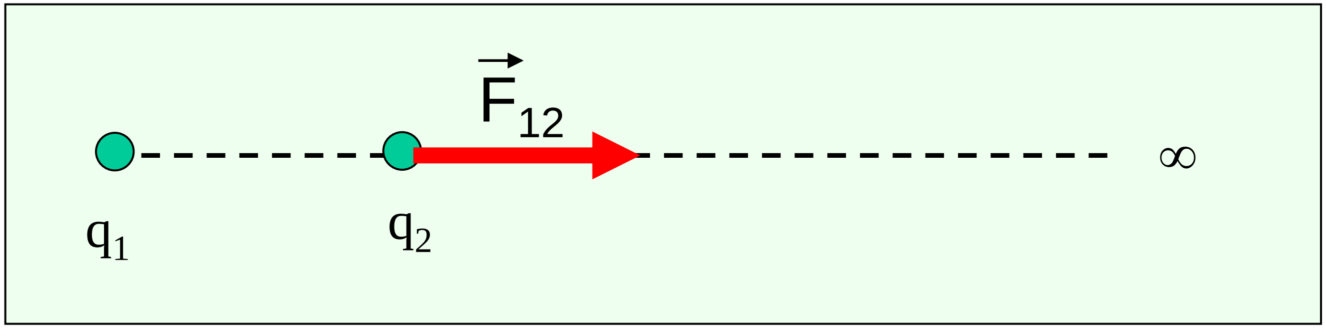
3 – Potencial elétrico

3.1 – Potencial elétrico criado por uma carga pontual



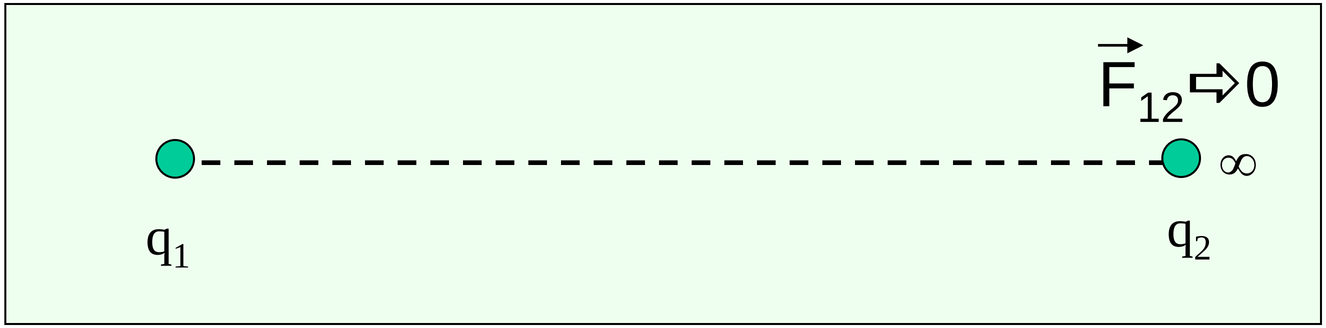
Sem perda de generalidade, considerar que q_1 e q_2 têm o mesmo sinal.

F_{12} irá acelerar q_2 que se deslocará até ∞.

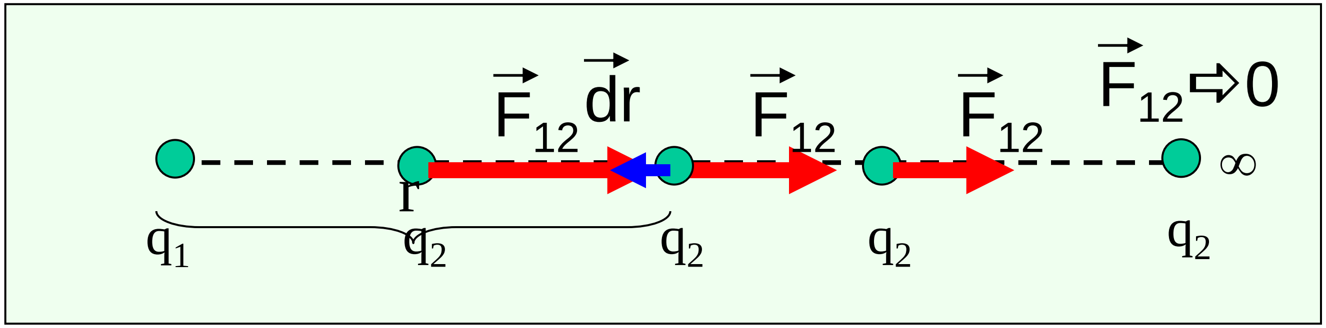
Para uma grande distância entre as cargas a força é praticamente nula.

A carga q_2 desloca-se porque tem elevada energia potencial elétrica.

Todo o sistema físico tende a assumir a configuração de energia potencial mínima.



3.1 – Potencial elétrico criado por uma carga pontual



Vamos calcular o trabalho efetuado contra o potencial elétrico para trazer q_2 de ∞ até à distância r de q_1.

Ao longo do pecurso, à medida que q_2 se aproxima de q_1, F_{12} é cada vez maior.

Vamos considerar um pequeno deslocamento dr.

O trabalho efectuado sobre q_2 é:

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

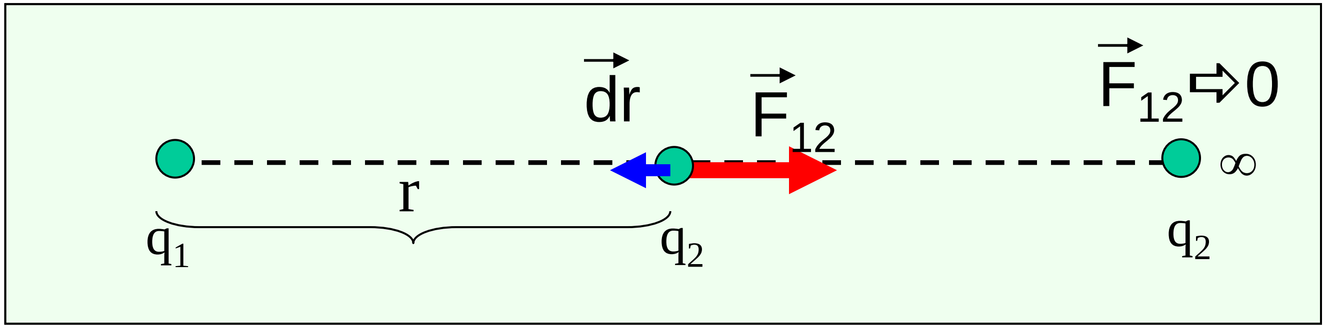
[1 J = 1 N x 1 m]

Neste caso, dW=F·dr · cos(180º)=-F ·dr

$$dW = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\cdot dr$$

Considerando o deslocamento desde ∞ até r, temos de calcular o integral:

$$W = \int_0^W dW = -\frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0}\int_\infty^r \frac{1}{r^2}\cdot dr$$



$$W = \int_0^W dW = -\frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0}\int_\infty^r \frac{1}{r^2}\cdot dr = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0}\int_r^\infty \frac{1}{r^2}\cdot dr$$

$$W = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{r}\right]_r^\infty = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r}\right]_\infty^r = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{\infty}\right) = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}$$

$$W = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r}\cdot q_2 = V_1(r)\cdot q_2$$

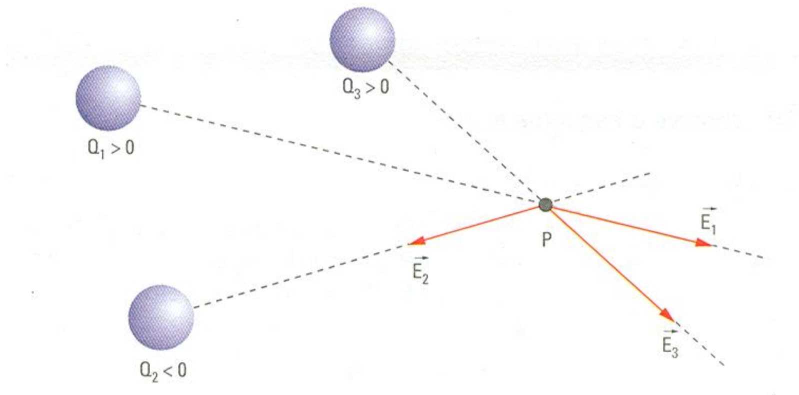
[1 J = 1 V x 1 C]   [1 V = 1 J / 1 C]

$$\boxed{V_1(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r}}$$

Potencial elétrico criado por uma carga pontual q à distância r

3.2 – Potencial elétrico criado por uma distribuição de cargas

Distribuição discreta de cargas

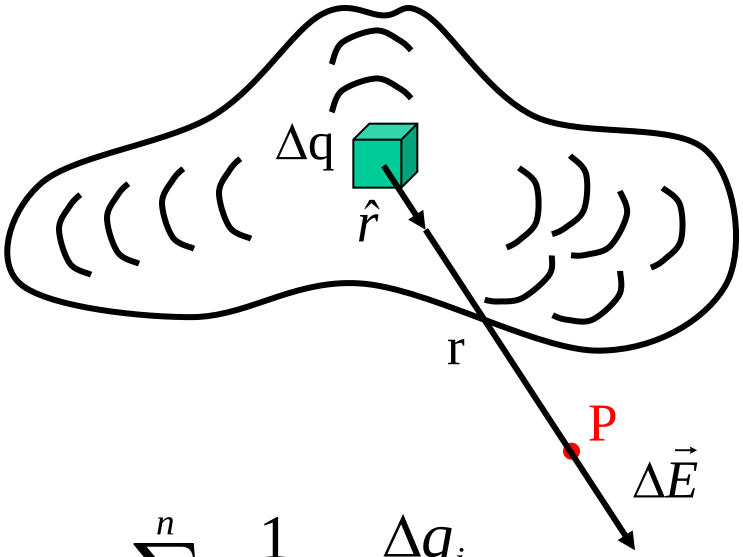


$$V_P = V_1 + V_2 + V_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3}\right)$$

Para um número *n* de cargas

$$V_P = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_i}{r_i}$$

Distribuição contínua de cargas



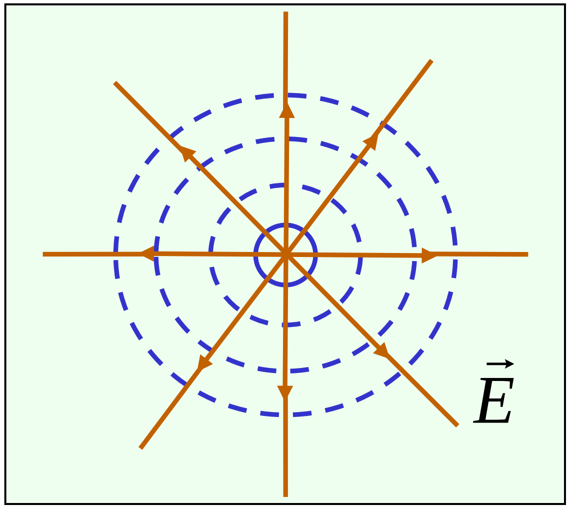
$$V_P = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\Delta q_i}{r_i}$$

$$\lim \Delta q \to 0$$

$$V_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{dq}{r}$$

3.3 – Relação entre o potencial elétrico e o campo elétrico no espaço

Considerar uma carga pontual (positiva) q no centro da figura



$$\vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$$

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$

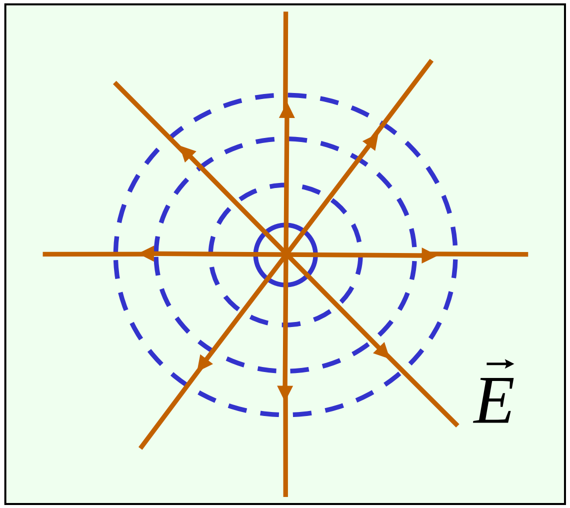
A intensidade do campo elétrico criado pela carga q em qualquer ponto do espaço representa-se por um vetor com a direção radial, sentido para fora da carga e cujo comprimento varia com o inverso do quadrado da distância à carga.

O potencial elétrico é um escalar cujo valor depende apenas da distância à carga: varia como inverso de r.

As linhas a tracejado representam linhas equipotenciais.

3.3 – Relação entre o potencial elétrico e o campo elétrico no espaço

Derivar a expressão de V em ordem à variável r:



$$\frac{dV(r)}{dr} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} \qquad \vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$$

A operação efectuada sobre V pode ser vista como a aplicação de um operador matemático à grandeza V. Mais ainda, é de toda a conveniência que esse operador transforme um escalar numa grandeza vetorial.

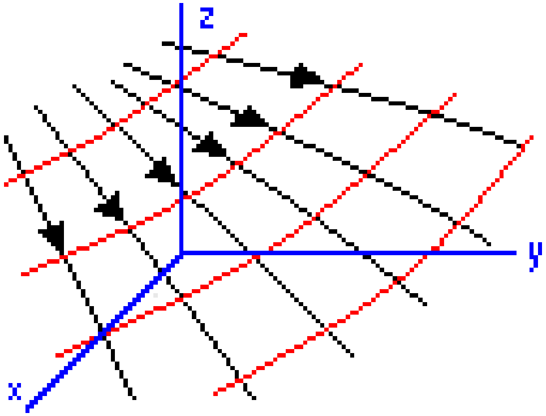
$$\frac{d}{dr}(\ )\hat{r}$$

Podemos, assim, escrever:

$$\frac{d}{dr}\big(V(r)\big)\hat{r} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r} = -\vec{E}$$

Neste exemplo, o potencial só depende de uma variável. Porém, de uma forma geral, o potencial elétrico pode depender das três coordenadas espaciais (x, y, z). Neste caso, deveremos aplicar derivadas parciais, uma segundo cada direção, para achar o campo elétrico.

3.3 – Relação entre o potencial elétrico e o campo elétrico no espaço



Linhas de campo elétrico

Linhas equipotenciais

O potencial elétrico depende das três coordenadas cartesianas (x, y, z): V=V(x, y, z).

$$\frac{d\left[V(x,y,z)\right]}{dr}\cdot\hat{r}=\frac{\partial V(x,y,z)}{\partial x}\cdot\hat{i}+\frac{\partial V(x,y,z)}{\partial y}\cdot\hat{j}+\frac{\partial V(x,y,z)}{\partial z}\cdot\hat{k}$$

O operador que atua sobre o potencial elétrico chama-se gradiente e representa-se por ∇ (nabla)

$$\vec{\nabla}\cdot V(x,y,z)=\frac{\partial V(x,y,z)}{\partial x}\cdot\hat{i}+\frac{\partial V(x,y,z)}{\partial y}\cdot\hat{j}+\frac{\partial V(x,y,z)}{\partial z}\cdot\hat{k}$$

Finalmente, e de uma forma geral, deduzimos o campo elétrico a partir do gradiente do potencial:

$$\boxed{\vec{E}(x,y,z)=-\vec{\nabla}\cdot V(x,y,z)=-\frac{\partial V(x,y,z)}{\partial x}\cdot\hat{i}-\frac{\partial V(x,y,z)}{\partial y}\cdot\hat{j}-\frac{\partial V(x,y,z)}{\partial z}\cdot\hat{k}}$$

$$\boxed{\vec{E}(x,y,z)=-grad(V(x,y,z))}$$

3.4 – Diferença de potencial

Forças conservativas $\Rightarrow$ energia potencial

Exemplos: Força da gravidade, força elástica duma mola, força eletrostática ...

Potencial Elétrico
(grandeza escalar)
(grande valor prático)

Lei da conservação da energia

A voltagem que se mede entre dois pontos dum circuito elétrico é a diferença do potencial elétrico entre os pontos.

Uma vez que a força eletrostática dada pela lei de Coulomb é conservativa, podemos descrever os fenómenos eletrostáticos em termos de uma energia potencial.

- A força gravitacional é conservativa (Lei da gravitação universal)
- A força eletrostática (Lei de Coulomb) tem a mesma forma, também é conservativa $\Rightarrow$ É possível definir uma função energia potencial associada a essa força.
- Carga de prova q_0 colocada num campo eletrostático $\vec{E}$

$$\boxed{\vec{F} = q_0 \vec{E}}$$ ← Soma vectorial de todas as forças individuais $\Rightarrow$ conservativa.

- O trabalho feito pela força $q_0\vec{E}$ é simétrico do trabalho feito por uma força externa que deslocasse essa carga no campo $\vec{E}$

- O trabalho efetuado pela força elétrica $\boldsymbol{q_0\vec{E}}$, sobre a carga de prova, num deslocamento infinitesimal $\boldsymbol{d\vec{s}}$ é:

$$dW = \vec{F}\cdot d\vec{s} = q_0\vec{E}\cdot d\vec{s}$$

- Por definição, o trabalho feito por uma força conservativa é igual ao simétrico da variação da energia potencial, **dE_p** $(W_{F_{cons}} = -\Delta E_p = E_{pi} - E_{pf})$

$$dE_p = -q_0\vec{E}\cdot d\vec{s}$$

- No caso de um deslocamento finito de carga de prova, entre os pontos A e B, a variação da energia potencial é:

$$\boxed{\Delta E_p = E_{p_B} - E_{p_A} = -q_0\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{s}}$$

Integral de linha

Não depende do percurso seguido entre A e B

Força Conservativa

3.4 Diferença de Potencial

- Por definição, a diferença de potencial, $V_B - V_A$, entre os pontos A e B é igual à variação da energia potencial dividida pela carga de prova q_0.

$$V_B - V_A = \frac{E_{pB} - E_{pA}}{q_0} = \frac{-W_{A\to B}}{q_0} = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{s}$$

1

- Diferença de potencial ≠ energia potencial.
- Proporcionais $\Delta Ep = q_0 . \Delta V$
- $\Delta Ep \rightarrow$ escalar $\Rightarrow \Delta V$ escalar
- ΔEp = simétrico do trabalho (W) feito sobre a carga pela força eléctrica dessa carga, sendo também igual ao simétrico da variação da energia cinética (ΔEc).

$$\Delta E_p = -W = -\Delta E_c$$

$\Rightarrow$ $V_B - V_A$ = ao trabalho, por unidade de carga, que uma força externa deve efectuar para deslocar uma carga de prova, no campo eléctrico, de A até B, sem alterar a energia cinética (Ec) da carga.

- A equação **1** define somente a diferença de potencial $\Rightarrow$ somente as diferenças de V têm sentido.

- Por conveniência, a função V é tomada muitas vezes como nula num determinado ponto. Usualmente escolhemos um ponto no ∞ como o ponto de potencial nulo $\Rightarrow$ Com essa escolha: O potencial elétrico num ponto arbitrário é igual ao trabalho necessário, por unidade de carga, para trazer uma carga de prova positiva do infinito até ao ponto considerado.

$V_A = 0$ no $\infty \Rightarrow$ $$\boxed{V_P = -\int_{\infty}^{P} \vec{E}\cdot d\vec{s}}$$

Na realidade $\boldsymbol{V_P}$ representa a diferença de potencial entre P e um ponto no ∞.

3.4 Diferença de Potencial

- Diferença de potencial é uma medida de energia por unidade de carga (SI)

$$\boxed{1\ \text{V (volt)} = 1\ \text{J/C}}$$

- A diferença de potencial também tem as unidades de campo eléctrico vezes distância $\Rightarrow$ a **unidade SI de campo eléctrico** (N/C) também pode ser expressa como volt por metro:

$$\boxed{1\ \text{N/C} = 1\ \text{V/m}}$$

- Unidade de energia usualmente usada em física atómica e nuclear é o electrão-volt [def.: energia que um electrão (ou um protão) adquire ao deslocar-se através de uma diferença de potencial de 1V].

$$\boxed{1\ \text{eV} = 1{,}6\times10^{-19}\ \text{C}\cdot\text{V} = 1{,}6\times10^{-19}\ \text{J}}$$

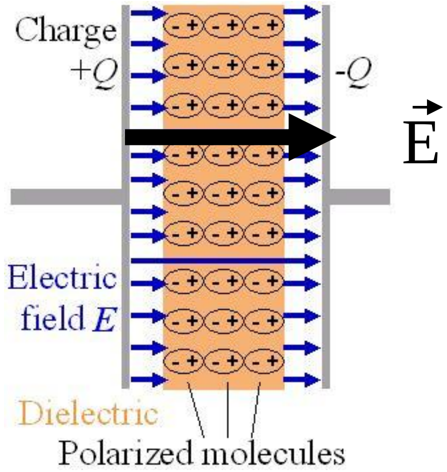
Exercício: Calcule a a diferença de potencial necessária para acelerar um electrão num feixe de um tubo de TV a partir do repouso, sabendo que a sua velocidade é de $5\text{x}10^7$ m/s.

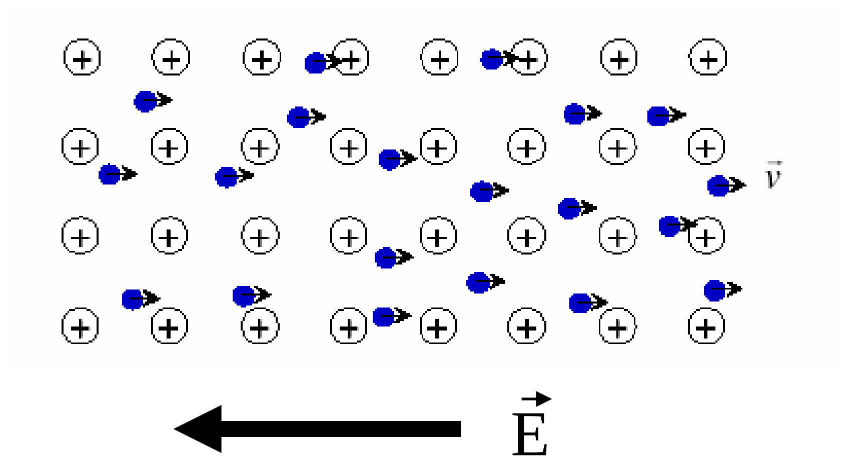
$$\Delta Ec = \tfrac{1}{2}(mv^2) - 0 = 0{,}5\cdot9{,}11\text{x}10^{-31}\cdot(5\text{x}10^7)^2 = 1{,}14\text{x}10^{-15}\ \text{J}$$

$$\Delta Ec = 7{,}11\text{x}10^3\ \text{eV} \quad \Rightarrow \quad \Delta V = -7{,}1\ \text{keV}$$

3.5 – Aplicação de uma diferença de potencial elétrico a um material condutor

Se sujeitar um material a uma diferença de potencial eléctrico, ou seja, se lhe for aplicado um campo eléctrico, o comportamento desse material depende da natureza da sua estrutura.





Material isolador: pode haver uma polarização das moléculas do material, mas não há movimento de cargas ao longo do material por acção do campo eléctrico.

Material condutor: os electrões livres deslocam-se no sentido contrário ao do campo eléctrico aplicado.

3.5 – Aplicação de uma diferença de potencial elétrico a um material condutor

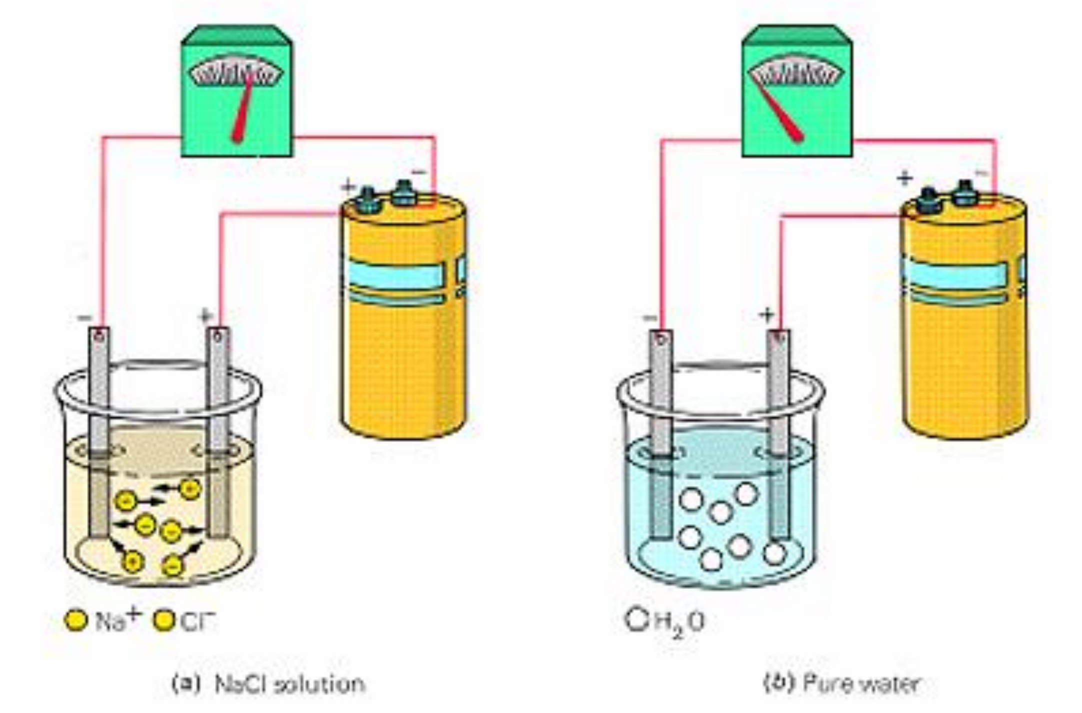


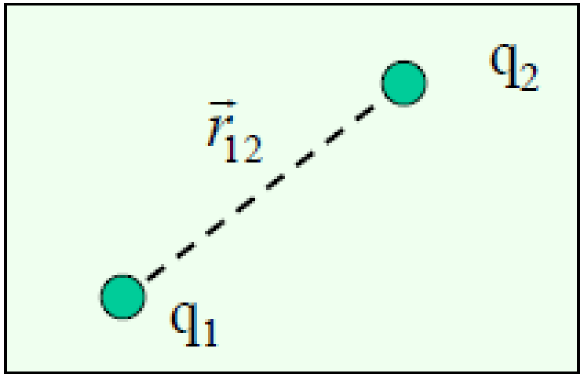
FIG. 10-21 *(a)* An electrolyte such as NaCl in solution conducts electric current through the motion of its ions. *(b)* Pure water is nonelectrolyte, as are solutions of compounds that do no dissociate.

http://www.dac.neu.edu/physics/b.maheswaran/phy1121/data/ch10/fig/fig1021.htm

3.6 - Energia potencial de interação de um sistema de partículas carregadas

$\boldsymbol{V_1}$ é o potencial que a carga $\boldsymbol{q_1}$ cria no ponto ***P***: o trabalho necessário para trazer $\boldsymbol{q_2}$, do ∞ até ***P***, sem aceleração, é dado por $\boldsymbol{q_2.V_1}$

- Por definição, esse trabalho é a energia potencial, ***Ep***, do sistema de 2 partículas separadas por $\boldsymbol{r_{12}}$.



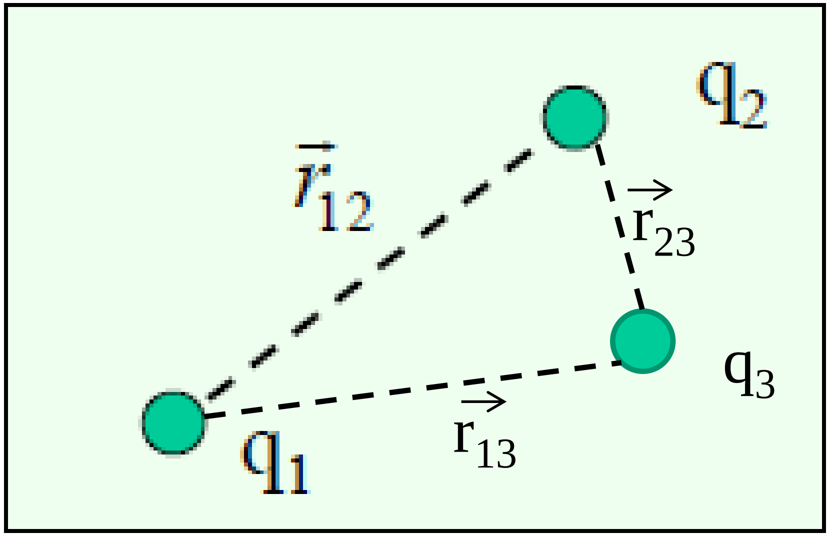
$$\boxed{\Delta E_p = q_2 V_1 = k\frac{q_1 q_2}{r_{12}}}$$

q_1 e q_2 mesmo sinal => **Ep > 0:** q_1 e q_2 repelem-se e efetuou-se trabalho sobre o sistema para aproximar uma carga da outra.

q_1 e q_2 sinais opostos => **Ep < 0:** q_1 e q_2 atraem-se e o sistema cede trabalho quando as cargas se aproximam.

3.6 - Energia potencial de interação de um sistema de partículas carregadas

Para trazermos uma terceira carga do infinito, calculamos o trabalho *a partir da energia potencial* que encontraremos na nova configuração:

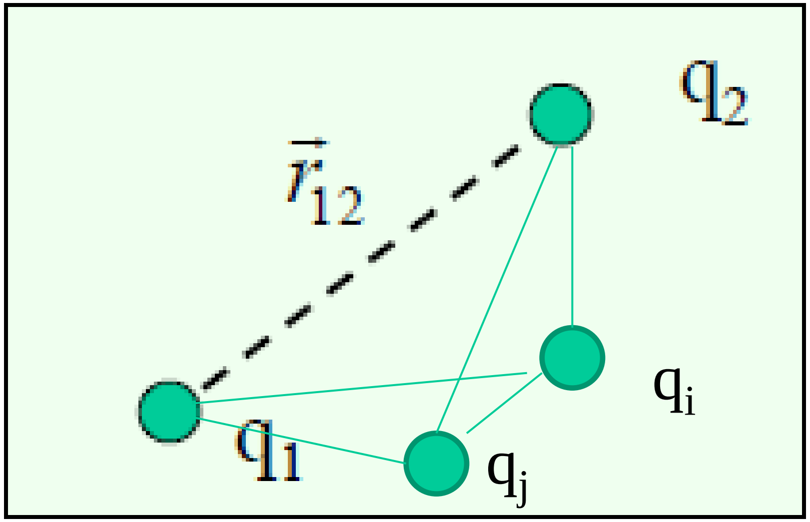


$$\boxed{W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q_3 \left(\frac{q_1}{r_{13}} + \frac{q_2}{r_{23}} \right) ,}$$

onde r_{13} é a distância da carga q_1 até q_3, e r_{23} a da carga q_2 à carga q_3.

3.6 - Energia potencial de interação de um sistema de partículas carregadas

Podemos perceber que o trabalho é calculado aos pares de interações, de modo que para n cargas a quantidade de trabalho total para reunir todas elas é:



$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} q_i \left(\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{r_{ij}} \right).$$

Note-se que esse é o mesmo trabalho que será realizado se desejarmos desmantelar a configuração, *retirando as cargas uma a uma*.

Além disso, enquanto não mexermos nesse sistema, ele será também *o valor da energia potencial elétrica* do próprio sistema.