

introdução aos sistemas dinâmicos
iteração de funções — parte um

■ 1. _____

Considere o sistema dinâmico discreto $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definido por $f(x) = x^2 + 1$. Calcule os seis primeiros elementos da órbita de $x_0 = 1$ por f .

■ 2. _____

Considere o sistema dinâmico discreto $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definido por $f(x) = 4x(1 - x)$. Calcule os cinco primeiros elementos da órbita de $x_0 = 0.35$ por f .

■ 3. _____

Considere o sistema dinâmico discreto $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definido por $f(x) = \sin(1.2x)$.

- 3.1 Diga quais são os seus (três) pontos fixos, sabendo que um deles é, aproximadamente, dado por $\bar{x} = 0.855615242809$ (verifique).
- 3.2 Escolha alguns pontos x_0 pertencentes ao intervalo $(0, \pi)$ e verifique que as suas órbitas por f se aproximam de um ponto fixo de f .
- 3.3 Escolha alguns pontos x_0 pertencentes ao intervalo $(-\pi, 0)$ e verifique que as suas órbitas por f se aproximam de um outro ponto fixo de f .

■ 4. _____

Considere o sistema dinâmico discreto $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definido por $f(x) = x^3$.

- 4.1 Determine os pontos fixos de f .
- 4.2 Escolha alguns pontos $x_0 \in \mathbb{R}$ e constate que existem muito poucos (apenas sete) tipos de órbita por f (indique para que valores de x_0 cada um desses tipos ocorre).

■ 5. _____

Considere o sistema dinâmico discreto $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definido por $f(x) = -x^3$. Estude os tipos de órbita que são possíveis por f (indicando para que valores de x_0 cada um desses tipos ocorre).

■ 6. _____

Considere o sistema dinâmico discreto $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definido por $f(x) = x^2 - 1$. Determine os pontos fixos e pontos periódicos de período 2 de f .

7.

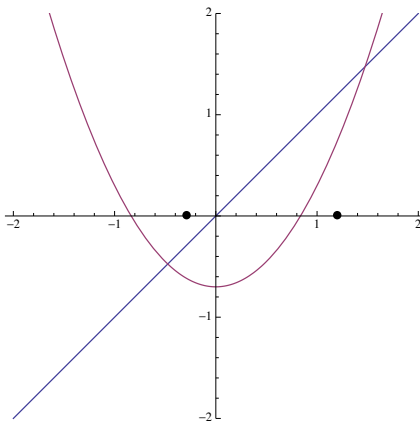
Considere o sistema dinâmico discreto $\mathcal{T} : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ definido por

$$\mathcal{T}(x) = \begin{cases} 2x & 0 \leq x < 1/2 \\ 2 - 2x & 1/2 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

Determine os pontos fixos e pontos periódicos de período 2 de \mathcal{T} .

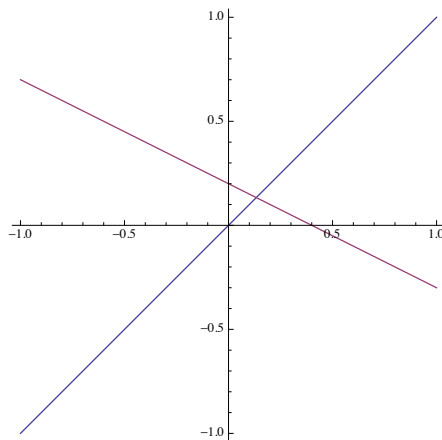
8.

Considere o sistema dinâmico discreto $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, cujo gráfico se desenha na figura seguinte (onde se representa também a recta auxiliar $y = x$). Indique no gráfico os cinco primeiros elementos das órbitas dos pontos assinalados.



9.

Considere o sistema dinâmico discreto $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, cujo gráfico se desenha na figura seguinte (onde se representa também a recta auxiliar $y = x$). Escolha alguns pontos x_0 e verifique graficamente que as suas órbitas por f se aproximam do ponto fixo de f .



10.

Considere o sistema dinâmico discreto $f(x) = |x - 1|$, com $x \in \mathbb{R}$.

10.1 Determine os pontos fixos e os pontos periódicos de período 2 de f .

10.2 Caracterize todas as dinâmicas permitidas por f .