## Algoritmos e Complexidade – 6 de Janeiro de 2018 – Duração: 90 min

1. Considere o array abaixo onde se encontra armazenada uma min-heap de tamanho 10.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3	8	25	9	24	32	37	110	120	31

Apresente a evolução da min-heap ao remover todos os seus elementos (um a um, e por isso 10 remoções).

2. A função apresentada ao lado testa se um array tem números repetidos em tempo quadrático no tamanho do array argumento.

Usando uma estrutura de dados auxiliar à sua escolha, apresente uma definição alternativa desta função que execute em tempo linear no tamanho do array argumento. Mostre, mesmo que informalmente, que a complexidade da função apresentada é de facto linear.

```
int repetidos (int v[], int N){
  int i, j;
  for (i=0;i<N-1;i++)
    for (j=i+1;j<N;j++)
       if (v[i]==v[j]) return 1;
  return 0;
}</pre>
```

3. Considere a definição ao lado para representar (as arestas de) grafos em listas de adjacência.

O grau de entrada (*indegree*) de um vértice define-se como o número de arestas do grafo que têm esse vértice como destino. Um grafo diz-se uma **árvore** sse (1) existe um **único** vértice chamado raiz cujo grau de entrada é zero e (2) para todos os outros vértices existe um único caminho da raiz para esse vértice.

```
#define NV ...
typedef struct aresta {
  int destino, peso;
  struct aresta *prox;
} *Grafo [NV];
```

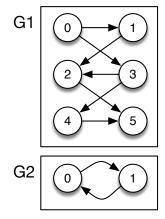
Defina uma função int isTree (Grafo g) que testa se um dado grafo orientado é um árvore. A função deverá retornar -1 se o grafo não for uma árvore. No outro caso deverá retornar a raiz da árvore.

 Considere que se usam arrays de inteiros para representar transformações dos vértices de um grafo.

Por exemplo o array f = 1 0 1 0 1 0 transforma os vértices pares em 1 e os ímpares em 0.

Uma transformação de vértices f diz-se um **homomorfismo** de um grafo g num grafo h sse para cada aresta (a,b) do grafo g existe uma aresta (f(a), f(b)) no grafo h. Por exemplo, a transformação F acima é um homomorfismo entre os grafos G1 e G2 ao lado.

O problema de, dados dois grafos, determinar se existe um homomorfismo entre eles é NP-completo.



- Descreva um algoritmo não deterministico polinomial que resolva este problema.
- Usando a parte deterministica do algoritmo anterior, defina uma função int homomorphic (Grafo g, Grafo h, int N) que, usando *força bruta* determina se existe um homomorfismo entre os grafos argumento (assuma que ambos os grafos têm N vértices).