Relatório de Análise do Exercício-Programa 3

Nome: João Pedro Lima Affonso de Carvalho **NUSP:** 11260846

Data: 10/07/2022

1. INTRODUÇÃO

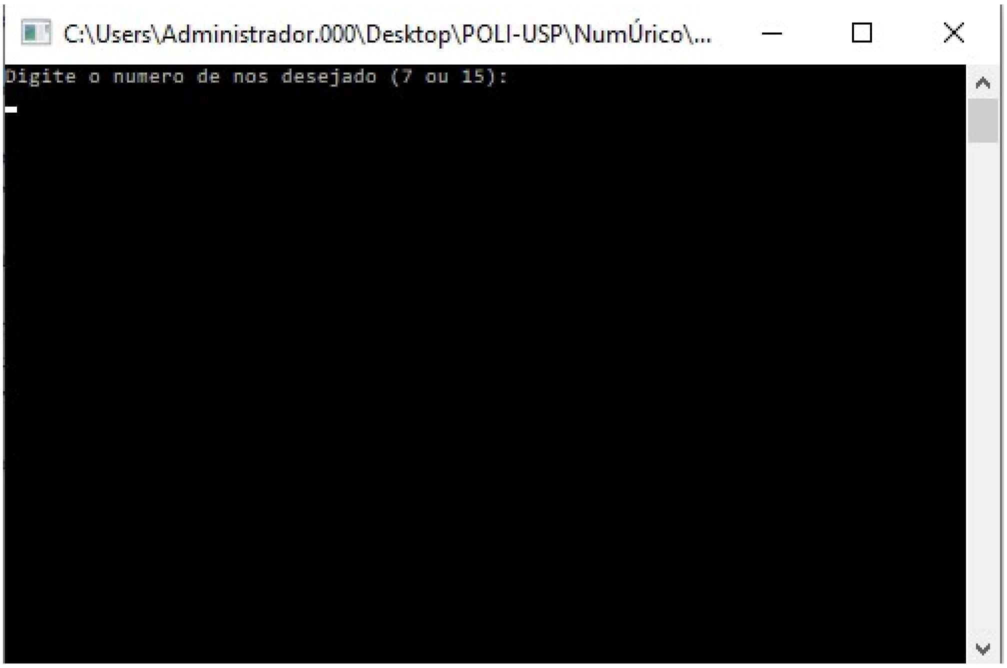
O exercício-programa proposto tem como calcular os coeficientes $\alpha_i$do sistema matricial formado pelos produtos internos dos vetores ϕ_i da base (que formam uma matriz tridiagonal) e a matriz coluna que guarda os valores dos produtos internos de uma função f(x) com os respectivos vetores da base supracitada. O programa exibe os valores desses coeficientes ao usuário.

Internamente, para o cálculo dos produtos internos, é usada a quadratura de Gauss, sendo que para tanto o usuário seleciona o número de nós desejado para a execução (entre 7 e 15 nós).

2. ESTRUTURA

O programa possui ao todo doze funções definidas, além do main(), sendo algumas aproveitadas dos EP1 e EP2 da disciplina (para cálculos de resolução de sistema linear e quadratura de Gauss). Com o contexto do exercício, é usado o comprimento do chip que dissipa calor como L = 20 mm.

O programa possui uma interface que permite ao usuário escolher o número de nós desejado, sendo então exibido o subsequente vetor de coeficientes $\alpha_i$do sistema matricial definido no enunciado.



1: Interface gráfica de início

Neste relatório, será explicado o método de cálculo feito pelo programa, que combina funcionalidades dos dois EPs anteriores.

3. NÚMERO DE NÓS

O programa aborda a quadratura de Gauss para número de nós igual a 7 e a 15, e os valores tabelados foram fornecidos pelo site https://pomax.github.io/bezierinfo/legendre-gauss.html.

4. MÉTODO DE CÁLCULO DA MATRIZ COLUNA

A matriz coluna do sistema linear fornecido pelo enunciado é determinada pelo produto interno

$$\langle f, \phi_i \rangle = \int_{x_i - 1}^{x_i + 1} f(x) \cdot \phi_i(x) \, dx$$

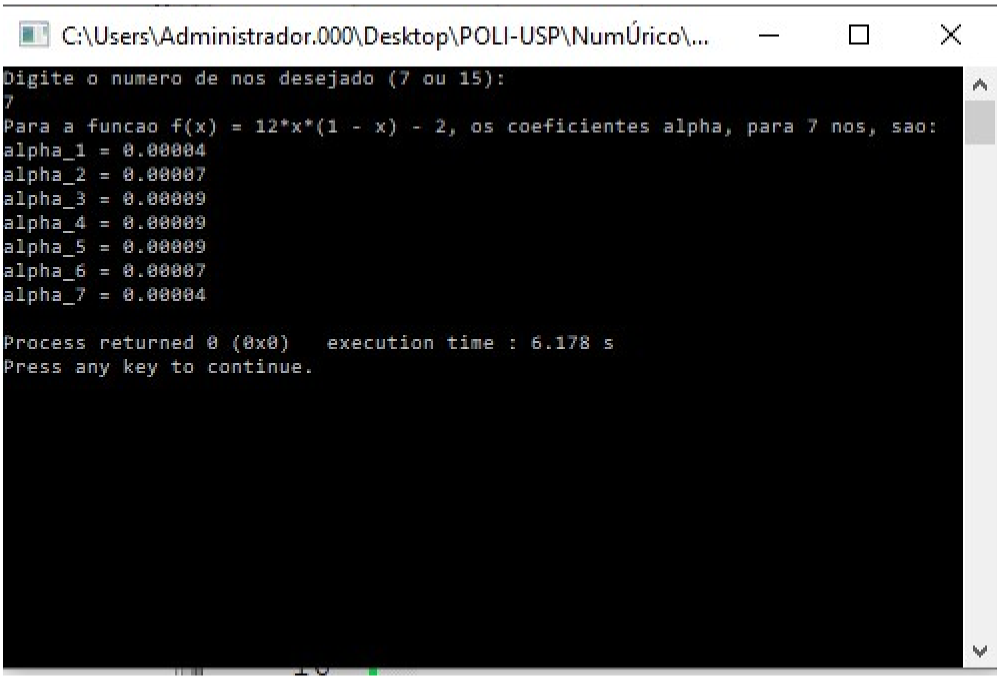
Sendo $x_{i-1}, x_{i+1}, \phi_i(x)$ adquiridos conforme o descrito pelo enunciado e computados segundo algoritmos de laço. Para tanto, quebrou-se a integral em duas com limites complementares: uma no intervalo $[x_{i-1}, x_i]$ e outra em $[x_i, x_{i+1}]$, já que $\phi_i(x)$ assume valores diferentes em cada intervalo. A partir disso, fez-se a mudança de variável (presente no EP2) para calcular a integral no intervalo solicitado ao invés de $[-1,1]$. Por fim, avaliou-se o produto $f(x) \cdot \phi_i(x)$ nos nós definidos pelo método de Gauss e multiplicou-se por seus respectivos pesos. A soma final é o valor aproximado de cada uma dessas integrais.

A função f(x) foi definida como $f(x) = 12 \cdot x \cdot (1 - x) - 2$.

As funções $\phi_i(x)$ foram multiplicadas por L em suas definições iniciais descritas no enunciado, para fatores de correção.

5. RESOLUÇÃO DO SISTEMA LINEAR

A matriz de produtos internos das bases $\phi_i(x)$ resultam em uma matriz tridiagonal, da qual a sua decomposição LU foi computada no EP1. Aproveitando essas rotinas e a rotina de solução de sistemas lineares, pode-se determinar os coeficientes $\alpha_i$que acompanham a aproximação $u_n(x) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \cdot \phi_i(x)$.



2: Exemplo para o caso de n = 7 nós

6. CONCLUSÃO

O método numérico usado, de aproximação por Splines, pode fazer uso de rotinas produzidas nos 2 EPs anteriores, com subsequentes adaptações. O cálculo dos coeficientes $\alpha_i$são necessários para a determinação da solução do problema.