Universidade do Minho

Dep. de Matemática e Aplicações

mudança de variável, edo's primeira ordem homogéneas e de Bernoulli

Exercício 1. Verifique que as seguintes equações diferenciais são homogéneas e resolva-as:

(a) $y' = \dfrac{y+t}{t}$ (b) $y' = \dfrac{2y^4+t^4}{ty^3}$ (c) $y' = \dfrac{x^2+2xy}{x^2}$

(d) $y' = \dfrac{y^3}{xy^2-x^3}$ (e) $y' = \dfrac{4y-3x}{2x-y}$

Exercício 2. Para cada uma das equações, determine a solução maximal da equação que passa no ponto referido:

(a) $y' = \dfrac{x^2+y^2}{2xy}$, $P=(2,-\sqrt{2})$ (b) $y' = \dfrac{y^2-x^2}{2xy}$, $P=(2,-1)$

Exercício 3. Resolva o seguinte problema de valores iniciais:

$$\begin{cases} y' = \dfrac{y+\sqrt{x^2+y^2}}{x} \\ y(1)=0 \end{cases}$$

Exercício 4. Considere a equação diferencial $y' = (2y+2x-1)^2$.

(a) Mostre que a mudança de variável definida por $v = 2y+2x-1$ transforma a equação numa equação separável.

(b) Resolva o problema de valores iniciais constituído pela equação dada e pela seguinte condição adicional: $y(0)=1$.

Exercício 5. Resolva as seguintes equações de Bernoulli:

(a) $y' + y = y^{-1}$ (b) $y' + \dfrac{2}{x}y = \dfrac{y^3}{x^3}$

Exercício 6. Para cada uma das equações de Bernoulli, determine a solução maximal que passa no ponto referido:

(a) $y' - \frac{y}{x} = -\frac{5}{2}x^2y^3$, $P=(1,\frac{1}{2})$

(b) $y' + \text{sen}(x)y = \dfrac{\text{sen}(x)}{y^2}$, $P=(\frac{\pi}{2},2)$