

UNIVERSIDADE do MINHO
Departamento de Produção e Sistemas
MIEI – Modelos Estocásticos de Investigação Operacional, 2016/17

FICHA DE AVALIAÇÃO INDIVIDUAL Nº 3

SUBMETTER ATÉ:

26/04/2017

Aluno: ANDRÉ RODRIGUES FREITAS

Nº A74619

Preencher e realizar a ficha manualmente, com caneta de tinta preta ou azul (a lápis, não). Usar apenas esta única folha (impressa frente e verso); NÃO ANEXAR NENHUMA OUTRA FOLHA. Assinar no final da página de verso, digitalizar e submeter o ficheiro através do BlackBoard.

$$A74619 \rightarrow d_1 = 6 \quad d_2 = 1 \quad d_3 = 9$$

Modelo (C_1, C_3) , pois não são permitidos retrocessos de quebra no sistema

$$b_{1x} = 160 + 10 \times 6 = 220 \text{ €/máquina}$$

$$r_x = 80000 \text{ máquinas/oro}$$

$$C_3 = 100 \text{ €/semana}$$

$$b_{1y} = 12 + 10 \times 1 = 22 \text{ €/máquina}$$

$$r_y = 120000 \text{ máquinas/oro}$$

$$\lambda = 21\%$$

$$b_{1z} = 8 + 10 \times 9 = 98 \text{ €/máquina}$$

$$r_z = 60000 \text{ máquinas/oro}$$

Pago de estocagem nulo $\rightarrow h = 0$

$$a) \quad C_{1x} = \lambda \times b_{1x} = 0,21 \times 220 = 46,2 \text{ €/máquina/oro}$$

$$C_{1y} = 0,21 \times 22 = 4,62 \text{ €/máquina/oro}$$

$$C_{1z} = 0,21 \times 98 = 20,58 \text{ €/máquina/oro}$$

$$QEE_x = \sqrt{\frac{2 \times r_x \times C_3}{C_{1x}}} = \sqrt{\frac{2 \times 80000 \times 100}{46,2}} = 588,49 \approx 589 \text{ máquinas/semana}$$

$$QEE_y = \sqrt{\frac{2 \times 120000 \times 100}{4,62}} = 2279,21 \approx 2279 \text{ máquinas/semana}$$

$$QEE_z = \sqrt{\frac{2 \times 60000 \times 100}{20,58}} = 763,60 \approx 764 \text{ máquinas/semana}$$

$$\text{n.º de unidades de } x = \frac{80000}{588,49} = 135,94 \approx 136 \text{ unidades/oro}$$

$$\text{n.º de unidades de } y = \frac{120000}{2279,21} = 52,65 \approx 53 \text{ unidades/oro}$$

$$\text{n.º de unidades de } z = \frac{60000}{763,60} = 78,58 \approx 79 \text{ unidades/oro}$$

$$C_{Tx} = C_{1x} \times \left(\frac{q_x}{2}\right) + C_3 \times \left(\frac{r_x}{q_x}\right) = 46,2 \times \frac{588,49}{2} + 100 \times \frac{80000}{588,49} = 27188,23 \text{ €/oro}$$

$$C_{Ty} = 4,62 \times \left(\frac{2279,21}{2}\right) + 100 \times \left(\frac{120000}{2279,21}\right) = 10529,96 \text{ €/oro}$$

$$C_{Tz} = 20,58 \times \left(\frac{763,60}{2}\right) + 100 \times \left(\frac{60000}{763,60}\right) = 15714,96 \text{ €/oro}$$

$$C_{Tglobal} = C_{Tx} + C_{Ty} + C_{Tz} = 27188,23 + 10529,96 + 15714,96 = 53433,15 \text{ €/oro}$$

$$b) \quad \min C_T = \sum_{j=1}^3 \lambda \times b_j \times \frac{q_j}{2} + \sum_{j=1}^3 C_{3j} \times \frac{r_j}{q_j} \quad \text{s.a.:} \quad \sum_{j=1}^3 \frac{r_j}{q_j} \leq 150$$

Função de Lagrange

$$L = \frac{\lambda}{2} \sum_{j=1}^3 b_j q_j + \sum_{j=1}^3 C_{3j} \frac{r_j}{q_j} + \lambda \left(150 - \sum_{j=1}^3 \frac{r_j}{q_j}\right)$$

Pág. 1 de 2

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 150 - \sum_{j=1}^3 \frac{r_j}{q_j} \quad \frac{\partial L}{\partial q_j} = 0 \Rightarrow \frac{\lambda b_j}{2} - C_{3j} \times \frac{r_j}{q_j^2} - \lambda \left(\frac{r_j}{q_j^2}\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda b_j}{2} - (C_{3j} - \lambda) \left(\frac{r_j}{q_j^2}\right) = 0 \Rightarrow (C_{3j} - \lambda) \left(\frac{r_j}{q_j^2}\right) = \frac{\lambda b_j}{2} \Rightarrow q_j^2 = \frac{(C_{3j} - \lambda) r_j}{\frac{\lambda b_j}{2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q_j^* = \frac{2(c_{3j} - \lambda) r_j}{2 \log_j} \Rightarrow q_j^* = \sqrt{\frac{2(c_{3j} - \lambda) r_j}{2 \log_j}} = \sqrt{\frac{2 r_j (c_{3j} - \lambda)}{2 \log_j}}$$

$$150 = \frac{r_x}{q_x} + \frac{r_y}{q_y} + \frac{r_z}{q_z} \Rightarrow 150 = \frac{80000}{\sqrt{\frac{2(100 - \lambda) \times 80000}{0,21 \times 220}}} + \frac{120000}{\sqrt{\frac{2(100 - \lambda) \times 120000}{0,21 \times 22}}} + \frac{60000}{\sqrt{\frac{2(100 - \lambda) \times 60000}{0,21 \times 98}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lambda = -217,234$$

$$q_x^* = \sqrt{\frac{2 \times (100 - (-217,234)) \times 80000}{0,21 \times 220}} = 1048,16 \approx 1048 \text{ unidades/semana}$$

$$q_y^* = \sqrt{\frac{2 \times (100 - (-217,234)) \times 120000}{0,21 \times 22}} = 4059,52 \approx 4060 \text{ unidades/semana}$$

$$q_z^* = \sqrt{\frac{2 \times (100 - (-217,234)) \times 60000}{0,21 \times 98}} = 1360,06 \approx 1360 \text{ unidades/semana}$$

$$n^{\circ} \text{ de unidades de } x = \frac{80000}{1048,16} = 76,32 \approx 76 \text{ unidades/oro}$$

$$n^{\circ} \text{ de unidades de } y = \frac{120000}{4059,52} = 29,56 \approx 30 \text{ unidades/oro}$$

$$n^{\circ} \text{ de unidades de } z = \frac{60000}{1360,06} = 44,12 \approx 44 \text{ unidades/oro}$$

total de 150, logo respecta a restrição do problema

$$C_{Tx} = 0,21 \times 220 \times \frac{1048,16}{2} + 100 \times \frac{80000}{1048,16} = 31844,92 \text{ €/oro}$$

$$C_{Ty} = 0,21 \times 22 \times \frac{4059,52}{2} + 100 \times \frac{120000}{4059,52} = 12333,51 \text{ €/oro}$$

$$C_{Tz} = 0,21 \times 98 \times \frac{1360,06}{2} + 100 \times \frac{60000}{1360,06} = 18406,59 \text{ €/oro}$$

$$C_{T\text{global}} = C_{Tx} + C_{Ty} + C_{Tz} = 31844,92 + 12333,51 + 18406,59 = 62585,02 \text{ €/oro}$$

artigo	q^* (unidades/semana)	n° de unidades (unidades/oro)	C_T (€/oro)
x	1048	76	31844,92
y	4060	30	12333,51
z	1360	44	18406,59
total	6468	150	62585,02

O valor do multiplicador de Lagrange ($\lambda = -217,234$) significa que, por cada unidade a mais que se possa fazer, o custo por semana aumenta em 217,234 €.

Assinatura: André Rodrigues Gentes