    |
|----|----|----|---|----|
|    |    |    |   | 15 |
|    |    |    | ↗ |    |
| 2  | 7  | 6  | → | 15 |
| 9  | 5  | 1  | → | 15 |
| 4  | 3  | 8  | → | 15 |
| ↓  | ↓  | ↓  | ↘ |    |
| 15 | 15 | 15 |   | 15 |

Escreva uma função `VERIFICA_QUADRADO_MAGICO (MATRIZ,N)` que dada uma matriz quadrada (`MATRIZ`) de dimensão `N`, verifique se a matriz corresponde ou não a um quadrado mágico.

2. [4.5] Considere o seguinte processo relativo ao funcionamento de uma função de hashing, que dada uma chave alfanumérica devolve o endereço correspondente de colocação da chave numa tabela:
- Somam-se os valores ASCII obtidos de todos os caracteres da chave;
  - Obtém-se o resto da divisão inteira da soma obtida no ponto anterior por 256.

**Exemplo:**

```
'V' 'i' 'v' 'a' ' ' 'o' ' ' 'L' 'i' 'n' 'u' 'x'
086 105 118 097 032 111 032 076 105 110 117 120
Soma dos Códigos ASCII = 1109
1109 mod 256 = 85
```

```

'U'
085
Soma dos Códigos ASCII = 85
85 mod 256 = 85 [Colisão]

'U' 'O' 'P'
085 079 080
Soma dos Códigos ASCII = 244
244 mod 256 = 244

'E' 'x' 'a' 'm' 'e' ' ' 'f' 'i' 'n' 'a' 'l'
069 120 097 109 101 032 102 105 110 097 108
Soma dos Códigos ASCII = 1050
1050 mod 256 = 26

'O' 'P' 'U'
079 080 085
Soma dos Códigos ASCII = 244
244 mod 256 = 244 [Colisão]

'P' 'O' 'U'
080 079 085
Soma dos Códigos ASCII = 244
244 mod 256 = 244 [Colisão]

```

- a) Ilustre através de **esquemas (a1 e a2)** o processo de colocação de chaves nas estruturas apropriadas através da utilização da função de *hashing* descrita. Poderá utilizar as chaves e resultados fornecidos no exemplo acima.

Indique nos esquemas qual deverá ser a dimensão da tabela, indicando limite inferior e limite superior. Justifique a sua resposta.

- a1) Resolva as colisões pelo **método de endereçamento aberto**  
a2) Resolva as colisões pelo **método de encadeamento separado com listas**

- b) Escreva uma função de *hashing* HASH (CHAVE) que dada uma alfanumérica CHAVE calcule e devolva o respectivo endereço através do processo descrito.

**Nota:** Para o efeito, admita que dispõe de uma função ASC(CARACTER) que devolve o código ASCII de um caracter.

- c) Escreva um procedimento COLOCA\_TABELA\_HASH (CHAVE, TABELA, N) que dada uma alfanumérica CHAVE e a função de *hashing* desenvolvida na alínea b) HASH (CHAVE), coloque a CHAVE na lista apropriada a partir do *array* de endereços TABELA de dimensão N e resolva as colisões pelo **método de encadeamento separado com listas**.
- d) Escreva uma função PESQUISA (CH) que efectue a pesquisa de uma chave na estrutura apresentada na alínea **a2)**

## GRUPO II

3. [3.0] Considere o seguinte procedimento escrito em pseudocódigo:

Procedimento MISTERIO (S, N)

```

1. FIM ← N div 2
2. DO FOR I=1 TO FIM
3.     TEMP ← S[I]
4.     S[I] = S[N+1-I]
5.     S[N+1-I] ← TEMP
6. RETURN
    
```

- Diga o que faz o procedimento MISTERIO, considerando  $N=6$  e  $S[1]="E"$ ;  $S[2]="S"$ ;  $S[3]="T"$ ;  $S[4]="A"$ ;  $S[5]="D"$ ;  $S[6]="O"$ . Calcule  $T(n)$  para esse caso de execução.
- Calcule  $T(n)$  para o caso geral.
- Tendo em conta o resultado apurado para  $T(n)$  em b), indique de que é que depende  $T(n)$  e qual seriam o melhor e o pior casos de execução para o procedimento. Justifique a sua resposta.

4. [3.0] Considerando as chaves 13, 17, 4, 19, 7, 25, 9 num vector, mostre passo a passo como se seleccionam os três menores elementos (a colocar à esquerda no vector), usando um *heap* de três posições.

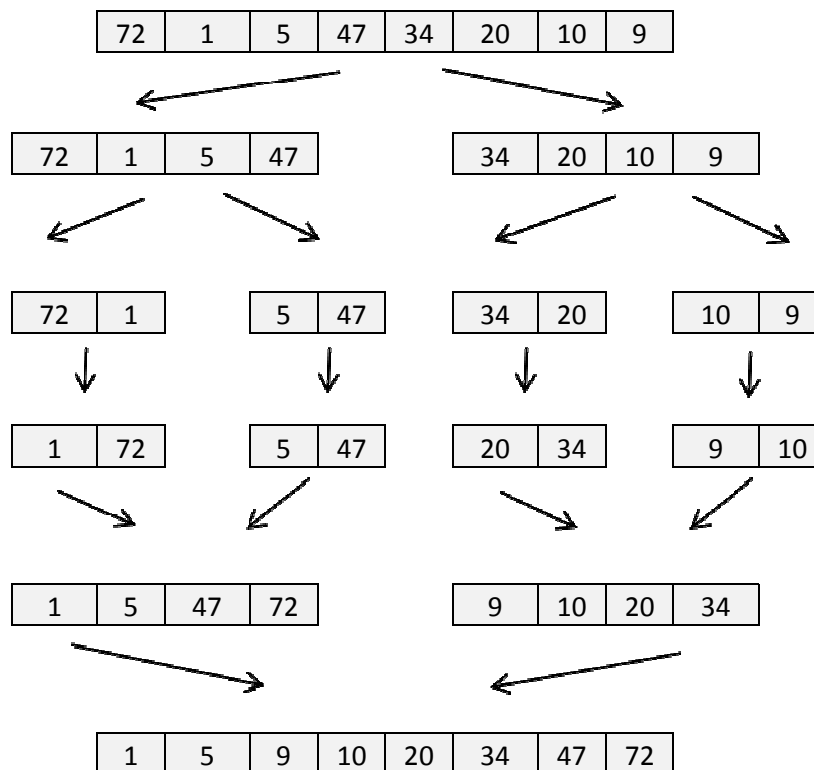
Explique qual a vantagem de utilizar *heaps* para seleccionar os  $k$  menores elementos de um vector.

5. [2.5] Descodifique os códigos dados pelos métodos indicados, apresentando os cálculos efectuados:

- “FMFHFKGFLI” pela Tabela de Substituição (tabela: A->F; B->G; C->H; E->I; R->K; S->L; T->M)
- “MCNDPDKNTT” pela Cifra de Vigenere (chave “LIMAO”)
- “BVDGFXIIBB” pela Cifra de Vernam (chave “ABCDEFGHIW”)
- “CATAAARBZSEY” por Permutação em cada bloco de 4 caracteres com chave de permutação (1)->(2);(2)->(3);(3)->(4);(4)->(1)

| A | B | C | D | E | F | G | H | I | J  | K  | L  | M  | N  | O  | P  | Q  | R  | S  | T  | U  | V  | W  | X  | Y  | Z  |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 |

6. [1.5] Observe o seguinte esquema que representa um método aplicado sobre o vector A constituído pelos elementos 72,1,5,47,34,20,10,9. Identifique e descreva sucintamente o método utilizado, realçando a técnica utilizada e o tempo de execução utilizado no respectivo algoritmo.



7. [3.0] Um texto foi comprimido através da codificação de *Huffman*, tendo-se obtido a sequência binária:  
1 0 1 1 1 0 1 1 0 1 0 1 1 1 0 0 1 1 1 0 1 0 0

O alfabeto original era constituído pelas letras:

A, B, C, D, E, I, L, R e T e a letra I foi codificada como "00".

Supondo que estas letras ocorriam com as probabilidades:

|               |               |               |
|---------------|---------------|---------------|
| $P(A) = 0.26$ | $P(D) = 0.01$ | $P(L) = 0.01$ |
| $P(B) = 0.09$ | $P(E) = 0.07$ | $P(R) = 0.23$ |
| $P(C) = 0.08$ | $P(I) = 0.22$ | $P(T) = 0.03$ |

- a) Qual terá sido o texto original? Justifique a sua resposta apresentando as várias etapas da resolução deste problema.

**Sugestão:** No desenho da árvore de *Huffman* correspondente a estas frequências, represente as letras verticalmente e pela ordem [I R A D L T E C B]

- b) Calcule o **número médio de bits por carácter** obtido pela utilização da codificação de *Huffman* e compare a **redução obtida em termos percentuais** face à utilização de um código compacto de 4 bits por carácter para representação do mesmo alfabeto. Apresente os cálculos efectuados.