4.3.5 Método da variação das constantes

4.3.5.1 EDO's lineares de 1ª ordem

$$a_0(x)\,y' + a_1(x)\,y = b(x)$$

já vimos que $y_h = C\,e^{-A(x)}$, $C \in \mathbb{R}$

O método da variação das constantes assume que $y_p(x) = C(x)\,e^{-A(x)}$

sendo $C(x)$ determinada por substituição de $y_p(x)$ e $y'_p(x)$ na equação inicial

Método da Variação das Constantes para $n>1$

$$a_0(x)\,y^{(n)} + a_1(x)\,y^{(n-1)} + \dots + a_n(x)\,y = b(x)$$

Sendo $\{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n\}$ um SFS, da EDO homogénea associada

$$y_h = C_1\varphi_1(x) + C_2\varphi_2(x) + \dots + C_n\varphi_n(x)$$

O método da variação das constantes assume que

$$y_p(x) = C_1(x)\cdot\varphi_1(x) + C_2(x)\cdot\varphi_2(x) + \dots + C_n(x)\,\varphi_n(x)$$

onde as funções $C_i(x)$ são diferenciáveis e $C'_i(x)$ são soluções do sistema seguinte

$$\begin{cases} C'_1(x)\,\varphi_1(x) + C'_2(x)\,\varphi_2(x) + \dots + C'_n(x)\,\varphi_n(x) = 0 \\ C'_1(x)\,\varphi'_1(x) + C'_2(x)\,\varphi'_2(x) + \dots + C'_n(x)\,\varphi'_n(x) = 0 \\ \vdots \\ C'_1(x)\,\varphi^{(n-1)}(x) + C'_2(x)\,\varphi_2^{(n-1)}(x) + \dots + C'_n(x)\,\varphi_n^{(n-1)}(x) = \dfrac{b(x)}{a_0(x)} \end{cases}$$

NOTA

$n=2$

$$\begin{cases} C'_1(x)\,\varphi_1(x) + C'_2(x)\,\varphi_2(x) = 0 \\ C'_1(x)\,\varphi'_1(x) + C'_2(x)\,\varphi'_2(x) = \dfrac{b(x)}{a_0(x)} \end{cases}$$

$n=3$

$$\begin{cases} C'_1(x)\,\varphi_1(x) + C'_2(x)\,\varphi_2(x) + C'_3(x)\,\varphi_3(x) = 0 \\ C'_1(x)\,\varphi'_1(x) + C'_2(x)\,\varphi'_2(x) + C'_3(x)\,\varphi'_3(x) = 0 \\ C'_1(x)\,\varphi''_1(x) + C'_2(x)\,\varphi''_2(x) + C'_3(x)\,\varphi'''_3(x) = \dfrac{b(x)}{a_0(x)} \end{cases}$$