Vamos lá fazer o ponto da situação:

EDOs lineares de ordem $n \geq 2$

$$\boxed{a_0(x)\, y^{(n)} + \dots + a_{n-1}(x)\, y' + a_n(x)\, y = b(x)}$$

Solução: $y = \underbrace{y_h}_{\text{solução geral da EDO homogénea associada}} + \underbrace{y_p}_{\text{solução particular da EDO completa}}$

$\boxed{y_h}$

EDO homogénea associada:

$$a_0(x)\, y^{(n)} + \dots + a_{n-1}(x)\, y' + a_n(x)\, y = 0$$

Se tiver coeficientes constantes i.e.

$$a_0 y^{(n)} + \dots + a_{n-1} y' + a_n y = 0$$

são n° reais

$\Downarrow$

obtemos um SFS a partir das raízes da equação característica

$$a_0 r^n + a_1 r^{n-1} + \dots + a_{n-1} r + a_n = 0$$

Se não for de coeficientes constantes

$\Downarrow$

o SFS é fornecido no enunciado

$$SFS = \{\varphi_1(x), \varphi_2(x), \dots, \varphi_n(x)\}$$

$$\boxed{y_h = c_1 \varphi_1(x) + c_2 \varphi_2(x) + \dots + c_n \varphi_n(x)} \quad c_1, \dots c_n \in \mathbb{R}$$

$\boxed{y_p}$

Vamos agora ver como podemos obter a solução particular, y_P:

Vejamos como obter y_P no caso de:

→ A EDO é de coeficientes constantes

→ $b(x)$ tem de ser da forma

$$b(x) = P_m(x)\, e^{\alpha x} \cos(\beta x) \quad \text{ou} \quad b(x) = P_m(x)\, e^{\alpha x} \operatorname{sen}(\beta x)$$

$\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

$P_m(x)$ → polinómio de grau m

Método dos coeficientes indeterminados

este método permite-nos determinar uma solução particular, y_P, do tipo

$$y_P(x) = x^k e^{\alpha x} \left[P(x) \cos(\beta x) + Q(x) \operatorname{sen}(\beta x) \right]$$

- $K \in \mathbb{N}$ é a multiplicidade de $r = \alpha + i\beta$ se esta for raiz do polinómio característico

  $K = 0$ se $r = \alpha + i\beta$ não é raiz do polinómio característico

- $P(x), Q(x)$ são polinómios de grau m genéricos cujos coeficientes são posteriormente determinados.

1°) Analisar $b(x)$ e determinar m, α e β

2°) Verificar se $r = \alpha + i\beta$ é raiz do polinómio característico da EDO homogénea associada e determinar a sua multiplicidade K ($K=0$ se $r=\alpha+i\beta$ não é raiz)

3°) Escreva a fórmula genérica para $y_P(x)$ tendo em atenção os valores de m, K, α e β.

4°) Substituir y_P na EDO completa para determinar os coeficientes dos polinómios $P(x)$ e $Q(x)$.

EDOs lineares de ordem $n \geq 2$

$$\boxed{a_0(x)\,y^{(n)} + \ldots + a_{n-1}(x)\,y' + a_n(x)\,y = b(x)}$$

Solução: $y = \underbrace{y_h}_{\text{solução geral da EDO homogénea associada}} + \underbrace{y_p}_{\text{solução particular da EDO completa}}$

$\boxed{y_h}$

EDO homogénea associada:

$$a_0(x)\,y^{(n)} + \ldots + a_{n-1}(x)\,y' + a_n(x)\,y = 0$$

Se tiver coeficientes constantes i.e.

ção n° reais

$$a_0 y^{(n)} + \ldots + a_{n-1} y' + a_n y = 0$$

$\Downarrow$

obtemos um SFS a partir das raízes da equação característica

$$a_0 r^n + a_1 r^{n-1} + \ldots + a_{n-1} r + a_n = 0$$

$$SFS = \{\varphi_1(x), \varphi_2(x), \ldots, \varphi_n(x)\}$$

$\downarrow$

$$\boxed{y_h = c_1\varphi_1(x) + c_2\varphi_2(x) + \ldots + c_n\varphi_n(x)} \qquad c_1, \ldots c_n \in \mathbb{R}$$

Se não for de coeficientes constantes

$\Downarrow$

o SFS é fornecido no enunciado

$\boxed{y_p}$

- Se tiver coeficientes constantes
- Se $b(x)$ for da forma

$$b(x) = P_m(x)\,e^{\alpha x}\cos(\beta x)$$

ou

$$b(x) = P_m(x)\,e^{\alpha x}\operatorname{sen}(\beta x)$$

$\Downarrow$

Método dos coeficientes indeterminados

$$y_p(x) = x^k e^{\alpha x}\left[P(x)\cos(\beta x) + Q(x)\operatorname{sen}(\beta x)\right]$$