



Departamento de Produção e Sistema



ENGENHARIA ECONÓMICA

CADERNO DE EXERCÍCIOS

MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA INFORMÁTICA

ANO LETIVO 2015/2016



I – Teoria da Oferta e da Procura

1. A procura dos diferentes bens surge representada num eixo cartesiano por facilidade de representação e porque o fator “preço” será provavelmente, de entre todos, o mais volátil no curto prazo. Mas, há ainda outros fatores que influenciam a procura de um determinado bem.

- a) Diga quais são esses fatores.
- b) Qual o significado de “*ceteris paribus*” e qual a sua importância na análise de um qualquer modelo?
- c) Qual a sensibilidade da procura de um bem face às variações ocorridas em cada um desses fatores, *ceteris paribus*.

2. Das seguintes afirmações indique as verdadeiras e as falsas. Corrija as falsas.

- a) Uma geadas nas regiões produtoras de café do Brasil fará baixar o preço do café.
- b) A proteção dos produtores europeus de têxteis das importações de vestuário da China fará baixar o preço do vestuário na EU.
- c) O rápido aumento das propinas universitárias fará baixar a quantidade procurada de ensino universitário.
- d) A guerra contra a droga, com a crescente interdição da importação da cocaína, fará baixar o preço da marijuana produzida internamente.

3. Considere um consumidor particularmente excêntrico que apenas compra três produtos: açúcar, limões e laranjas. Com os limões e laranjas faz, respetivamente, limonadas e laranjadas, adicionando-lhes o açúcar.

- a) Identifique a relação existente entre o açúcar e os limões e entre estes últimos e as laranjas.
- b) Admita que o preço dos limões aumentava 20%, *ceteris paribus*, o que ocorre à procura de laranjas?
- c) Se o preço do açúcar aumentasse, a procura de limões por parte deste consumidor: aumentava, diminuía ou permanecia constante?
- d) A quantidade procurada de açúcar permaneceria inalterada se os limões ficassem mais caros? Justifique.

4. Regra geral consideram-se os bens como sendo “normais”, mas alguns têm precisamente características opostas e denominam-se bens “inferiores”.

- Qual o significado de bem normal e inferior. Dê exemplos.
- Se o bem A é inferior e o rendimento dos consumidores aumenta, qual o efeito sobre a procura de A? Represente graficamente.

5. Considere os seguintes dados referentes à procura e oferta de pizzas durante um semestre.

Preço (€/pizza)	Quantidade Procurada	Quantidade Oferecida
10	0	40
8	10	30
6	20	20
4	30	10
2	40	0

- A partir dos dados da tabela determine as expressões algébricas das funções procura e oferta. Represente-as graficamente.
- Determine o preço e a quantidade de equilíbrio.

6. As curvas da procura e da oferta de DVDs são dadas pelas seguintes expressões:

$$P = 42 - Q_D$$

$$P = 2Q_S$$

- Ao preço de 35 u.m., quantas unidades serão transacionadas? E ao preço de 14 u.m.? Quais os participantes que ficarão insatisfeitos com estes preços?
- Calcule o preço e a quantidade de equilíbrio.
- Calcule a receita total da venda de DVDs, no ponto de equilíbrio.

7. A quantidade de micro-ondas de uma determinada marca X adquirida ao longo do ano é função de: $Q_{DX} = f(P_X, P_Y, M, Y, A)$, em que:

P_X – Preço do micro-ondas X (em €)

P_Y – Preço do micro-ondas Y (em €)

M – Número de mulheres que trabalham fora de casa



Y – Rendimento anual médio disponível (em €)

A – Gastos anuais em publicidade (em €)

Considerando que a função obtida é a seguinte:

$$Q_{DX} = 26\,500 - P_X + 0,25P_Y + 0,0001M + 0,026Y + 0,0002A$$

- a) Se num dado momento: $P_X = 200€$; $P_Y = 250€$; $M = 4\,000\,000$; $Y = 5\,000€$; $A = 25\,000€$, qual o número de micro-ondas da marca X adquiridos nesse ano?
- b) Represente graficamente a curva da procura.
- c) O que acontecerá se os rendimentos disponíveis passarem de 5 000€ para 10 000€? Apresente a nova curva da procura.
- d) Ocorreu uma variação da procura ou uma variação da quantidade procurada

8. Suponha que a procura de melões é dada pela seguinte expressão: $P = 160 - 3Q_D$, em que P representa o preço/Kg, em u.m. e Q_D a quantidade procurada por ano, em milhões de Kg. Supondo, ainda, que a curva da oferta é dada pela expressão: $P = 5Q_S$, em que Q_S representa a quantidade oferecida, em milhões de Kg.

- a) Determine o preço e a quantidade de equilíbrio.
- b) Suponha que o governo impõe um preço mínimo de 130 u.m.. De quanto será o excesso de melões resultante daquela imposição?

9. Sabendo que as intenções de Oferta e de Procura de um dado produto podem ser expressas por: $P = 4.75 - 0.125 Q$ (procura); e $P = 0.5 Q - 6$ (oferta):

- a) Calcule a quantidade de equilíbrio e a receita dos vendedores gerada nessa mesma situação de equilíbrio.
- b) Qual deveria ser o preço máximo imposto pelo Estado para que tal imposição gerasse um excesso da procura de 11 unidades? Represente graficamente.

10. A função procura de um bem inferior pode ser representada da seguinte forma:

$$Q_D + 15P - 150 = 0$$

Admitindo que o rendimento dos indivíduos aumentou responda às seguintes questões:



- a) Represente graficamente a alteração verificada na curva da função procura devido ao aumento do rendimento dos indivíduos. Dê um exemplo à sua escolha do que pode acontecer à função procura acima indicada.
- b) Que outros fatores é que podem influenciar a função procura e qual o seu comportamento?
- c) O que ocorreu neste mercado foi uma variação da procura ou da quantidade procurada? Justifique adequadamente.
- d) Sabe-se que existem cinco produtores idênticos a oferecer esse bem, cada um com uma curva da oferta representada por: $Q_s + 2 = P$.
Considerando a função procura dada calcule o preço que satisfaz simultaneamente os consumidores e os produtores.

11. Suponha que num determinado mercado existem 40 produtores e que a função oferta individual é representada pela seguinte expressão: $P = 0,025 Q_s - 0,875$.

- a) Qual a curva da oferta da totalidade do mercado?
- b) Em determinada altura verificou-se uma alteração nas condições do mercado, pelo que a curva-padrão da oferta individual passou a ser $Q_s = 40P + 25$.

Quais são os fatores que poderiam ter originado este deslocamento da curva da oferta individual? Represente graficamente este deslocamento.

- c) Quais seriam os efeitos que esta alteração na oferta teria no preço e quantidade de equilíbrio deste mercado?

12. Suponha que nenhum consumidor ou produtor tem poder para influenciar isoladamente o preço de equilíbrio, expresso em unidades monetárias. A função procura deste produto no mercado interno pode ser representada por: $Q_D = 36 - 8P$ e a função procura no mercado externo pode ser representada por: $Q_D = 10 - 2P$. A curva da oferta no mercado é dada por: $Q_s = 8 + 6P$.

- a) Calcule a solução de equilíbrio no mercado interno. Explique porque é a solução de equilíbrio única.
- b) Considere também a procura do produto no mercado externo. Calcule o preço e a quantidade que restabelece o equilíbrio no mercado agregado total deste produto.



13. Suponha que num mercado em que nenhum consumidor ou produtor tem poder para influenciar isoladamente o preço de equilíbrio, as curvas da procura e da oferta são respetivamente:

$$Q_D = -4P + 29 \quad \text{e} \quad Q_S = 8P - 7.$$

- a) O que é que aconteceria se nesse mercado o Governo resolvesse fixar o preço máximo de 2 u.m.?
- b) Calcule o total pago pelos consumidores, se toda a quantidade oferecida fosse vendida no mercado negro.
- c) Calcule o acréscimo de receitas obtidas pelos vendedores, se toda a quantidade oferecida fosse vendida no mercado negro.

14. Considere um mercado, no qual se transaciona arroz e no qual nenhum consumidor ou produtor tem poder para influenciar isoladamente o preço de equilíbrio do arroz, expresso em u.m./tonelada.

A oferta de arroz é representada por: $Q_S = -10 + P$ e a procura por: $Q_D = 60 - 4P$.

- a) Obtenha o preço e a quantidade de equilíbrio.
- b) Se o Governo fixar um preço máximo de 15 u.m., qual o efeito sobre este mercado? E se o preço máximo fosse antes de 12 u.m.?
- c) Supondo que esta política leva à criação de um mercado negro e que toda a produção será vendida nesse mercado. Determine o acréscimo de receitas obtidas pelos produtores.

15. O mercado de transporte urbano na cidade de Guimarães não está regulamentado e é representado pelas seguintes curvas da oferta e da procura:

$$Q_S = -5 + 2p \quad \text{e} \quad Q_D = 35 - 3p$$

- a) Qual a solução de equilíbrio?
- b) Estudos realizados mostram que se trata de um bem consumido em larga escala por famílias de baixos rendimentos. Por essa razão, o Estado decidiu fixar o preço máximo de venda ao público em 5 u.m.. Com a fixação do preço máximo, o que vai suceder em termos da oferta e da procura?



- c) Uma nova curva da procura ($Q_D' = 50 - 3P$) representa um aumento do rendimento monetário dos consumidores - mantendo-se tudo o resto constante (*ceteris paribus*). O que acontecerá se ao mesmo tempo que o rendimento do indivíduo aumenta o preço do transporte urbano baixar de 5 u.m. para 3 u.m.?
- d) Que tipo de bem é o transporte urbano?

16. O mercado do bem X era inicialmente representado pelas seguintes expressões:

$$Q_S = 5 + 2P \quad \text{e} \quad Q_D = 30 - 3P$$

Porém, alterações nas condicionantes desse mercado implicaram novas funções de oferta e procura. Sendo $Q_S' = 9 + 2P$ a nova curva da oferta do bem X. Contudo, a quantidade transacionada em equilíbrio permaneceu inalterada face à situação inicial. Por outro lado, na eventualidade do bem X ser oferecido gratuitamente no mercado, os consumidores estarão dispostos a consumirem a mesma quantidade do bem que consumiriam sob as condições iniciais de oferta e de procura.

- a) Calcule a quantidade de equilíbrio inicial e represente graficamente.
- b) Complete o gráfico da alínea anterior com a nova situação de equilíbrio e obtenha a expressão analítica da nova curva da procura.
- c) Apresente, justificando, três razões para a variação da procura verificada neste mercado.

(Nota: Se não resolveu a alínea b) considere: $Q_D' = 20 - 3P$)

17. Suponha que a seguinte expressão representa a curva da procura do produto x: $Q_D = a - 2P$. Sabe-se que para um preço igual a 6 u.m. os consumidores não estão dispostos a adquirir qualquer quantidade deste produto.

- a) Calcule o valor de a.
- b) A função procura deste produto passou a ser $Q_D' = 10 - 2P$. Indique se se tratou de uma variação da procura ou de uma variação da quantidade procurada. Descreva três hipóteses que possam ter originado esta variação.
- c) Suponha agora, que existem 10 000 indivíduos idênticos no mercado para o produto x e 1 000 produtores, cada um dos quais seguindo a função: $Q_S = 20P$. Calcule o preço e a quantidade de equilíbrio no mercado. (Nota: considere a situação da alínea a)).

18. Suponha um mercado agregado total, em que nenhum consumidor ou produtor tem poder para influenciar isoladamente o preço de equilíbrio, expresso em unidades monetárias (u.m.). A função procura no mercado interno pode ser representada por: $Q_D = 42 - 4P$ e no mercado externo por: $Q_D = 32 - 2P$.

A curva da oferta do produto X no mercado interno é dada por: $Q_S = 6 + 2P$ e no mercado externo por: $Q_S = 7 + 3P$.

- a) Determine a solução de equilíbrio no mercado agregado total (considere apenas o ramo agregado). Explique o porquê da solução de equilíbrio ser única.
- b) O Estado decidiu fixar o preço máximo de venda ao público em 4 u.m.. Com a fixação do preço máximo, o que vai suceder em termos de oferta e de procura?
- c) Suponha que os fornecedores do mercado externo poderiam intervir no mercado interno, com o objetivo de satisfazer os consumidores, tendo em consideração a restrição imposta pelo Governo. Quanto seria a quantidade oferecida? E de quanto aumentaria a sua receita total?

19. Admita que a função oferta do bem X num dado mercado é dada por: $Q_S = 4P - 2$. Na eventualidade deste bem ser oferecido aos consumidores, a quantidade consumida será de 8 unidades e considere que, quando o mercado está em equilíbrio o preço praticado é de 2 €.

- a) Determine a expressão para a função procura deste bem.
- b) Suponha que temos agora uma nova função da procura, dada por: $Q_D' = 28 - P$. Represente graficamente esta alteração, indicando o que ocorre ao preço e quantidade de equilíbrio. Tratou-se de uma alteração da procura ou da quantidade procurada? Justifique.

Nota: se não respondeu à alínea anterior considere que a função de procura inicial é dada por: $Q_D = 22 - P$.



II – Elasticidades

1. Responda às seguintes questões:

- Diga qual o sentido económico de elasticidade.
- Que tipos de elasticidade podem ser calculados?
- Qual a importância da teoria da elasticidade na análise de mercados?
- Qual a utilidade da elasticidade preço da procura e da elasticidade cruzada da procura para o produtor, assumindo que o seu objetivo é a maximização da receita?

2. A procura do bem X é descrita pela seguinte função: $Q_D = 10 - 0,5P$.

- Represente graficamente a curva da procura deste bem.
- Exprima algebricamente a função da elasticidade preço da procura.
- Mostre como é que os valores da elasticidade preço da procura variam para os preços 0, 5, 10, 15 e 20 u.m.. Defina a elasticidade preço da procura para estes valores e explique a razão de ser das variações encontradas.
- Suponha que a empresa que vende este produto pretende saber os efeitos nas suas receitas, quando os preços do seu produto aumentarem. Com o auxílio do conceito de elasticidade, explique o que é que esta empresa poderá concluir acerca desta relação.

3. A relação entre o preço (do litro) de azeite e a quantidade procurada deste produto está representada da seguinte forma:

Preço (u.m./litro)	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Quantidade procurada	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

É comum pensar-se que uma forma de aumentar as receitas totais é aumentar o preço/unidade. Com o auxílio da informação do quadro acima, mostre que esta afirmação é incorreta recorrendo ao conceito e cálculo da elasticidade preço da procura.

4. Um clube de futebol que atua numa divisão distrital tem um orçamento apertado e o número de bolas adquiridas no início da época depende essencialmente do preço de aquisição. Quanto menor o preço, maior a quantidade adquirida. O responsável pelas compras usa o seguinte quadro como referência.

- a) Calcule a elasticidade preço da procura das bolas de futebol para este clube, ao longo dos sucessivos níveis de preço.
- b) Suponha que a empresa que vende este artigo pretende saber os efeitos nas suas receitas, quando os preços do seu produto diminuam. Com o auxílio do conceito de elasticidade, explique o que esta empresa poderá concluir acerca desta relação.

<i>Quantidade</i>	<i>Preço</i>
20	5
40	4
60	3
80	2
100	1

5. Um estudo realizado recentemente pelo Governo permitiu estabelecer uma relação bastante fiável entre o preço das portagens de autoestrada e o “consumo” deste serviço (número de veículos que a utilizam).

P	10	20	30	40	50	60	70
Q	220	200	180	150	110	70	40

P – custo da portagem (u.m.) Q – n.º de veículos

- a) Calcule a elasticidade preço da procura deste serviço delimitando as diferentes zonas de procura quanto à sua elasticidade.
- b) Devido às pressões de um grupo de “utentes do Nordeste”, o governo decidiu descer o preço praticado nas autoestradas do Nordeste. O preço era de 60 u.m. e o Governo concordou em aplicar uma portagem menor mas nunca inferior a 50 u.m.. Mas a contenção orçamental atual implicou um aumento do imposto automóvel (I.A.), como contrapartida da diminuição das portagens. O Governo justificou o “ligeiro” aumento dos impostos como uma medida necessária ao equilíbrio orçamental. O departamento de estudos económicos admite que a elasticidade preço da procura de automóveis novos se situa entre [0.5, 0.7].

A oposição criticou a atitude do governo, por não concordar com o aumento do I.A. e porque, na sua perspectiva, estas duas medidas só visam aumentar as receitas fiscais.

Recorrendo aos conceitos de elasticidade, de que forma justificava a atitude da oposição?

6. Suponha que para um determinado produto, as quantidades adquiridas por uma família para cada um dos seguintes níveis de rendimento, foram as seguintes:

Rendimento (u.m.)	2000	4000	6000	8000	10000	12000	14000	16000
Quantidade consumida	0	10	16	20	22	19	15	9

- Calcule a elasticidade rendimento da procura desta família para este produto, ao longo dos sucessivos níveis de rendimento.
- Classifique o produto em causa para os mesmos níveis de rendimento. Justifique.

7. Numa determinada comunidade chinesa, o consumo anual de arroz de cada família depende do seu rendimento; famílias com rendimentos diferentes têm um nível de consumo diferente.

	Rendimento (Y)	Quantidade (Kg/ano)
a) Calcule a elasticidade rendimento da procura deste tipo de produto, ao longo dos sucessivos níveis de rendimento.	4 000	100
	6 000	200
	8 000	300
b) Em que níveis de rendimento pode este produto ser enquadrado como bem de luxo, normal ou inferior para a família em causa?	10 000	350
	12 000	380
	14 000	390
	16 000	350
	18 000	250

8. A quantidade de micro-ondas de uma determinada marca X adquirida ao longo do ano é função de: $Q_{DX} = f(P_X, P_Y, M, Y, A)$, em que:

P_X – Preço do micro-ondas X (em €)

P_Y – Preço do micro-ondas Y (em €)

M – Número de mulheres que trabalham fora de casa

Y – Rendimento anual médio disponível (em €)

A – Gastos anuais em publicidade (em €)

Considerando que a função obtida é a seguinte:

$$Q_{DX} = 26\,500 - P_X + 0,25P_Y + 0,0001M + 0,026Y + 0,0002A$$

e, ainda, os seguintes valores:

$$P_X = 200\text{€}; P_Y = 250\text{€}; M = 4\,000\,000; Y = 5\,000\text{€}; A = 25\,000\text{€}$$

- Determine a elasticidade preço da procura para o micro-ondas da marca X. Classifique a respetiva procura.
- Face à situação descrita na alínea anterior, o que aconteceria às receitas totais se houvesse uma alteração de preços. Justifique adequadamente.
- Utilizando o conceito de elasticidade que julgue apropriado, conclua, através de cálculos, quanto à relação das duas marcas de micro-ondas referidas anteriormente.
- Calcule a elasticidade rendimento da procura para o micro-ondas da marca X. Classifique o bem.

9. Considere a função da procura do produto A:

$$Q_{DA} = 20 - 1,25P_A - P_B + 0,65Y$$

Em que:

- quantidade procurada do produto A: Q_{DA} ;
- preço do produto A: $P_A = 4$ u.m./unidade ;
- preço do produto B: $P_B = 3$ u.m./unidade ;
- rendimento anual dos consumidores: $Y = 200$ u.m. .

a) Considere que se verificaram as seguintes alterações:

- Preço do produto B: $P_B = 5$ u.m./unidade ;
- rendimento anual dos consumidores: $Y = 250$ u.m.

Calcule os efeitos de cada uma destas alterações na quantidade procurada do produto A.

b) Confirme e interprete, recorrendo-se do cálculo das elasticidades, os resultados obtidos na alínea anterior.

10. De acordo com fontes estatísticas oficiais, entre 2000 e 2003, verificaram-se as seguintes variações percentuais nos preços e nas quantidades consumidas dos seguintes produtos:

	<i>Produto A</i>	<i>Produto B</i>	<i>Produto C</i>
<i>Preço</i>	90	-40	70
<i>Quantidade</i>	-30	50	-20

- Explique as variações verificadas no consumo dos produtos.
- Explique as variações verificadas entre o consumo do produto A e o preço dos produtos B e C.
- Que conceitos teve de utilizar para analisar o que sucedeu neste mercado ? Defina-os.
- Considere uma empresa que produz os produtos A e B. Qual a atitude que ela deve tomar, sendo o seu objetivo o de maximizar a receita?

11. Observe com atenção a informação do quadro seguinte:

Elasticidade preço da procura e elasticidade cruzada

	<i>Elasticidade em relação ao preço de:</i>		
	Carne de vaca	Carne de carneiro	Carne de galinha
Carne de vaca	+ 1,30		
Carne de carneiro	+ 0,07	+ 0,52	
Carne de galinha	+ 0,08		+ 1,21

- Interprete, justificando detalhadamente, cada um dos valores acima indicados.
- Indique os efeitos de variações nas receitas de cada um destes produtos.

12. Leia com atenção as seguintes afirmações e indique as que são verdadeiras e as que são falsas. Justifique as suas respostas.

- Se a elasticidade cruzada da procura do bem X em relação ao bem Y tiver um valor positivo muito elevado, uma diminuição no preço de Y provocará (se tudo o resto se mantiver constante):

- a.1) uma diminuição grande na procura de X;
 - a.2) uma diminuição pequena na procura de X;
 - a.3) um aumento grande na procura de X.
- b) Quando o preço de um bem Y diminui, a procura de Y e dos bens que lhe são complementares diminui.
 - c) Se a elasticidade preço da procura de um produto Z for rígida, um aumento no seu preço provoca uma diminuição na receita total.
 - d) Se a elasticidade preço da procura de um produto X for igual a 15, um aumento no preço provoca uma diminuição na receita total.
 - e) Se dois bens forem substitutos, um terceiro bem sendo complementar de um deles é forçosamente também do outro.

13. A empresa “abc” produz os produtos A, B e C e durante o último ano constatou que a procura de cada um desses produtos alterou-se face às modificações ocorridas nos preços. Os resultados constam do quadro seguinte:

	Produto A	Produto B	Produto C
$\Delta Q_D \%$	+ 10%	+18%	-5%
$\Delta P \%$	- 10%	-3%	+12%

- a) Explícite o conceito de elasticidade preço da procura e calcule-a para cada produto, comentando os resultados.
- b) Refira qual a melhor estratégia para esta empresa no que diz respeito ao preço a praticar por cada produto. Atente que o objectivo do produtor é o de aumentar a receita. Justifique adequadamente.

14. Suponha que João Semedo, gestor de marketing da Chevrolet, estimou a seguinte função procura de automóveis Chevrolet:

$$Q_c = 100.000 - 100P_c + 2.000N + 50I + 30P_f - 1.000P_g + 3A + 40.000P_i$$

onde,

Q_c : quantidade procurada, por ano, de automóveis Chevrolet

P_c : preço dos Chevrolets, em dólares

N : população dos EUA, em milhões

I : rendimento disponível per capita, em dólares

P_f : preço dos automóveis Ford, em dólares

P_g : preço da gasolina, em centavos/litro

A : despesas em publicidade da Chevrolet, em dólares/ano

P_i : incentivo de crédito para aquisição de Chevrolets, em pontos percentuais abaixo da taxa de juro para empréstimos na ausência dos incentivos

- a) Indique a variação no número de Chevrolets adquiridos por ano (Q_c) para cada variação unitária nas variáveis explicativas (ou independentes).
- b) Calcule o valor de Q_c admitindo os seguintes valores médios para as variáveis explicativas:
 $P_c = € 9.000$; $N = 200$ milhões; $I = € 10.000$; $P_f = € 8.000$; $P_g = 80$ centavos; $A = € 200.000$; e $P_i = 1$.
- c) Obtenha a equação para a curva da procura de Chevrolets e represente-a graficamente.
- d) Calcule o valor numérico da elasticidade preço da procura de Chevrolets, da elasticidade rendimento, e da elasticidade cruzada entre a procura de Checvrolets e o preço dos automóveis Ford, considerando os valores médios fornecidos na alínea anterior.



III – Teoria da Produção e dos Custos

1. Responda às seguintes questões:

- Diga o que entende por função de produção.
- Qual o significado de produto marginal (PMg) e de produto médio (PM). Apresente a expressão analítica de cada um deles.
- Apresente as expressões analíticas do custo variável (CV), custo variável médio (CVM), custo marginal (CMg) e custo total médio (CTM).

2. As minas “Salomão, S.A.” empregam uma quantidade variável de trabalhadores. A relação existente entre o número de trabalhadores empregues nas minas e a quantidade extraída de mineral é a que consta no seguinte quadro:

<i>N.º trab.</i>	1	2	3	4	5	6	7	8
<i>PT</i>	10	24	39	52	61	64	65	64

- Elabore um quadro com os valores referentes ao produto médio e ao produto marginal desta exploração e explique a hipótese da diminuição da produtividade.
- Imagine que as minas “Salomão, S.A.” pagam 10 000 u.m. de renda anual ao dono da terra, na qual se situa a sua exploração mineira e que, em média, paga anualmente a cada trabalhador a quantia de 90 000 u.m..
Calcule os valores referentes aos custos fixos, custos variáveis e custos totais verificados. Estabeleça a relação entre o custo variável médio e o produto médio.

3. A empresa A fabrica um dado produto, a partir de um determinado stock de bens de capital e trabalho, sendo a quantidade produzida por unidade de trabalho a seguinte:

<i>L</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<i>Produto Médio</i>	2	2.5	3	3	2.8	2.5	2.21	1.75	1.33

- Calcule e defina o produto total e a produtividade marginal do trabalho.



- b) Suponha que a quantidade de trabalho é de 8 unidades/dia. Qual deverá ser a decisão da empresa, caso pretenda aumentar a produtividade marginal do trabalho? E se o objetivo for antes a maximização do produto total do trabalho?

4. Considere a seguinte informação:

<i>Nº trabalhadores</i>	0	1	2	3	4	5	6	7
<i>Produção Total</i>	0				70	82		80
<i>Produto Marginal</i>		9	13		27			0
<i>Custo Total</i>	20	70	120	170	220	270	320	370

- a) Complete os valores da Produção Total (PT) e do Produto Marginal (PMg).
b) Calcule o Custo Variável Médio e o Produto Médio e identifique o nível produtivo para o qual se verifica a relação ótima entre estes dois indicadores.

5. Suponha que o Departamento de Produção e Custos lhe apresentou a seguinte informação referente ao 1º trimestre de atividade da sua (recém-criada) empresa:

<i>N.º trabalhadores</i>	<i>PT</i>	<i>CVT</i>	<i>CTM</i>
0	0	0	-
1	5	5	11,00
2	12	10	5
3	24	15	2,708
4	39	20	1,795
5	50	25	1,50
6	59	30	1,3559
7	67	35	1,2687

- a) Com base nestes dados calcule o custo fixo total, o custo unitário do fator produtivo variável e o custo de produzir unidades adicionais do produto.
b) Qual a relação que se estabelece entre a produção média do trabalho e o custo variável médio? Justifique recorrendo aos resultados obtidos.

6. Segundo informação do Departamento de Custos da empresa “Bitória & Companhia, Lda.”, o custo unitário do fator produtivo trabalho, no segundo semestre de 2009 foi de 10 u.m. e o custo fixo total de 100 u.m..

- a) Utilizando a informação apresentada no quadro, indique o número de unidades do fator produtivo trabalho a empregar, para otimizar a relação entre o custo marginal do trabalho e a produção média do trabalho.
- b) Diga em que consiste a “*Lei dos produtos marginais decrescentes*”. Justifique através do exemplo dado.

Unidades de “trabalho”	PT
0	0
1	7
2	17
3	29
4	38
5	45
6	50

7. Numa determinada empresa o nível produtivo depende da quantidade de fator trabalho empregue:

Trabalhadores	0	1	2	3	4	5	6	7
Produção (unidades)	0	15	36	72	117	150	177	201

- a) Calcule o Produto Marginal (PMg) e o Produto Médio (PM). Distinga PMg de PM.
- b) Sabendo que a empresa tem um Custo Total (CT) de 8 000 u.m. quando produz 36 unidades do produto e que no quadro seguinte temos os Custos Marginais (CMg), calcule os custos fixos totais e os custos variáveis totais suportados pela empresa.

L	0	1	2	3	4	5	6	7
CMg	0	66.6	47.62	27.77	22.22	30.3	37.04	41.66

8. A Sr^a Etelvina Moscoso, proprietária de uma loja de fotocópias perto da Universidade do Minho, está a ponderar manter a sua loja aberta depois das 16h e até às 24h. Para fazer isso, terá necessidade de contratar mais funcionários. A Sr^a Etelvina estima que esses funcionários adicionais irão gerar o produto total, Q, mostrado na tabela seguinte (onde cada unidade de produto corresponde a 100 fotocópias).

Nº trabalhadores (L)	0	1	2	3	4	5	6
Produto Total (Q)	0	12	22	30	36	40	42

Se o preço de venda de cada unidade de produto for €10 e a cada trabalhador contratado for pago um salário de €40/dia, quantos trabalhadores deverá a Sr^a Etelvina contratar?

9. Admita que para determinado aluno os custos anuais de frequentar a universidade são os seguintes: propinas € 6.000, alojamento € 2.000, alimentação € 1.500, livros e material escolar € 500. Admita, ainda, que esse estudante poderia auferir um salário de € 15.000/ano caso optasse por começar a trabalhar em vez de frequentar a universidade, e obter um rendimento de 10% sobre o montante correspondente às despesas que incorre. Calcule os custos explícito, implícito e total de frequentar a universidade.

10. Suponha um indivíduo que está a gerir uma loja de fotocópias perto de uma universidade auferindo um salário anual de € 25.000 e decide abrir a sua própria loja. As suas receitas anuais são € 120.000 e as despesas correspondem a:

Salários dos empregados	€ 45.000
Materiais	€ 15.000
Renda	€ 10.000
Electricidade e água	€ 1.000
Juros bancários	€ 10.000

Calcule os custos explícitos, os custos implícitos, o lucro contabilístico, e o lucro económico.

11. O João Paulo é proprietário de uma pequena empresa que detém um estabelecimento de manutenção de computadores em Braga. O edifício e respectivo equipamento são próprios. A empresa obteve um lucro contabilístico no ano transacto de 50.000,00€. Atendendo aos conceitos de lucro contabilístico e económico que decisão tomaria no lugar do João se:

- Antes de decidir criar o seu próprio negócio recebesse uma proposta de trabalho da IBM onde receberia por mês 5.000,00€ líquidos (14 meses);

- b) Uma outra empresa lhe alugasse o espaço por 1.000,00€ mês e colocando-o como funcionário lhe proporcionasse 1.900,00€ mensais de salário líquido (14 meses).

12. A empresa Editora Regional Minhota, Lda está a pensar publicar um novo manual de Engenharia Económica, para o qual estimou os seguintes custos (valores em euros):

<i>Custos Fixos</i>	<i>Valores (€)</i>
Edição de cópia	10.000
Composição tipográfica	70.000
Despesas de publicidade	20.000
<i>Custos variáveis médios</i>	
Impressão e encadernação	6
Custos administrativos	2
Comissões das vendas	1
Descontos para as livrarias	7
Direitos autorais	4
<i>Preço unitário de venda</i>	30

Face aos dados fornecidos, calcule:

- O ponto crítico das vendas e o valor das receitas totais respetivas;
- A quantidade que deve ser vendida caso a empresa queira obter um lucro de €60.000, e o valor da respetiva receita das vendas;
- O ponto crítico das vendas admitindo que houve uma melhoria na tecnologia de impressão que provocou uma diminuição dos custos fixos da empresa, que passaram a ser de €40.000;
- A quantidade que deve ser vendida caso a empresa queira obter um lucro de €60.000, considerando a nova situação da alínea c);
- O ponto crítico das vendas admitindo que houve uma diminuição dos custos variáveis médios, que passaram a ser de € 10 (considere o valor inicial dos custos fixos);

- f) A quantidade que deve ser vendida caso a empresa queira obter um lucro de €60.000, considerando a nova situação da alínea e);
- g) O ponto crítico das vendas para o caso em que a empresa passa a cobrar um preço de €40, considerando o valor inicial quer dos custos fixos quer dos custos variáveis médios;
- h) A quantidade que deve ser vendida caso a empresa queira obter um lucro de €60.000, considerando a nova situação da alínea g).

13. Duas empresas pertencentes ao mesmo setor de atividade vendem o seu produto ao preço unitário de €10, mas uma das empresas tem um custo fixo de €100 e um custo variável médio de €6, enquanto a outra tem um custo fixo de €300 e um custo variável médio de € 3,33.

- a) Determine o ponto crítico das vendas para cada empresa.
- b) Porque é que o ponto crítico é mais elevado para a segunda empresa do que para a primeira?
- c) Calcule o grau de alavanca operacional para cada empresa considerando uma quantidade vendida de sessenta e setenta unidades, respetivamente.
- d) Porque é que o grau de alavanca operacional é mais elevado para a segunda empresa do que para a primeira?
- e) Porque é que o grau de alavanca operacional é mais elevado para a quantidade de sessenta unidades do que setenta unidades?

14. A tabela seguinte apresenta a relação entre o número de trabalhadores e a produção conseguida numa determinada secção de uma empresa de montagem de automóveis.

Nº trabalhadores	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Produto Total	0	5	12	24	39	50	59	67	64

- a) Defina função produção.



- b) Calcule o Produto Médio e o Produto Marginal. Represente graficamente a relação entre os dois.
- c) Diga o que entende por Lei dos Rendimentos Decrescentes.
- d) Sabendo que o custo total suportado pela empresa é de 50, quando o nível de produção é nulo, e que o preço unitário de aquisição do fator trabalho é de 10, calcule: o custo fixo, o custo variável, o custo total, o custo fixo médio, o custo variável médio, o custo total médio e o custo marginal, para os diferentes níveis de produção.



IV – Mercados e Formação de Preços

1. Considere a seguinte função: $P = 2Q^3 + 3Q^2 + 2Q + 5$ (u.m.)

E ainda a função dos custos totais da produção deste bem:

$$CT = 2Q^4 + 4Q^3 - 37Q^2 + 80Q + 125 \text{ (u.m.)}$$

- Determine a receita marginal associada à função dada, quando $Q = 5$.
- Calcule a quantidade que maximiza o lucro e o valor desse lucro máximo.

2. Uma empresa tem um custo fixo total de 600 u.m., independentemente da sua produção. A função da receita total é dada pela expressão $RT = 10Q$. Sabendo que a empresa não tem lucro nem prejuízo quando produz 100 unidades, determine qual é o custo variável por unidade de produção.

3. A empresa “Gama” produz um determinado produto e os resultados mais recentes têm permitido expressar o lucro em função da quantidade produzida da seguinte forma: $\pi = (-1/3)Q^3 - 3Q^2 + 40Q - 50$ (u.m.)

Considere ainda a função procura do bem : $Q_D = 12 - 0,2 P$

- Determine o preço que tem de vigorar no mercado para que esta empresa tenha um lucro que seja máximo. Calcule o valor desse lucro (máximo).
- Determine a expressão para o CVM (Custo Variável Médio). Qual o nível produtivo para o qual o CVM é mínimo?

4. A receita marginal de uma empresa é: $RMg = 21 - 2Q$ (u.m.) e Q = número de unidades produzidas

- Identifique a função procura da empresa.
- Sabendo que o custo marginal é igual a: $CMg = Q^2 - 6Q + 9$ (u.m.)
 - Obtenha a função do custo total e do custo total médio, supondo que os custos fixos têm um valor igual a 16 u.m.;



b.2) Calcule o preço que maximiza o lucro desta empresa e o valor desse lucro.

5. Uma indústria perfeitamente competitiva está em equilíbrio a um preço de mercado de 5 u.m., quando 2 000 unidades de produto são oferecidas nesse mercado. Cada empresa enfrenta uma função custo total igual a: $CT = Q^3 - 6Q^2 + 5Q$ (u.m.).

Calcule o lucro máximo de cada empresa e o número de empresas que estão a operar na indústria.

6. Calcule o número de empresas que estão a operar numa determinada indústria e o respetivo lucro, sabendo que em equilíbrio são transacionadas 1800 unidades a um preço unitário de 4 u.m.. Considerando ainda que cada empresa enfrenta uma função de custo igual a: $CT = Q^3 - 4,5Q^2 + 4Q$ (u.m.).

7. Uma indústria perfeitamente competitiva está em equilíbrio de curto prazo a um preço de 11 u.m., quando 1200 unidades do produto são oferecidas nesse mercado. Cada empresa enfrenta uma função custo total dada por: $CT = Q^3 - 6Q^2 + 11Q$ (u.m.).

a) Num contexto da maximização dos lucros calcule o nível de produção, o lucro de cada empresa e o número de empresas que estão a operar nesta indústria.

b) Qual a quantidade de equilíbrio no longo prazo e o preço consistente com este nível de produção?

8. Suponha que uma empresa opera num mercado em concorrência perfeita. E que os custos totais de longo prazo desta empresa podem ser representados pela seguinte expressão:

$$CT = Q^3 - 10Q^2 + 125Q \quad (\text{u.m.})$$

Calcule a quantidade de equilíbrio no longo prazo e o preço consistente com esse nível de produção.

9. Uma empresa numa indústria perfeitamente concorrencial, enfrenta a seguinte função custo total: $CT = 250Q - 20Q^2 + 2Q^3$ (u.m.).

Calcule a quantidade de equilíbrio no longo prazo e o preço consistente com este nível de produção.



10. As funções Custo Total e Receita Total de uma determinada empresa são dadas por:

$$CT = Q^3 - 6Q^2 + 15Q + 100$$

$$RT = 51Q$$

Calcule o volume de produção de equilíbrio, os montantes de lucro unitário e lucro total.

11. Considere a curva da procura de um determinado produto pertencente a um mercado monopolista, igual a: **$Q_D = 55 - 5P$.**

a) Obtenha a expressão referente à:

1. RT
2. RM
3. RMg
4. Elasticidade preço da procura

b) A curva de custo total do monopolista é dada pela seguinte expressão:

$$CT = 0,02Q^3 - 0,2Q^2 + 9,5Q + 1,25$$

Determine:

1. O volume de produção de equilíbrio;
2. O preço a que se vende cada unidade;
3. O lucro total e o lucro por unidade que o monopolista irá obter.

12. Uma determinada empresa enfrenta os seguintes custos na produção:

- **Custo fixo = 350 u.m.**
- **Custo variável por unidade: $CVM = 20Q + 80$ (u.m.)**

A curva da procura é representada pela seguinte expressão: **$Q_D = 5,6 - P/100$.**

Calcule o nível de produção, o preço de cada unidade do produto e o lucro que esta empresa obterá nos seguintes casos:

- a) O objetivo da empresa é a maximização do lucro;
- b) O objetivo da empresa é a maximização das vendas.



13. O Pedro A. “Einstein” Cabral é um inventor português que desenvolveu um processo inovador de obter energia solar. Porém, ele necessita neste momento de optar entre a cedência da descoberta a uma empresa que produzirá os aparelhos de captação de energia solar ou montar ele próprio uma fábrica. Há portanto duas hipóteses:

H_A - ceder a sua descoberta a uma empresa (exigindo um *royalty* de 300 u.m. por ano);

H_B - fabricar o produto e vendê-lo em posição de monopólio.

A curva da procura projetada pelo Pedro Cabral para o seu produto em termos anuais é dada pela seguinte expressão: **$2P + 11Q = 180$** .

O custo total anual referente à produção do produto em causa seria:

$$CT = Q^3 - 12Q^2 + 60Q$$

Qual a decisão que o Pedro Cabral deve tomar ?

14. Uma empresa têxtil produz exclusivamente para o mercado alemão e as expressões para o custo médio do seu produto e a respetiva receita marginal são as seguintes:

$$\text{Custo médio} = Q^2/3 - 3Q + 38 + 16/Q \quad (\text{u.m.})$$

$$\text{Receita marginal} = 62 - 4Q \quad (\text{u.m.})$$

- Qual é a função procura deste produto?
- Obtenha a quantidade vendida, o preço praticado e o lucro obtido pela empresa num contexto de maximização de lucro.

15. A empresa “SÓquette” enfrenta a seguinte curva da procura: **$Q_D = 7 - 5P/1000$** .

O custo variável médio e o custo fixo médio são dados pelas seguintes expressões:

$$CVM = 30Q + 20 \quad (\text{u.m.}) \quad \text{e} \quad CFM = 400/Q \quad (\text{u.m.})$$

Calcule o nível de produção, o preço de cada unidade do produto e o lucro que esta empresa obterá nos seguintes casos:

- o objetivo da empresa é a maximização do lucro;
- o objetivo da empresa é a maximização das vendas.



16. Uma empresa de produtos metálicos enfrenta a seguinte curva da procura:

$$P = 560 - 100Q \quad (\text{u.m.})$$

O custo fixo médio é dado por:

$$CFM = 350/Q$$

e o custo variável por unidade produzida é igual a: $CVM = 20Q + 80$

- a) Calcule o nível de produção, o preço de cada unidade de produto e o lucro que esta empresa obterá, se o objetivo da empresa for a maximização do lucro.
- b) Resolva a alínea anterior mas assumindo que o objetivo da empresa é o de alcançar o maior volume de vendas.

17. Uma empresa monopolista produz um determinado produto, sendo a função da procura dada pela seguinte expressão: $P = 600 - 25Q$ (u.m.)

O custo fixo médio e o custo médio variável são dados pelas seguintes expressões:

$$CFM = 300/Q \quad (\text{u.m.})$$

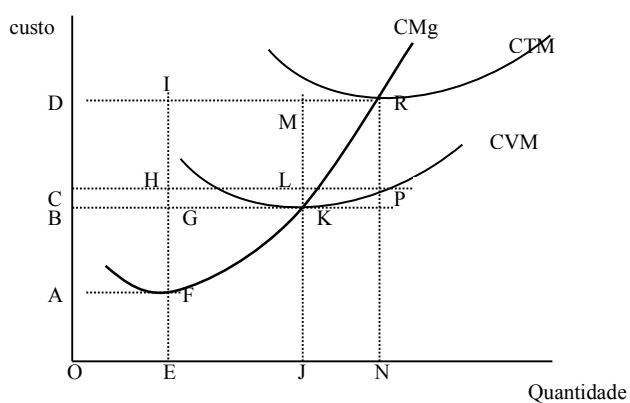
$$CVM = 35Q + 240 \quad (\text{u.m.})$$

Calcule o nível de produção, o preço de cada unidade do produto, a elasticidade preço da procura e o lucro que esta empresa obterá, sabendo que o objetivo da empresa é a maximização do lucro.

18. Determine o melhor nível de produção possível para uma empresa inserida num mercado perfeitamente competitivo, sabendo que o preço de mercado é € 4 e que os seus custos de produção podem ser representados pela função $CT = 0.04Q^3 - 0.9Q^2 + 10Q + 5$. Será que a empresa irá produzir este nível de produção? Porquê?

19. Sabendo que a empresa Nortenha atua num mercado de concorrência perfeita cuja curva de procura de mercado pode ser representada por: $QD = 21 - P$, e que a elasticidade preço da procura, a que corresponde o lucro máximo, é de 2.5, os custos fixos desta empresa são de 800 u.m. e os custos variáveis médios são dados pela seguinte expressão: $CVM = Q^2/3 - 2Q + 3$, calcule a quantidade que maximiza o lucro e o valor desse lucro.

20. A figura abaixo mostra as curvas de custo de curto prazo para uma empresa em concorrência perfeita.



Com base no gráfico apresentado responda às seguintes perguntas:

- Qual é o preço de encerramento para a empresa?
- A que preço a empresa obtém lucros económicos normais?
- Que área representa o custo total fixo àquele preço?
- Em que intervalos de preços a empresa escolhe operar com prejuízo, no curto prazo?



V – Matemática Financeira

1. O fundo de investimento *Oportunidades de Crescimento* publicita que tem proporcionado uma taxa de rentabilidade anual de 14% nos anos mais recentes. Se este fundo continuar a obter esta rentabilidade no futuro, qual será o valor daqui a 20 anos de um capital inicial de € 10.000?

R: € 137.434,90.

2. Se a taxa de inflação anual se mantiver em 5% durante os próximos 10 anos, um par de sapatos que no presente custam € 100, na altura quanto custarão?

R: € 162,90.

3. Imagine que comprou um terreno à 10 anos atrás por € 20.000 e que vendeu hoje esse mesmo terreno por € 74.144. Qual foi a taxa de rentabilidade anual que obteve?

R: $i = 14\%$.

4. Uma empresa sabe que para substituir um equipamento daqui a 10 anos, necessitará de ter um valor correspondente a € 100.000. Se o dinheiro puder ser investido a uma taxa de juro anual de 10%, qual será o montante que a empresa deve investir hoje para ter os € 100.000 daqui a 10 anos?

R: € 38.554,33.

5. Espera-se que um investimento gere nos próximos três anos o seguinte rendimento:

Ano	1	2	3
Rendimento	€ 20.000	€ 30.000	€ 40.000

Considerando uma taxa de juro anual de 10%, qual é o valor presente deste fluxo de rendimentos?

R: € 73.027,80.

6. Imagine que decide aplicar num Plano Poupança Reforma (PPR) € 2.000 no final de cada ano, durante os próximos 40 anos. Qual o valor que terá acumulado ao fim de 40 anos, se a taxa de rentabilidade anual for de 10%?

R: € 885.185,00.

7. A empresa *Bandeiras de Portugal* prevê necessitar de € 100.000 daqui a 10 anos para substituição de equipamentos. O seu gestor financeiro pretende efectuar depósitos anuais de igual montante, no final de cada ano, numa conta de poupança de forma a ter aquele valor acumulado. Se a conta de poupança for remunerada a uma



taxa de juro anual de 12%, qual deverá ser o valor que a empresa deve depositar anualmente?

R: € 5.698,42.

8. O *Banco do Norte, SA* concedeu um empréstimo bancário de € 100.000, a uma taxa de juro anual de 10%. O empréstimo será reembolsado através de prestações anuais iguais, durante um período de 20 anos. Qual o valor da prestação?

R: € 11.745,96.

9. Qual seria o pagamento mensal se o empréstimo do problema 8 fosse reembolsado em prestações mensais de igual montante, a taxa de juro anual fosse de 12%, e a capitalização mensal?

R: € 1.101,09.

10. O Banco do Litoral, SA paga uma taxa de juro anual nominal de 12% nos depósitos. Qual é a taxa de juro anual efectiva se a capitalização for trimestral? E se for mensal?

R: $i = 12.55\%$; $i = 12.68\%$.

11. Suponha que um estudo revelou que os licenciados em engenharia inscritos na respetiva Ordem Profissional auferem, em média, um rendimento mais elevado de cerca de € 5.000 do que os licenciados em engenharia que não estão inscritos. Se a inscrição na Ordem fizer aumentar o seu salário médio em € 5.000 por ano durante a sua vida de trabalho de 40 anos e o custo de oportunidade do dinheiro para si for de 8%, qual o benefício que obtém com aquela inscrição?

R: € 59.623,07.

12. Admita que planeia reformar-se daqui a 40 anos e que pode investir a uma taxa de 8%. Estima que vai necessitar de € 38.000 no final de cada ano durante os seus 25 anos de vida que estima ter após a data de reforma, e que a taxa de juro será de 8% após a reforma. Qual o montante que deverá poupar no final de cada ano de forma a acumular o dinheiro necessário para a sua reforma?

R: € 1.565,84.

13. Aplicou-se um capital de €130 em regime de juro composto por um prazo de 4 anos. Calcular o capital acumulado ao fim deste período, admitindo taxa de juro anual de 20%.

R: €269,568.



14. Um capital de €750 vence juros em regime de juro composto à taxa anual de 18%.

- a) Determinar o juro vencido durante o terceiro ano de aplicação.
- b) Determinar os juros vencidos ao fim de quatro anos de aplicação.

R: a) €187,974; b) €704,083.

15. Para liquidação de equipamento adquirido, a empresa Alfabet, Lda, estabeleceu com o vendedor o pagamento em 3 prestações anuais postecipadas de €500 cada, incluindo juros à taxa de 20% ao ano.

- a) Quanto deveria a empresa pagar se pretendesse liquidar no acto de compra toda a sua dívida.
- b) Quanto deveria a empresa pagar se pretendesse liquidar o valor total do equipamento no fim do terceiro ano.

R: a) € 1053,24; b) €1820.

16. Determine em regime de juro composto:

- a) A taxa semestral equivalente à taxa anual de 16,5%;
- b) A taxa anual equivalente à taxa quadrimestral de 8%;
- c) A taxa trimestral equivalente à taxa quadrimestral de 7,5%.

R: a) 7,94%; b) 25,97%; c) 5,57%.

17. Uma empresa necessitou adquirir um novo equipamento. Este tem um custo de € 100.000. As condições de aquisição acordadas com o fornecedor deste equipamento foram as seguintes:

- No acto de compra foram pagos € 15.000.
- O restante será pago em 4 prestações. A primeira, no final do primeiro ano, no valor de € 15.000. A segunda, no final do segundo ano, no valor de € 20.000. As terceira e quarta prestações, de igual valor, serão pagas no final dos terceiro e quarto anos, respectivamente.

Sabendo que a taxa de juro é de 10% ao ano, qual o valor destas prestações?

R: 38.230 €



18. A empresa SOCIPAL, SA contraiu um empréstimo de € 40.000 reembolsável em 4 prestações anuais constantes, vencendo-se a primeira um ano após a data do empréstimo. Sabendo que os juros são calculados à taxa anual de 12%, determine:

- a) O valor de cada anuidade;
- b) Juros vencidos nos 1º e 3º anos;
- c) Amortizações a efectuar nos 1º e 4º anos.

R: a) Valor da prestação = 13.169,38 €; b) $J_1 = 4.800$ € e $J_3 = 2.670,80$ €; c) $A_1 = 8.369,38$ € e $A_4 = 11.758,37$ €.

19. Uma empresa negociou com uma instituição bancária um empréstimo nas seguintes condições:

Valor do empréstimo: € 150.000	Taxa de juro anual nominal: 12%
Prestações trimestrais constantes postecipadas	Período de vida do empréstimo: 2 anos

- a) Elabore o quadro de amortização deste empréstimo bancário.
- b) Qual a taxa de juro efectiva anual?

R: Valor da prestação = 21.368 €; $i_{\text{efectiva anual}} = 12,55$ %.

20. Uma empresa negociou com uma instituição bancária um empréstimo nas seguintes condições:

Valor do empréstimo: € 150.000	Taxa de juro efectiva anual: 12%
Prestações trimestrais constantes postecipadas	Período de vida do empréstimo: 2 anos

Elabore o mapa do serviço da dívida referente a este empréstimo bancário.

R: Valor da prestação = 21.255 €



VI – Análise de Investimentos

1. A empresa “Faz-Tudo, Lda”, após efectuar um levantamento das oportunidades de negócio, o que implicou uma análise dos segmentos de mercado nos quais poderia evoluir em termos do produto de modo a obter uma maior rentabilidade, pretende implementar um projeto de investimento.

As despesas de investimento em ativos fixos e em fundo de maneo identificadas são as seguintes, valores em euros:

	Ano 0	Ano 1	Ano 2	Ano 3
<i>Ativo Fixo:</i>				
- Intangíveis	134.000			
- Equipamentos Produtivos	400.000	200.000	100.000	
- Outros Equipamentos	50.000			
<i>Fundo de Maneio:</i>	50.000	30.000	20.000	10.000

A projeção efetuada para o valor das vendas é a seguinte, valores em euros:

	Ano 1	Ano 2	Ano 3	Ano 4	Ano 5
<i>Proveitos</i>	760.000	1.065.000	1.350.000	1.350.000	1.350.000

Com a implementação do projeto a empresa espera incorrer nos seguintes custos de exploração, valores em euros:

	Ano 1	Ano 2	Ano 3	Ano 4	Ano 5
<i>Materiais Diretos</i>	259.520	356.480	411.200	411.200	411.200
<i>Mão-de-Obra Direta</i>	227.080	311.920	359.800	359.800	359.800
<i>Gastos Gerais de Fabrico</i>	162.200	222.800	257.000	257.000	257.000

A empresa adopta o método linear para amortizar os diferentes tipos de ativos fixos ao longo da sua vida útil. Os equipamentos produtivos são amortizados em 16 anos e os outros equipamentos em 5 anos. Os activos fixos intangíveis são amortizados em 5 anos.

Sabe-se, também, que a empresa estima um custo de capital de 12%, e que a taxa de imposto sobre os lucros é de 25%.

Com base nos critérios do VAL, da TIR e do PRI, ajuíze sobre a viabilidade económico-financeira deste projeto de investimento, para um horizonte de investimento de 5 anos.

R: VAL = € 108.880,07; TIR = 15.74%; PRI = 4 anos e 3 meses.



2. A empresa “Faz Quase Tudo, SA” está a ponderar expandir a sua capacidade de produção. Para isso pretende avaliar o projeto de investimento, do qual se conhecem os seguintes elementos caracterizadores.

Investimento em ativos fixos e em fundo de maneio necessário, valores em euros:

	Ano 0	Ano 1	Ano 2	Ano 3
<i>Ativo Fixo:</i>				
- Intangível	69.000			
- Equipamentos Produtivos	200.000	94.000	490.000	
- Outros equipamentos	25.000			
<i>Fundo de Maneio:</i>	25.000	15.000	10.000	5.000

A projeção efetuada para o valor das vendas é a seguinte, valores em euros:

	Ano 1	Ano 2	Ano 3	Ano 4	Ano 5
<i>Proveitos</i>	280.000	392.000	532.500	532.500	532.500

Com a implementação do projeto a empresa espera incorrer nos seguintes custos de exploração, valores em euros:

	Ano 1	Ano 2	Ano 3	Ano 4	Ano 5
<i>Materiais Diretos</i>	115.200	130.880	150.550	150.550	150.550
<i>Mão-de-Obra Direta</i>	100.800	114.520	131.731	131.731	131.731
<i>Gastos Gerais de Fabrico</i>	72.000	81.800	94.094	94.094	94.094

A empresa adopta o método linear para amortizar os diferentes tipos de ativos fixos ao longo da sua vida útil. Os equipamentos produtivos são amortizados em 14 anos e os outros equipamentos em 8 anos. Os activos fixos intangíveis são amortizados em 3 anos.

Sabe-se, também, que a empresa estima um custo de capital de 10%, e que a taxa de imposto sobre os lucros é de 25%.

Com base nos critérios do VAL, da TIR e do PRI, ajuíze sobre a viabilidade económico-financeira deste projeto de investimento, para um horizonte de investimento de 5 anos.

R: VAL = € -125.177; TIR = 4.62%; PRI = 4 anos e 10 meses.

3. A empresa “CivilConstrói, SA” está a ponderar alargar a sua actividade à comercialização de materiais de construção. Para isso necessita de elaborar e avaliar um projeto de investimento, do qual se conhecem os seguintes elementos caracterizadores.

Os montantes previstos para o investimento em ativos fixos (intangível e tangível) e em fundo de maneo necessário são, valores em euros:

	Ano 0	Ano 1	Ano 2
<i>Ativo Fixo Intangível</i>	50.000		
<i>Ativo Fixo Tangível</i>	300.000	200.000	
<i>Fundo de Maneio</i>	25.000	15.000	10.000

A projeção efetuada para o valor das vendas é a seguinte, valores em euros:

	Ano 1	Ano 2	Ano 3	Ano 4	Ano 5
<i>Proveitos</i>	350.000	425.000	500.000	500.000	500.000

Com a implementação do projeto a empresa espera incorrer nos seguintes custos de exploração, valores em euros:

	Ano 1	Ano 2	Ano 3	Ano 4	Ano 5
<i>Materiais Diretos</i>	104.000	116.000	132.000	132.000	132.000
<i>Mão-de-Obra Direta</i>	91.000	101.500	115.500	115.500	115.500
<i>Gastos Gerais de Fabrico</i>	65.000	72.500	82.500	82.500	82.500

A empresa adopta o método linear para amortizar os diferentes tipos de ativos fixos ao longo da sua vida útil. Os ativos fixos tangíveis têm uma vida útil de 10 anos e os activos fixos intangíveis 5 anos.

A empresa pretende recorrer a um empréstimo bancário para financiar 40% do valor do investimento no ano zero, a reembolsar em cinco prestações anuais constantes, a uma taxa de juro de 8%.

Sabe-se, também, que a empresa estima um custo de capital de 14%, e que a taxa de imposto sobre os lucros é de 25%.

Com base nos critérios do VAL, da TIR e do PRI, ajude a empresa a tomar a decisão correcta, considerando um horizonte temporal de investimento de 5 anos.

R: VAL = € 28.935,91; TIR = 16.36%; PRI = 4 anos e 3 meses.



4. Compare o valor presente de duas opções para aquisição de máquinas, assumindo uma taxa de juro anual nominal de 12%. As características de ambas as máquinas são detalhadas na tabela:

	<i>Opção A</i>	<i>Opção B</i>
Custo inicial	20 000 €	35 000 €
Custo anual de manutenção	14 000 €	3 000 €
Custo irregular	4 000 € no fim do 3º e 7º anos	5 000 € no fim 5º ano
Valor residual	5 000 €	12 000 €
Tempo de vida	10 anos	10 anos

R: Opção A = - 102.149, 77 € Opção B = - 50.924,12 €

5. Uma empresa alimentar pretende modernizar o seu sistema de refrigeração do armazém tendo solicitado para o efeito orçamentos a várias empresas. As propostas recebidas estão resumidas na tabela abaixo. Selecione o investimento economicamente mais atrativo, assumindo uma taxa de juro anual de 6%.

	<i>Opção A</i>	<i>Opção B</i>
Custo inicial	45 000 €	25 000 €
Custo anual de utilização	3 000 €	8 000 €
Substituição de peças	2 000 € ao fim do 3º e 6º ano	0
Valor residual	10% do custo inicial	10% do custo inicial
Tempo de vida útil	8 anos	6 anos

R: Opção A = - 10.289 €/ano Opção B = - 12.725,70 €/ano

6. Uma pequena empresa de construção civil, face à evolução favorável do seu negócio, tem necessidade de adquirir uma nova betoneira. Após uma consulta aos possíveis fornecedores, tem que optar entre dois modelos, cuja informação está na tabela abaixo.



Aconselhe a empresa quanto ao modelo a adquirir, sabendo que o custo de oportunidade do capital para a empresa é de 12% ao ano.

	<i>Modelo Raibow</i>	<i>Modelo Cloud</i>
Custo inicial	25 000 €	35 000 €
Custo de manutenção anual	5 000 €	2 000 €
Substituição de peças	4 000 € no fim do 4º e 8º anos	5 000 € no fim do 4º ano
Valor residual	10% do custo inicial	10% do custo inicial
Vida útil	10 anos	7 anos

R: Modelo Rainbow: VAL = -56.603,79 euros FAE = -10.017,98 euros/ano
 Modelo Cloud : VAL = - 45.721,88 euros FAE = -10.018,48 euros/ano

7. A empresa EXTRUAL, Lda, face a um acréscimo da procura de alumínio, necessita de adquirir uma nova máquina de extrusão de alumínio para aumentar a sua capacidade produtiva. Desta forma, pretende seleccionar a melhor (em termos económicos) de entre três alternativas possíveis (A, B, e C), as quais representam o mesmo nível de risco para a empresa. Os fluxos financeiros associados a cada investimento estão representados na tabela seguinte (valores em euros):

	Máquina A	Máquina B	Máquina C
Investimento inicial	85.000	65.000	100.500
Ano	Fluxo financeiro líquido		
1	26.000	10.000	30.000
2	26.000	20.000	30.000
3	26.000	30.000	30.000
4	18.000	40.000	30.000
5	18.000		30.000
6	18.000		

Sabendo que o custo do capital para a empresa é de 12% ao ano, indique qual a máquina que deveria ser adquirida.

R: $VAL_A = 8.219,98 \text{ €}$ e $FAE_A = 1.999,31 \text{ €}$;
 $VAL_B = 6.646,58 \text{ €}$ e $FAE_B = 2.188,28 \text{ €}$;



Departamento de Produção e Sistemas

$$VAL_C = 7.643,29 \text{ €} \quad FAE_C = 2.120,32 \text{ €}.$$