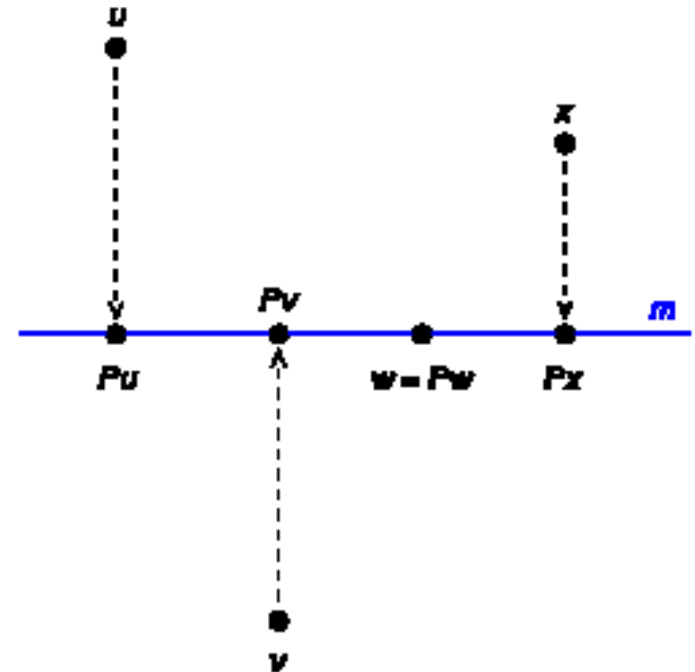


PROJEÇÕES

Prof. Dr. Bianchi Serique Meiguins
Prof. Dr. Carlos Gustavo Resque dos Santos

Projeções (Álgebra Linear)

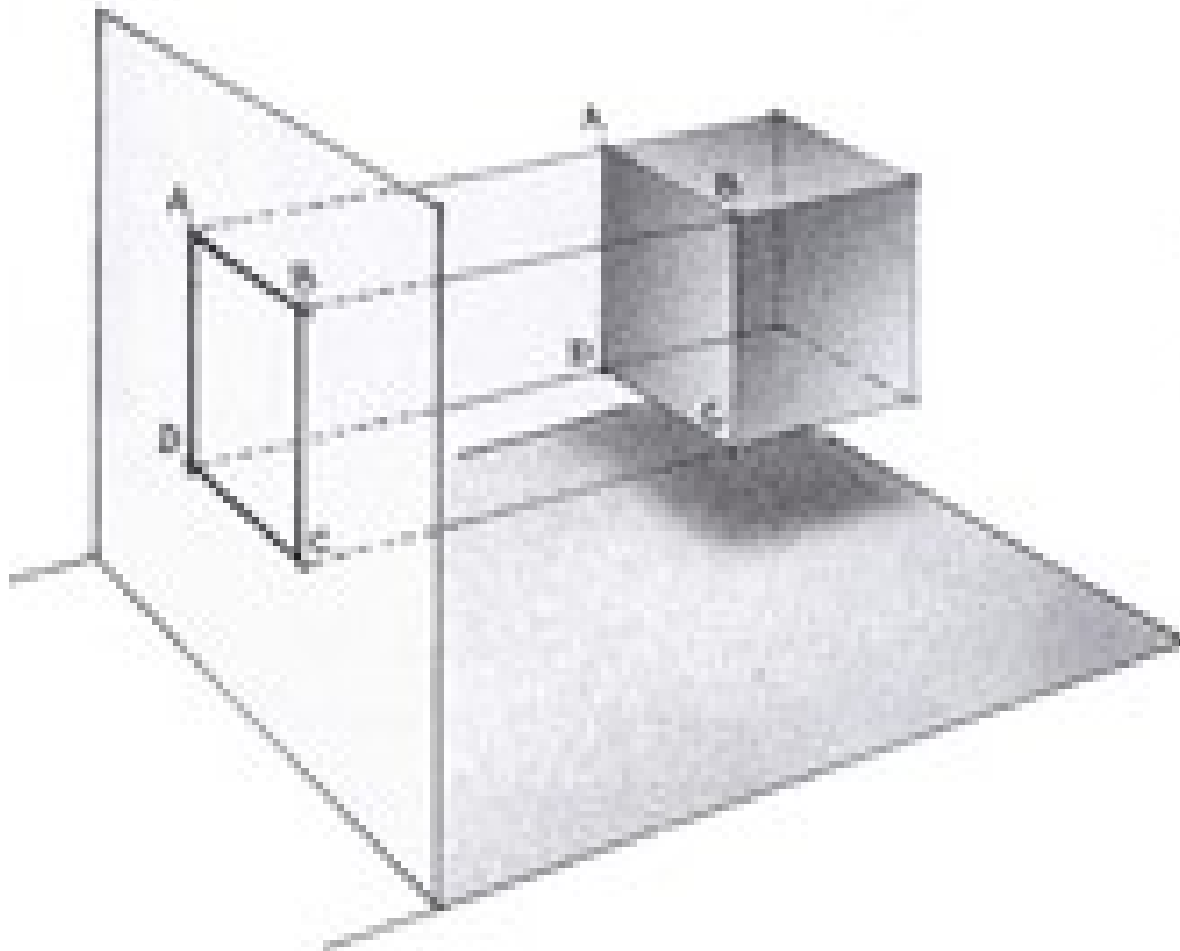
- É uma transformação linear que reduz a dimensão dos pontos. Ex: $P^n \rightarrow P^{n-1}$
- Mais especificamente:
 - ▣ Projeta os pontos em um hiperplano.



Projeções Geométricas

- Também conhecida como Projeções Gráficas
- Objetiva as projeções do tipo: $P^3 \rightarrow P^2$
- Permite que objetos 3D sejam desenhados na tela 2D

Projeções Geométricas



Tipos de Projeções

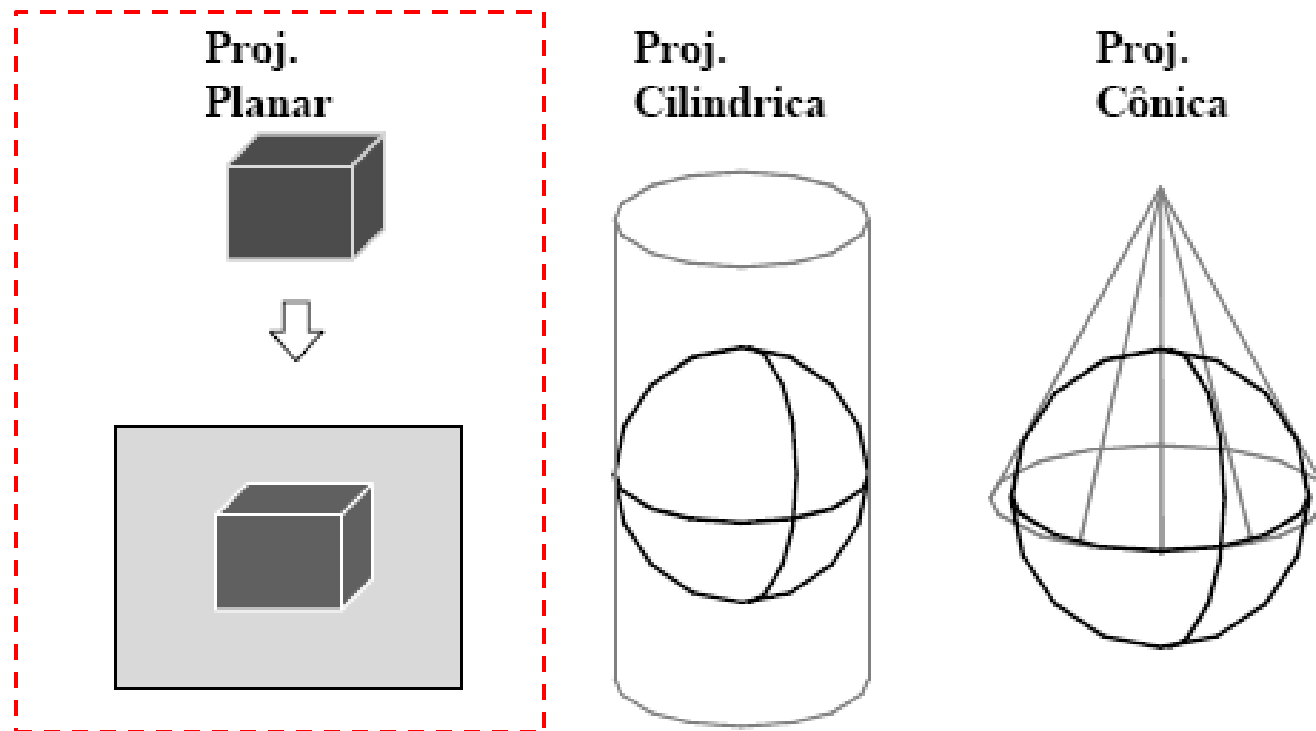
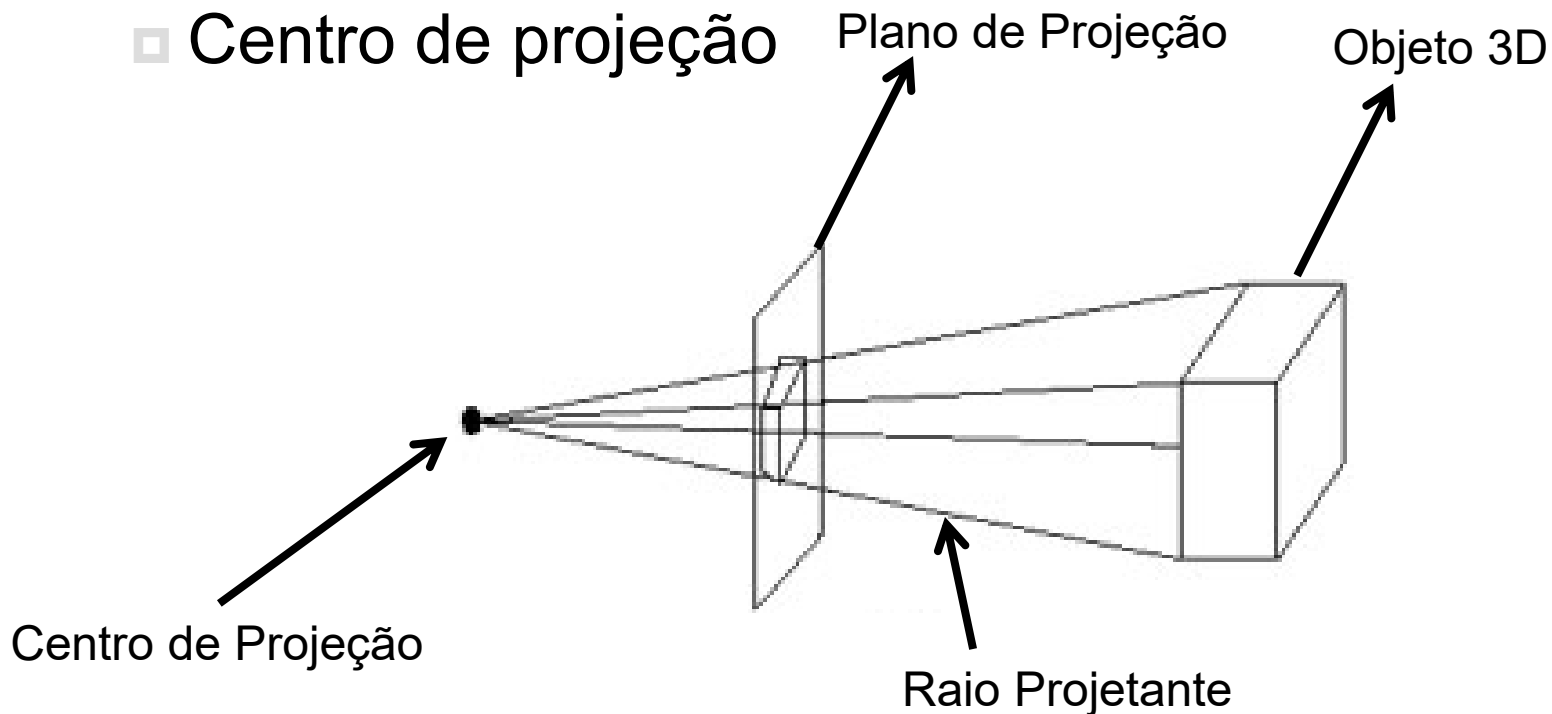


Figura 4.1: Diferentes tipos de projeções

Projeções planares

- Elementos básicos para uma projeção:
 - ▣ Plano de projeção
 - ▣ Raio projetante
 - ▣ Centro de projeção



Projeções planares

□ Centro de Projeção

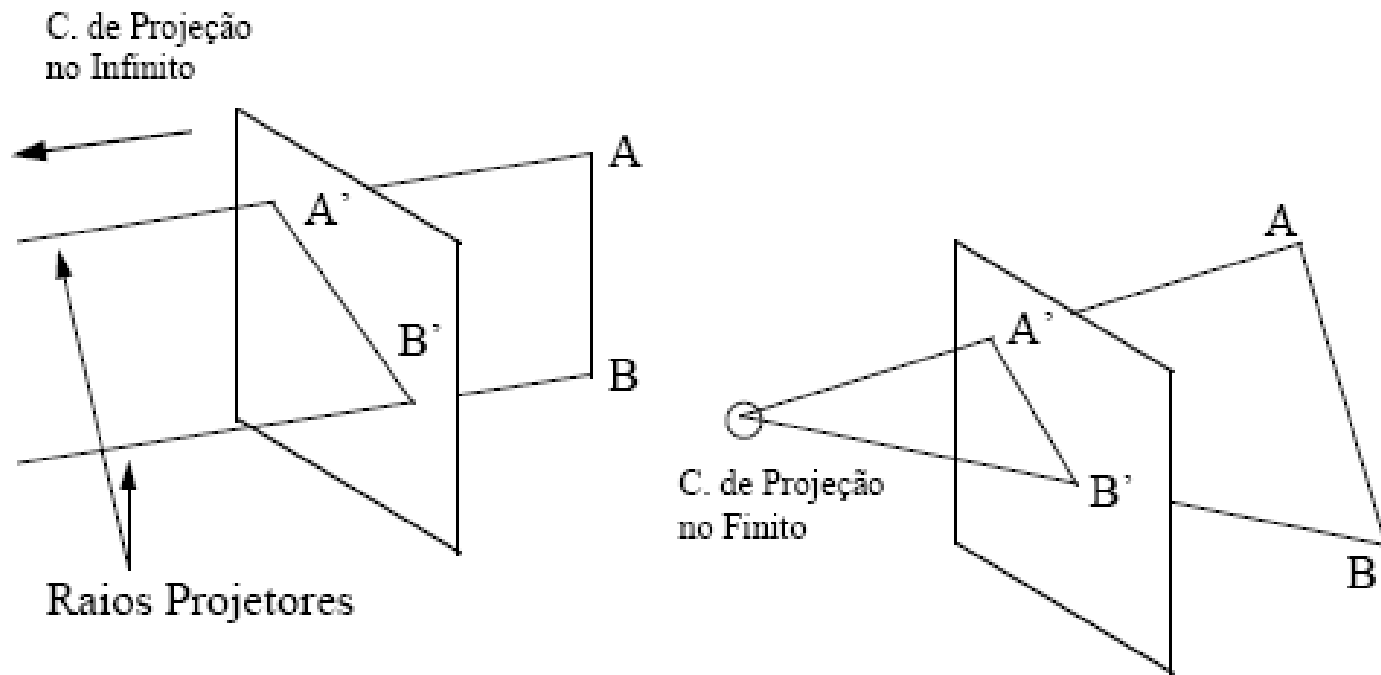
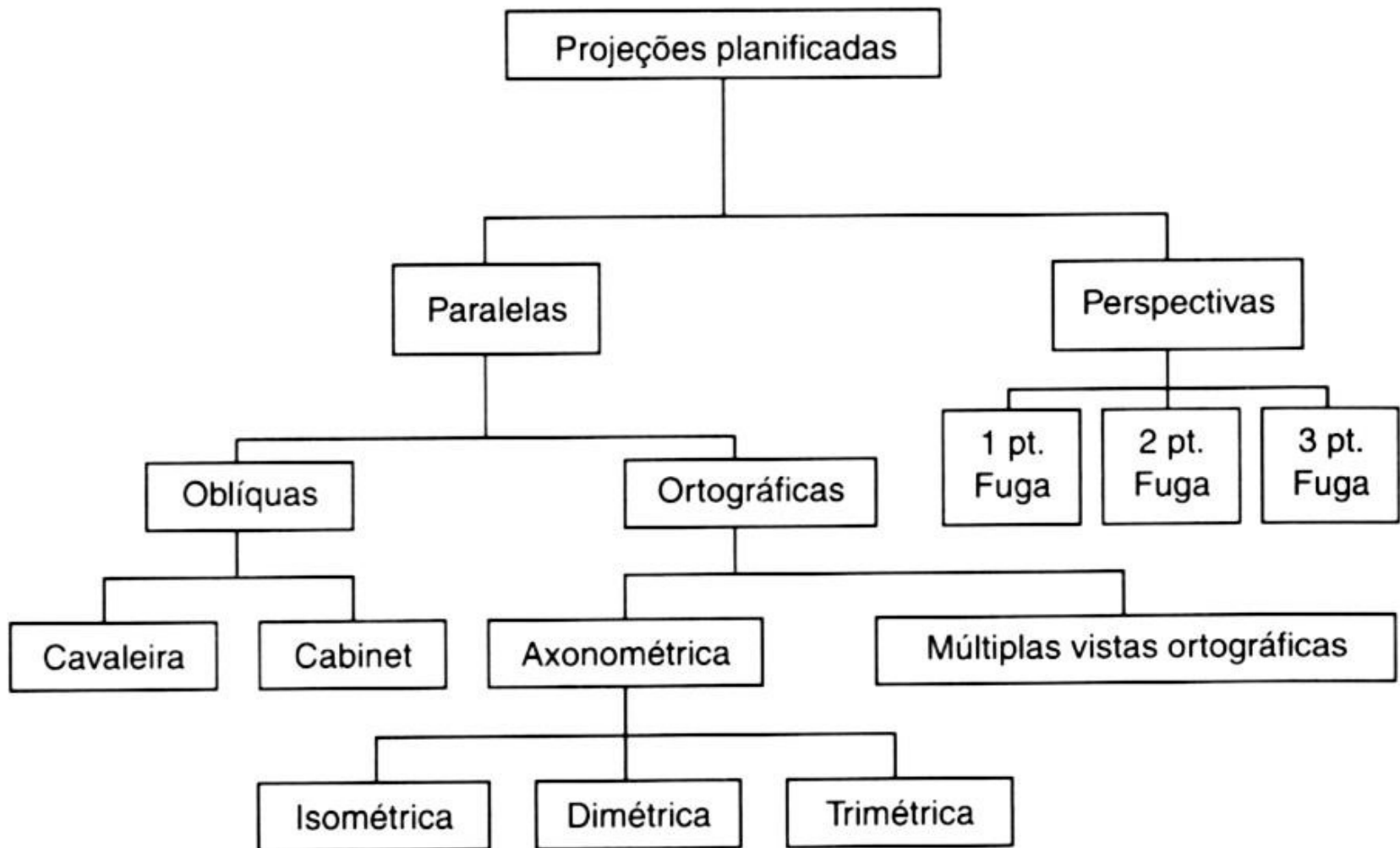


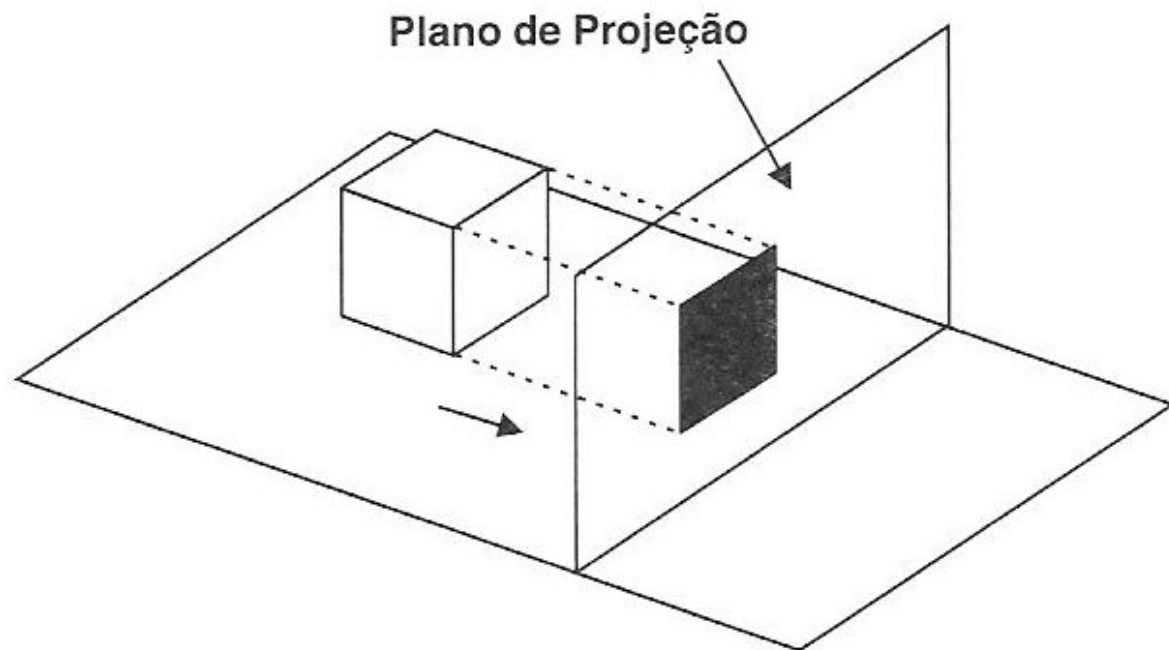
Figura 4.3: Centros de projeções

Projeções planares



Projeção Paralela Ortográfica

- Centro de Projeção no infinito
- Linhas de projeção paralelas
- Linhas de projeção perpendiculares ao plano de projeção.



Projeção Paralela Ortográfica

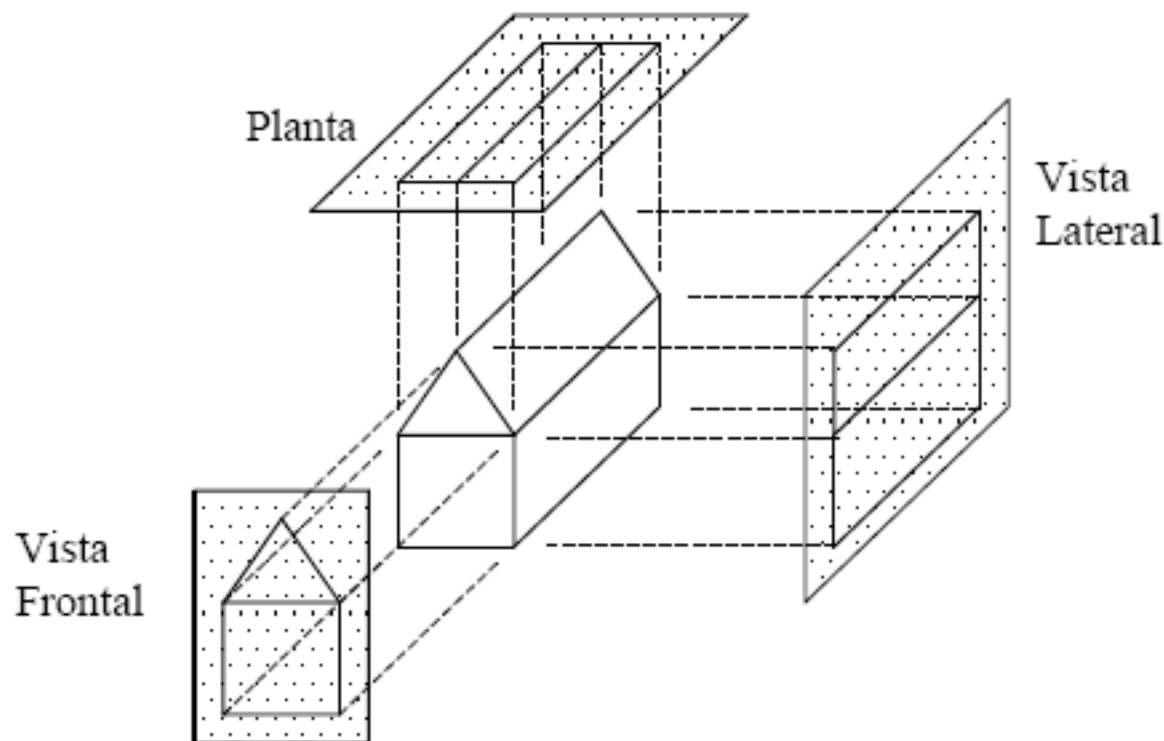


Figura 4.5: Projeções ortográficas planta, vista lateral e frontal.

Projeção Paralela Ortográfica

- Projeção no Plano XY ($z = 0$)

- $[x' \quad y' \quad 0 \quad 1]^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$

- Projeção no Plano XY ($z = T_z$)

- $[x' \quad y' \quad T_z \quad 1]^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$

Projeção Paralela Ortográfica

- Projeção no Plano YZ ($x = T_x$)

- $[T_x \quad y' \quad z' \quad 1]^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & T_x \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$

- Projeção no Plano XZ ($y = T_y$)

- $[x' \quad T_y \quad z' \quad 1]^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T_y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$

Projeções Paralelas Axométricas

- Os planos do objeto são inclinados com relação ao plano de projeção
 - ▣ **Isométrica:** três eixos terão a mesma redução
 - ▣ **Dimétrica:** apenas dois eixos terão a mesma redução
 - ▣ **Trimétrica:** cada eixo sofrerá uma transformação de escala própria

Projeções Paralelas Axonométricas

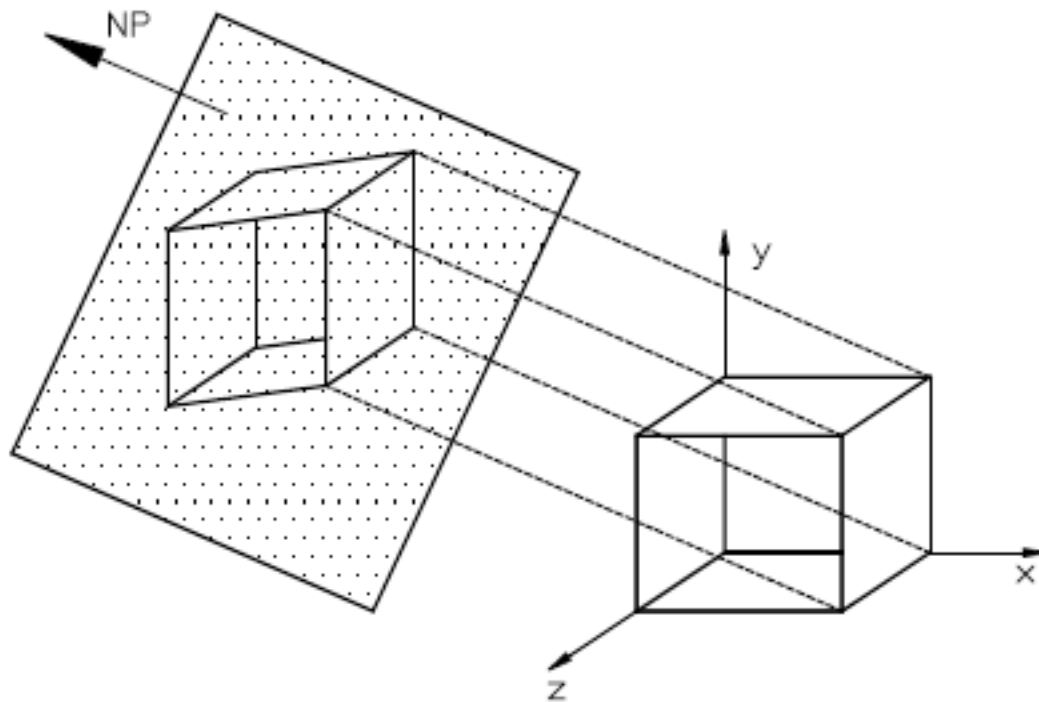
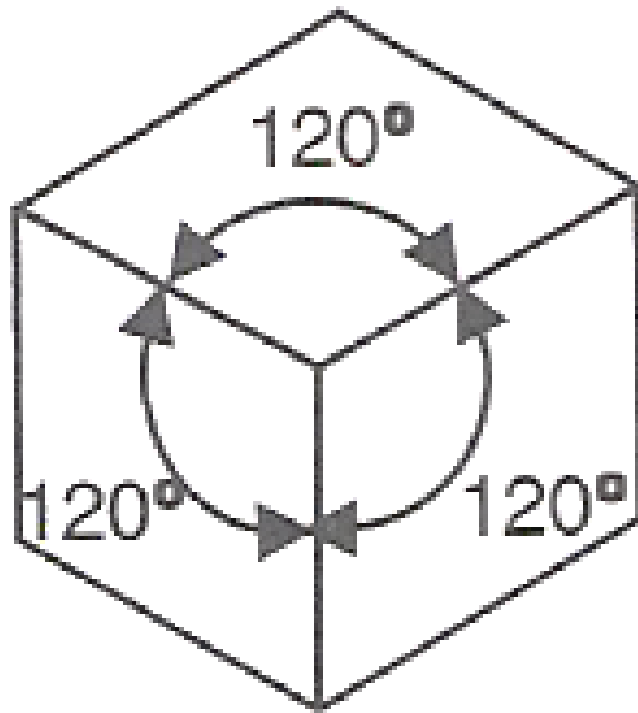


Figura 4.6: Projeções ortográficas axonométricas.

Isométrica



Dimétrica

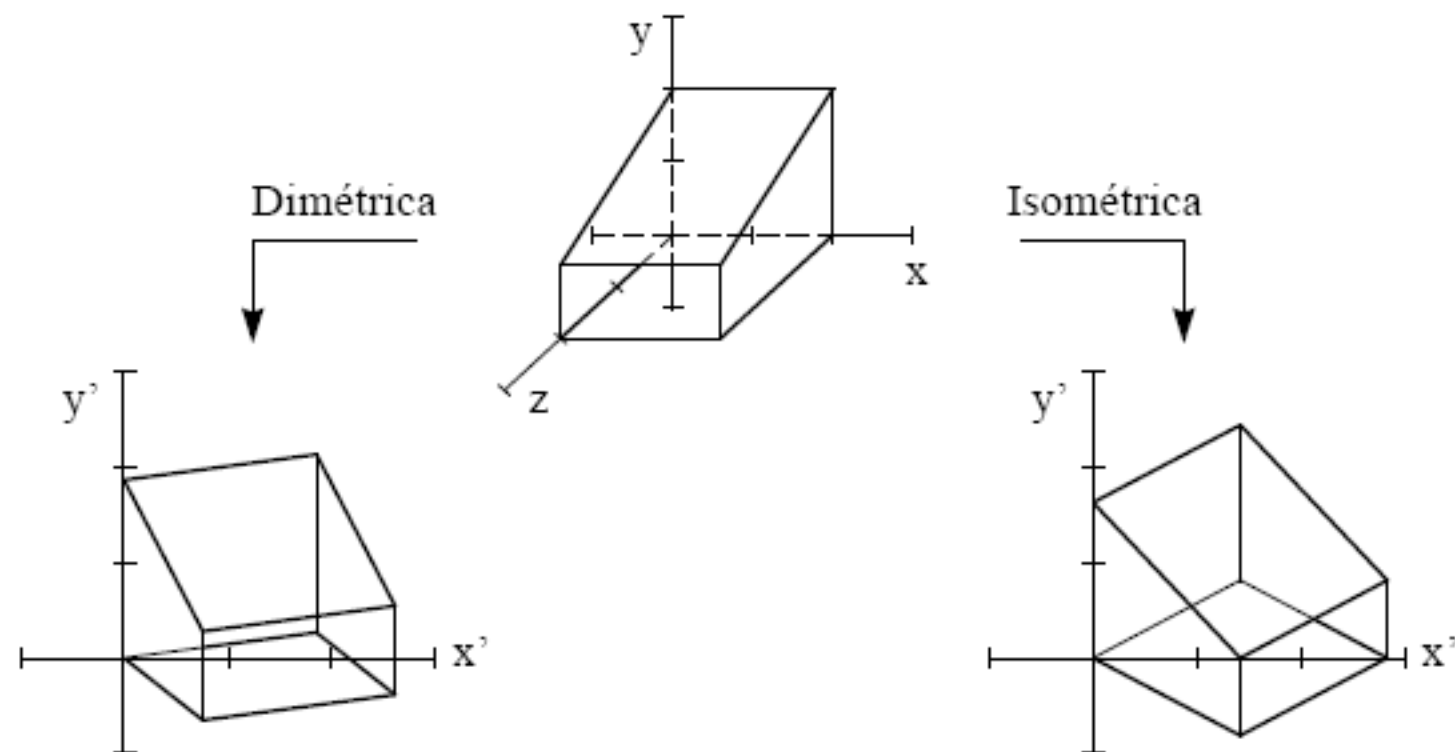
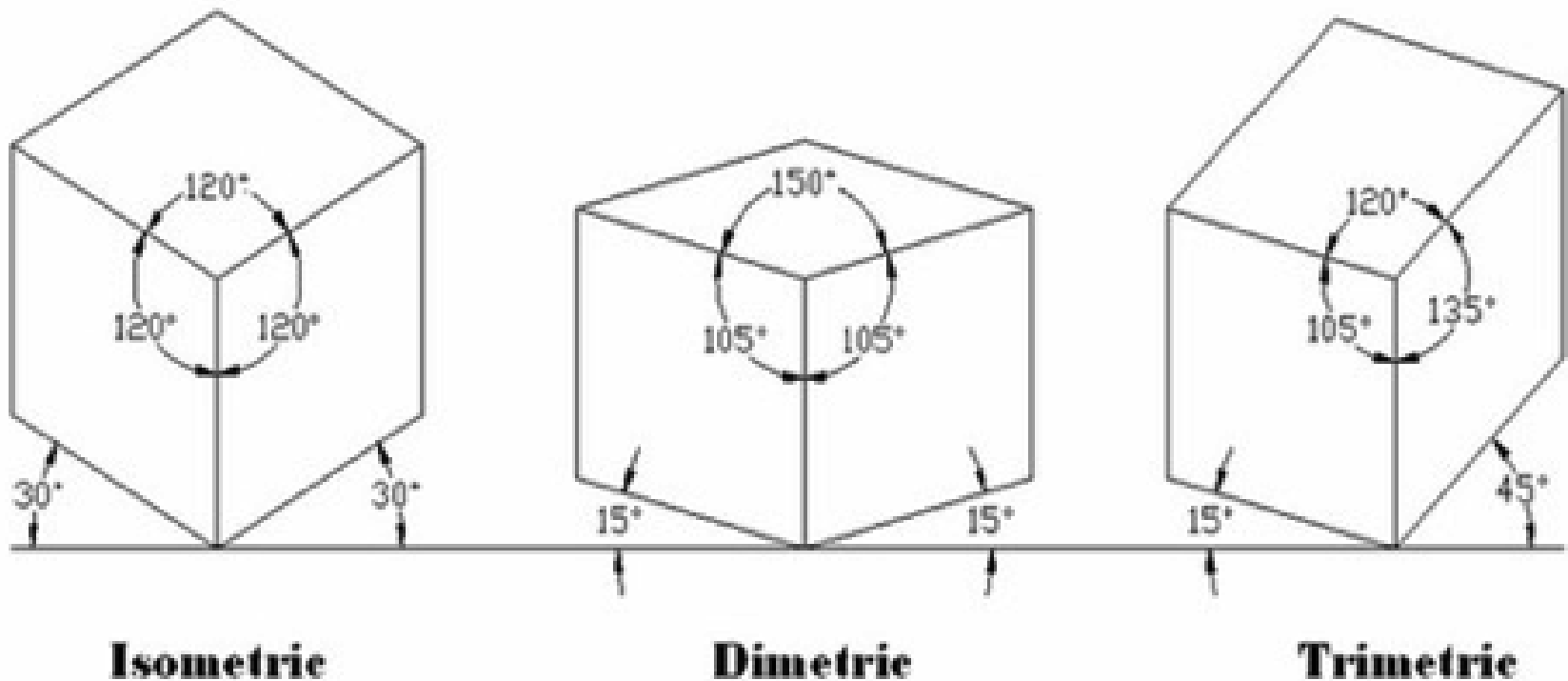


Figura 4.7: Projeções ortográficas axonométricas dimétrica e isométrica.

Trimétrica e Comparações

Axonometric Projections



Projeção Axométrica

□ Matriz de Projeção

$$□ [x' \quad y' \quad 0 \quad 1]^T = PO_z R_x R_y \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

□ Para isométrica

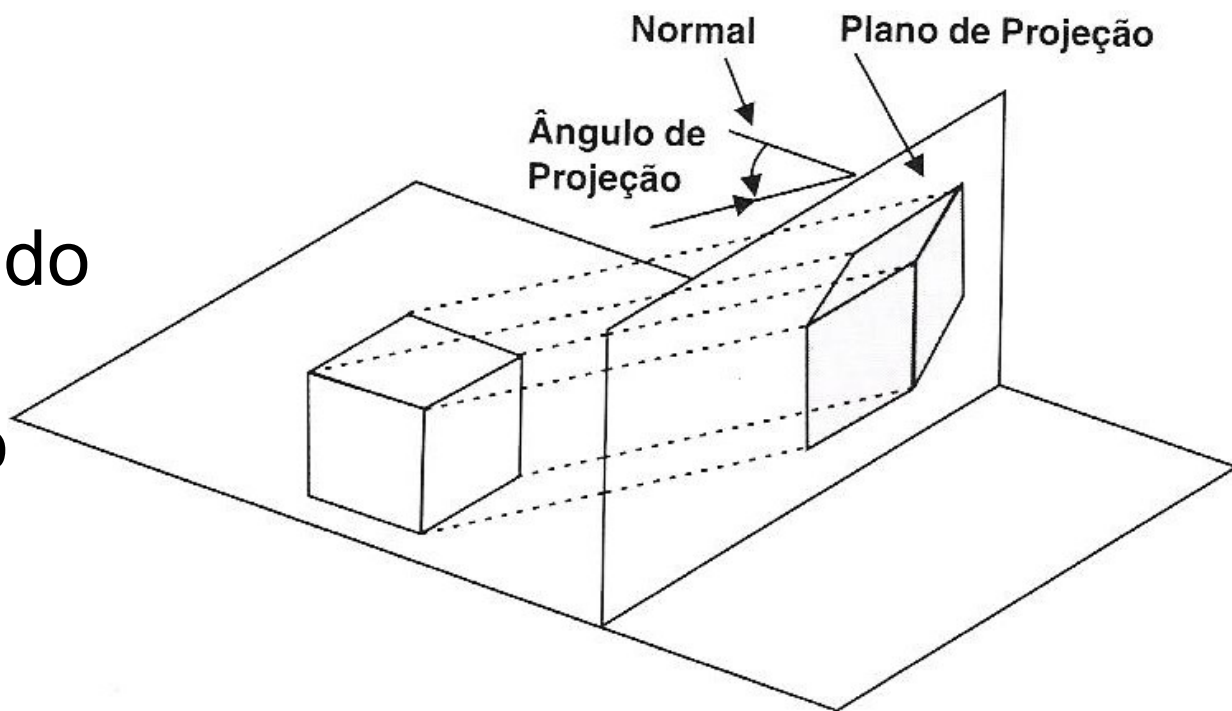
- $Ry(\alpha) \rightarrow \alpha = 45^\circ$
- $Rx(\theta) \rightarrow \theta = 35.264^\circ$

□ Para dimétrica

- $Ry(\alpha) \rightarrow \alpha = 45^\circ$
- $Rx(\theta) \rightarrow \theta = \text{pode variar}$

Projeção Paralela Oblíqua

- Centro de Projeção no infinito
- Linhas de projeção paralelas
- Linhas de projeção possuem um ângulo de projeção
- O ângulo de projeção é medido em relação à normal do plano de projeção



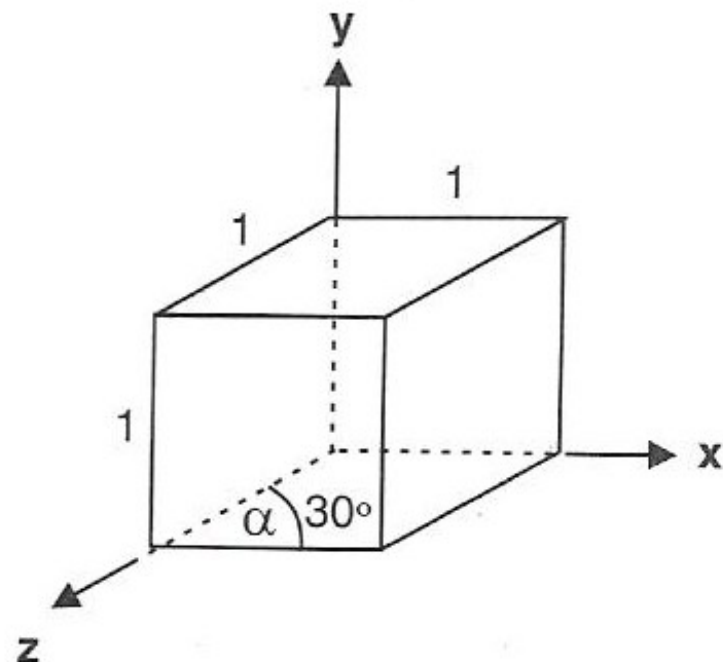
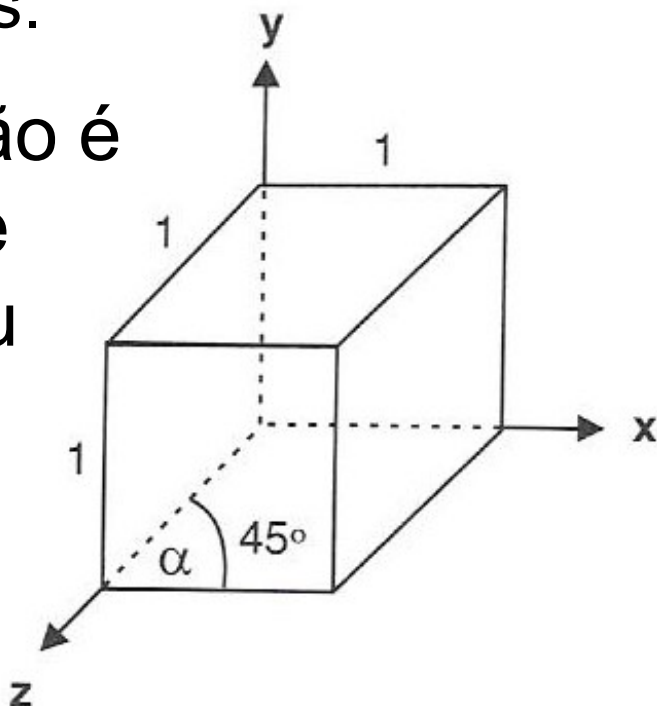
Projeção Paralela Oblíqua

□ Quando:

▣ Ângulo de Projeção = 45° ou 30°

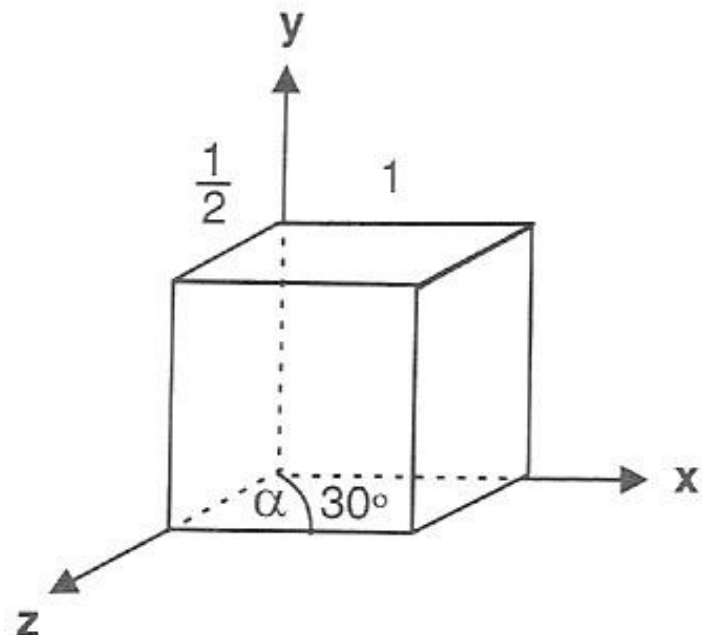
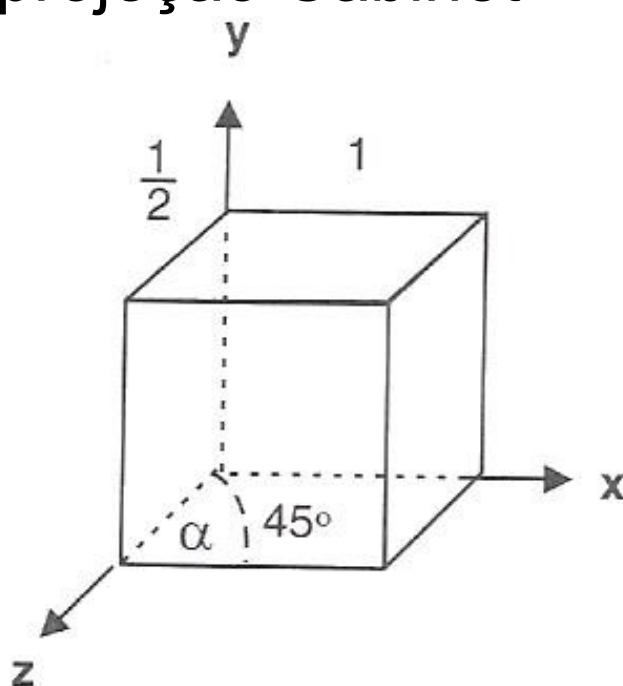
▣ Os pontos projetados preservam suas medidas originais.

□ Esta projeção é chamada de Cavaleira ou *Cavalier*



Projeção Paralela Oblíqua

- Para manter uma noção de profundidade podemos considerar a profundidade com metade da sua medida original.
 - ▣ Temos a projeção Cabinet



Projeção Paralela Oblíqua

□ Matriz de projeção Oblíqua

$$\square [x' \quad y' \quad 0 \quad 1]^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \delta \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 1 & \delta \sin(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

θ é o ângulo da projeção

δ é um fator que estabelece a relação de profundidade em 3D com a elevação vertical da projeção.

$\delta = 1$: Cavalier

$\delta = 1/2$: Cabinet