

“Records”

Sendo **p** um valor do tipo `PontoC`, **p {xx=0}** é um novo valor com o campo `xx=0` e os restantes campos com o valor que tinham em **p**.

Exemplos:

```
p1 {cor = Amarelo}  ≡  Pt {xx=3.2, yy=5.5, cor=Amarelo}
p3 {xx=0, yy=0}    ≡  Pt {xx=0, yy=0, cor=Verde}
```

```
simetrico :: PontoC -> PontoC
simetrico p = p {xx=(yy p), yy=(xx p)}
```

É possível ter campos etiquetados em tipos com mais de um construtor. Um campo não pode aparecer em mais do que um tipo, mas dentro de um tipo pode aparecer associado a mais de um construtor, desde que tenha o mesmo tipo.

Exemplo:

```
data EX = C1 { s :: Int, r :: Float }
        | C2 { s :: Int, w :: String }
```

120

Polimorfismo paramétrico

Com já vimos, o sistema de tipos do Haskell incorpora **tipos polimórficos**, isto é, tipos com variáveis (*quantificadas universalmente*, de forma implícita).

Exemplos:

Para qualquer tipo **a**, **[a]** é o tipo das listas com elementos do tipo **a**.

Para qualquer tipo **a**, **(ArvBin a)** é o tipo das árvores binárias com nodos do tipo **a**.

As variáveis de tipo podem ser vistas como *parâmetros (dos constructores de tipos)* que podem ser substituídos por tipos concretos. Esta forma de polimorfismo tem o nome de **polimorfismo paramétrico**.

Exemplo:

```
length :: [a] -> Int
length [] = 0
length (_:xs) = 1 + (length xs)
```

```
length [5.6,7.1,2.0,3.8]  => 4
length ['a','b','c']      => 3
length [(3,True),(7,False)] => 2
```

```
Prelude> :t length
length :: forall a. [a] -> Int
```

O tipo **[a]->Int** não é mais do que uma abreviatura de **Va. [a]->Int** :

“para todo o tipo a, [a]->Int é o tipo das funções com domínio em [a] e contradomínio Int”.

121

Polimorfismo ad hoc (sobrecarga)

O Haskell incorpora ainda uma outra forma de polimorfismo que é a **sobrecarga de funções**. Um mesmo identificador de função pode ser usado para designar funções computacionalmente distintas. A esta característica também se chama **polimorfismo ad hoc**.

Exemplos:

O operador **(+)** tem sido usado para somar, tanto valores inteiros como valores decimais.

O operador **(==)** pode ser usado para comparar inteiros, caracteres, listas de inteiros, strings, booleanos, ...

Afinal, qual é o tipo de **(+)** ? E de **(==)** ?

A sugestão **(+) :: a -> a -> a** não serve, pois são tipos demasiado genéricos !

```
(+) :: a -> a -> a
(==) :: a -> a -> Bool
```

Faria com que fossem aceites expressões como, por exemplo:

(‘a’ + ‘b’) , **(True + False)** , **(“esta” + “errado”)** ou **(div == mod)** ,

e estas expressões resultariam em **erro**, pois estas operações não estão preparadas para trabalhar com valores destes tipos.

Em Haskell esta situação é resolvida através de **tipos qualificados** (*qualified types*), fazendo uso da noção de **classe**.

122

Tipos qualificados

Conceptualmente, um **tipo qualificado** pode ser visto como um tipo polimórfico só que, em vez da quantificação universal da forma **“para todo o tipo a, ...”** vai-se poder dizer **“para todo o tipo a que pertence à classe C, ...”**. Uma classe pode ser vista como um conjunto de tipos.

Exemplo:

Sendo **Num** uma classe (*a classe dos números*) que tem como elementos os tipos: `Int`, `Integer`, `Float`, `Double`, ..., pode-se dar a **(+)** o tipo preciso de:

Va ∈ Num. a -> a -> a

o que em Haskell se vai escrever: **(+) :: Num a => a -> a -> a**

e lê-se: **“para todo o tipo a que pertence à classe Num, (+) tem tipo a -> a -> a”.**

Uma classe surge assim como uma forma de classificar tipos (quanto às funcionalidades que lhe estão associadas). Neste sentido as classes podem ser vistas como os **tipos dos tipos**.

Os tipos que pertencem a uma classe também serão chamados de **instâncias** da classe.

A capacidade de **qualificar** tipos polimórficos é uma característica inovadora do Haskell.

123

Classes & Instâncias

Uma **classe** estabelece um conjunto de assinaturas de funções (os **métodos da classe**). Os tipos que são declarados como **instâncias** dessa classe têm que ter definidas essas funções.

Exemplo: A seguinte declaração (simplificada) da classe **Num**

```
class Num a where
  (+) :: a -> a -> a
  (*) :: a -> a -> a
```

impõe que todo o tipo **a** da classe **Num** tenha que ter as operações **(+)** e **(*)** definidas.

Para declarar **Int** e **Float** como elementos da classe **Num**, tem que se fazer as seguintes **declarações de instância**

```
instance Num Int where
  (+) = primPlusInt
  (*) = primMulInt
```

```
instance Num Float where
  (+) = primPlusFloat
  (*) = primMulFloat
```

Neste caso as funções *primPlusInt*, *primMulInt*, *primPlusFloat* e *primMulFloat* são funções primitivas da linguagem.

Se **x::Int** e **y::Int** então **x + y** \equiv **x** ``primPlusInt`` **y**
Se **x::Float** e **y::Float** então **x + y** \equiv **x** ``primPlusFloat`` **y**

124

Tipo principal

O **tipo principal** de uma expressão ou de uma função é o tipo mais geral que lhe é possível associar, de forma a que todas as possíveis instâncias desse tipo constituam ainda tipos válidos para a expressão ou função.

Qualquer expressão ou função válida tem um tipo principal **único**. O Haskell **infere** sempre o tipo principal das expressões ou funções, mas é sempre possível associar tipos mais específicos (que são instância do tipo principal).

Exemplo: O tipo principal inferido pelo Haskell para o operador **(+)** é

```
(+) :: Num a => a -> a -> a
```

Mas,

```
(+) :: Int -> Int -> Int
(+) :: Float -> Float -> Float
```

são também tipos válidos dado que tanto **Int** como **Float** são instâncias da classe **Num**, e portanto podem substituir a variável **a**.

Note que **Num a** não é um tipo, mas antes uma restrição sobre um tipo. Diz-se que **(Num a)** é o **contexto** para o tipo apresentado.

Exemplo:

```
sum [] = 0
sum (x:xs) = x + sum xs
```

O tipo principal da função **sum** é

```
sum :: Num a => [a] -> a
```

- **sum::[a]->a** seria um tipo demasiado geral. **Porquê?**
- **Qual será o tipo principal da função **product**?**

125

Definições por defeito

Relembre a definição da função pré-definida **elem**:

```
elem x [] = False
elem x (y:ys) = (x==y) || elem x ys
```

Qual será o seu tipo?

É necessário que **(==)** esteja definido para o tipo dos elementos da lista.

Existe pré-definida a classe **Eq**, dos tipos para os quais existe uma operação de igualdade.

```
class Eq a where
  (==) :: a -> a -> Bool
  (/=) :: a -> a -> Bool
  -- Minimal complete definition: (==) or (/=)
  x == y = not (x /= y)
  x /= y = not (x == y)
```

Esta classe estabelece as funções **(==)** e **(/=)** e, para além disso, fornece também **definições por defeito** para estes métodos (*default methods*).

Caso a definição de uma função seja omitida numa declaração de instância, o sistema assume a definição por defeito feita na classe. Se existir uma nova definição do método na declaração de instância, será essa definição a ser usada.

126

Exemplos de instâncias de Eq

O tipo **Cor** é uma instância da classe **Eq** com **(==)** definido como se segue:

```
instance Eq Cor where
  Azul == Azul      = True
  Verde == Verde    = True
  Amarelo == Amarelo = True
  Vermelho == Vermelho = True
  _ == _            = False
```

O método **(/=)** está definido por defeito.

O tipo **Nat** também pode ser declarado como instância da classe **Eq**:

```
instance Eq Nat where
  (Suc n) == (Suc m) = n == m
  Zero == Zero      = True
  _ == _            = False
```

(==) de **Nat**

O tipo **PontoC** com instância de **Eq**:

```
instance Eq PontoC where
  (Pt x1 y1 c1) == (Pt x2 y2 c2) = (x1==x2) && (y1==y2) && (c1==c2)
```

(==) de **Float**

(==) de **Cor**

Nota: **(==)** é uma função recursiva em **Nat**, mas não em **PontoC**.

127

Instâncias com restrições

Relembre a definição das árvores binárias.

```
data ArvBin a = Vazia
              | Nodo a (ArvBin a) (ArvBin a)
```

Como poderemos fazer o teste de igualdade para árvores binárias ?

Duas árvores são iguais se tiverem a mesma estrutura (a mesma forma) e se os valores que estão nos nodos também forem iguais.

Portanto, para fazer o teste de igualdade em `(ArvBin a)`, necessariamente, tem que se saber como testar a igualdade entre os valores que estão nos nodos, i.e., em `a`.

Só poderemos declarar `(ArvBin a)` como instância da classe `Eq` se `a` for também uma instância da classe `Eq`.

Este tipo de *restrição* pode ser colocado na declaração de instância, fazendo:

```
instance (Eq a) => Eq (ArvBin a) where
  Vazia == Vazia = True
  (Nodo x1 e1 d1) == (Nodo x2 e2 d2) = (x1==x2) && (e1==e2)
                                     && (d1==d2)
  _ == _ = False
```

(==) de `a` (==) de `(ArvBin a)`

128

Instâncias derivadas de Eq

O testes de igualdade definidos até aqui implementam a **igualdade estrutural** (dois valores são iguais quando resultam do mesmo construtor aplicado a argumentos também iguais).

Quando assim é pode-se evitar a declaração de instância se na declaração do tipo for acrescentada a instrução **deriving Eq**.

Exemplos: Com esta declarações, o Haskell deriva automaticamente declarações de instância de `Eq` (iguais às que foram feitas) para estes tipos.

```
data Cor = Azul | Amarelo | Verde | Vermelho
         deriving Eq
```

```
data Nat = Zero | Suc Nat
         deriving Eq
```

```
data PontoC = Pt {xx :: Float, yy :: Float, cor :: Cor}
            deriving Eq
```

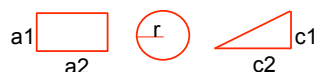
```
data ArvBin a = Vazia
              | Nodo a (ArvBin a) (ArvBin a)
              deriving Eq
```

129

Mas, nem sempre a igualdade estrutural é a desejada.

Exemplo: Relembre o tipo de dados `Figura`:

```
data Figura = Rectangulo Float Float
            | Circulo Float
            | Triangulo Float Float
```



Neste caso queremos que duas figuras sejam consideradas iguais ainda que a ordem pela qual os valores são passados possa ser diferente.

```
instance Eq Figura where
  (Rectangulo x1 y1) == (Rectangulo x2 y2) =
    ((x1==x2) && (y1==y2)) || ((x1==y2) && (x2==y1))
  (Circulo r1) == (Circulo r2) = r1==r2
  (Triangulo x1 y1) == (Triangulo x2 y2) =
    ((x1==x2) && (y1==y2)) || ((x1==y2) && (x2==y1))
```

130

Exercícios:

- Considere a seguinte definição de tipo, para representar horas nos dois formatos usuais.

```
data Time = Am Int Int
          | Pm Int Int
          | Total Int Int
```

Declare `Time` como instância da classe `Eq` de forma a que `(==)` teste se dois valores representam a mesma hora do dia, independentemente do seu formato.

- Qual o tipo principal da seguinte função:

```
lookup x ((y,z):yzs) | x /= y = lookup x yzs
                   | otherwise = Just z
lookup _ [] = Nothing
```

- Considere a seguinte declaração: `type Assoc a b = [(a,b)]`

Será que podemos declarar `(Assoc a b)` como instância da classe `Eq` ?

131

Herança

O sistema de classes do Haskell também suporta a noção de **herança**.

Exemplo: Podemos definir a classe **Ord** como uma **extensão** da classe **Eq**.

-- isto é uma simplificação da classe Ord já pré-definida

```
class (Eq a) => Ord a where
  (<), (<=), (>=), (>) :: a -> a -> Bool
  max, min                :: a -> a -> a
```

A classe **Ord** **herda** todos os métodos de **Eq** e, além disso, estabelece um conjunto de operações de comparação e as funções máximo e mínimo.

Diz-se que **Eq** é uma **superclasse** de **Ord**, ou que **Ord** é uma **subclasse** de **Eq**.

Todo o tipo que é instância de **Ord** tem necessariamente que ser instância de **Eq**.

Exemplo:

```
estaABProc :: Ord a => a -> ArvBin a -> Bool
estaABProc _ Vazia = False
estaABProc x (Nodo y e d) | x < y = estaABProc x e
                          | x > y = estaABProc x d
                          | x == y = True
```

A restrição **(Eq a)** não é necessária. **Porquê ?**

132

Herança múltipla

O sistema de classes do Haskell também suporta **herança múltipla**. Isto é, uma classe pode ter mais do que uma superclasse.

Exemplo: A classe **Real**, já pré-definida, tem a seguinte declaração

```
class (Num a, Ord a) => Real a where
  toRational :: a -> Rational
```

A classe **Real** herda todos os métodos da classe **Num** e da classe **Ord** e estabelece mais uma função.

NOTA: Na declaração dos tipos dos métodos de uma classe, é possível colocar restrições às variáveis de tipo, excepto à variável de tipo da classe que está a ser definida.

Exemplo:

```
class C a where
  m1 :: Eq b => (b,b) -> a -> a
  m2 :: Ord b => a -> b -> b -> a
```

O método **m1** impõe que **b** pertença à classe **Eq**, e o método **m2** impõe que **b** pertença a **Ord**. Restrições à variável **a**, se forem necessárias, terão que ser feitas no contexto da classe, e nunca ao nível dos métodos.

133

A classe Ord

```
data Ordering = LT | EQ | GT
              deriving (Eq, Ord, Ix, Enum, Read, Show, Bounded)
```

```
class (Eq a) => Ord a where
  compare :: a -> a -> Ordering
  (<), (<=), (>=), (>) :: a -> a -> Bool
  max, min :: a -> a -> a

-- Minimal complete definition: (<=) or compare
-- using compare can be more efficient for complex types
compare x y | x==y = EQ
            | x<=y = LT
            | otherwise = GT

x <= y = compare x y /= GT
x < y = compare x y == LT
x >= y = compare x y /= LT
x > y = compare x y == GT

max x y | x <= y = y
        | otherwise = x
min x y | x <= y = x
        | otherwise = y
```

134

Exemplos de instâncias de Ord

Exemplo:

```
instance Ord Nat where
  compare (Suc _) Zero = GT
  compare Zero (Suc _) = LT
  compare Zero Zero = EQ
  compare (Suc n) (Suc m) = compare n m
```

Instâncias da classe **Ord** podem ser **derivadas automaticamente**. Neste caso, a relação de ordem é estabelecida com base na ordem em que os construtores são apresentados e na relação de ordem entre os parâmetros dos construtores.

Exemplo:

```
data AB a = V | NO a (AB a) (AB a)
          deriving (Eq, Ord)
```

```
ar1 = NO 1 V V
ar2 = NO 2 V V
```

Será que poderíamos não derivar Eq ?

```
> V < ar1
True
> ar1 < ar2
True
> (NO 4 ar1 ar2) < (NO 5 ar2 ar1)
True
> (NO 4 ar1 ar2) < (NO 3 ar2 ar1)
False
> (NO 4 ar1 ar2) < (NO 4 ar2 ar1)
True
```

135

As restrições às variáveis de tipo que são impostas pelo contexto, *propagam-se* ao logo do processo de inferência de tipos do Haskell.

Exemplo: Relembre a definição da função quicksort.

```
parte :: (Ord a) => a -> [a] -> ([a],[a])
parte _ [] = ([],[])
parte x (y:ys) = (y:as,bs)
                 where (as,bs) = parte x ys
                 otherwise = (as,y:bs)
```

```
quicksort :: (Ord a) => [a] -> [a]
quicksort [] = []
quicksort (x:xs) = let (l1,l2) = parte x xs
                   in (quicksort l1)++[x]++(quicksort l2)
```

Note como o contexto (Ord a) do tipo da função *parte* se propaga para a função *quicksort*.

136

A classe Show

A classe *Show* estabelece métodos para converter um valor de um tipo qualquer (que lhe pertença) numa string.

O interpretador Haskell usa o método *show* para apresentar o resultado dos seu cálculos.

```
class Show a where
  show      :: a -> String
  showsPrec :: Int -> a -> ShowS
  showList  :: [a] -> ShowS

  -- Minimal complete definition: show or showsPrec
  show x      = showsPrec 0 x ""
  showsPrec _ x s = show x ++ s
  showList []   = showString "[]"
  showList (x:xs) = showChar '[' . shows x . showl xs
    where showl [] = showChar ']'
          showl (x:xs) = showChar ',' . shows x . showl xs
```

```
type ShowS = String -> String
```

```
shows :: Show a => a -> ShowS
shows = showsPrec 0
```

A função *showsPrec* usa uma string como acumulador. É muito eficiente.

137

Exemplos de instâncias de Show

Exemplo:

```
natToInt :: Nat -> Int
natToInt Zero = 0
natToInt (Suc n) = 1 + (natToInt n)
```

```
instance Show Nat where
  show n = show (natToInt n)
```

```
> Suc (Suc Zero)
2
```

Instâncias da classe *Show* podem ser *derivadas automaticamente*. Neste caso, o método *show* produz uma string com o mesmo aspecto do valor que lhe é passado como argumento.

Exemplo: Se, em alternativa, tivéssemos feito

```
data Nat = Zero | Suc Nat
  deriving Show
```

teríamos

```
> Suc (Suc Zero)
Suc (Suc Zero)
```

Exemplo:

```
instance Show Hora where
  show (AM h m) = (show h) ++ ":" ++ (show m) ++ " am"
  show (PM h m) = (show h) ++ ":" ++ (show m) ++ " pm"
```

```
> (AM 9 30)
9:30 am
```

```
> (PM 1 35)
1:35 pm
```

138

A classe Num

A classe *Num* está no topo de uma *hierarquia de classes* (numéricas) desenhada para controlar as operações que devem estar definidas sobre os diferentes tipos de números.

Os tipos *Int*, *Integer*, *Float* e *Double*, são instâncias desta classe.

```
class (Eq a, Show a) => Num a where
  (+), (-), (*) :: a -> a -> a
  negate      :: a -> a
  abs, signum :: a -> a
  fromInteger :: Integer -> a

  -- Minimal complete definition: All, except negate or (-)
  x - y      = x + negate y
  negate x    = 0 - x
```

A função *fromInteger* converte um *Integer* num valor do tipo *Num a => a*.

```
Prelude> :t 35
35 :: Num a => a
```

35 é na realidade (*fromInteger 35*)

```
Prelude> 35 + 2.1
37.1
```

139

Exemplos de instâncias de Num

Exemplo:

```
instance Num Nat where
  (+) = somaNat
  (*) = prodNat
  (-) = subNat
  fromInteger = deInteger
  abs = id
  signum = sinal
  negate n = error "indefinido ..."
```

Note que **Nat** já pertence às classes **Eq** e **Show**.

```
prodNat :: Nat -> Nat -> Nat
prodNat Zero _ = Zero
prodNat (Suc n) m = somaNat m (prodNat n m)
```

```
subtNat :: Nat -> Nat -> Nat
subtNat n Zero = n
subtNat (Suc n) (Suc m) = subtNat n m
subtNat Zero _ = error "indefinido ..."
```

```
sinal :: Nat -> Nat
sinal Zero = Zero
sinal (Suc _) = Suc Zero
```

```
deInteger :: Integer -> Nat
deInteger 0 = Zero
deInteger (n+1) = Suc (deInteger n)
deInteger _ = error "indefinido ..."
```

```
somaNat :: Nat -> Nat -> Nat
somaNat Zero n = n
somaNat (Suc n) m = Suc (somaNat n m)
```

140

```
tres = Suc (Suc (Suc Zero))
quatro = Suc tres
```

usa o método **show**

```
> tres + quatro
7
> tres * quatro
12
```

método da classe **Num**
somaNat

método da classe **Num**
prodNat

```
> tres + 10
13
```

Nota: Não é possível derivar automaticamente instâncias da classe **Num**.

141

A classe Enum

A classe **Enum** estabelece um conjunto de operações que permitem *seqüências aritméticas*.

```
class Enum a where
  succ, pred :: a -> a
  toEnum :: Int -> a
  fromEnum :: a -> Int
  enumFrom :: a -> [a] -- [n..]
  enumFromThen :: a -> a -> [a] -- [n,m..]
  enumFromTo :: a -> a -> [a] -- [n..m]
  enumFromThenTo :: a -> a -> a -> [a] -- [n,n'..m]

-- Minimal complete definition: toEnum, fromEnum
succ = toEnum . (1+)
pred = toEnum . subtract 1
enumFrom x = map toEnum [ fromEnum x .. ]
enumFromThen x y = map toEnum [ fromEnum x, fromEnum y .. ]
enumFromTo x y = map toEnum [ fromEnum x .. fromEnum y ]
enumFromThenTo x y z = map toEnum [ fromEnum x, fromEnum y .. fromEnum z ]
```

Entre as instâncias desta classe contam-se os tipos: **Int**, **Integer**, **Float**, **Char**, **Bool**, ...

Exemplos:

```
Prelude> [2,2.5 .. 4]
[2.0,2.5,3.0,3.5,4.0]
```

```
Prelude> ['a'..'z']
"abcdefghijklmnopqrstuvwxyz"
```

142

Exemplos de instâncias de Enum

Exemplo:

```
instance Enum Nat where
  toEnum = intToNat
  where intToNat :: Int -> Nat
        intToNat 0 = Zero
        intToNat (n+1) = Suc (intToNat n)
  fromEnum = natToInt
```

```
> [Zero, tres .. (tres * tres)]
[0,3,6,9]
> [Zero .. tres]
[0,1,2,3]
> [(Suc Zero), tres ..]
[1,3,5,7,9,11,13,15,17,19,21,23,25, ...]
```

É possível derivar automaticamente instâncias da classe **Enum**, apenas em tipos enumerados.

Exemplo:

```
data Cor = Azul | Amarelo | Verde | Vermelho
deriving (Enum, Show)
```

```
> [Azul .. Vermelho]
[Azul,Amarelo,Verde,Vermelho]
```

143

A classe Read

A classe **Read** estabelece funções que são usadas na conversão de uma string num valor do tipo de dados (instância de Read).

```
class Read a where
  readsPrec :: Int -> ReadS a
  readList  :: ReadS [a]

  -- Minimal complete definition: readsPrec
  readList  = ...
```

```
read :: Read a => String -> a
read s = case [x | (x,t) <- reads s, ("","") <- lex t] of
  [x] -> x
  [] -> error "Prelude.read: no parse"
  _ -> error "Prelude.read: ambiguous parse"
```

```
type ReadS a = String -> [(a,String)]
```

```
reads :: Read a => ReadS a
reads = readsPrec 0
```

lex é um *analisador léxico* definido no Prelude.

144

Podemos definir instâncias da classe **Read** que permitam fazer o *parser* do texto de acordo com uma determinada sintaxe. (Mas isso não é tópico de estudo nesta disciplina.)

Instâncias da classe **Read** podem ser *derivadas automaticamente*. Neste caso, a função **read** recebendo uma string que obedeça às regras sintáticas de Haskell produz o valor do tipo correspondente.

Exemplos:

```
data Time = Am Int Int
          | Pm Int Int
          | Total Int Int
          deriving (Show,Read)
```

```
data Nat = Zero | Suc Nat
          deriving Read
```

```
> read "Am 8 30" :: Time
Am 8 30
> read "(Total 17 15)" :: Time
Total 17 15
```

```
> read "Suc (Suc Zero)" :: Nat
2
```

```
> read "[2,3,6,7]" :: [Int]
[2,3,6,7]
> read "[Zero, Suc Zero]" :: [Nat]
[0,1]
```

É necessário indicar o tipo do valor a produzir.

Quase todos os tipos pré-definidos pertencem à classe Read.

Porquê ?

145

Declaração de tipos polimórficos com restrições nos parâmetros

Na declaração de um **tipo algébrico** pode-se exigir que os parâmetros pertençam a determinadas classes.

Exemplo:

```
data (Ord a) => STree a = Null
                  | Branch a (STree a) (STree a)
```

```
delSTree x Null = Null
delSTree x (Branch y e Null) | x == y = e
delSTree x (Branch y Null d) | x == y = d
delSTree x (Branch y e d)
  | x < y = Branch y (delSTree x e) d
  | x > y = Branch y e (delSTree x d)
  | x == y = let z = minSTree d
              in Branch z e (delSTree z d)
```

```
minSTree (Branch x Null _) = x
minSTree (Branch _ e _) = minSTree e
```

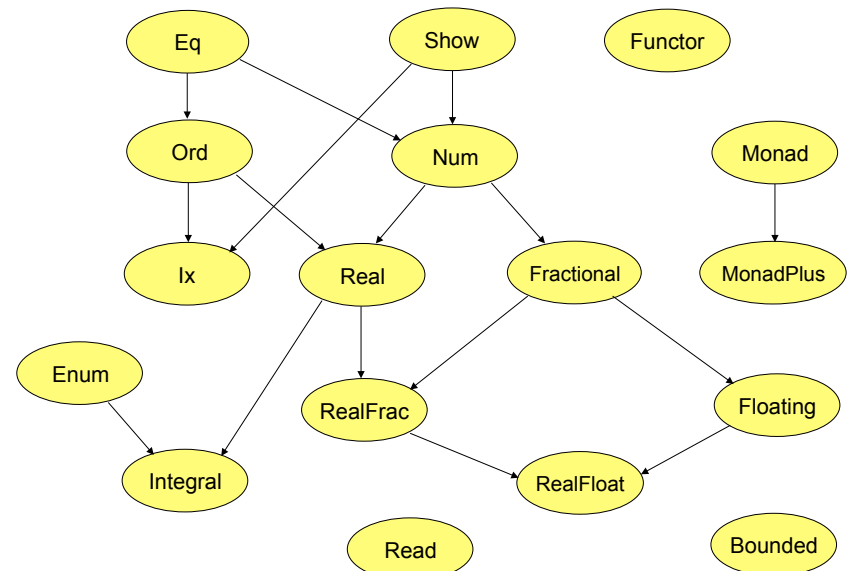
Na declaração de **tipos sinónimos** também se podem impôr restrições de classes.

Exemplo:

```
type TAssoc a b = (Eq a) => [(a,b)]
```

146

Hierarquia de classes pré-definidas do Haskell



Prelude> :i Nome_da_Classe

147

Classes de Construtores de Tipos

Relembre os tipos paramétricos (*Maybe a*), [*a*], (*ArvBin a*), (*Tree a*) ou (*ABin a b*).

Maybe, [*a*], *ArvBin*, *Tree* e *ABin*, não são tipos, mas podem ser vistos como operadores sobre tipos – são **construtores de tipos**.

Exemplo: *Maybe* não é um tipo, mas (*Maybe Int*) é um tipo que resulta de aplicar o construtor de tipos *Maybe* ao tipo *Int*.

Em Haskell é possível definir classes de construtores de tipos. Um exemplo disso é a classe **Functor**:

```
class Functor f where
  fmap :: (a -> b) -> (f a -> f b)
```

Exemplos:

```
instance Functor [] where
  fmap = map
```

```
instance Functor Maybe where
  fmap f Nothing = Nothing
  fmap f (Just x) = Just (f x)
```

```
instance Functor ArvBin where
  fmap = mapAB
```

Note que *f* não é um tipo.
f a e *f b* é que são tipos.

Note que o que se está a declarar como instância da classe **Functor** são construtores de tipos.

148

Definição de novas classes

Para além da hierarquia de classes pré-definidas, o Haskell permite **definir novas classes**.

Exemplo: Podemos definir a classe das *ordens parciais* da seguinte forma

```
class (Eq a) => OrdParcial a where
  comp :: a -> a -> Maybe Ordering      -- basta definir comp

  lt, gt, eq :: a -> a -> Maybe Bool
  lt x y = case (comp x y)
    of { Nothing -> Nothing ; (Just LT) -> Just True ; _ -> Just False }
  gt x y = case (comp x y)
    of { Nothing -> Nothing ; (Just GT) -> Just True ; _ -> Just False }
  eq x y = case (comp x y)
    of { Nothing -> Nothing ; (Just EQ) -> Just True ; _ -> Just False }

  maxi, mini :: a -> a -> Maybe a
  maxi x y = case (comp x y) of
    Nothing -> Nothing
    Just GT -> Just x
    _       -> Just y
  mini x y = case (comp x y) of
    Nothing -> Nothing
    Just LT -> Just x
    _       -> Just y
```

Nota: Repare nos diversos modos de escrever expressões case.

149

A relação de *inclusão de conjuntos* é um bom exemplo de uma relação de ordem parcial.

Exemplo: A noção de conjunto pode ser implementada pelo tipo

```
data (Eq a) => Conj a = C [a] deriving Show
```

É necessário que se consiga fazer o teste de pertença.

```
instance (Eq a) => OrdParcial (Conj a) where
  comp (C u) (C v) = let p1 = u `contido` v
                      p2 = v `contido` u
                      in if p1 && p2 then Just EQ else
                          if p1      then Just LT else
                          if p2      then Just GT
                          else Nothing
  where
    contido :: (Eq a) => [a] -> [a] -> Bool
    contido xs ys = all (\x-> elem x ys) xs
```

```
> (C [2,1]) `gt` (C [7,1,5,2])
Just False
> (C [2,1,3]) `lt` (C [7,1,5])
Nothing
```

```
> (C [2,1,2,1]) `lt` (C [7,1,5,5,2])
Just True
> (C [3,3,5,1]) `eq` (C [5,1,5,3,1])
Just True
```

150

A noção de *função finita* estabelece um conjunto de associações entre *chaves* e *valores*, para um conjunto finito de chaves.

Exemplo: Podemos agrupar numa classe de construtores de tipos as operações que devem estar definidas sobre funções finitas.

```
class FFinite ff where
  val :: (Eq a) => a -> (ff a b) -> Maybe b
  acr :: (Eq a) => (a,b) -> (ff a b) -> (ff a b)
  def :: (Eq a) => a -> (ff a b) -> Bool
  dom :: (Eq a) => (ff a b) -> [a]

  def x t = case (val x t) of
    Nothing -> False
    (Just _) -> True
```

Exemplo: Tabelas implementando listas de associações (chave,valor) podem ser declaradas como instância da classe **FFinite**.

```
data (Eq a) => Tab a b = Tab [(a,b)]
  deriving Show
```

É possível usar o mesmo nome para o construtor de tipo e para o construtor de valores.

151


```
instance FFinite Tab where
  val x (Tab []) = Nothing
  val x (Tab ((c,v):xs)) = if x==c then Just v
                           else val x (Tab xs)

  acr (x,y) (Tab []) = Tab [(x,y)]
  acr (x,y) (Tab ((c,v):t)) = if x==c
                              then Tab ((x,y):t)
                              else let (Tab w) = acr (x,y) (Tab t)
                                   in Tab ((c,v):w)

  dom (Tab t) = map fst t
```

Exercício:

- Defina um tipo de dados polimórfico que implemente listas de associações em árvores binárias e que possa ser instância da classe `FFinite`.
- Declare o construtor do tipo que acabou de definir como instância da classe `FFinite`.

152

Mónades

Na programação funcional, conceito de **mónade** é usado para sintetizar a ideia de **computação**.

Uma **computação** é vista como algo que se passa dentro de uma “**caixa negra**” e da qual conseguimos apenas ver os resultados.

Em Haskell, o conceito de mónade está definido como uma classe de construtores de tipos.

```
class Monad m where
  return :: a -> m a
  (>>=) :: m a -> (a -> m b) -> m b      -- “bind”
  (>>)  :: m a -> m b -> m b              -- “sequence”
  fail  :: String -> m a

-- Minimal complete definition: (>>=), return
p >> q = p >>= \ _ -> q
fail s = error s
```

- O termo **(return x)** corresponde a uma computação nula que retorna o valor **x**.
- O operador **(>>=)** corresponde de alguma forma à composição de computações.

153

A classe Monad

```
class Monad m where
  return :: a -> m a
  (>>=) :: m a -> (a -> m b) -> m b      -- “bind”
  (>>)  :: m a -> m b -> m b              -- “sequence”
  fail  :: String -> m a

-- Minimal complete definition: (>>=), return
p >> q = p >>= \ _ -> q
fail s = error s
```

- O termo **(return x)** corresponde a uma computação nula que retorna o valor **x**. **return** faz a transição do mundo dos valores para o mundo das computações.
- O operador **(>>=)** corresponde de alguma forma à composição de computações.
- O operador **(>>)** corresponde a uma composição de computações em que o valor devolvido pela primeira computação é ignorado.

t :: m a significa que **t** é uma computação que retorna um valor do tipo **a**.
Ou seja, **t** é um valor do tipo **a** com um efeito adicional captado por **m**.

Este efeito pode ser: uma acção de *input/output*, o tratamento de excepções, uma acção sobre o estado, etc.

154

Input / Output

Como conciliar o princípio de “computação por cálculo” com o input/output ?

Que tipos poderão ter as funções de input/output ?

Será que funções para ler um carácter do teclado, ou escrever um carácter no écran, podem ter os seguintes tipos ?

`lerChar :: Char`

É uma constante ?

`escreveChar :: Char -> ()`

Como diferenciar da função `f _ = ()` ?

Em Haskell, existe pré-definido o **construtor de tipos IO**, e é uma instância da classe `Monad`.

Os tipos acima sugeridos estão errados. Essas funções estão pré-definidas e têm os seguintes tipos:

`getChar :: IO Char`

`getChar` é um valor do tipo `Char` que pode resultar de alguma acção de input/output.

`putChar :: Char -> IO ()`

`putChar` é uma função que recebe um carácter e executa alguma acção de input/output, devolvendo `()`.

155

O mónade IO

O mónade IO agrupa os tipos de todas as computações onde existem acções de input/output.

`return :: a -> IO a` é a função que recebe um argumento `x`, não faz qualquer operação de IO, e retorna o mesmo valor `x`.

`(>=) :: IO a -> (a -> IO b) -> IO b` é o operador que recebe como argumento um programa `p`, que faz algumas operações de IO e retorna um valor `x`, e uma função `f` que “transporta” esse valor para a próxima sequência de operações de IO.

`p >= f` é o programa que faz as operações de IO correspondentes a `p` seguidas das operações de IO correspondentes a `f x` (sendo `x` o valor devolvido por `p`), retornando o resultado desta última computação.

Exemplo: As seguintes funções já estão pré-definidas.

```
putStr :: String -> IO ()
putStr [] = return ()
putStr (x:xs) = (putChar x) >> (putStr xs)
```

```
getLine :: IO String
getLine = getChar >= (\x-> if x=='\n'
                           then return []
                           else getLine >= (\xs-> return (x:xs))
                           )
```

156

A notação “do”

O Haskell fornece uma construção sintática (**do**) para escrever de forma simplificada cadeias de operações mónadicas.

`e1 >> e2` pode ser escrito como `do { e1; e2 }` ou `do e1 e2`

`e1 >= (\x -> e2)` pode ser escrito como `do x <- e1 e2`

`c1 >= (\x1-> c2 >= (\x2-> ... cn >= (\xn-> return y) ...))`

pode ser escrito como

```
do x1 <- c1
  x2 <- c2
  ...
  xn <- cn
  return y
```

Mais formalmente:

<code>do e</code>	<code>=</code>	<code>e</code>
<code>do e1; e2;...; en</code>	<code>=</code>	<code>e1 >> do e2;...; en</code>
<code>do x <- e1; e2;...; en</code>	<code>=</code>	<code>e1 >= \ x -> do e2;...; en</code>
<code>do let declarações; e2;...; en</code>	<code>=</code>	<code>let declarações in do e2;...; en</code>

157

A notação “do”

Exemplo: As funções pré-definidas `putStr` e `getLine`, usando a notação “do”.

```
putStr :: String -> IO ()
putStr [] = return ()
putStr (x:xs) = do putChar x
                  putStr xs
```

```
getLine :: IO String
getLine = do x <- getChar
            if x=='\n' then return []
            else do xs <- getLine
                  return (x:xs)
```

Exemplo: Misturando “do” e “let”.

```
test :: IO ()
test = do x <- getLine
        let a = map toUpper x
            b = map toLower x
        putStr a
        putStr "\t"
        putStr b
        putStr "\n"
```

```
> test
aEIou
AEIOU aeiou
>
```

158

Exemplos com IO

Exemplo:

```
expTrig :: IO ()
expTrig = do putStr "Indique um numero: "
            n <- getLine
            let x = ((read n)::Double)
                s = sin x
                c = cos x
            putStr ("O seno de "++n++" e' "++(show s)++['.', '\n'])
            putStr ("O coseno de "++n++" e' "++(show c)++[".\n"])
```

```
> expTrig
Indique um numero: 2.5
O seno de 2.5 e' 0.5984721.
O coseno de 2.5 e' -0.8011436.
```

```
> expTrig
Indique um numero: 3.4.5
O seno de 3.4.5 e' *** Exception: Prelude.read: no parse
```

159

Exemplo:

Uma função que recebe uma lista de questões e vai recolhendo respostas para uma lista.

```
questionario :: [String] -> IO [String]
questionario [] = return []
questionario (q:qs) = do r <- dialogo q
                        rs <- questionario qs
                        return (r:rs)
```

```
dialogo :: String -> IO String
dialogo s = do putStr s
              r <- getLine
              return r
```

Ou, de forma equivalente:

```
dialogo' :: String -> IO String
dialogo' s = (putStr s) >> (getLine >>= (\r -> return r))
```

160

Funções de IO do Prelude

Para **ler** do *standard input* (por defeito, o teclado):

```
getChar :: IO Char    lê um caracter;
getLine :: IO String  lê uma string (até se primir enter).
```

Para **escrever** no *standard output* (por defeito, o écran):

```
putChar :: Char -> IO ()  escreve um caracter;
putStr  :: String -> IO () escreve uma string;
putStrLn :: String -> IO () escreve uma string e muda de linha;
print   :: Show a => a -> IO () equivalente a (putStrLn . show)
```

Para lidar com ficheiros de texto:

```
writeFile :: FilePath -> String -> IO () escreve uma string no ficheiro;
appendFile :: FilePath -> String -> IO () acrescenta no final do ficheiro;
readFile  :: FilePath -> IO String  lê o conteúdo do ficheiro para uma string.
```

```
type FilePath = String  é o nome do ficheiro (pode incluir a path no file system).
```

O **módulo IO** contém outras funções mais sofisticadas de manipulação de ficheiros.

161

```
roots :: (Float,Float,Float) -> Maybe (Float,Float)
roots (a,b,c)
  | d >= 0 = Just ((-b + (sqrt d))/(2*a), (-b - (sqrt d))/(2*a))
  | d < 0  = Nothing
  where d = b^2 - 4*a*c
```

```
calcRoots :: IO ()
calcRoots =
  do putStrLn "Calculo das raizes do polimomio a x^2 + b x + c"
     putStr "Indique o valor do coeficiente a: "
     a <- getLine
     a1 <- return ((read a)::Float)
     putStr "Indique o valor do coeficiente b: "
     b <- getLine
     b1 <- return ((read b)::Float)
     putStr "Indique o valor do coeficiente c: "
     c <- getLine
     c1 <- return ((read c)::Float)
     case (roots (a1,b1,c1)) of
       Nothing    -> putStrLn "Nao ha' raizes reais."
       (Just (r1,r2)) -> putStrLn ("As raizes sao "++(show r1)
                                   ++" e "++(show r2))
```

162

O Prelude tem já definida a função **readIO**

```
readIO :: Read a => String -> IO a  equivalente a (return . read)
```

```
calcROOTS :: IO ()
calcROOTS =
  do putStrLn "Calculo das raizes do polimomio a x^2 + b x + c"
     putStr "Indique o valor do coeficiente a: "
     a <- getLine
     a1 <- readIO a
     putStr "Indique o valor do coeficiente b: "
     b <- getLine
     b1 <- readIO b
     putStr "Indique o valor do coeficiente c: "
     c <- getLine
     c1 <- readIO c
     case (roots (a1,b1,c1)) of
       Nothing    -> putStrLn "Nao ha' raizes reais"
       (Just (r1,r2)) -> putStrLn ("As raizes sao "++(show r1)
                                   ++" e "++(show r2))
```

163