Determinação da solução geral de uma EDO linear homogénea de coeficientes constantes

$$a_0 y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} y' + a_n y = 0 \quad , a_i \in \mathbb{R} \ , a_0 \neq 0$$

<u>Equação característica</u> associada à EDO homogénea :

$$a_0 r^n + a_1 r^{n-1} + \dots + a_{n-1} r + a_n = 0$$

<u>NOTA</u> Para obter um SFS é necessário resolver a equação característica que terá n raízes (reais e complexas) que nos permitirão definir o SFS.

* funções que fazem parte do SFS

- r raíz real simples $\rightarrow e^{rx}$
- r raíz real de multiplicidade $K>1 \rightarrow e^{rx}, xe^{rx}, x^2 e^{rx}, \dots, x^{K-1} e^{rx}$
- r raíz complexa simples $\rightarrow r = \alpha \pm \beta i$

$$e^{\alpha x}\cos(\beta x) \quad e \quad e^{\alpha x}\operatorname{sen}(\beta x)$$

- r raíz complexa de multiplicidade $K>1$

$$e^{\alpha x}\cos(\beta x), x e^{\alpha x}\cos(\beta x), \dots, x^{K-1} e^{\alpha x}\cos(\beta x)$$

$$e^{\alpha x}\operatorname{sen}(\beta x), x e^{\alpha x}\operatorname{sen}(\beta x), \dots, x^{K-1} e^{\alpha x}\operatorname{sen}(\beta x)$$

Conhecido o sistema fundamental de soluções :

$$SFS = \{\varphi_1(x), \varphi_2(x), \dots, \varphi_n(x)\}$$

a solução geral da EDO é

$$y = c_1\varphi_1(x) + c_2\varphi_2(x) + \dots + c_n\varphi_n(x) \quad ,$$

$$c_1, c_2, \dots, c_n \in \mathbb{R}$$