

Anderson Henrique de Paiva Teixeira

*Otimização de alavancagem e gestão de risco
em estratégias long-short*

São Paulo

2014

Anderson Henrique de Paiva Teixeira

*Otimização de alavancagem e gestão de risco
em estratégias long-short*

Dissertação apresentada à Escola de Economia de São Paulo da Fundação Getúlio Vargas, como requisito para obtenção de título de Mestre em Economia.

Campo de Conhecimento: Finanças Quantitativas.

Orientador: Prof. Dr. Afonso de Campos Pinto.

FUNDAÇÃO GETÚLIO VARGAS
ESCOLA DE ECONOMIA DE SÃO PAULO

São Paulo

2014

Anderson Henrique de Paiva Teixeira

Otimização de alavancagem e gestão de risco em estratégias long-short

Dissertação apresentada à Escola de Economia de São Paulo da Fundação Getúlio Vargas, como requisito para obtenção de título de Mestre em Economia.

Campo de Conhecimento: Finanças Quantitativas.

Orientador: Prof. Dr. Afonso de Campos Pinto.

Data de aprovação:

01/08/2014

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Afonso de Campos Pinto
FGV - EESP

Prof. Dr. André Cury Maialy
FGV - EESP

Prof. Dr. Eduardo Franco Luzio
USP - FEA

São Paulo

2014

Teixeira, Anderson Henrique de Paiva.
Otimização de alavancagem e gestão de risco em estratégias long-short /
Anderson Henrique de Paiva Teixeira. - 2014.
77 f.

Orientador: Afonso de Campos Pinto
Dissertação (MPFE) - Escola de Economia de São Paulo.

1. Alavancagem (Finanças). 2. Fundos de investimento. 3. Monte Carlo, Método de. 4. Fundos de hedge. 5. Administração de risco. I. Pinto, Afonso de Campos. II. Dissertação (MPFE) - Escola de Economia de São Paulo. III. Título.

CDU 336.763.2

RESUMO

Alavancagem em *hedge funds* tem preocupado investidores e estudiosos nos últimos anos. Exemplos recentes de estratégias desse tipo se mostraram vantajosos em períodos de pouca incerteza na economia, porém desastrosos em épocas de crise. No campo das finanças quantitativas, tem-se procurado encontrar o nível de alavancagem que otimize o retorno de um investimento dado o risco que se corre. Na literatura, os estudos têm se mostrado mais qualitativos do que quantitativos e pouco se tem usado de métodos computacionais para encontrar uma solução. Uma forma de avaliar se alguma estratégia de alavancagem auferir ganhos superiores do que outra é definir uma função objetivo que relacione risco e retorno para cada estratégia, encontrar as restrições do problema e resolvê-lo numericamente por meio de simulações de Monte Carlo. A presente dissertação adotou esta abordagem para tratar o investimento em uma estratégia *long-short* em um fundo de investimento de ações em diferentes cenários: diferentes formas de alavancagem, dinâmicas de preço das ações e níveis de correlação entre esses preços. Foram feitas simulações da dinâmica do capital investido em função das mudanças dos preços das ações ao longo do tempo. Considerou-se alguns critérios de garantia de crédito, assim como a possibilidade de compra e venda de ações durante o período de investimento e o perfil de risco do investidor. Finalmente, estudou-se a distribuição do retorno do investimento para diferentes níveis de alavancagem e foi possível quantificar qual desses níveis é mais vantajoso para a estratégia de investimento dadas as restrições de risco.

Palavras-chave: Alavancagem. Fundos de investimento. Monte Carlo. Risco de mercado.

ABSTRACT

Leverage in hedge funds has been a matter of concern for investors and scholars in past years. Recent examples of such strategies have proved advantageous in periods of low uncertainty in the economy, but disastrous in times of crisis. In the field of quantitative finance, researchers have been trying to find a level of leverage that optimizes the return of an investment given the risk. In the literature, studies have been more qualitative than the quantitative, and have made little use of computational methods. One way to assess whether a leverage strategy earns higher returns than another is to define the objective function that relates risk and return for each strategy, find the constraints for the problem and solve it numerically through Monte Carlo simulations. This dissertation has adopted this approach to treat the investment in a long-short equity strategy in different scenarios: different forms of leverage, stock prices dynamics and levels of correlation between these prices. Dynamics simulations of invested capital due to changes in stock prices over time were made. Some criteria of credit guarantee, the possibility of buying and selling stocks during the investment period and the risk profile of the investor were considered in the simulations. Finally, we studied the distribution of the return on investment for different levels of leverage and it was possible to quantify which of these levels is more advantageous to the investment strategy given the constraints of risk.

Key-words: Leverage. Hedge funds. Monte Carlo. Market risk.

Sumário

Otimização de alavancagem e gestão de risco em estratégias long-short . . .

1	Introdução	p. 8
2	Revisão Bibliográfica	p. 11
3	Desenvolvimento do Problema e do Modelo	p. 17
3.1	Definições	p. 17
3.2	Abordagem e caracterização do problema	p. 22
3.3	O modelo	p. 25
3.4	Apresentação dos resultados	p. 32
4	Aplicação do modelo em casos específicos	p. 35
4.1	Caso 1: Empréstimo na dinâmica sem saltos	p. 35
4.2	Caso 2: Empréstimo na dinâmica com saltos	p. 36
4.3	Caso 3: Aluguel de ação na dinâmica sem saltos	p. 36
5	Apresentação e discussão dos resultados	p. 38
5.1	Resultados: Caso 1	p. 38
5.2	Resultados: Caso 2	p. 43
5.3	Resultados: Caso 3	p. 48
6	Conclusões	p. 53
7	Pesquisas Futuras	p. 56

Referências	p. 57
Apêndice A – Algoritmo Computacional	p. 60
Apêndice B – Funções Auxiliares - Rand	p. 72
Apêndice C – Funções Auxiliares - Math	p. 77

1 *Introdução*

Long-Short é uma estratégia de investimento realizada por meio de operações com ações e/ou derivativos de ações em bolsas de valores. Essa estratégia costuma apresentar risco inferior ao das operações simples de compra de ações. Os fundos *long-short* são fundos que ficam comprados (*long*, em inglês) e vendidos (*short*) ao mesmo tempo. O objetivo do gestor é gerar retornos pela diferença entre as rentabilidades das ações compradas e vendidas. Essa estratégia tende a anular ou diminuir o impacto das altas e baixas do mercado sobre a carteira de investimentos, permitindo que a maior parte do resultado dependa da capacidade do gestor de encontrar ações com melhor desempenho que o mercado ou que as posições vendidas. Ficar comprado em ações é relativamente simples e trivial. Ficar vendido, porém, é um tanto mais trabalhoso. É preciso encontrar quem alugue as ações, negociar taxas e prazos e depositar garantias mínimas exigidas pelas instituições financeiras, ou mesmo, com maior complexidade, incluir capital de terceiros (empréstimos) na composição do montante total.

A inclusão de alavancagem neste problema pode aumentar, consideravelmente, o retorno médio do fundo. Por outro lado, isso também potencializa as chances de falência ou perda parcial de capital. Um caso real envolvendo este tipo de operação é a dos fundos da GWI. O *GWI Leverage* começou a funcionar em 13/02/2004, e apresentou as seguintes rentabilidades anuais até o ponto máximo da bolsa, que ocorreu em 20/05/2008:¹

Tabela 1: Retorno do fundo da GWI e Ibovespa

Ano	GWI	Ibovespa
2004	51%	16%
2005	35%	28%
2006	79%	33%
2007	90%	44%
2008 (até 20/05)	25%	15%

¹Fonte: www.drmoney.com.br/investimentos/risco/fundos-gwi-o-estratego-causado-pela-alavancagem. Acessado em 28/06/2014.

Claramente, nota-se que o desempenho deste fundo em uma estratégia alavancada teve um retorno bem acima do mercado no período analisado. Da mesma forma, a quantidade de clientes e o patrimônio do fundo cresceram consideravelmente nesse período.

Tabela 2: Retorno do fundo da GWI e Ibovespa

Ano	Quantidade de clientes	Patrimônio Líquido
2004	104	13.052.418
2005	139	42.861.478
2006	198	111.086.912
2007	566	290.756.042
2008 (até 20/05)	611	387.493.127

Com a queda da bolsa de valores no dia 08/10/08 e após a cota se desvalorizar 94%, o administrador pediu o fechamento do fundo para aplicações e resgates (nesse mesmo período, houve desvalorização da bolsa em 48%). Até o dia 27/10/08 (ponto mínimo da bolsa), a cota havia se desvalorizado mais 50%. Neste dia, o patrimônio líquido, que havia atingido quase R\$ 400 milhões no pico, estava em pouco mais de R\$ 11 milhões, sem ter havido resgates relevantes, ou seja, evaporaram-se quase R\$ 380 milhões em pouco mais de 4 meses.

O caso do fundo da GWI ilustra situações de risco importantes ao se estudar alavancagem em estratégias de fundos de investimento. No período em que a economia estava bem o retorno do fundo era bem positivo e adicionado ao retorno da alavancagem se tornou algo ainda mais atrativo. Porém no período de crise, o impacto negativo no resultado do fundo também foi agravado em níveis de mesma dimensão ou maiores. Neste contexto, os maiores interessados em estudar mais profundamente este assunto são os gestores de fundos que desejam ampliar seu capital com estratégias combinadas com alavancagem, bancos e bolsa de valores que querem conceder crédito aos gestores dos fundos e administrar a compra e venda de ações para os mesmos e organismos e agentes reguladores interessados em garantir que sejam respeitados as regras e garantias de empréstimo pelos bancos com os gestores. Por simplicidade, mas sem perda de generalidade, será considerado ao longo do trabalho que os bancos, bolsas ou instituições financeiras respeitem e estejam preocupadas com o que é imposto pelos agentes reguladores.

Objetivo e Metodologia

O objetivo deste trabalho é quantificar o nível de alavancagem ótimo que um investidor deve ter em uma estratégia de fundos de investimento e avaliar se para algum nível o investidor possui um retorno superior. Para atingir esse objetivo implementou-se uma

ferramenta computacional que auxilie na tomada de decisão ao considerar uma série de parâmetros. Alguns dos tópicos estudados para o desenvolvimento do trabalho foram: Estratégias em *hedge funds*, teoria da medida, equações diferenciais parciais, cálculo estocástico, equações diferenciais estocásticas e métodos numéricos.

Inicialmente, apresenta-se o problema de otimização a partir de uma função objetivo que deve ser maximizada, considerando-se um conjunto de restrições de mercado, instituições financeiras e do próprio investidor. O problema é, então, resolvido por meio de simulações numéricas das trajetórias do capital próprio do investidor seguindo uma dinâmica pré-estabelecida. Alguns gatilhos são acionados como forma de decisão para o investidor, como por exemplo, comprar ou vender uma certa quantidade de ações respeitando algumas restrições do problema. A dinâmica da simulação é estendida por um período de tempo e depois repetida algumas vezes. Assim, é possível estudar melhor a distribuição da variável de capital do investidor.

A metodologia se segue definindo algumas premissas básicas do problema. Considerou-se no modelo que o gestor do fundo e o investidor são o mesmo indivíduo, assim como a instituição financeira fica encarregada por regular os níveis de garantias e colaterais nas questões de crédito para o investidor. São escolhidos os parâmetros de entrada e os parâmetros de estudo de impacto, e a análise é dividida em diferentes casos de forma a melhor avaliar tais impactos. Alguns parâmetros contribuem para que o investidor tenha maiores retornos na estratégia, porém com pior risco. Por outro lado, outros parâmetros vão direcionar o investidor a ter um retorno menor, porém mais certo. O investidor terá sempre um *tradeoff* entre risco de perda e retorno de capital próprio em que a decisão de escolha final partirá do seu perfil de risco e ao considerar todas as restrições impostas no problema.

A proposta de análise foi a de definir diferentes decisões de níveis de alavancagem para o investidor nestes diferentes cenários. Em cenários em que a incerteza é maior, é preferível que o investidor não se alavanque de uma forma agressiva devido à grande possibilidade de perda. No sentido contrário, alavancar-se quando a volatilidade do capital próprio é baixa traz menores retornos com o risco menos incerto.

2 *Revisão Bibliográfica*

O termo *hedge fund* é comumente usado para descrever uma variedade de diferentes tipos de veículos de investimento que compartilham algumas características semelhantes. Na prática, um *hedge fund* é um fundo de investimento cujo objetivo é obter a maior rentabilidade possível utilizando-se de todas as possibilidades de investimento ao alcance do investidor, ou seja, recorrem-se aos mais variados instrumentos e técnicas de mercado com o objetivo de reduzir a volatilidade (risco) do investimento e, em simultâneo, obter um rendimento atrativo e independente da evolução dos mercados financeiros. Em geral, considera-se que os *hedge funds* são fundos relativamente complexos e mais adequados a investidores profissionais ou com elevado patrimônio. Hoje em dia, esse termo tornou-se mais genérico para diversos fundos não tradicionais, por exemplo, fundos que exploram ineficiências de mercado através de estratégias sofisticadas de abordagem e/ou com grandes apostas direcionais são também classificados nesse grande e heterogêneo grupo de *hedge funds*. Como não existe uma definição clara na legislação de investimentos sobre esses fundos, o portfólio de investimento de um *hedge fund* pode ir desde títulos públicos do governo, câmbio, futuros e opções, arbitragem, *commodities*, ou mesmo outros *hedge funds*.

O mercado norte-americano foi o pioneiro para a indústria de *hedge funds* e desde então o primeiro lugar do mundo, tanto em relação ao volume financeiro dessa indústria, quanto em relação ao número de fundos existentes. Nos EUA, esse tipo de fundo sofre muito menos restrições ou fiscalizações do que os demais, porém para ser qualificado como *hedge fund*, um fundo deve possuir menos de 500 investidores, não pode fazer oferta pública ou qualquer tipo de propaganda, bem como, seus investidores devem entender de mercado e se qualificarem como *qualified investors buyers* (QIB).

Petersen(2007) comenta que no mercado norte-americano, os *hedge funds* podem ser classificados de acordo com a estratégia que seguem, entre as quais, as principais, são:

Merger Arbitrage: a qual consiste em posições longas para ações de empresas que

estejam a ser alvo de aquisição ou fusão e de posições curtas em ações das respectivas empresas adquirentes ou nas quais se vão incorporar as empresas a fusionar. Os ganhos esperados estão associados à expectativa de que as ações das empresas alvo de oferta de aquisição ou fusão se valorizem e de que as ações das empresas com posição dominante no evento corporativo se desvalorizem.

Distressed Securities: estratégia na qual o gestor investe em ativos de empresas que estejam em situação econômico-financeira ou operacional débeis. Os ganhos associados a esta estratégia sucedem caso as ações que foram adquiridas a desconto, em virtude da pressão vendedora que existe nestes casos, se venham a valorizar em função da reorganização ou da recuperação das empresas.

Macro Investing: trata-se da estratégia mais ampla de todos os *hedge funds*. Os gestores destes fundos atuam a uma escala global procurando identificar situações de ineficiência nos preços dos valores mobiliários e antecipar os efeitos que eventos macroeconômicos e políticos possam ter sobre esses preços por forma a realizarem ganhos.

Fixed - Income Arbitrage: consiste na tomada de posições longas e curtas em ativos de rendimento fixo cujo preço se encontra historicamente correlacionado, mas em que o gestor antecipa vir a ocorrer alterações nessa correlação. Os ganhos de arbitragem são geralmente amplificados pela utilização de alavancagem, uma vez que as alterações de correlação são, em regra, muito reduzidas.

Convertible Arbitrage: trata-se de uma estratégia em que o gestor combina posições longas em obrigações convertíveis em ações com posições curtas nessas mesmas ações. Os ganhos de arbitragem resultam do fato do preço do instrumento híbrido, uma vez que assume simultaneamente características de uma obrigação e ação, cair de forma menos intensa do que o da ação.

Long - Short Equity: constituir posições compradoras ou vendedoras sobre ações susceptíveis de se apreciarem ou de se depreciarem. Técnica que se alimenta de numerosas anomalias dos mercados, reforçadas em período de forte volatilidade. É necessária uma boa especialização do gestor no que tange à identificação de anomalias, pois o universo de investimento é muito largo, autorizando diferentes estilos de gestão.

Note-se que existem diferentes tipos de estratégias para os *hedge funds*. Nesta dis-

sertação, o foco será dado para os fundos com estratégias *Long - Short Equity* ou fundos *long-short* de ações.

A indústria de *hedge funds* é ainda uma indústria recente e em desenvolvimento quando comparada à indústria de fundos tradicionais. Apesar do termo existir de muito tempo atrás com publicações nos anos 60¹, por diversas situações de crises econômicas, tecnologia e dados, o tema ganhou maior força nas últimas décadas em que surgiram diferentes trabalhos dedicados a esse assunto. Liang (1998), Ineichen (2002), Schneeweis et al. (2003) e Fung e Hsieh (2004) publicaram alguns trabalhos a respeito de *hedge funds*. Os estudos para o Brasil ainda são pouco recentes, inclusive em virtude da indisponibilidade de dados. Contudo, a literatura que fundamenta todos os estudos nessa área data muito antes do desenvolvimento dessa indústria. Os alicerces foram criados por Markowitz (1952) e por Sharpe (1964). Markowitz (1952) relaciona risco e retorno esperado de um portfólio de ações, criando assim o que chamamos de Fronteira Eficiente. Na década de 50, os computadores não eram tão eficientes, não possuíam tanta capacidade de processamento e eram extremamente caros, logo calcular diversas otimizações de carteiras não era trivial. Assim, Sharpe (1964) desenvolveu um modelo simplificado, cujo ponto principal é argumentar que os retornos das ações são relacionados com um fator comum, o que depois seria chamado de carteira de mercado. Com esse procedimento não seria necessário o cálculo de diversas matrizes de covariância, diferentemente do trabalho de Markowitz (1952). Desse trabalho surgiu o *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), no qual se relacionam de maneira formal os retornos de uma ação com o retorno de mercado.

Loomis (1966) publicou o primeiro artigo a respeito de *hedge fund*, intitulado de “The Jones Nobody Keeps Up With”. Nesse artigo é descrito a forma com que Alfred Winslow Jones deveria gerenciar seu fundo: o *Jones Hedge Fund*. O fundo podia ter tanto posições compradas em ações quanto vendidas. Nessa perspectiva, pode-se dizer que esse foi o primeiro *hedge fund* conhecido na história. Esse fundo tinha o mesmo princípio dos fundos *long-short* atuais. Porém, com o mercado em crise na década de 70, muitos *hedge funds* foram liquidados e o interesse por esse tipo de veículo foi reduzido.

Apenas na metade da década de 90 é que se voltou a ter um interesse mais forte pelos *hedge funds*. Esse interesse dos investidores também atraiu o interesse da academia por esse assunto, principalmente com o objetivo de analisar se esse tipo de veículo é realmente uma fonte de retornos superiores. Schneeweis e Martin (2000) encontram evidências empíricas que portfólios nos Estados Unidos com *hedge funds* em sua composição apresentam

¹Um maior detalhamento da história dos *hedge fund* pode ser encontrado em (LHABITANT, 2006)

um desempenho superior em termos de retorno esperado, volatilidade e índice de Sharpe, comparado a portfólios com apenas fundos tradicionais de renda fixa e ações. Outro artigo, como Liang (1998), encontra evidências que *hedge funds* conseguem prover retornos positivos, com volatilidade inferior aos índices de ações e com uma correlação baixa com esses mesmos índices. De fato, os resultados de Fung e Hsieh (2002) indicam que os retornos de *hedge funds* não podem ser completamente explicados por fatores de mercado.

Segundo Anson (2006), os *hedge funds*, no Brasil, seriam veículos de investimentos privados para gerenciar carteiras concentradas de títulos públicos e privados, e seus respectivos instrumentos de derivativos, que podem possuir posições tanto compradas quanto vendidas e que podem utilizar alavancagem. Uma categoria, ou uma subclasse dos *hedge funds*, seriam os fundos *long-short* de ações. Os fundos *long-short* de ações seriam fundos que teriam como principal estratégia utilizar posições, tanto compradas (Long), como vendidas (Short) em ações de empresas e índices de ações, tanto no mercado à vista, quanto no mercado de derivativos, para rentabilizar suas carteiras.

Estudando os fundos *long-short*, Jacobs e Levy (1999) examinaram os vários aspectos de investir em fundos *long-short* como estratégias que podem ser implementadas e os benefícios desse tipo de estratégia. Eles ainda propuseram um modelo para otimizar uma carteira com posições compradas e vendidas no mercado acionário, criando um portfólio neutro a movimentos de mercado. Penna (2007) testa a neutralidade dos fundos *long-short* no Brasil, encontrando que a maioria dos fundos possui dependência aos retornos de mercado. Leusin e Brito (2008) aplicam o modelo desenvolvido por Henriksson e Merton (1981) para avaliar o desempenho de diversos fundos de ações no Brasil, encontrando evidências que poucos gestores possuem tal capacidade de avaliação. Gomes e Cresto (2010) estudam como os retornos dos fundos são explicados pelos retornos de mercado.

Como comentado anteriormente, alavancar-se também é um elemento utilizado em estratégias de *hedge funds*. Alavancagem permite que os *hedge funds* aumentem suas exposições e, como consequência direta, ampliar seus riscos. Nos próximos parágrafos são mostrados algumas das definições de alavancagem no meio acadêmico. A definição formal para esta dissertação é feita no capítulo 3.

Ross et al. (2000) argumentam que a alavancagem é a intensidade com a qual a empresa está endividada. Quanto mais financiamento por meio de capital de terceiros a empresa utilizar, maior será a alavancagem financeira empregada. Segundo Smith e Deutschmann (2008), alavancagem é o ato de capturar uma maior quantidade de exposição a um investimento. Alavancagem é um termo que é muitas vezes criticado, principalmente

quando mencionado em conjunto com *hedge fund*. No entanto, a maioria das pessoas usam alavancagem financeira no seu dia-a-dia de diversas formas. Por exemplo, a compra de uma casa com uma hipoteca é um investimento alavancado. Embora certamente possa amplificar os riscos, o prudente uso de alavancagem em gestão de carteiras também pode proporcionar benefícios significativos para os investidores.

Gitman (2001) define o conceito de alavancagem como a capacidade que a empresa possui para usar os ativos ou recursos com um custo fixo, a fim de aumentar os retornos de seus proprietários. Variações na alavancagem acarretam mudanças no nível do retorno e do risco associado. Risco neste contexto refere-se ao grau de incerteza associado à capacidade da empresa cumprir suas obrigações fixas de pagamento. Geralmente, quando se eleva a alavancagem, o resultado é um aumento no risco e retorno; reduções na alavancagem resultam num menor risco e retorno. A quantidade de alavancagem na estrutura de uma empresa pode afetar significativamente seu valor. Gitman (2001) ainda diz que a probabilidade de que uma empresa venha a falir devido à incapacidade de saldar seus compromissos conforme forem vencendo depende tanto do risco operacional como do risco financeiro. Obviamente, existe um nível ótimo de alavancagem operacional e financeira, em que se ultrapassando este limite, a empresa incorrerá em maiores riscos, seja operacional ou financeiro.

Schneeweis et al. (2005) estudaram a relação entre risco ajustado ao retorno e alavancagem. A partir de testes estatísticos, concluem que as estratégias de maior risco tendem a ter menor alavancagem do que as estratégias de menor risco e que dentro das estratégias, o nível de alavancagem empregado não possui relação ao risco ajustado pelo retorno.

Barbariano (2009) comenta que o nível de alavancagem em estratégias de fundos de investimento varia muito podendo chegar em até 15 vezes o patrimônio líquido. Na tabela 3, tem-se uma ideia do nível de alavancagem para alguns tipos de fundo.

Tabela 3: Níveis de alavancagem em diferentes fundos

Tipos de Fundos	Alavancagem Típica	Alavancagem Máxima
Convertible Arbitrage	4x	6x
Distressed Securities	1x	1.5x
Merger Arbitrage	1.3x	2x
Fixed - Income Arbitrage	8x	15x
Long-Short Equity	1.3x	5x

Fonte: NEPC, baseado em dados de *hedge funds*, fundos de *hedge funds* e *prime broker*.

Considerando tudo o que foi mostrado anteriormente, identificou-se que os trabalhos com temas que envolvem alavancagem em estratégias *long-short* dão uma intuição do

que ocorre com as variáveis do problema (retorno e risco) sem quantificá-las, como por exemplo em (BARBARIANO, 2009). No que foi pesquisado na literatura, tem-se o foco muito grande ao tema **Alavancagem Financeira** combinado a indicadores contábeis, ou seja, como a alavancagem impacta os indicadores contábeis de uma empresa com o intuito de relacionar a dívida (capital de terceiros) com o capital próprio. Neste contexto, a alavancagem seria um mecanismo que por um lado aumenta o endividamento de uma empresa e traz maiores receitas por outro (HARRIS; RAVIV, 1991; MARION, 1997; BATISTA et al., 2005).

Existem também, na literatura, abordagens que relacionam alavancagem com benefícios fiscais e ganhos em termos de custos. Lan, Wang e Yang (2011) desenvolveram um modelo com alavancagem dinâmica em *hedge funds* a fim de estudar os ganhos em taxas administrativas e incentivo fiscais. Eles mostram que quanto melhor o desempenho do fundo, o gestor aumenta ainda mais sua alavancagem. Por outro lado, quando o desempenho não é bom, menor é a propensão do gestor do fundo para se alavancar.

Não foi encontrado um trabalho que mostrasse de forma quantitativa quais os impactos que se tem ao alavancar-se em uma estratégia *long-short* ou se existe algum nível ótimo de alavancagem em que se maximiza o retorno da estratégia. Os trabalhos citados dão uma intuição da dinâmica do risco e retorno para um determinado problema sem apresentar uma resposta concreta de até que ponto um investidor pode se alavancar de forma a garantir maiores ganhos. Em termos de pesquisa, muito se tem estudado a respeito de alavancagem financeira, porém poucos resultados numéricos têm sido mostrados. Sendo assim, existe uma oportunidade de apresentar um trabalho que quantifique as decisões em uma estratégia de fundos de investimento de forma a direcionar um investidor para uma estratégia que traga maiores retornos ponderados pelo risco que se corre.

3 *Desenvolvimento do Problema e do Modelo*

O objetivo deste capítulo é detalhar o que foi comentado no capítulo 1, fazendo as definições apropriadas para explicar o problema com maior profundidade. A primeira seção apresenta o conjunto de parâmetros do problema, juntamente com suas definições. Na segunda seção, é apresentado o problema de otimização, a função objetivo e as suas restrições. A terceira seção detalha o modelo que soluciona o problema de otimização. E, finalmente, a quarta seção relata a forma de apresentação dos resultados e o método de escolha da decisão final.

3.1 Definições

Nesta seção, são feitas as definições das variáveis e parâmetros do problema.

Formas de empréstimo para fundos de investimento

Smith e Deutschmann (2008) mostram algumas maneiras de se alavancar em um fundo de investimento. Para o modelo proposto são consideradas duas formas: empréstimos e aluguel de ações.

Empréstimo: Forma de alavancagem atribuída a uma taxa fixa de empréstimo r_e , ou seja, para alavancar-se desta forma é necessário pagar percentuais fixos do valor captado na instituição financeira.

Aluguel de ações:¹ O investidor tem o direito de possuir uma ação por um espaço de tempo e devolvê-la depois deste período. Trata-se de vender estas ações para se

¹Para maiores detalhes com relação ao aluguel de ações no Brasil, sugere-se a leitura Manual de Aluguel de Ativo (www.bmfbovespa.com.br/pt-br/servicos/download/BMFBOVESPA-Manual-Aluguel-de-Ativos.pdf).

alavancar e depois comprá-las para devolvê-las. As duas etapas do processo de aluguel de ação podem ser representadas por

1. Aluga ação \longrightarrow Venda da ação alugada \longrightarrow Compra da ação principal.
2. Venda da ação principal \longrightarrow Compra da ação alugada \longrightarrow Devolução da ação alugada.

Note-se que a taxa de juros do empréstimo passa a ser a taxa de retorno da ação alugada, caso a ação alugada suba de preço, será necessário comprá-la por um valor maior ao vendido, caso caia de preço, será comprado por um valor menor. A dinâmica do aluguel de ação é apresentada na seção 3.3 com maiores detalhes.

Variáveis Temporais

O conjunto de variáveis a seguir são aquelas que, no modelo, sofrem mudanças no tempo. O detalhamento da dinâmica dessas variáveis é apresentada em detalhes na seção 3.3.

Patrimônio Líquido (PL_t): Recursos de capital próprio do investidor no instante t .

$Passivo_t$: Recursos oriundos de terceiros (empréstimo, por exemplo) no instante t .

$Ativo_t$: O conjunto de bens, valores, créditos e direitos. A relação

$$Ativo_t = Passivo_t + PL_t. \quad (3.1)$$

é válida para qualquer instante t . Portanto, o ativo também pode ser encarado como a soma do capital próprio com os recursos de terceiros.

S_t : Preço da ação principal no instante t .

Q_t : Quantidade da ação principal no instante t . O produto da quantidade de ações principal pelo seu preço que representa o capital total em ações é definido por

$$Acao_t = Q_t \cdot S_t. \quad (3.2)$$

$S_{a,t}$: Preço da ação alugada no instante t .

$Q_{a,t}$: Quantidade da ação alugada no instante t .

$Bank_t$: Capital na conta bancária no instante t .

Alavancagem (A_t): É o número de vezes que o capital de terceiros representa do

capital próprio em determinado instante do tempo t , ou seja, é a razão entre o passivo e o patrimônio líquido no instante t .

$$A_t = \frac{Passivo_t}{PL_t}. \quad (3.3)$$

Alavancagem como comentado no capítulo 2 possui diversas definições. De forma a simplificar o modelo, sem perda de generalidade, considerou-se a definição da equação 3.3 adequada e equivalente às outras definições discutidas anteriormente.

Índice de cobertura (IC_t): Em estratégias de investimento envolvendo *hedge funds* é comum a exigência de um colateral como garantia de pagamento de, por exemplo, um empréstimo. A principal razão de se tomar um colateral é a redução de risco de crédito, especialmente durante a época dos *defaults* de dívida, a crise cambial e fracassos de grandes fundos de investimento. Em geral, bancos não fazem negócios sem este tipo de acordo com garantias, principalmente, em casos de *hedge funds*. A ideia fundamental de gestão de garantias é muito simples, ou seja, dinheiro ou títulos são passados de uma contraparte a outro como garantia de uma exposição de crédito.

O Banco Central do Brasil², seguindo recomendações dadas por Basiléia III, exige requerimentos mínimos de liquidez calculados por índices de cobertura como forma de aperfeiçoar a capacidade das instituições financeiras de absorver choques provenientes do próprio sistema financeiro ou dos demais setores da economia, propiciando a manutenção da estabilidade financeira. Espera-se que a observância de critérios mínimos para a manutenção de um colchão de liquidez, aliada à melhor qualidade do capital e às medidas macroprudenciais, reduza a probabilidade e a severidade de futuras crises bancárias e seus potenciais efeitos negativos sobre os demais setores da economia.

Considere um conjunto de n instrumentos financeiros (f) que somados formam o ativo de um investidor em um instante t ,

$$Ativo_t = \sum_{i=1}^n f_{i,t}. \quad (3.4)$$

Considere ainda que para cada instrumento financeiro i exista um fator de liquidez denominado *haircut_i*. Uma forma prática e simplificada de calcular o índice de cobertura

²Informações retiradas do site <http://www.bcb.gov.br/>. Os detalhes da lei com respeito a colaterais e garantias, assim como os componentes e cálculos dos índices podem ser vistos no Edital de Consulta Pública 45

deste investidor no instante t é

$$IC_t = \frac{\sum_{i=1}^n (1 - haircut_i) \cdot f_{i,t}}{Passivo_t}. \quad (3.5)$$

Portanto, o índice de cobertura é uma relação ponderada pela liquidez dos bens, direitos e títulos do investidor sobre a sua dívida no instante t . A relação dada pelo índice de cobertura possibilita que órgãos reguladores e instituições financeiras saibam qual a saúde financeira de um gestor de fundo ou investidor e, dessa forma, conceder ou não crédito para o financiamento de um fundo de investimento. A aplicação deste conceito será feita com maiores detalhes na seção 3.2.

Parâmetros de entrada do modelo

Os parâmetros definidos a seguir são os *inputs* de entrada para o modelo apresentado na seção 3.3.

α : Nível de alavancagem mínimo do investidor. Além de ser um parâmetro de entrada, o parâmetro a é uma restrição do quanto o investidor gostaria de estar alavancado e também é o parâmetro solução do qual o modelo se propõem a estudar.

ic : Índice de cobertura mínimo exigido pela instituição financeira. Este parâmetro de entrada também age como uma restrição do problema.

Patrimônio líquido mínimo desejado (PL_{min}): É o valor em que o investidor deseja como mínimo aceitável ao fim de um período de investimento, ou seja, é o valor de patrimônio líquido que o investidor desejaria ter no pior cenário.

Expectativa de ganho (p^+): É uma restrição dada pelo investidor. Representa a expectativa que o investidor possui de ter um patrimônio líquido superior a PL_{min} ao final do período de investimento. A aplicação das restrições será melhor detalhada na seção 3.2.

PL_0 : Patrimônio líquido do investidor no instante $t = 0$.

S_0 : Preço da ação principal no instante $t = 0$.

μ : Taxa de retorno média da ação principal.

σ : Volatilidade da ação principal.

m_S : Multiplicador do preço da ação alugada.

m_μ : Multiplicador da taxa de retorno média da ação alugada.

m_σ : Multiplicador da volatilidade da ação alugada.

Sem perda de generalidade pode-se dizer que

$$S_{a,0} = m_S \cdot S_0, \quad \mu_a = m_\mu \cdot \mu \quad \text{e} \quad \sigma_a = m_\sigma \cdot \sigma, \quad (3.6)$$

em que $S_{a,0}$ é o preço da ação alugada no instante $t = 0$, μ_a é a taxa de retorno média da ação alugada σ_a é a volatilidade da ação alugada.

Note-se que se optou por definir as características da ação alugada em termos da ação principal a partir dos multiplicadores m_S , m_μ e m_σ . Estas características foram assim definidas, pois pode-se imaginar que a ação principal possui um comportamento médio do mercado sendo que a ação alugada possui características proporcionais a essa média de mercado.

Coeficiente de Correlação (ρ): Mede a correlação entre a ação principal e a ação alugada.

λ : Representa a quantidade média de saltos que o preço de uma ação pode ter em um determinado período.

β_Y : Valor esperado do tamanho do salto.

σ_Y : Desvio-padrão do tamanho do salto.

A relação desses três últimos parâmetros fica clara na seção 3.3.

r : Taxa de retorno livre ao risco.

r_e : Taxa de juros de empréstimo.

Custo: Custo de transação ao comprar ou vender ações. Percentual do preço da ação. Este custo é cobrado tanto para transações com a ação principal como para a ação alugada.

Haircut: É um fator de ponderação do valor dos títulos no cálculo do índice de cobertura. Ele pode variar entre $[0,1)$ de tal forma que quanto mais arriscado for um título, maior o haircut associado.

r_{min} : Meta de retorno mínimo especificada pelo investidor para o cálculo de ganho.

T : Horizonte temporal das simulações.

N : Número de simulações.

3.2 Abordagem e caracterização do problema

Considere que um investidor em um instante de tempo $t = 0$ possua um patrimônio líquido igual a PL_0 . Este investidor tem a intenção de captar recursos de capital de terceiros a partir de um nível de alavancagem a , ou seja,

$$Passivo_0 = a \cdot PL_0, \quad (3.7)$$

e utilizar o montante total (patrimônio líquido somado ao valor emprestado) para investir em um fundo de investimento atrelado a uma ação principal com parâmetros S_0 , μ e σ por um instante de tempo igual a T . O investidor possui uma aversão ao risco caracterizada pela sua expectativa de ganho, p^+ , que restringe resultados muito arriscados. A probabilidade de ganho do investidor é calculada por meio de uma medida caracterizada por m_g (na seção 3.4 é detalhado como é feito o cálculo desta medida). A instituição financeira submete uma restrição de garantia em que o índice de cobertura para todo instante t (IC_t) deverá permanecer em um patamar mínimo igual a ic . O objetivo do investidor é maximizar o seu patrimônio líquido ao final do período T escolhendo um nível de alavancagem mínimo (a) considerando as restrições da instituição financeira e de seu próprio perfil de risco. Logo, o problema pode ser representado por

$$\begin{aligned} & \text{Maximizar } F_{PL}(\cdot) \\ & \text{s.a } IC_t \geq ic, \quad A_t \geq a \text{ e } m_g \geq p^+. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Em que, $F_{PL}(\cdot)$ é a função objetivo que representa o patrimônio líquido do investidor em função dos diversos parâmetros apresentados.

A equação 3.8 representa um problema de otimização em um sistema dinâmico cuja a solução não possui uma forma analítica. A apresentação detalhada da dinâmica é feita na seção 3.3. A proposta de trabalho é caracterizar e resolver o problema da equação 3.8 por meio de uma solução numérica utilizando simulações de Monte Carlo.

É necessário definir o sistema dinâmico em uma forma discreta, e atribuir uma quantidade suficiente de simulações para entender e analisar a distribuição de probabilidade

da variável de interesse (neste caso o patrimônio líquido). Estas distribuições irão variar de acordo com os diversos parâmetros definidos na seção 3.1. O objetivo das simulações é estudar se para algum nível de alavancagem a o investidor terá um ganho superior comparada a outros níveis.

Assim, para a forma numérica do sistema, é necessário encontrar uma medida que relacione o resultado de N simulações do modelo com a variável que se deseja maximizar (patrimônio líquido), ou seja, é necessário encontrar uma medida que represente a função objetivo do investidor. Na literatura, as medidas mais utilizadas para relacionar parâmetros de risco e retorno em uma estratégia são: índice de Sharpe, índice de Sortino e a medida Ômega. O índice de Sharpe é um dos índices mais utilizados nos trabalhos muito devido à simplicidade de cálculo. Seja r_T^{PL} a taxa de retorno do patrimônio líquido entre os instantes $t = 0$ e $t = T$, ou seja,

$$r_T^{PL} = \ln\left(\frac{PL_T}{PL_0}\right), \quad (3.9)$$

o índice de Sharpe é calculado por

$$Sharpe = \frac{E[r_T^{PL}] - r}{\sigma_{PL}}, \quad (3.10)$$

em que $E[r_T^{PL}]$ é o valor esperado do retorno do patrimônio líquido em N simulações, r é a taxa de retorno livre de risco e σ_{PL} é o desvio-padrão da distribuição dos retornos do patrimônio líquido. O ponto negativo do índice de Sharpe é que ele não difere retornos acima ou abaixo da média, ou seja, retornos muito altos penalizam o índice devido ao aumento do desvio-padrão.

O índice de Sortino tenta suprir essa deficiência do índice de Sharpe ao considerar no cálculo do desvio-padrão apenas os retornos que são inferiores a uma meta especificada pelo investidor, dado que para ele retornos acima da meta são desejáveis. Considere que a meta seja dada por r_{min} .

Define-se como *downside deviation* a medida de risco desses retornos abaixo da meta estabelecida. Por ser uma medida assimétrica, seu alcance é delimitado pelo r_{min} , o que acarreta que a volatilidade acima do limite não penaliza o risco calculado, ficando as variações positivas absorvidas apenas pelo retorno esperado. Seu cálculo é

$$Downside\ Deviation = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \min(0; (r_i^{PL} - r_{min}))^2} \quad (3.11)$$

em que m representa o número de observações da taxa de retorno r_i^{PL} e i diferentes

instantes de tempo. O índice de Sortino pode então ser calculado como:

$$Sortino = \frac{E[r_T^{PL}] - r}{Downside\ Deviation}. \quad (3.12)$$

O ponto negativo do índice de Sortino é que ele considera apenas a média e variância para descrever completamente a distribuição dos retornos.

A medida Ômega sana as deficiências das medidas anteriores, pois sua estrutura é capaz de abranger todos os momentos da distribuição de retornos. Assim como o índice de sortino, a medida Ômega considera um limite de perda, r_{min} , e assim considera os retornos acima e abaixo deste limite, dando uma probabilidade ponderada de perdas e ganhos. Analiticamente, a medida Ômega é definida por:

$$\Omega(r_{min}) = \frac{\int_{r_{min}}^b (1 - F(x))dx}{\int_a^{r_{min}} F(x)dx}. \quad (3.13)$$

Em que F é a distribuição acumulada dos retornos no intervalo $[a, b]$. Maiores detalhes podem ser vistos em (PEREIRA, 2011). A medida Ômega também pode ser calculada numericamente de forma a depender dos diversos parâmetros de entrada definidos na seção 3.1. A forma numérica da medida Ômega é definida por, Ω , em que é omitido os diversos parâmetros de cálculo da medida. O detalhamento do cálculo numérico de Ω é mostrada na seção 3.3.

Foram feitos vários testes com as três medidas apresentadas e determinou-se a medida Ômega a mais adequada. A escolha da medida Ômega deu-se por ela capturar os movimentos médios do patrimônio líquido do investidor ponderados pelos seus desvios-padrão, diferentemente das outras duas medidas que penalizam muito os resultados com altas variações de patrimônio líquido.

Passa-se agora a implementar computacionalmente um sistema dinâmico discreto que descreva o caminho percorrido pelo patrimônio líquido sob os diversos parâmetros e restrições. Considera-se como melhor solução aquela que possuir o maior Ômega dado o conjunto de restrições, ou seja,

$$\begin{aligned} & \text{Maximizar } \Omega \\ & \text{s.a } IC_t \geq ic, \quad A_t \geq a \text{ e } m_g \geq p^+. \end{aligned} \quad (3.14)$$

3.3 O modelo

Nesta seção, é mostrado o modelo proposto para resolver o problema apresentado na seção 3.2. Inicialmente, são discutidas as premissas necessárias para o desenvolvimento do modelo assim como a explicação das etapas do modelo em si.

Premissas

- (1) O gestor do fundo e investidor serão o mesmo indivíduo, não será considerado a possibilidade de conflito de agência.³ Ao longo da dissertação ele é denominado como investidor. Da mesma forma, a instituição financeira agregará as atribuições de definir os níveis mínimos de garantia dos órgãos reguladores.
- (2) O investidor tem apenas a opção de comprar um tipo de ação atrelada ao fundo de investimento, exceto pelo caso em que a forma de alavancagem for por meio de aluguel de ação, em que são consideradas duas ações distintas.
- (3) O preço das ações segue um movimento browniano geométrico, ou seja,

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu \cdot dt + \sigma \cdot dW_t, \quad (3.15)$$

em que W_t é um processo de Wiener. O instante de tempo t representa o número de dias após o início da estratégia. A solução da equação 3.15 é

$$S_t = S_0 \cdot \exp \left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) \cdot t + \sigma W_t \right). \quad (3.16)$$

Para maiores detalhes consulte (SHREVE, 2004 e 2005). Algumas vezes, preços de ações sofrem mudanças de patamar devido a anúncios na mídia, decretação de falência, fusões e aquisições, entre outras situações que impactam fortemente o mercado financeiro. Uma forma de modelar esses movimentos é considerar na equação 3.15 a possibilidade de ocorrerem saltos eventuais ao longo da trajetória. *Jump Process* são processos estocásticos que produzem saltos (*jumps*) discretos, mas infrequentes, ao longo do tempo. Os saltos podem ser de tamanhos fixos ou aleatórios, em que o instante de chegada dos saltos segue uma distribuição de Poisson. Considere a

³O conflito de agência é o confronto de interesses entre os accionistas de uma empresa e os seus gestores. Os gestores, principalmente quando são remunerados em função do seu desempenho, tendem a orientar as suas ações para resultados financeiros a curto prazo em detrimento do valor da empresa no longo prazo. Os investidores, por seu lado, focam-se no seu investimento e dele esperam resultados sustentáveis.

seguinte equação diferencial estocástica

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dW_t + J_t dN_t - E[J_t dN_t], \quad (3.17)$$

em que J_t é a distribuição de probabilidade do salto no tempo t e N_t é a distribuição da quantidade de saltos no instante t . Maiores detalhes podem ser conferidos em (TANKOV, 2003). É possível mostrar que

$$\ln(J_t + 1) = Y_t \sim N(\beta_Y, \sigma_Y^2) \quad \text{e} \quad N_t \sim \text{Poisson}(\lambda). \quad (3.18)$$

A magnitude do salto é uma variável aleatório com distribuição Log-normal com parâmetros β_Y (média) e σ_Y^2 (variância). A dinâmica do preço da ação principal ao considerar saltos seguirá a equação 3.17 que é a descrição da fórmula de Itô-Doeblin para processos com saltos, cuja solução é

$$S_t = S_0 \cdot \exp \left(\int_0^t \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma_s^2 - \lambda (e^{\beta_Y + \frac{1}{2} \sigma_Y^2} - 1) \right) ds + \int_0^t \sigma_s dW_s \right) \prod_{i=1}^{N_t} e^{Y_i}. \quad (3.19)$$

- (4) O preço da ação alugada não possui saltos.
- (5) Diariamente, o investidor pode comprar ou vender ações ou destinar seu capital a uma conta bancária cujo retorno é igual a taxa livre de risco r .
- (6) Por simplificação, considera-se que o período de um mês possui 30 dias e que as taxas de juros são continuamente capitalizadas. O período das simulações é de $T = 720$ dias ou 2 anos.
- (7) O investidor não pode pagar parte do empréstimo nem quitar sua dívida até o fim deste período.
- (8) Sempre que possível, o investidor faz compras de ações de forma a estar alavancado no mínimo a vezes o seu patrimônio líquido.
- (9) O investidor sempre respeita as regras de garantia impostas pela instituição financeira (*ic* e *haircut*). Caso o investidor não possa cumprir com estas regras ele deverá vender quantidades de ações necessárias para se enquadrar ao índice mínimo exigido.
- (10) O *haircut* para a conta bancária será sempre igual a zero.
- (11) O investidor possui duas formas de se alavancar: empréstimo ou aluguel de ações.

O modelo desta dissertação foi desenvolvido em linguagem C^{++} . O algoritmo final, juntamente com as funções utilizadas, podem ser conferidos nos apêndices ao final deste trabalho.

Conceitualmente, o modelo possui as seguintes etapas:

1. Início da simulação em $t = 0$.
2. Dinâmica inicial das variáveis.
3. Rebalanceamento: compra e venda de ações.
4. Cálculo das medidas de risco.

1. Início da simulação em $t = 0$

A simulação inicia, em $t = 0$, com a declaração do capital próprio do investidor, ou seja, o patrimônio líquido do investidor no instante $t = 0$ (PL_0). Dessa forma, o capital de terceiros ou passivo do investidor é

$$Passivo_0 = PL_0 \cdot a. \quad (3.20)$$

O passivo, neste caso, representa o empréstimo feito pelo investidor, ou seja, a dívida do investidor. Então, considerando o montante total do investidor (capital próprio e de terceiros), o investidor compra a maior quantidade possível de ações, sendo que esta quantidade é um número inteiro. Para cada ação comprada, o investidor terá de pagar um percentual do preço da ação como custo de transação. Define-se a quantidade de ações compradas no instante $t = 0$ como:

$$Q_0 = \left\lfloor \frac{PL_0 + Passivo_0}{S_0 + custo \cdot S_0} \right\rfloor, \quad (3.21)$$

em que $\lfloor \cdot \rfloor$ representa a função chão que converte um número real no maior número inteiro menor do que ele. O capital sobressalente que o investidor não consegue empregar na compra de ações é colocado na conta bancária. Dessa forma,

$$Bank_0 = PL_0 + Passivo_0 - Q_0 \cdot S_0 - custo \cdot Q_0 \cdot S_0, \quad (3.22)$$

em que $Bank_0$ representa o capital na conta bancária do investidor em $t = 0$.

No caso em que se considera aluguel de ações como forma de captar capital de terceiros, o investidor aluga a maior quantidade possível da ação que pode ser alugada e depois a

vende para comprar a ação principal, considerando seu nível de alavancagem. Dessa forma, define-se $Q_{a,0}$ como a quantidade de ações alugadas em $t = 0$.

$$Q_{a,0} = \lfloor \frac{PL_0 \cdot a}{S_{a,0} + custo \cdot S_{a,0}} \rfloor. \quad (3.23)$$

Neste contexto, o passivo do investidor passa a ser o valor correspondente à compra da ação alugada (incluindo o custo de transação de comprar estas ações), ou seja,

$$Passivo_0 = Q_{a,0} \cdot S_{a,0} + custo \cdot Q_{a,0} \cdot S_{a,0}. \quad (3.24)$$

No modelo, a mudança ao considerar aluguel de ações é feita substituindo a fórmula do passivo da equação 3.20 pela equação 3.24. As equações 3.21 e 3.22 se mantêm inalteradas dado que o passivo foi alterado.

2. Dinâmica inicial das variáveis

Passado o primeiro dia, $t = 1$, as variáveis do problema sofrem suas devidas alterações. A primeira variável a ser alterada é o preço da ação principal. O preço da ação principal seguirá a dinâmica proposta pela equação 3.16, porém se a suposição a respeito do preço for de que ele é um *Jump Process* então sua dinâmica será definida pela equação 3.19.

O capital na conta bancária sofre um ajuste exponencial seguindo a taxa r ,

$$Bank_1 = Bank_0 \cdot e^{r \cdot \Delta_t}, \quad (3.25)$$

em que Δ_t representa a variação do espaço de tempo. Para o modelo considerou-se que as taxas são anuais, de tal modo que $\Delta_t = \frac{1}{360}$.

Da mesma forma, o passivo (ou dívida) em sua forma de empréstimo se ajusta seguindo a taxa r_e ,

$$Passivo_1 = Passivo_0 \cdot e^{r_e \cdot \Delta_t}. \quad (3.26)$$

A equação anterior será substituída por outra caso tenha-se escolhido aluguel de ações. O preço da ação alugada também será alterado seguindo a equação 3.16 com consequente ajuste da dívida.

$$Passivo_1 = Passivo_0 - Q_{a,0} \cdot S_{a,0} + Q_{a,0} \cdot S_{a,1}. \quad (3.27)$$

Vale observar que o custo de transação, que é componente do passivo no instante $t = 0$, não deve ser atualizado, pois é aplicável exclusivamente ao momento da transação inicial.

O ativo é a soma do valor que o investidor possui pela quantidade da ação principal e o valor da sua conta bancária, ou seja,

$$Ativo_1 = Acao_1 + Bank_1, \quad (3.28)$$

em que, $Acao_1 = Q_0 \cdot S_1$. E, finalmente, o patrimônio líquido será a diferença entre o ativo e o passivo,

$$PL_1 = Ativo_1 - Passivo_1. \quad (3.29)$$

3. Rebalanceamento: compra e venda de ações

Dada a atualização das variáveis em $t = 1$, é necessário verificar o valor do índice de cobertura e da alavancagem do investidor (restrições do problema) e então constatar a necessidade de compra ou venda de ação. Dado que, neste contexto,

$$IC_1 = \frac{Bank_1 + (1 - haircut) \cdot Acao_1}{Passivo_1} \quad \text{e} \quad A_1 = \frac{Passivo_1}{PL_1}. \quad (3.30)$$

Calculados os dois índices, as seguintes decisões são tomadas:

Compra de ação: Caso o índice de cobertura esteja acima do mínimo permitido, $IC_1 > ic$, e a alavancagem seja menor do que aquela aceita pelo o investidor, $A_1 < a$. O investidor comprará a quantidade possível de ações empregando o capital em sua conta bancária ou tomando dinheiro emprestado da instituição financeira até que o índice de cobertura chegue ao seu patamar mínimo ou que seja ultrapassado o índice de alavancagem do investidor.

Em aluguel de ações, o investidor comprará e venderá quantidades da ação alugada de tal forma a adquirir a ação principal (Processo 1 da definição de aluguel de ação), respeitando as mesmas condições do índice de cobertura e alavancagem mencionados anteriormente.

Venda de ação: Caso o índice de cobertura esteja abaixo do mínimo permitido, $IC_1 < ic$, o investidor terá que vender ações de tal forma a chegar ao patamar aceitável do índice de cobertura ou até que se esgote o seu portfólio de ações. O montante de venda irá para a sua conta bancária. Eventualmente, se o investidor vender todas as suas ações, ele poderá comprá-las de volta em um próximo instante de tempo, caso ele atenda as restrições do índice de cobertura.

O detalhamento das duas dinâmicas de compra e venda de ações pode ser conferido no algoritmo do modelo no apêndice da dissertação. Importante ressaltar que o custo de transação é aplicado para toda transação de compra e venda de ação. Após esses procedimentos, os valores das quantidades Q_0 e $Q_{a,0}$ são atualizados para Q_1 e $Q_{a,1}$. As demais variáveis podem ter sido impactadas nesta etapa de rebalanceamento, como por exemplo, a conta bancária do investidor, caso o investidor tenha vendido alguma ação ou o passivo, caso tenha feito algum empréstimo para comprar mais ações. O patrimônio líquido do período é recalculado considerando estas mudanças no ativo e no passivo.

Finalizados os rebalanceamentos e cálculos, o tempo t é acrescido com uma unidade e, novamente, as variáveis do problema são submetidas às mudanças correspondentes até o final do período de dois anos ou $t = 720$. Este ponto representa o final de uma simulação.

4. Cálculo das medidas de risco

Após simular os procedimentos anteriores por uma quantidade suficiente de vezes dada por N . Faz-se necessário o cálculo de algumas métricas relacionadas ao patrimônio líquido do investidor, são elas: média, mínimo, máximo, desvio-padrão, ômega e medida de ganho. As quatro primeiras métricas são importantes, pois a partir delas é possível entender melhor como é a distribuição dos valores do patrimônio líquido, no sentido de identificar o quão afastados os valores simulados estão da média,

$$\overline{PL_T} = \sum_{i=1}^N \frac{PL_T^{(i)}}{N}, \quad (3.31)$$

em que $PL_T^{(i)}$ representa o patrimônio líquido no momento T da i -ésima simulação. O cálculo do desvio-padrão é

$$\sigma_{PL_T} = \sum_{i=1}^N \frac{(PL_T^{(i)} - \text{média})^2}{N}. \quad (3.32)$$

O máximo, neste contexto, representa o maior valor simulado do patrimônio líquido em um instante de tempo T , ou seja, é possível ter uma ideia do maior ganho possível na dinâmica do problema,

$$\max_{PL_T} = \max_{i=1,2,\dots,N} PL_T^{(i)}. \quad (3.33)$$

Da mesma forma, o mínimo representa o valor mais baixo simulado, e a partir dele é possível identificar a maior perda,

$$\min_{PL_T} = \min_{i=1,2,\dots,N} PL_T^{(i)}. \quad (3.34)$$

Para uma instituição financeira, o mínimo é uma métrica importante dado que existe um interesse muito grande de que o patrimônio líquido do investidor seja um valor positivo. Caso este valor seja muito negativo ou caso que em várias simulações o patrimônio líquido esteja abaixo de zero, a instituição financeira terá indícios para desconfiar da capacidade de pagamento do investidor no futuro.

A medida Ômega, Ω , como comentado na seção 3.2, quantifica a relação de risco-retorno em cada conjunto de N simulações. Ela irá quantificar os ganhos e as perdas de patrimônio líquido em cada simulação, de tal forma que será atribuído um valor final que é a razão entre estes ganhos e perdas no conjunto total de simulações. Define-se g como sendo o ganho dado um retorno maior que r_{min} , de forma análoga define-se l como a perda dado um retorno menor do que r_{min} . Em que,

$$g = \max(r_T^{PL} - r_{min}; 0) \quad \text{e} \quad l = \max(r_{min} - r_T^{PL}; 0), \quad (3.35)$$

lembrando que r_t^{PL} é a taxa de retorno do patrimônio líquido no instante T e r_{min} é a meta de retorno especificada pelo investidor para o cálculo da medida Ômega. Numericamente, é possível calcular a medida Ômega da seguinte forma.

$$\Omega = \frac{\sum_{i=1}^N g_i}{\sum_{i=1}^N l_i}. \quad (3.36)$$

Quanto maior este valor, mais representativa é a parte de ganhos do patrimônio líquido. Portanto, a estratégia com maior Ω é a aquela que traz maior ganho.

Finalmente, o investidor não aceita determinados níveis de perda. A medida de ganho (m_g) representa o percentual de vezes em que o patrimônio líquido da simulação foi maior do que o mínimo desejado (PL_{min}) no instante T , ou seja,

$$m_g = \frac{\sum_{i=1}^N \mathbf{1}_{\{PL_T^{(i)} > PL_{min}\}}}{N}. \quad (3.37)$$

em que $\mathbf{1}$ representa a função indicadora. Uma vez que no problema de otimização, a expectativa de ganho do investidor (p^+) é uma restrição imposta pelo investidor, espera-se que a medida de ganho da estratégia seja superior a esta expectativa, ou seja, $m_g \geq p^+$. Sendo assim, por maior que seja Ω resultante das simulações, o investidor apenas considera as estratégias cuja a medida de ganho é maior ou igual a sua expectativa de ganho.

3.4 Apresentação dos resultados

Nesta seção, é mostrada a forma de análise dos resultados gerados pelo modelo da seção 3.3. Como já observado, o problema possui uma grande quantidade de parâmetros para serem analisados, o que pode dificultar uma análise conjunta das informações. Optou-se por, inicialmente, separar o problema em três casos diferentes ao considerar a forma de captação do capital de terceiros e a dinâmica do preço da ação principal, são eles:

- I. Empréstimo na dinâmica sem saltos.
- II. Empréstimo na dinâmica com saltos.
- III. Aluguel de ação na dinâmica sem saltos.

Ao separar o problema nestes três casos, é possível analisar as diferenças das simulações, do resultado final das métricas definidas e a escolha do investidor em diferentes aspectos. A apresentação destes três cenários é feita com maiores detalhes no capítulo 4.

Dado que o parâmetro resposta do problema é o nível de alavancagem a que o investidor deve escolher, a segunda parte da demonstração dos resultados é a análise combinada deste parâmetro resposta com alguns outros parâmetros que possuem grande impacto na resolução do problema. Os dois parâmetros escolhidos foram: índice de cobertura e volatilidade da ação principal. O índice de cobertura, por ser uma das restrições do problema original, é um parâmetro que, claramente, impacta o resultado como um todo. A volatilidade da ação principal, ao definir o comportamento do preço dessa ação, é um dos parâmetros de risco mais importante do problema.

A análise combinada destes parâmetros é feita a partir de um *grid* em que são escolhidos diferentes valores para o parâmetro resposta do problema, a alavancagem a e diferentes valores para os parâmetros de índice de cobertura e volatilidade da ação principal. A Figura 1 apresenta um exemplo dos dois *grids* de análise.

Uma vez que a função objetivo é maximizar Ω sujeita às restrições. A decisão final é a combinação do *grid* da medida $\hat{\Omega}$ (que já considera a restrição de índice de cobertura e da alavancagem mínima) e o *grid* da medida de ganho. A Figura 2 considera uma situação em que a expectativa de ganho do investidor é de 50%. No *grid* da medida $\hat{\Omega}$, observa-se que a estratégia com maior Ω é a de $a = 2.5$ e $ic = 1.1$, porém para esta estratégia $m_g = 21\%$. Como $m_g < p^+$, esta estratégia não pode ser considerada. Os

Decisão Final		Índice de Cobertura				
Alavancagem		1,1	1,25	1,5	1,75	2
	0,5					
	1					
	1,5					
	2					
	2,5					
	3					

Decisão Final		Volatilidade				
Alavancagem		0,1	0,25	0,4	0,55	0,7
	0,5					
	1					
	1,5					
	2					
	2,5					
	3					

Figura 1: *Grid* de decisão

valores de Ω em que é considerada a restrição de p^+ podem ser vistos no *grid* decisão final. Para as estratégias em que a medida de ganho é menor do que a expectativa de ganho do investidor é atribuído um valor igual a zero. Portanto, neste exemplo a estratégia que otimiza o problema considerando as restrições é $a = 1.5$ e $ic = 1.1$.

Adicionalmente, apresenta-se as métricas relacionadas ao patrimônio líquido comentadas na seção 3.3: média, mínimo, máximo e desvio-padrão em *grids* da mesma forma que a medida $\hat{\Omega}$ e a medida de ganho. Essas métricas, como já mencionado anteriormente, ajudam a entender melhor a distribuição do patrimônio líquido no problema e auxiliam na análise dos resultados.

Ômega		Índice de Cobertura				
Alavancagem		1,1	1,25	1,5	1,75	2
	0,5	0,151%	0,147%	0,150%	0,142%	0,116%
	1	0,190%	0,176%	0,083%	0,022%	0,004%
	1,5	0,220%	0,148%	0,012%	0,001%	0,004%
	2	0,255%	0,110%	0,005%	0,005%	0,012%
	2,5	0,271%	0,094%	0,008%	0,014%	0,018%
	3	0,185%	0,041%	0,010%	0,025%	0,029%

Medida de Ganho		Índice de Cobertura				
Alavancagem		1,1	1,25	1,5	1,75	2
	0,5	88,0%	87,0%	83,0%	85,0%	91,0%
	1	73,0%	64,0%	58,0%	68,0%	79,0%
	1,5	57,0%	40,0%	49,0%	66,0%	72,0%
	2	31,0%	32,0%	46,0%	55,0%	55,0%
	2,5	21,0%	32,0%	47,0%	49,0%	49,0%
	3	14,0%	30,0%	46,0%	48,0%	48,0%

Decisão Final		Índice de Cobertura				
Alavancagem		1,1	1,25	1,5	1,75	2
	0,5	0,151%	0,147%	0,150%	0,142%	0,116%
	1	0,190%	0,176%	0,083%	0,022%	0,004%
	1,5	0,220%	0,000%	0,000%	0,001%	0,004%
	2	0,000%	0,000%	0,000%	0,005%	0,012%
	2,5	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
	3	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%

Figura 2: Escolha da decisão final

4 *Aplicação do modelo em casos específicos*

O objetivo deste capítulo é mostrar aplicações do modelo desenvolvido no capítulo 3 em alguns casos práticos.

4.1 Caso 1: Empréstimo na dinâmica sem saltos

Neste primeiro caso, é considerado como forma de alavancagem o empréstimo. Portanto, a variável do passivo tem uma dinâmica regida pela taxa de juros de empréstimo r_e , ou seja,

$$Passivo_{t+1} = Passivo_t \cdot e^{r_e \cdot \Delta_t}. \quad (4.1)$$

Relembrando que para o modelo $\Delta_t = \frac{1}{360}$.

A dinâmica do preço da ação é dada pela equação diferencial estocástica da equação 3.15, cuja solução numérica é calculada da seguinte forma,

$$S_{t+1} = S_t \cdot (1 + \mu \cdot \Delta_t + \sigma \cdot \sqrt{\Delta_t} \cdot \epsilon), \quad (4.2)$$

em que ϵ é um número aleatório com distribuição Normal Padrão.

A proposta deste caso é analisar os impactos causados pelo índice de cobertura (ic) e pela volatilidade do preço da ação (σ) na escolha do investidor para seu nível de alavancagem ótimo. Para a análise de impacto do índice de cobertura é escolhido um valor médio de volatilidade. Da mesma forma, para a análise de impacto da volatilidade é escolhido um valor de índice de cobertura que não afete os resultados da volatilidade¹. Estes valores foram escolhidos após inúmeros testes como $\bar{\sigma} = 30\%$ e $\bar{ic} = 1.0$.

Note que este é o caso mais simples para o modelo, pois ele não considera os parâmetros

¹Por exemplo, em um mundo de baixa volatilidade, a cobrança por garantias sequer teria razão de existir dado a baixa incerteza dos resultados ou se o índice de cobertura for muito alto (muito restritivo), a volatilidade poderia aumentar indefinidamente e mesmo assim não conseguir impactar os retornos.

da dinâmica com saltos nos preços, nem os parâmetros da dinâmica do aluguel de ações. Dessa maneira, é possível analisar os impactos dos parâmetros ic e σ de forma isolada utilizando os *grids* apresentados no capítulo 3.

4.2 Caso 2: Empréstimo na dinâmica com saltos

O segundo caso considera a existência de saltos no preço da ação, enquanto o passivo segue a dinâmica proposta pela equação 4.1.

Dado que ao considerar a possibilidade de *jumps* na dinâmica do preço da ação, a dinâmica deste preço seguirá a equação diferencial estocástica da equação 3.17.

Para a dinâmica com saltos, são necessários a inclusão de mais três parâmetros para o problema. Os parâmetros são: λ , β_Y e σ_Y já definidos no capítulo 3. A solução numérica para equação 3.17 é dada por

$$S_{t+1} = S_t \cdot (1 + \nu \cdot \Delta_t + \sigma \cdot \sqrt{\Delta_t} \cdot \epsilon + \prod_{i=1}^K e^{Y_i} - 1), \quad (4.3)$$

em que K é um número aleatório com distribuição $Poisson(\lambda \cdot \Delta_t)$ e Y_i é um número aleatório com distribuição $N(\beta_Y, \sigma_Y^2)$ e

$$\nu = \mu - (e^{\beta_Y + \frac{1}{2} \cdot \sigma^2} - 1) \cdot \lambda. \quad (4.4)$$

O objetivo de apresentar este caso é verificar os impactos da quantidade média de saltos no ano, λ , e dos parâmetros β_Y e σ_Y na escolha de melhor nível de alavancagem do investidor. Também é possível verificar como estes três parâmetros do salto do preço interagem com os parâmetros ic e σ . A análise de resultados segue os mesmos passos dos *grids* e métricas do Caso 1.

4.3 Caso 3: Aluguel de ação na dinâmica sem saltos

O terceiro e último caso avalia o problema por uma forma diferente de se alavancar dos demais casos: aluguel de ação. A dinâmica do preço da ação principal segue a solução numérica proposta pela equação 4.2.

Considere que o investidor queira se alavancar por meio do aluguel de uma ação com as seguintes características: $S_{a,0}$, μ_a e σ_a . Lembrando que estes valores são uma relação

entre os multiplicadores da ação alugada com os parâmetros da ação principal,

$$S_{a,0} = m_S \cdot S_0, \quad \mu_a = m_\mu \cdot \mu \quad \text{e} \quad \sigma_a = m_\sigma \cdot \sigma.$$

O preço, $S_{a,t}$, da ação alugada também possui a dinâmica proposta pela equação 4.2, ou seja,

$$S_{a,t+1} = S_{a,t} \cdot (1 + \mu_a \cdot \Delta_t + \sigma_a \cdot \sqrt{\Delta_t} \cdot \epsilon_a), \quad (4.5)$$

em que ϵ_a é um número aleatório com distribuição Normal Padrão.

Considera-se ainda que exista uma estrutura de correlação, ρ , entre os preços da ação principal e da ação alugada. Numericamente, esta estrutura pode ser obtida ao relacionar a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{bmatrix},$$

aos números aleatórios ϵ e ϵ_a . Jorion (2007) utiliza decomposição de Cholesky para estabelecer esta estrutura de correlação e o mesmo foi feito no modelo proposto. A decomposição de Cholesky é comumente utilizada em método de Monte Carlo para simulação de sistemas com múltiplas variáveis correlacionadas. A matriz de correlação, A , é decomposta de tal forma a gerar uma matriz L triangular inferior com diagonal estritamente positiva,

$$A = L \cdot L^T, \quad (4.6)$$

em que L^T é a matriz transposta de L . Aplica-se a esta matriz L um vetor u de números não correlacionados, no caso deste problema

$$u = \begin{bmatrix} \epsilon \\ \epsilon_a \end{bmatrix},$$

produzindo um vetor $\eta = L \cdot u$ que possui as propriedades de correlação da matriz A . Finalmente, os elementos do vetor η são utilizados nos lugares de ϵ e ϵ_a , fazendo com que a dinâmica dos preços das duas ações estejam correlacionadas.

O ponto relevante deste caso é analisar o resultado das simulações ao considerar os três diferentes níveis de correlação entre os preços das ações: $\rho = 0$, $\rho < 0$ e $\rho > 0$. A ideia é avaliar se em algum destes níveis existe um ganho superior para o investidor ao escolher determinado nível de alavancagem.

5 *Apresentação e discussão dos resultados*

O objetivo deste capítulo é desenvolver uma análise crítica dos resultados obtidos para os três casos especificados no capítulo 4 e apresentar conclusões a respeito dos métodos aplicados e do modelo.

5.1 Resultados: Caso 1

Considere os seguintes parâmetros: $PL_0 = 1000$, $S_0 = 100$, $\mu = 20\%$, $PL_{min} = 500$, $p^+ = 60\%$, $r = 10\%$, $r_e = 12\%$, $custo = 1\%$, $haircut = 20\%$, $r_{min} = 12\%$ e $N = 5000$. Estes parâmetros serão fixos para a análise desta seção. Pode-se fazer algumas interpretações a respeito dos parâmetros escolhidos, por exemplo, o investidor espera ter no mínimo mais da metade do seu capital atual ao final do período de investimento com uma chance de 60%, isto define a expectativa de ganho do investidor. Os parâmetros que ainda serão considerados na análise são: a , ic e σ . Para os *grids* que consideram a e ic , a volatilidade será $\sigma = \bar{\sigma} = 30\%$. Para os *grids* que consideram a e σ , o índice de cobertura será $ic = \bar{ic} = 1.0$.

Seguindo o procedimento de análise descrito na seção 3.4. Inicialmente, a análise de resultados será feita no *grid* com a e ic . Antes de apresentar a decisão final do investidor, será feita uma análise descritiva das simulações para entender melhor esta decisão.

Uma primeira observação a este caso prático é com relação à medida Ômega (Ω). A Figura 3 mostra que Ω possui uma relação direta, mas não exclusiva, com a média do patrimônio líquido (\overline{PL}). Espera-se que para as estratégias com maiores médias de patrimônio líquido (\overline{PL}), seja, vistos maiores retornos. Por outro lado, Ω considera também o risco da estratégia, devido a isso a relação entre essas duas métricas não é perfeita.

Na Figura 4, é possível verificar que para valores altos de ic e de a o valor máximo do patrimônio líquido (max_{PL_T}) chegou a aproximadamente 1200. Devido a este valor de

Média		Índice de Cobertura				
Alavancagem		1,1	1,25	1,5	1,75	2
	0,5	1.635,28	1.630,07	1.602,81	1.505,05	1.326,15
	1	1.743,23	1.594,59	1.152,83	1.119,20	1.125,90
	1,5	1.601,84	1.136,26	1.077,98	1.088,94	1.088,94
	2	1.219,97	976,96	1.051,97	1.052,00	1.052,00
	2,5	890,16	968,68	1.015,06	1.015,06	1.015,06
	3	819,86	966,50	978,11	978,11	978,11

Ômega		Índice de Cobertura				
Alavancagem		1,1	1,25	1,5	1,75	2
	0,5	0,156%	0,156%	0,152%	0,132%	0,081%
	1	0,185%	0,157%	0,052%	0,027%	0,000%
	1,5	0,149%	0,063%	0,022%	0,000%	0,000%
	2	0,082%	0,036%	0,000%	0,000%	0,000%
	2,5	0,044%	0,026%	0,000%	0,000%	0,000%
	3	0,036%	0,012%	0,000%	0,000%	0,000%

Figura 3: *Grids* $a \times ic$: Caso 1 - \overline{PL} e Ω

max_{PL_T} , o valor para Ω foi igual a zero, isto porque o valor do patrimônio líquido não superou a expectativa de $r_{min} = 12\%$ ao ano.

Máximo		Índice de Cobertura				
Alavancagem		1,1	1,25	1,5	1,75	2
	0,5	11.821,90	11.821,90	11.821,90	11.821,90	11.821,90
	1	24.316,51	24.316,51	18.840,19	9.557,78	1.225,19
	1,5	48.977,49	36.566,18	11.027,16	1.211,98	1.211,98
	2	82.898,59	21.344,86	1.201,33	1.200,67	1.200,67
	2,5	66.410,47	17.420,10	1.189,36	1.189,36	1.189,36
	3	47.827,35	10.760,44	1.178,05	1.178,05	1.178,05

Ômega		Índice de Cobertura				
Alavancagem		1,1	1,25	1,5	1,75	2
	0,5	0,156%	0,156%	0,152%	0,132%	0,081%
	1	0,185%	0,157%	0,052%	0,027%	0,000%
	1,5	0,149%	0,063%	0,022%	0,000%	0,000%
	2	0,082%	0,036%	0,000%	0,000%	0,000%
	2,5	0,044%	0,026%	0,000%	0,000%	0,000%
	3	0,036%	0,012%	0,000%	0,000%	0,000%

Figura 4: *Grids* $a \times ic$: Caso 1 - max_{PL_T} e Ω

Outro ponto a ser observado é o impacto causado pelo índice de cobertura nos valores das métricas mínimo e máximo. A Figura 5 apresenta o resultado das simulações para as métricas: \overline{PL} , min_{PL_T} , σ_{PL_T} e max_{PL_T} . Para maiores níveis de ic obteve-se maiores valores mínimos e menores valores máximos, a diferença entre as distâncias dos resultados simulados também pode ser vista pela métrica desvio-padrão. Este fato, reforça o papel do índice de cobertura de suavizar a volatilidade que o patrimônio líquido possa ter, evitando grandes perdas. Claramente, o modelo captura esta sensibilidade.

Média		Índice de Cobertura				
Alavancagem		1,1	1,25	1,5	1,75	2
	0,5	1.635,28	1.630,07	1.602,81	1.505,05	1.326,15
	1	1.743,23	1.594,59	1.152,83	1.119,20	1.125,90
	1,5	1.601,84	1.136,26	1.077,98	1.088,94	1.088,94
	2	1.219,97	976,96	1.051,97	1.052,00	1.052,00
	2,5	890,16	968,68	1.015,06	1.015,06	1.015,06
	3	819,86	966,50	978,11	978,11	978,11

Desvio-Padrão		Índice de Cobertura				
Alavancagem		1,1	1,25	1,5	1,75	2
	0,5	989,86	994,46	1.005,10	999,94	854,17
	1	1.686,74	1.647,49	901,37	468,42	29,34
	1,5	2.610,52	1.567,19	481,00	37,02	37,02
	2	3.239,87	911,43	44,67	44,73	44,73
	2,5	2.330,65	726,16	52,44	52,44	52,44
	3	1.733,08	422,49	60,16	60,16	60,16

Mínimo		Índice de Cobertura				
Alavancagem		1,1	1,25	1,5	1,75	2
	0,5	87,95	178,72	321,64	467,62	622,14
	1	119,80	299,11	597,74	898,77	1.023,94
	1,5	159,72	424,44	873,54	960,17	960,17
	2	192,03	558,52	896,40	896,40	896,40
	2,5	236,44	684,32	832,63	832,63	832,63
	3	275,07	768,86	768,86	768,86	768,86

Máximo		Índice de Cobertura				
Alavancagem		1,1	1,25	1,5	1,75	2
	0,5	11.821,90	11.821,90	11.821,90	11.821,90	11.821,90
	1	24.316,51	24.316,51	18.840,19	9.557,78	1.225,19
	1,5	48.977,49	36.566,18	11.027,16	1.211,98	1.211,98
	2	82.898,59	21.344,86	1.201,33	1.200,67	1.200,67
	2,5	66.410,47	17.420,10	1.189,36	1.189,36	1.189,36
	3	47.827,35	10.760,44	1.178,05	1.178,05	1.178,05

Figura 5: $Grids a \times ic$: Caso 1 - \overline{PL} , min_{PL_T} , σ_{PL_T} e max_{PL_T}

Uma última observação é avaliar o impacto da alavancagem, a , sob Ω e a medida de ganho m_g . Note na Figura 6 que quando $ic = 1.1$, os valores de Ω aumentam até determinado nível de alavancagem e após atingir este nível voltam a cair. Ao observar este padrão, tem-se que aumentar o nível de alavancagem contribui para maiores retornos até um determinado nível, após este nível alavancar-se traz riscos como, por exemplo, reduzir a probabilidade de ganho como mostra a medida de ganho.

Ômega		Índice de Cobertura				
Alavancagem		1,1	1,25	1,5	1,75	2
	0,5	0,156%	0,156%	0,152%	0,132%	0,081%
	1	0,185%	0,157%	0,052%	0,027%	0,000%
	1,5	0,149%	0,063%	0,022%	0,000%	0,000%
	2	0,082%	0,036%	0,000%	0,000%	0,000%
	2,5	0,044%	0,026%	0,000%	0,000%	0,000%
	3	0,036%	0,012%	0,000%	0,000%	0,000%

Medida de Ganho		Índice de Cobertura				
Alavancagem		1,1	1,25	1,5	1,75	2
	0,5	94,4%	93,4%	91,7%	99,2%	100,0%
	1	78,3%	79,9%	100,0%	100,0%	100,0%
	1,5	60,1%	91,9%	100,0%	100,0%	100,0%
	2	50,9%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%
	2,5	49,4%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%
	3	48,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Figura 6: $Grids a \times ic$: Caso 1 - Ω e m_g

A Figura 7 apresenta a decisão final ao considerar a restrição da expectativa de ganho (p^+) imposta pelo investidor. Para diferentes níveis de ic , obteve-se diferentes níveis de alavancagem (a) que maximizam a medida Ômega (Ω) do investidor. Quanto maiores os

índices de cobertura, menores foram as alavancagens no resultado ótimo da estratégia. As estratégias para cada ic foram colocadas em destaque. A estratégia com maior $\hat{\Omega}$ foi $a = 1$ e $ic = 1.1$.

Decisão Final		Índice de Cobertura				
Alavancagem		1,1	1,25	1,5	1,75	2
	0,5	0,156%	0,156%	0,152%	0,132%	0,081%
	1	0,185%	0,157%	0,052%	0,027%	0,000%
	1,5	0,149%	0,063%	0,022%	0,000%	0,000%
	2	0,000%	0,036%	0,000%	0,000%	0,000%
	2,5	0,000%	0,026%	0,000%	0,000%	0,000%
	3	0,000%	0,012%	0,000%	0,000%	0,000%

Figura 7: Decisão Final $a \times ic$: Caso 1

A segunda parte da análise desta seção considera os impactos causados pela volatilidade do preço da ação (σ). No caminho contrário ao índice de cobertura (ic), maiores níveis de volatilidade colaboram para maiores distâncias entre os valores do patrimônio líquido simulados, isto pode ser concluído ao observar \overline{PL} , \min_{PL_T} , σ_{PL_T} e \max_{PL_T} no *grid* com a e σ . Estes resultados são naturais e esperados dado que aumentos na volatilidade no preço da ação vão causar aumentos na volatilidade do próprio patrimônio líquido.

Média		Volatilidade				
Alavancagem		0,1	0,25	0,4	0,55	0,7
	0,5	1.595,21	1.640,26	1.674,65	1.665,61	1.704,52
	1	1.733,21	1.796,93	1.740,54	1.667,33	1.741,36
	1,5	1.888,34	1.849,81	1.623,63	1.734,22	2.468,39
	2	2.054,62	1.722,75	1.409,91	1.472,15	470,95
	2,5	2.177,76	1.456,40	971,18	549,16	-125,17
	3	2.128,54	1.021,60	577,53	296,42	-287,48

Mínimo		Volatilidade				
Alavancagem		0,1	0,25	0,4	0,55	0,7
	0,5	662,28	11,28	-8,75	-22,76	-72,50
	1	473,17	-2,96	-37,99	-223,43	-754,93
	1,5	241,84	-24,07	-207,79	-1.065,06	-4.092,74
	2	169,52	-49,83	-627,03	-3.580,22	-7.679,47
	2,5	105,14	-96,70	-1.567,90	-4.675,69	-11.753,45
	3	79,38	-184,02	-1.936,32	-6.198,12	-18.223,64

Desvio-Padrão		Volatilidade				
Alavancagem		0,1	0,25	0,4	0,55	0,7
	0,5	341,46	987,20	2.025,44	3.908,29	7.651,85
	1	504,84	1.651,89	4.073,11	10.271,14	28.974,84
	1,5	700,68	2.651,78	7.883,66	29.434,14	78.303,96
	2	945,78	3.945,39	16.104,19	44.787,11	21.824,04
	2,5	1.271,53	5.629,41	20.620,75	22.632,33	5.862,64
	3	1.617,54	6.243,13	16.288,79	16.941,20	2.611,58

Máximo		Volatilidade				
Alavancagem		0,1	0,25	0,4	0,55	0,7
	0,5	3.381,13	10.100,84	30.318,36	79.872,04	194.583,99
	1	4.670,05	19.765,55	80.044,30	277.198,40	888.688,31
	1,5	6.413,69	37.924,17	199.010,06	902.448,19	2.476.844,65
	2	8.795,01	72.473,28	479.877,20	1.414.711,96	689.974,47
	2,5	11.988,37	133.518,06	644.240,31	715.620,81	183.590,84
	3	16.275,32	175.192,89	513.279,02	535.532,92	76.999,65

Figura 8: *Grids* $a \times \sigma$: Caso 1 - \overline{PL} , \min_{PL_T} , σ_{PL_T} e \max_{PL_T}

Nota-se também que em alguns casos os valores mínimos do patrimônio líquido do investidor ficam abaixo de zero o que pode caracterizar uma situação de falência do

investidor. Órgãos reguladores e instituições financeiras se preocupariam em estratégias com este perfil. Isso ocorre devido ao baixo valor do índice de cobertura $ic = \bar{\sigma} = 1.0$. Na Figura 9 fica explícita a diferença entre os efeitos dos parâmetros ic e σ nas métricas min_{PL_T} e max_{PL_T} .

Mínimo		Índice de Cobertura				
Alavancagem		1,1	1,25	1,5	1,75	2
	0,5	87,95	178,72	321,64	467,62	622,14
	1	119,80	299,11	597,74	898,77	1.023,94
	1,5	159,72	424,44	873,54	960,17	960,17
	2	192,03	558,52	896,40	896,40	896,40
	2,5	236,44	684,32	832,63	832,63	832,63
	3	275,07	768,86	768,86	768,86	768,86

Máximo		Índice de Cobertura				
Alavancagem		1,1	1,25	1,5	1,75	2
	0,5	11.821,90	11.821,90	11.821,90	11.821,90	11.821,90
	1	24.316,51	24.316,51	18.840,19	9.557,78	1.225,19
	1,5	48.977,49	36.566,18	11.027,16	1.211,98	1.211,98
	2	82.898,59	21.344,86	1.201,33	1.200,67	1.200,67
	2,5	66.410,47	17.420,10	1.189,36	1.189,36	1.189,36
	3	47.827,35	10.760,44	1.178,05	1.178,05	1.178,05

Mínimo		Volatilidade				
Alavancagem		0,1	0,25	0,4	0,55	0,7
	0,5	662,28	11,28	-8,75	-22,76	-72,50
	1	473,17	-2,96	-37,99	-223,43	-754,93
	1,5	241,84	-24,07	-207,79	-1.065,06	-4.092,74
	2	169,52	-49,83	-627,03	-3.580,22	-7.679,47
	2,5	105,14	-96,70	-1.567,90	-4.675,69	-11.753,45
	3	79,38	-184,02	-1.936,32	-6.198,12	-18.223,64

Máximo		Volatilidade				
Alavancagem		0,1	0,25	0,4	0,55	0,7
	0,5	3.381,13	10.100,84	30.318,36	79.872,04	194.583,99
	1	4.670,05	19.765,55	80.044,30	277.198,40	888.688,31
	1,5	6.413,69	37.924,17	199.010,06	902.448,19	2.476.844,65
	2	8.795,01	72.473,28	479.877,20	1.414.711,96	689.974,47
	2,5	11.988,37	133.518,06	644.240,31	715.620,81	183.590,84
	3	16.275,32	175.192,89	513.279,02	535.532,92	76.999,65

Figura 9: Caso 1: Diferença entre os *grids* para min_{PL_T} e max_{PL_T}

Observa-se ainda que estratégias que combinam altos níveis de alavancagem e altos níveis de volatilidade trazem maiores retornos, porém com baixa probabilidade. A medida de ganho é menor para maiores níveis de volatilidade, em alguns casos observa-se probabilidade de ganho próxima a zero como mostra a Figura 10.

Ômega		Volatilidade				
Alavancagem		0,1	0,25	0,4	0,55	0,7
	0,5	0,128%	0,158%	0,146%	0,095%	0,092%
	1	0,172%	0,188%	0,137%	0,122%	0,208%
	1,5	0,215%	0,137%	0,107%	0,155%	0,171%
	2	0,257%	0,138%	0,099%	0,057%	0,180%
	2,5	0,283%	0,106%	0,090%	0,099%	0,275%
	3	0,261%	0,072%	0,057%	0,040%	0,300%

Medida de Ganho		Volatilidade				
Alavancagem		0,1	0,25	0,4	0,55	0,7
	0,5	100,0%	100,0%	98,7%	83,6%	54,8%
	1	100,0%	99,8%	82,3%	42,1%	15,7%
	1,5	100,0%	98,0%	56,6%	17,3%	3,7%
	2	100,0%	92,3%	36,0%	8,0%	1,4%
	2,5	100,0%	82,0%	20,6%	3,5%	0,4%
	3	100,0%	71,1%	15,9%	2,7%	0,3%

Figura 10: *Grids* $a \times \sigma$: Caso 1 - Ω e m_g

Dada a expectativa de ganho do investidor (p^+) neste caso, estratégias com baixa

volatilidade requerem alta alavancagem (a) para se maximizar a medida $\hat{\Omega}$ (Ω), enquanto estratégias com alta volatilidade requerem baixos níveis de alavancagem, como mostra a Figura 11 em que é apresentado a decisão final do problema. Os parâmetros que oferecem o maior $\hat{\Omega}$ para este caso é $a = 2.5$ e $\sigma = 10\%$.

Decisão Final						
Alavancagem		Volatilidade				
		0,1	0,25	0,4	0,55	0,7
	0,5	0,128%	0,158%	0,146%	0,095%	0,000%
	1	0,172%	0,188%	0,137%	0,000%	0,000%
	1,5	0,215%	0,137%	0,000%	0,000%	0,000%
	2	0,257%	0,138%	0,000%	0,000%	0,000%
	2,5	0,283%	0,106%	0,000%	0,000%	0,000%
	3	0,261%	0,072%	0,000%	0,000%	0,000%

Figura 11: Decisão Final $a \times \sigma$: Caso 1

5.2 Resultados: Caso 2

Considere os seguintes parâmetros: $PL_0 = 1000$, $S_0 = 100$, $\mu = 20\%$, $PL_{min} = 1000$, $p^+ = 15\%$, $r = 10\%$, $r_e = 12\%$, $custo = 1\%$, $haircut = 30\%$, $r_{min} = 12\%$ e $N = 5000$. Estes parâmetros serão fixos para a análise desta seção.

Para o Caso 2, escolheu-se diferentes parâmetros PL_{min} e p^+ por dois motivos. O primeiro deles está relacionado à nova dinâmica com saltos que como será mostrada é mais volátil e por isso necessita de um perfil mais agressivo de investidor que aceite correr um risco maior, ou seja, que possua uma menor expectativa de ganho (p^+). O segundo motivo está relacionado a verificar a escolha de diferentes perfis de investidores e como este perfil impacta na escolha da alavancagem a . O investidor está disposto a entrar em uma estratégia que em 15% das chances tenha um resultado mínimo superior ao patrimônio líquido inicial. Da mesma forma que no Caso 1, para as análises nos *grids* a e ic , a volatilidade será $\sigma = \bar{\sigma} = 30\%$ e para os *grids* a e σ , o índice de cobertura será $ic = \bar{ic} = 1.0$.

A dinâmica dos preços possui saltos em que os parâmetros λ , β_Y e σ_Y são analisados em três cenários diferentes:

- i. $\lambda = 15$, $\beta_Y = 2\%$ e $\sigma_Y = 15\%$.

ii. $\lambda = 30$, $\beta_Y = 2\%$ e $\sigma_Y = 15\%$.

iii. $\lambda = 15$, $\beta_Y = 2\%$ e $\sigma_Y = 30\%$.

i. $\lambda = 15$, $\beta_Y = 2\%$ e $\sigma_Y = 15\%$.

Neste primeira cenário, é avaliado os impactos da dinâmica com saltos nos preços. A Figura 12 apresenta os resultados das simulações para este cenário. O ponto importante dessa dinâmica é que os saltos provocam maiores oscilações no patrimônio líquido. Por exemplo, no Caso 1 (Figura ??) em nenhuma situação o patrimônio líquido atingia valores inferiores a zero, por outro lado neste cenário os impactos causados pelos *jumps* no preço da ação levam o investidor à falência em algumas situações. A probabilidade de falência é menor quando os níveis do índice de cobertura (*ic*) são mais elevados e quando o nível de alavancagem (*a*) é menor.

Média		Índice de Cobertura					
Alavancagem		1,1	1,25	1,5	1,75	2	
	0,5	1.506,28	1.456,71	1.289,74	1.204,10	1.177,21	
	1	1.100,25	1.061,78	1.089,66	1.116,87	1.119,83	
	1,5	819,05	970,48	1.073,46	1.081,77	1.083,60	
	2	756,74	963,84	1.042,03	1.045,27	1.046,37	
	2,5	746,10	955,36	1.005,41	1.007,86	1.008,51	
	3	738,26	944,49	968,46	970,41	970,60	

Mínimo		Índice de Cobertura					
Alavancagem		1,1	1,25	1,5	1,75	2	
	0,5	-182,57	23,82	238,56	422,61	403,14	
	1	-95,34	1,41	185,37	390,22	390,22	
	1,5	-389,52	-140,88	159,68	159,68	159,68	
	2	-506,12	-70,86	-70,86	-70,86	-70,86	
	2,5	-405,98	-301,40	-301,40	-301,40	-301,40	
	3	-531,94	-531,94	-531,94	-531,94	-531,94	

Desvio-Padrão		Índice de Cobertura					
Alavancagem		1,1	1,25	1,5	1,75	2	
	0,5	3.850,96	3.639,80	2.715,77	1.666,83	1.245,00	
	1	4.331,50	2.534,66	1.533,22	884,04	67,56	
	1,5	3.154,12	2.078,92	903,83	81,06	90,49	
	2	2.819,08	1.791,19	95,05	107,27	117,37	
	2,5	2.692,62	1.384,29	116,79	131,41	138,25	
	3	2.589,91	838,74	140,46	156,34	158,58	

Máximo		Índice de Cobertura					
Alavancagem		1,1	1,25	1,5	1,75	2	
	0,5	53.449,42	53.449,42	45.932,37	22.551,73	23.630,56	
	1	91.788,50	43.471,97	33.260,38	20.027,80	2.026,00	
	1,5	74.142,36	50.795,42	21.459,96	1.408,40	1.837,11	
	2	72.725,71	43.895,10	1.439,98	1.824,31	2.438,83	
	2,5	69.698,74	34.330,62	1.539,55	2.276,97	2.695,01	
	3	67.383,06	22.263,27	1.776,74	2.713,34	2.905,12	

Ômega		Índice de Cobertura					
Alavancagem		1,1	1,25	1,5	1,75	2	
	0,5	0,109%	0,104%	0,086%	0,073%	0,064%	
	1	0,063%	0,061%	0,055%	0,033%	0,000%	
	1,5	0,044%	0,050%	0,028%	0,000%	0,001%	
	2	0,040%	0,044%	0,000%	0,001%	0,001%	
	2,5	0,038%	0,031%	0,001%	0,001%	0,002%	
	3	0,036%	0,014%	0,001%	0,002%	0,002%	

Medida de Ganho		Índice de Cobertura					
Alavancagem		1,1	1,25	1,5	1,75	2	
	0,5	26,7%	24,2%	25,1%	30,7%	33,5%	
	1	13,3%	19,3%	25,2%	17,9%	98,4%	
	1,5	12,5%	18,0%	14,9%	95,6%	95,6%	
	2	11,4%	15,4%	78,4%	78,4%	78,4%	
	2,5	11,3%	11,9%	55,2%	55,2%	55,2%	
	3	10,3%	8,5%	35,8%	35,8%	35,8%	

Figura 12: *Grids* $a \times ic$: i. Caso 2

A decisão final do investidor é escolher o menor nível de alavancagem, $a = 0.5$, independentemente do valor de *ic*, como mostra a Figura 13.

Analogamente ao que foi feito anteriormente, avalia-se a decisão do investidor de alavancagem combinado com os diferentes níveis de volatilidade (*Grid* com *a* e σ). A Figura 14 apresenta os valores das diversas métricas já comentadas anteriormente. Os

Decisão Final		Índice de Cobertura				
Alavancagem		1,1	1,25	1,5	1,75	2
	0,5	0,109%	0,104%	0,086%	0,073%	0,064%
	1	0,000%	0,061%	0,055%	0,033%	0,000%
	1,5	0,000%	0,050%	0,000%	0,000%	0,001%
	2	0,000%	0,044%	0,000%	0,001%	0,001%
	2,5	0,000%	0,000%	0,001%	0,001%	0,002%
	3	0,000%	0,000%	0,001%	0,002%	0,002%

Figura 13: Decisão Final $a \times ic$: i. Caso 2

resultados são similares ao mostrado no *grid* com a e ic , em que a dinâmica do preço com saltos colabora em diminuir a probabilidade de ganho do investidor.

Média		Volatilidade				
Alavancagem		0,1	0,25	0,4	0,55	0,7
	0,5	1.602,21	1.537,35	1.489,64	1.362,31	1.168,85
	1	1.621,33	1.355,04	975,59	703,41	456,28
	1,5	1.257,50	805,57	442,06	156,92	-107,69
	2	852,11	442,31	165,83	-68,05	-444,64
	2,5	629,54	297,89	85,91	-116,38	-425,91
	3	609,80	287,20	75,24	-148,62	-440,93

Mínimo		Volatilidade				
Alavancagem		0,1	0,25	0,4	0,55	0,7
	0,5	-437,66	-367,04	-317,23	-615,86	-330,85
	1	-556,77	-711,81	-2.009,45	-2.608,76	-13.806,49
	1,5	-1.224,76	-1.229,72	-1.654,57	-2.251,49	-90.650,86
	2	-2.167,46	-1.517,78	-1.825,78	-40.782,95	-313.874,32
	2,5	-2.544,94	-2.011,34	-1.905,09	-46.836,12	-259.644,90
	3	-2.546,56	-2.011,50	-1.861,18	-45.736,42	-254.508,67

Desvio-Padrão		Volatilidade				
Alavancagem		0,1	0,25	0,4	0,55	0,7
	0,5	3.584,30	3.764,72	4.408,38	5.459,48	7.417,34
	1	6.849,89	6.410,70	5.634,38	6.829,76	7.258,12
	1,5	9.126,71	6.302,42	3.858,87	2.946,66	3.214,23
	2	7.568,54	3.976,33	2.447,15	1.930,33	9.950,76
	2,5	5.377,95	2.844,25	1.896,27	1.958,33	8.234,91
	3	5.302,10	2.826,84	1.827,45	1.625,13	8.053,58

Máximo		Volatilidade				
Alavancagem		0,1	0,25	0,4	0,55	0,7
	0,5	48.420,36	52.102,99	55.189,92	91.019,90	139.833,75
	1	122.308,95	136.501,84	102.038,21	146.480,74	189.547,01
	1,5	196.987,51	156.215,20	77.095,35	74.764,44	33.417,68
	2	162.054,21	89.447,32	47.691,01	31.241,47	16.977,76
	2,5	102.337,29	53.145,80	36.710,98	27.636,97	17.646,25
	3	102.332,26	53.207,88	35.597,05	18.763,07	8.888,74

Ômega		Volatilidade				
Alavancagem		0,1	0,25	0,4	0,55	0,7
	0,5	0,110%	0,041%	0,076%	0,043%	0,038%
	1	0,101%	0,094%	0,020%	0,052%	0,053%
	1,5	0,039%	0,071%	0,065%	0,041%	0,052%
	2	0,093%	0,060%	0,041%	0,043%	0,046%
	2,5	0,091%	0,053%	0,015%	0,032%	0,031%
	3	0,100%	0,058%	0,052%	0,038%	0,013%

Medida de Ganho		Volatilidade				
Alavancagem		0,1	0,25	0,4	0,55	0,7
	0,5	35,0%	30,6%	24,2%	17,6%	9,4%
	1	18,4%	13,5%	8,9%	4,5%	2,1%
	1,5	12,3%	8,4%	5,2%	2,3%	1,2%
	2	9,2%	7,1%	2,9%	1,1%	0,6%
	2,5	8,2%	5,7%	2,4%	1,0%	0,4%
	3	8,0%	5,5%	2,5%	1,1%	0,3%

Figura 14: *Grids* $a \times \sigma$: i. Caso 2

Da mesma forma que na análise feita no *grid* anterior, o nível de alavancagem que maximiza o valor da medida Ômega é de $a = 0.5$, Figura 15.

ii. $\lambda = 30$, $\beta_Y = 2\%$ e $\sigma_Y = 15\%$.

A proposta deste cenário é avaliar o impacto da decisão do investidor ao dobrar o número de saltos médio ao ano no preço da ação. A Figura 16 apresenta os valores das

Decisão Final		Volatilidade				
Alavancagem		0,1	0,25	0,4	0,55	0,7
	0,5	0,110%	0,041%	0,076%	0,043%	0,000%
	1	0,101%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
	1,5	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
	2	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
	2,5	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
	3	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%

Figura 15: Decisão Final $a \times \sigma$: i. Caso 2

métricas para a tomada de decisão. Observa-se que para este cenário, dobrar o número de saltos no preço da ação não impactou a decisão do investidor em alavancar-se a um nível $a = 0.5$. Contudo, aumentar o número de saltos implica indiretamente em aumentar a volatilidade do patrimônio líquido. Observe que as medidas de ganho no cenário ii são menores (na maior parte das situações) do que no cenário i. Este aumento na dispersão do patrimônio líquido faz com que o investidor não possa operar com baixos índices de cobertura (por exemplo, $ic = 1.1$) devido à restrição da medida de ganho, a menos que a volatilidade do preço da ação seja muito baixa (por exemplo, $\sigma = 10\%$).

Ômega		Índice de Cobertura				
Alavancagem		1,1	1,25	1,5	1,75	2
	0,5	0,065%	0,067%	0,066%	0,066%	0,061%
	1	0,035%	0,050%	0,053%	0,030%	0,001%
	1,5	0,030%	0,044%	0,027%	0,002%	0,003%
	2	0,028%	0,036%	0,001%	0,003%	0,003%
	2,5	0,027%	0,028%	0,002%	0,003%	0,004%
	3	0,026%	0,013%	0,003%	0,004%	0,004%

Medida de Ganho		Índice de Cobertura				
Alavancagem		1,1	1,25	1,5	1,75	2
	0,5	12,1%	14,0%	20,3%	29,1%	31,7%
	1	8,9%	16,7%	24,3%	15,8%	97,5%
	1,5	9,2%	17,1%	12,7%	93,1%	93,1%
	2	8,8%	15,0%	75,9%	75,9%	75,9%
	2,5	8,4%	10,3%	53,7%	53,7%	53,7%
	3	8,0%	5,7%	35,5%	35,5%	35,5%

Decisão Final		Índice de Cobertura				
Alavancagem		1,1	1,25	1,5	1,75	2
	0,5	0,000%	0,000%	0,066%	0,066%	0,061%
	1	0,000%	0,050%	0,053%	0,030%	0,001%
	1,5	0,000%	0,044%	0,000%	0,002%	0,003%
	2	0,000%	0,036%	0,001%	0,003%	0,003%
	2,5	0,000%	0,000%	0,002%	0,003%	0,004%
	3	0,000%	0,000%	0,003%	0,004%	0,004%

Ômega		Volatilidade				
Alavancagem		0,1	0,25	0,4	0,55	0,7
	0,5	0,080%	0,040%	0,007%	0,094%	0,047%
	1	0,097%	0,087%	0,114%	0,071%	0,038%
	1,5	0,112%	0,104%	0,070%	0,054%	0,023%
	2	0,105%	0,152%	0,052%	0,043%	0,016%
	2,5	0,119%	0,142%	0,093%	0,039%	0,000%
	3	0,137%	0,152%	0,100%	0,019%	0,000%

Medida de Ganho		Volatilidade				
Alavancagem		0,1	0,25	0,4	0,55	0,7
	0,5	16,4%	14,7%	10,4%	7,6%	4,5%
	1	5,2%	4,2%	2,7%	1,9%	0,6%
	1,5	2,3%	2,3%	1,5%	0,6%	0,4%
	2	1,8%	1,9%	0,8%	0,6%	0,2%
	2,5	1,7%	1,8%	0,8%	0,6%	0,0%
	3	1,7%	1,7%	0,7%	0,6%	0,1%

Decisão Final		Volatilidade				
Alavancagem		0,1	0,25	0,4	0,55	0,7
	0,5	0,080%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
	1	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
	1,5	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
	2	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
	2,5	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
	3	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%

Figura 16: Grids - ii. Caso 2

iii. $\lambda = 15$, $\beta_Y = 2\%$ e $\sigma_Y = 30\%$.

O último cenário para o Caso 2 é avaliar o impacto ao dobrar um dos parâmetros (desvio-padrão) da distribuição do salto do preço da ação. Os resultados finais deste cenário podem ser conferidos na Figura 17. O primeiro ponto a ser observado é que ao dobrar o parâmetro, σ_Y , a medida de ganho para situações com baixo índice de cobertura são inferiores ao mínimo aceitável pelo investidor, descartando assim a possibilidade de atuação em algumas estratégias. Este fato fica nítido ao observar o *grid* combinado de alavancagem e volatilidade em que nenhuma das estratégias passam pela restrição da medida de ganho, uma vez que $ic = \overline{ic} = 1.0$. Em casos com altos níveis de alavancagem e volatilidade, a medida de ganho foi igual a zero, ou seja, nenhum dos valores do patrimônio líquido simulados atingiu um patamar superior ao mínimo PL_{min} . Em situações em que o desvio-padrão do salto do preço é muito alto, existe uma maior necessidade por garantias. Os maiores valores de Ω neste cenário foram encontrados para valores altos de índice de cobertura.

Ômega		Índice de Cobertura					
Alavancagem		1,1	1,25	1,5	1,75	2	
	0,5	0,027%	0,038%	0,056%	0,060%	0,060%	
	1	0,017%	0,041%	0,049%	0,032%	0,001%	
	1,5	0,024%	0,039%	0,026%	0,001%	0,002%	
	2	0,024%	0,034%	0,001%	0,002%	0,002%	
	2,5	0,021%	0,025%	0,001%	0,002%	0,003%	
	3	0,020%	0,013%	0,002%	0,003%	0,003%	

Medida de Ganho		Índice de Cobertura					
Alavancagem		1,1	1,25	1,5	1,75	2	
	0,5	6,0%	10,1%	16,6%	21,8%	25,6%	
	1	5,9%	12,1%	19,2%	12,6%	97,9%	
	1,5	6,0%	12,6%	9,7%	95,1%	95,1%	
	2	6,3%	10,5%	76,4%	76,6%	76,6%	
	2,5	6,2%	8,4%	51,4%	51,5%	51,5%	
	3	6,0%	4,6%	31,8%	31,8%	31,8%	

Decisão Final		Índice de Cobertura					
Alavancagem		1,1	1,25	1,5	1,75	2	
	0,5	0,000%	0,000%	0,056%	0,060%	0,060%	
	1	0,000%	0,000%	0,049%	0,000%	0,001%	
	1,5	0,000%	0,000%	0,000%	0,001%	0,002%	
	2	0,000%	0,000%	0,001%	0,002%	0,002%	
	2,5	0,000%	0,000%	0,001%	0,002%	0,003%	
	3	0,000%	0,000%	0,002%	0,003%	0,003%	

Ômega		Volatilidade					
Alavancagem		0,1	0,25	0,4	0,55	0,7	
	0,5	0,076%	0,129%	0,059%	0,060%	0,029%	
	1	0,197%	0,187%	0,026%	0,059%	0,007%	
	1,5	0,080%	0,083%	0,044%	0,021%	0,005%	
	2	0,007%	0,040%	0,005%	0,000%	0,007%	
	2,5	0,017%	0,013%	0,002%	0,000%	0,000%	
	3	0,015%	0,039%	0,004%	0,000%	0,000%	

Medida de Ganho		Volatilidade					
Alavancagem		0,1	0,25	0,4	0,55	0,7	
	0,5	5,3%	4,1%	3,4%	2,1%	1,3%	
	1	0,9%	0,8%	0,6%	0,2%	0,1%	
	1,5	0,2%	0,4%	0,2%	0,1%	0,1%	
	2	0,2%	0,2%	0,2%	0,0%	0,1%	
	2,5	0,1%	0,1%	0,1%	0,0%	0,1%	
	3	0,1%	0,1%	0,1%	0,0%	0,0%	

Decisão Final		Volatilidade					
Alavancagem		0,1	0,25	0,4	0,55	0,7	
	0,5	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	
	1	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	
	1,5	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	
	2	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	
	2,5	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	
	3	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	

Figura 17: *Grids* - iii. Caso 2

Ao avaliar os três cenários, observou-se que ao considerar saltos na dinâmica dos preços da ação, o risco de perda do investidor aumenta fazendo com que ele opte por níveis menores de alavancagem. Em algumas situações a falência é uma situação mais

provável de acontecer quando comparado ao caso em que não há saltos no preço da ação. Ainda foi possível verificar que mudanças na quantidade e variância dos saltos diminuem as opções do investidor, fazendo com que as melhores estratégias sejam aquelas com maior nível de garantia.

5.3 Resultados: Caso 3

O procedimento é o mesmo feito nos outros casos. Assim, considere os seguintes parâmetros: $PL_0 = 1000$, $S_0 = 100$, $\mu = 20\%$, $m_S = 1$, $m_\mu = 1$, $m_\sigma = 1$, $PL_{min} = 0$, $p^+ = 60\%$, $r = 10\%$, $custo = 1\%$, $haircut = 10\%$, $r_{min} = 12\%$ e $N = 5000$. Estes parâmetros serão fixos para a análise desta seção. Os multiplicadores refletem que a ação alugada possui as mesmas características da ação principal com respeito a preço, taxa de retorno média e volatilidade. Os parâmetros que ainda serão considerados na análise são: a , ic , σ e ρ , em que $ic = \overline{ic} = 1.0$ e $\sigma = \overline{\sigma} = 30\%$ quando for necessário a utilização deles.

i. $\rho = 0$.

Seguindo o procedimento de resultados, é considerado os dois *grids* já comentados. A Figura 18 apresenta o resultado das simulações considerando todas as métricas de análise.

Média						
Alavancagem	Índice de Cobertura					
		1,1	1,25	1,5	1,75	2
	0,5	1.507,26	1.454,55	1.329,99	1.050,48	843,47
	1	1.189,55	829,97	476,11	419,84	580,93
	1,5	281,87	18,94	77,77	349,43	505,03
	2	-687,72	-604,95	-9,17	228,42	322,91
	2,5	-1.546,79	-914,61	-146,23	48,74	154,37
	3	-2.298,68	-973,34	-313,36	-132,98	-25,32
Desvio-Padrão						
Alavancagem	Índice de Cobertura					
		1,1	1,25	1,5	1,75	2
	0,5	1.430,05	1.433,68	1.416,71	1.295,24	1.038,45
	1	2.551,68	2.347,34	1.854,28	1.000,82	799,49
	1,5	3.763,06	3.062,83	1.513,65	1.197,96	1.238,77
	2	4.789,23	2.815,04	1.662,10	1.657,02	1.705,90
	2,5	6.291,22	2.925,72	2.079,18	2.131,10	2.193,25
	3	7.019,07	2.965,12	2.532,38	2.605,55	2.675,15
Índice de Cobertura						
Alavancagem		1,1	1,25	1,5	1,75	2
	0,5	0,211%	0,197%	0,173%	0,103%	0,048%
	1	0,231%	0,154%	0,059%	0,010%	0,007%
	1,5	0,207%	0,103%	0,019%	0,009%	0,024%
	2	0,164%	0,092%	0,016%	0,028%	0,050%
	2,5	0,150%	0,045%	0,026%	0,061%	0,100%
	3	0,157%	0,046%	0,048%	0,100%	0,141%
Mínimo						
Alavancagem	Índice de Cobertura					
		1,1	1,25	1,5	1,75	2
	0,5	-1.268,44	-1.238,64	-1.395,79	-1.721,89	-1.810,98
	1	-4.146,51	-4.165,50	-4.091,31	-3.873,69	-2.908,20
	1,5	-8.096,80	-7.639,66	-6.120,71	-4.991,65	-4.991,65
	2	-15.673,33	-12.305,02	-7.292,51	-7.202,49	-7.202,49
	2,5	-26.565,86	-11.553,64	-9.413,32	-9.413,32	-9.413,32
	3	-44.638,44	-11.975,07	-11.624,16	-11.624,16	-11.624,16
Máximo						
Alavancagem	Índice de Cobertura					
		1,1	1,25	1,5	1,75	2
	0,5	7.664,19	7.664,19	7.664,19	7.664,19	7.664,19
	1	13.592,22	13.592,22	13.328,53	2.047,21	1.826,34
	1,5	22.398,35	21.407,65	2.517,39	1.812,39	2.393,70
	2	26.387,93	4.351,48	2.285,60	2.415,52	2.868,28
	2,5	31.996,99	3.882,24	2.470,59	3.045,66	3.418,27
	3	17.623,27	3.518,68	2.972,60	3.566,77	3.694,57
Medida de Ganho						
Alavancagem	Índice de Cobertura					
		1,1	1,25	1,5	1,75	2
	0,5	87,0%	88,0%	87,0%	88,0%	89,0%
	1	74,0%	74,0%	74,0%	79,0%	87,0%
	1,5	54,0%	57,0%	67,0%	77,0%	81,0%
	2	44,0%	51,0%	64,0%	69,0%	72,0%
	2,5	43,0%	50,0%	63,0%	64,0%	66,0%
	3	41,0%	49,0%	62,0%	63,0%	65,0%

Figura 18: *Grids* $a \times ic$: $\rho = 0$

A dinâmica com aluguel de ações é ainda mais volátil quando comparada com o Caso 2 como mostra as métricas \min_{PL_T} , σ_{PL_T} e \max_{PL_T} . A alavancagem neste caso colabora negativamente para a medida de ganho fazendo com que algumas estratégias com baixo índice de cobertura não sejam consideradas na decisão final.

Ao avaliar o resultado combinado de Ω e p^+ , o nível de alavancagem, a , que gera o melhor retorno é diferente para diferentes índices de cobertura sendo que a resposta com o maior Ω é encontrado para $a = 1$ e $ic = 1.1$. A decisão final pode ser conferida na Figura 19.

Decisão Final						
Alavancagem		Índice de Cobertura				
		1,1	1,25	1,5	1,75	2
	0,5	0,211%	0,197%	0,173%	0,103%	0,048%
	1	0,231%	0,154%	0,059%	0,010%	0,007%
	1,5	0,000%	0,000%	0,019%	0,009%	0,024%
	2	0,000%	0,000%	0,016%	0,028%	0,050%
	2,5	0,000%	0,000%	0,026%	0,061%	0,100%
	3	0,000%	0,000%	0,048%	0,100%	0,141%

Figura 19: Decisão Final $a \times ic$: $\rho = 0$

O mesmo procedimento será feito para avaliar o *grid* da combinação alavancagem e volatilidade. A Figura 20 apresenta os resultados deste *grid*. Observa-se que alta volatilidade combinada com níveis altos de alavancagem aumentam em muito o valor de Ω , por outro lado também diminui muito p^+ . O impacto causado pela volatilidade é exatamente o inverso do impacto do índice de cobertura, como nos casos anteriores.

O maior Ω é dado pela combinação da maior alavancagem com a maior volatilidade, porém ao considerar a restrição da medida de ganho a decisão final fica concentrada em $a = 0.5$ para as estratégias com maior σ como mostra a Figura 21.

Ao considerar o conjunto de *grids*, a decisão final com maior $\hat{\Omega}$ foi $\Omega = 0.261\%$ ($a = 0.5$ e $\sigma = 70\%$).

Média		Volatilidade				
Alavancagem		0,1	0,25	0,4	0,55	0,7
	0,5	1.488,40	1.504,29	1.421,27	1.031,15	563,98
	1	1.491,54	1.341,01	648,36	-307,94	-2.140,10
	1,5	1.443,75	647,21	-619,24	-3.074,21	-12.120,98
	2	1.267,92	-230,71	-1.948,52	-8.089,13	-14.525,46
	2,5	780,52	-855,36	-3.620,63	-9.633,69	-25.542,59
	3	130,59	-1.568,33	-4.671,38	-12.478,12	-43.883,65

Mínimo		Volatilidade				
Alavancagem		0,1	0,25	0,4	0,55	0,7
	0,5	502,60	-678,25	-2.786,90	-7.404,31	-14.335,03
	1	-74,65	-2.309,63	-8.758,49	-22.496,66	-65.008,72
	1,5	-485,44	-5.477,16	-21.784,29	-71.105,74	-254.847,79
	2	-1.064,16	-8.632,62	-43.247,68	-162.566,03	-439.590,32
	2,5	-1.937,23	-14.904,62	-82.903,39	-193.377,72	-451.868,07
	3	-2.741,24	-24.211,12	-78.855,25	-230.206,53	-1.578.674,40

Desvio-Padrão		Volatilidade				
Alavancagem		0,1	0,25	0,4	0,55	0,7
	0,5	368,13	1.118,91	2.130,27	3.540,42	5.582,26
	1	590,87	1.930,27	4.040,48	7.599,42	14.650,17
	1,5	889,03	2.834,06	6.102,29	12.951,03	40.844,00
	2	1.211,39	3.501,50	9.405,40	26.562,22	58.765,14
	2,5	1.454,42	4.387,89	12.348,87	29.303,08	79.776,87
	3	1.438,87	4.721,53	11.986,30	37.809,11	215.872,63

Máximo		Volatilidade				
Alavancagem		0,1	0,25	0,4	0,55	0,7
	0,5	2.589,55	5.790,79	12.235,11	22.849,96	37.232,27
	1	3.263,10	9.721,43	24.626,15	44.428,99	69.346,47
	1,5	4.029,00	15.448,49	31.367,85	44.150,75	37.066,36
	2	4.947,00	20.031,63	47.619,33	45.038,47	87.235,42
	2,5	5.989,50	27.624,10	22.107,35	28.601,74	120.640,21
	3	7.037,94	17.777,91	13.452,60	93.102,93	470.634,26

Ômega		Volatilidade				
Alavancagem		0,1	0,25	0,4	0,55	0,7
	0,5	0,108%	0,183%	0,253%	0,259%	0,261%
	1	0,130%	0,234%	0,251%	0,329%	0,362%
	1,5	0,159%	0,183%	0,249%	0,292%	0,421%
	2	0,176%	0,151%	0,238%	0,365%	0,559%
	2,5	0,140%	0,117%	0,277%	0,439%	0,548%
	3	0,082%	0,100%	0,233%	0,418%	0,728%

Medida de Ganho		Volatilidade				
Alavancagem		0,1	0,25	0,4	0,55	0,7
	0,5	100,0%	91,0%	78,0%	69,0%	64,0%
	1	99,0%	77,0%	59,0%	53,0%	51,0%
	1,5	91,0%	63,0%	48,0%	47,0%	45,0%
	2	84,0%	48,0%	45,0%	45,0%	42,0%
	2,5	71,0%	44,0%	42,0%	40,0%	36,0%
	3	51,0%	42,0%	39,0%	37,0%	33,0%

Figura 20: $Grids a \times \sigma$: $\rho = 0$

Decisão Final		Volatilidade				
Alavancagem		0,1	0,25	0,4	0,55	0,7
	0,5	0,108%	0,183%	0,253%	0,259%	0,261%
	1	0,130%	0,234%	0,000%	0,000%	0,000%
	1,5	0,159%	0,183%	0,000%	0,000%	0,000%
	2	0,176%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
	2,5	0,140%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
	3	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%

Figura 21: Decisão Final $a \times \sigma$: $\rho = 0$

ii. $\rho < 0$.

Considere que $\rho = -0.6$. A Figura 22 apresenta os *grids* deste cenário.

Ômega		Índice de Cobertura				
Alavancagem		1,1	1,25	1,5	1,75	2
	0,5	0,220%	0,184%	0,133%	0,094%	0,045%
	1	0,221%	0,115%	0,068%	0,017%	0,014%
	1,5	0,123%	0,091%	0,027%	0,016%	0,022%
	2	0,093%	0,082%	0,026%	0,031%	0,050%
	2,5	0,098%	0,057%	0,036%	0,066%	0,096%
	3	0,120%	0,055%	0,056%	0,096%	0,135%

Medida de Ganho		Índice de Cobertura				
Alavancagem		1,1	1,25	1,5	1,75	2
	0,5	79,0%	85,0%	87,0%	89,0%	89,0%
	1	61,0%	64,0%	72,0%	80,0%	87,0%
	1,5	49,0%	58,0%	71,0%	77,0%	80,0%
	2	46,0%	57,0%	71,0%	74,0%	76,0%
	2,5	40,0%	55,0%	69,0%	70,0%	72,0%
	3	38,0%	55,0%	67,0%	68,0%	69,0%

Decisão Final		Índice de Cobertura				
Alavancagem		1,1	1,25	1,5	1,75	2
	0,5	0,220%	0,184%	0,133%	0,094%	0,045%
	1	0,221%	0,115%	0,068%	0,017%	0,014%
	1,5	0,000%	0,000%	0,027%	0,016%	0,022%
	2	0,000%	0,000%	0,026%	0,031%	0,050%
	2,5	0,000%	0,000%	0,036%	0,066%	0,096%
	3	0,000%	0,000%	0,056%	0,096%	0,135%

Ômega		Volatilidade				
Alavancagem		0,1	0,25	0,4	0,55	0,7
	0,5	0,117%	0,195%	0,231%	0,134%	0,185%
	1	0,144%	0,216%	0,190%	0,077%	0,206%
	1,5	0,171%	0,148%	0,109%	0,236%	0,427%
	2	0,157%	0,087%	0,145%	0,371%	0,567%
	2,5	0,070%	0,060%	0,225%	0,507%	0,883%
	3	0,030%	0,083%	0,302%	0,592%	1,040%

Medida de Ganho		Volatilidade				
Alavancagem		0,1	0,25	0,4	0,55	0,7
	0,5	100,0%	89,0%	71,0%	59,0%	54,0%
	1	99,0%	69,0%	52,0%	46,0%	43,0%
	1,5	89,0%	52,0%	45,0%	42,0%	37,0%
	2	76,0%	45,0%	42,0%	36,0%	36,0%
	2,5	63,0%	39,0%	37,0%	35,0%	32,0%
	3	50,0%	37,0%	36,0%	33,0%	31,0%

Decisão Final		Volatilidade				
Alavancagem		0,1	0,25	0,4	0,55	0,7
	0,5	0,117%	0,195%	0,231%	0,000%	0,000%
	1	0,144%	0,216%	0,000%	0,000%	0,000%
	1,5	0,171%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
	2	0,157%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
	2,5	0,070%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
	3	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%

Figura 22: *Grids*: $\rho = -0.6$

Ao analisar estes resultados, observa-se que não existiram grandes mudanças, exceto pela redução de estratégias disponíveis para o investidor devido à restrição da medida de ganho. Note que neste cenário para maiores valores de volatilidade a medida de ganho esteve abaixo da mínima permitida pelo investidor. O valor do maior Ômega entre as decisões finais foi inferior quando comparado ao resultado do cenário com $\rho = 0$, sendo que para $\rho = -0.6$ o valor foi $\Omega = 0.231\%$ ($a = 0.5$ e $\sigma = 40\%$).

iii. $\rho > 0$.

Para a última análise, seja $\rho = 0.6$. A Figura 23 mostra diferentes decisões de alavancagem para este nível de correlação quando comparado ao cenários anteriores, sendo que o maior ômega é encontrado em $a = 1.0$, $\sigma = 0.55$ e $\Omega = 0.286\%$.

Ao observar os resultados nos três níveis de correlação, observou-se que os maiores Ω estavam relacionados à correlação positiva $\rho = 0.6$ e os menores relacionados à correlação negativa $\rho = -0.6$. Ao considerar uma correlação negativa, impactos de alta e baixa no preço da ação principal são intensificados, por exemplo, quando o preço da ação principal está baixo, aumenta-se a dificuldade de se alavancar devido ao aumento no preço da

Ômega						
Alavancagem	Índice de Cobertura					
		1,1	1,25	1,5	1,75	2
	0,5	0,160%	0,168%	0,156%	0,127%	0,074%
	1	0,229%	0,187%	0,085%	0,017%	0,020%
	1,5	0,255%	0,142%	0,020%	0,015%	0,023%
	2	0,307%	0,119%	0,016%	0,038%	0,054%
	2,5	0,286%	0,045%	0,037%	0,074%	0,097%
	3	0,270%	0,045%	0,069%	0,109%	0,133%

Ômega						
Alavancagem	Volatilidade					
		0,1	0,25	0,4	0,55	0,7
	0,5	0,097%	0,052%	0,203%	0,233%	0,245%
	1	0,108%	0,184%	0,256%	0,286%	0,323%
	1,5	0,120%	0,230%	0,289%	0,354%	0,537%
	2	0,139%	0,225%	0,368%	0,455%	0,666%
	2,5	0,144%	0,199%	0,371%	0,610%	0,787%
	3	0,136%	0,163%	0,425%	0,581%	0,998%

Medida de Ganho						
Alavancagem	Índice de Cobertura					
		1,1	1,25	1,5	1,75	2
	0,5	94,0%	94,0%	96,0%	98,0%	97,0%
	1	84,0%	81,0%	80,0%	80,0%	90,0%
	1,5	67,0%	61,0%	66,0%	78,0%	81,0%
	2	50,0%	51,0%	61,0%	70,0%	72,0%
	2,5	42,0%	45,0%	55,0%	61,0%	61,0%
	3	37,0%	45,0%	52,0%	57,0%	57,0%

Medida de Ganho						
Alavancagem	Volatilidade					
		0,1	0,25	0,4	0,55	0,7
	0,5	100,0%	98,0%	89,0%	82,0%	74,0%
	1	100,0%	91,0%	74,0%	66,0%	57,0%
	1,5	99,0%	77,0%	59,0%	48,0%	48,0%
	2	94,0%	60,0%	45,0%	42,0%	40,0%
	2,5	87,0%	45,0%	39,0%	37,0%	37,0%
	3	67,0%	41,0%	35,0%	34,0%	31,0%

Decisão Final						
Alavancagem	Índice de Cobertura					
		1,1	1,25	1,5	1,75	2
	0,5	0,160%	0,168%	0,156%	0,127%	0,074%
	1	0,229%	0,187%	0,085%	0,017%	0,020%
	1,5	0,255%	0,142%	0,020%	0,015%	0,023%
	2	0,000%	0,000%	0,016%	0,038%	0,054%
	2,5	0,000%	0,000%	0,000%	0,074%	0,097%
	3	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%

Decisão Final						
Alavancagem	Volatilidade					
		0,1	0,25	0,4	0,55	0,7
	0,5	0,097%	0,052%	0,203%	0,233%	0,245%
	1	0,108%	0,184%	0,256%	0,286%	0,000%
	1,5	0,120%	0,230%	0,000%	0,000%	0,000%
	2	0,139%	0,225%	0,000%	0,000%	0,000%
	2,5	0,144%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
	3	0,136%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%

Figura 23: Grids: $\rho = 0.6$

ação alugada. Quando a correlação é positiva, os impactos são suavizados, pois ativo e passivo seguem um mesmo movimento de perda e ganho. Barbariano (2009) comenta que alavancagem em títulos semelhantes é menos arriscada do que aplicar o mesmo nível de alavancagem em títulos de comportamento diferente, isto porque o preço de ativos semelhantes tendem a se mover em conjunto, com ganhos de um compensando as perdas do outro. A análise deste terceiro caso apoia este comentário a partir de uma análise quantitativa do problema.

6 *Conclusões*

Estratégias envolvendo fundos *long-short* têm mostrado promissores resultados e tem se estabelecido como um novo campo para desenvolver pesquisas. Atualmente, as publicações e trabalhos que envolvem estratégias alavancadas deste tipo são feitas, em sua maioria, de maneira qualitativa. Intuitivamente, alavancagem combinada com estratégias *long-short* traz maiores retornos, porém também aumenta o risco de perda em fundos com esta característica. Academicamente, a maneira mais convencional de confirmar esta intuição tem sido por meio de indicadores contábeis e conceitos que envolvem estrutura ótima de capital. A crítica envolvendo esta abordagem é a falta de um aspecto quantitativo que consiga mensurar se uma estratégia é melhor ou pior do que outra.

O modelo desenvolvido nesta dissertação permitiu analisar a questão da alavancagem em diferentes aspectos e cenários. A análise de alavancagem partiu de um modelo computacional que simula a dinâmica do preço da ação atrelada ao fundo de investimento e como a evolução desta dinâmica impacta o capital próprio do investidor (patrimônio líquido) e o capital de terceiros (passivo). O modelo também considera situações de compra e venda de ações a partir do nível de alavancagem do investidor e das restrições impostas pela instituição financeira (índice de cobertura).

Foi necessário definir uma medida que caracterizasse o retorno do investidor, considerando os ganhos e perdas nas simulações e os diversos parâmetros do problema. Após algumas análises, a medida que melhor continha estas características foi a medida Ômega. Definiu-se também que cada investidor possui um perfil de risco no qual é considerado o quanto se está disposto a perder e qual a expectativa de ganho ao final do período de investimento. Para quantificar este perfil de risco, inclui-se ao problema a restrição da medida de ganho. Os resultados das simulações mostram que o nível ótimo de alavancagem está intimamente ligado a este perfil de risco do investidor, quanto mais avesso ao risco o investidor for, maiores as chances de se escolher menores níveis de alavancagem, quanto mais propenso ao risco, maiores são as chances de se ter altos níveis de alavancagem.

Observou-se também que as instituições financeiras possuem um grande impacto na decisão de escolha do investidor devido ao nível de garantia que pode ser exigido. Maiores níveis de garantia, melhoram consideravelmente o risco da estratégia, porém reduzem seu retorno.

Ações com alta volatilidade devem ser trabalhadas com cuidado, pois apesar de aumentar muito o retorno do patrimônio líquido do investidor, colaboram para piores níveis de risco, fazendo com que em alguns casos o investidor tenha falência com probabilidade de 100%. Instituições financeiras deveriam se atentar a este tipo de ações aumentando o máximo que possível os critérios de garantia ou, simplesmente, não financiando estratégias deste tipo.

Analizou-se outros cenários em que se considera saltos no preço da ação principal e alavancagem via aluguel de ações. A Figura 24 resume os impactos dos fatores estudados nos casos com relação aos impactos em retorno e risco da estratégia. Uma conclusão importante é com respeito à correlação entre os preços das ações. As simulações apontam que melhores retornos podem ser encontrados quando esta correlação possui um sinal positivo, fato observado em alguns trabalhos acadêmicos.

Fator	Retorno	Risco
Alavancagem	▲	▼
Garantia	▼	▲
Volatilidade do preço	▲	▼
Saltos no preço	▲	▼
Aluguel de ação	▲	▼
Correlação positiva	▲	▬
Correlação negativa	▼	▬

Figura 24: Escolha da decisão final

A dinâmica simulada se mostrou o mais verossímil possível ao considerar diversos fatores não observados em outros trabalhos, como por exemplo: custo de transação na compra e venda de ações, a opção de mais de uma forma de alavancagem, a possibilidade de compra e venda de ações em diferentes instantes de tempo e saltos na dinâmica do preço da ação. Além disso, não se observou outro trabalho que utilizasse simulações para quantificar o nível ideal de alavancagem para uma estratégia de fundos de investimento.

O modelo aponta o nível de alavancagem ótimo considerando diversos *drivers* im-

portantes, como por exemplo, o índice de cobertura e a volatilidade do preço da ação principal. Um outro uso observado para o modelo foi o de ser uma ferramenta de decisão para que as instituições financeiras ou órgãos reguladores calibrem os seus níveis de garantia na concessão de empréstimos.

7 *Pesquisas Futuras*

Ao considerar o conjunto de premissas adotadas na construção do modelo, pode-se apontar algumas oportunidades de melhoria, como por exemplo, a possibilidade de compra de apenas uma ação e também a limitação das formas de alavancagem do investidor. Na prática, existem outras formas de alavancagem assim como uma composição diversificada de ativos em um portfólio. A questão de pagamento parcial da dívida ou quitação do empréstimo antes do período também são premissas que podem ser relaxadas. Poder-se-ia considerar também uma dinâmica de *jumps* no preço da ação alugada, assim como no preço da ação principal.

O modelo pode ser melhorado ao incrementar situações ainda mais próximas da realidade. Algo que foi pensado é considerar cenários de stress na ação principal, mudando a correlação dela com a ação alugada em diferentes espaços de tempo. Algo que também pode ser explorado é o efeito feedback na compra ou venda de ações de diferentes tipos de investidores, considerando dessa forma a influência de cada investidor no mercado de ações.

Existe também espaço para desenvolver uma métrica de risco-retorno que capture não apenas as variações de retorno em diferentes simulações, mas também oscilações dentro de uma mesma trajetória. Esta medida deveria ponderar os riscos de uma simulação combinado com o risco das N simulações.

Uma limitação do problema estudado foi considerar que é possível saber a priori a volatilidade e a taxa de retorno média das ações e considerá-las constantes ao longo do tempo. Essa limitação pode ser melhor estudada em outros trabalhos em que o enfoque seja de quantificar ou de como melhor obter este tipo de informação.

Finalmente, o problema pode ser abordado com outras ferramentas de análise quantitativa ou utilizar diferentes métodos de simulação.

Referências

- ANSON, M. J. P. *Handbook of alternative investments*. John Wiley & Sons Inc., 2006.
- BARBARIANO, C. F. *Leverage, hedge fund and risk*, 2009. Disponível em: <www.nepc.com/writable/research_articles/file/09_07_nepc_leverage_hf_and_risk.pdf>. Acesso em: 25 mai. 2014.
- BATISTA, A. F. et al. *Estrutura de capital: uma estratégia para endividamento ideal ou possível*. Artigo apresentado XXV Encontro Nac. de Eng. de Produção - Porto Alegre, 2005.
- BOX, G.E.P.; MULLER, M. E. *A note on the generation of random normal deviates, the annals of mathematical statistics*, vol. 29, no. 2, p. 610-611, 1958.
- FUNG, W.; HSIEH, D. A. The risks in fixed income hedge funds styles. *Journal of Fixed Income*, p. 6-27, 2002.
- FUNG, W.; HSIEH, D. A. Extracting portable alphas from equity long/short hedge funds. *Journal of Investment Management*. p. 1-19, 2004.
- GITMAN, L. J. *Princípios de administração financeira*. 7. ed. São Paulo: Harbra, 2001.
- GOMES, F. A. R.; CRESTO, V. Avaliação dos fundos long-short no Brasil. *Revista Brasileira de Finanças*, vol. 8, p. 505-529, 2010.
- HARRIS, M.; RAVIV, A. The theory of capital structure. *The Journal of Finance*. v. XLVI, n. 1, p. 297-355, 1991.
- HENRIKSSON, R. D.; MERTON, R. C. On market timing and investment performance. II. statistical procedures for evaluating forecasting skills. *Journal of Business*, p. 513-533, 1981.
- INEICHEN, A. M. The alpha in fund of hedge funds: Do fund of hedge funds managers add value? *Journal of Wealth Management*. p. 8-25, 2002.

JACOBS, B. I.; LEVY, K. N. Long-short portfolio management an integrated approach. *The Journal of Portfolio Management*, p. 23-32, 1999.

JORION, P. *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk*. 3. ed. New York: McGraw-Hill, 2007.

JÚNIOR, I. J. N.; LIMA, R. R.; LIMA, T. R. *Valor da empresa e sua relação com a estrutura de capital, rentabilidade: um estudo empírico das 1000 empresas melhores listadas na revista exame*. Artigo apresentado em VIII SEGeT - Simpósio de Excelência em Gestão e Tecnologia, 2011.

KNUTH, D. E. *Seminumerical Algorithms*. The Art of Computer Programming, v.2, 1969.

LAN, Y.; WANG, N.; YANG, J. *The economics of hedge funds: Alpha, Fees, Leverage, and Valuation*. 2011.

LEUSIN, L.M. C.; BRITO, R. D. Market timing e avaliação de desempenho dos fundos brasileiros. *Revista de Administração de Empresas*, p. 22-36, 2008.

LHABITANT, F. *Handbook of hedge funds*. West Sussex, 2006.

LIANG, B. *On the performance of hedge funds*, 1998. Disponível em: <papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=89490>. Acesso em: 20 mai. 2014.

LOOMIS, C. The Jones nobody keeps up with. *Fortune Magazine*. p. 237-248, abr. 1966.

MARION, J. C. *Contabilidade empresarial*. 6. ed. São Paulo: Atlas, 1997.

MARKOWITZ, H. Portfolio selection. *The Journal of Finance*. p. 77-91, 1952.

OKSENDAL, B. *Stochastic differential equations: an introduction with applications*. 6. ed. Springer, 2003.

PENNA, A. L. d. A. *Uma análise da estratégia long-short e a neutralidade dos fundos long-short brasileiros em relação ao Ibovespa*. Dissertação de Mestrado. FGV - Escola de Pós-Graduação em Economia. 2007.

PEREIRA, C. A. V. *A medida ômega e as medidas de performance de portfólio por média-variância: uma análise empírica do Ibovespa e fundos de investimentos do Brasil*. Trabalho de conclusão de curso apresentado à Faculdade de Economia e Administração de Ribeirão Preto da Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto, 2011.

PETERSEN, A. *A indústria de hedge fund no Brasil: uma avaliação preliminar*. Dissertação de mestrado apresentado à Escola de Pós-Graduação em Economia da Fundação Getúlio Vargas, São Paulo, 2007.

ROSS, S. A.; WESTERFIELD, R. W.; JORDAN, B. D. *Princípios de administração financeira*. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2000.

SCHNEEWEIS, T. et al. The impact of leverage on hedge fund risk and return. *Journal of Alternative Investments* vol. 7, n. 4, p. 10-21, 2005.

SCHNEEWEIS, T.; MARTIN, G. The Benefits of Hedge Funds: Asset Allocation. *The Institutional Investor*. Lehman Brothers. 2000.

SCHNEEWEIS, T.; MARTIN, G.; KAZEMI, H. B. Understanding hedge fund performance: Research issues revisited-part II. *Journal of Alternative Investment* p.8-30, 2003.

SHARPE, W. F. Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *The Journal of Finance*. p. 425-442, 1964.

SHREVE, S. *Stochastic Calculus for Finance I: The Binomial Asset Pricing Model*. Springer, 2005.

SHREVE, S. *Stochastic Calculus for Finance II: Continuous-Time Models*. Springer, 2004.

SMITH, D.; DEUTSCHMANN, A. Hedge funds, leverage and counterparty negotiations. *JPMorgan Alternative Asset Management*. 2008.

TANKOV, P. *Financial Modelling with Jump Processes*. CRC Press, 2003.

APÊNDICE A – Algoritmo Computacional

Tabela 4: Parâmetros de entrada do modelo

Variável	Tipo	Descrição
S	Real Positivo	Preço da ação em t
r	Real Positivo	Taxa de retorno neutra ao risco
vol	Real Positivo	Volatilidade da ação
mi	Real Positivo	Taxa de retorno média da ação
alavancagem	Real	Alavancagem do investidor
haircut	Real entre 0 e 1	Haircut da ação
ind_cob	Real positivo	Índice de cobertura
custo	Real entre 0 e 1	Percentual do preço da ação atribuído como custo
taxaemp	Real Positivo	Taxa de juros de empréstimo
numero_simulacoes	Inteiro Positivo	Quantidade de simulações
minretorno	Real Positivo	Limite de perda do investidor
jump	Binário	Define se haverá saltos no preço da ação
betaY	Real Positivo	Média do salto
sigY	Real Positivo	Desvio-padrão do salto
lambda	Inteiro Positivo	Quantidade média de saltos
mais_acoes	Binário	Define o empréstimo como aluguel de ações
m_S	Real Positivo	Multiplicador do preço da ação
m_vol	Real Positivo	Multiplicador da volatilidade da ação
m_mi	Real Positivo	Multiplicador da taxa de retorno médio da ação
rho	Real entre -1 e 1	Correlação entre as ações
valor_piso	Real	Patrimônio líquido mínimo desejado
apetite	Real entre 0 e 1	Medida de ganho

```
double Algoritmo(double S, double r, double vol, double mi, double alavancagem,
double haircut, double ind_cob, double custo, double taxaemp,
double numero_simulacoes, double t, double seed, double medida,
double minretorno, double cjump, double betaY, double sigY, double lambda,
double mais_acoes, double m_S, double m_vol, double m_mi, double rho,
double valor_piso, double appetite)
{
```

```
//Comentário: Gerador de número aleatório a partir de uma semente
CRand::SetRandSeed((int) seed);

/* Variáveis Auxiliares */
double mean = 0, count =0, double disponivel = 0, retorno = 0, compara = 0,
risk = 0,eps =0, eps2 =0, mi2=0, vol2 =0, inteiro = 0, fracao = 0, valor =0;

//Comentário: Determina o período de tempo e guarda alguns intervalos
//de tempo para análise.
double numero_passos = 720;
double t1 = 180, t2 = 360, t3 = 540, t4 = 720;

/* Variáveis do Ativo */
//Comentário: Prazo em anos para o vencimento
double T = 2;
double dt = T/numero_passos;
int ind=0, i=0, j=0, aux;

/* Variáveis da dinâmica com saltos */
double nu =0, Y =0, fatorjump=0;
int dq = 0;

/*Variáveis de Análise de Resultado */
double* PL = new double [(int) numero_simulacoes+1];
double i_alavancagem, ativo, passivo, preco, bank, acao, qde, cobertura,
compra, inicio, rinicio;

const int ti = 4;
double vsharp[ti] = {0,0,0,0}, vsharp2[ti] = {0,0,0,0},
msharp[ti] = {0,0,0,0}, msharp2[ti] = {0,0,0,0}, s[ti] = {0,0,0,0},
a[ti] = {0,0,0,0}, b[ti]= {0,0,0,0}, ri[ti]= {0,0,0,0}, ri2[ti]= {0,0,0,0},
ri3[ti]= {0,0,0,0}, rf[ti]= {0,0,0,0}, mediar[ti]= {0,0,0,0},
varr[ti]= {0,0,0,0}, varr3[ti]= {0,0,0,0}, d[ti]= {0,0,0,0},
dd[ti]= {0,0,0,0}, max[ti] = {0,0,0,0}, prob[ti]= {0,0,0,0},
c[ti]= {0,0,0,0}, min[ti] = {10000000,10000000,10000000,10000000},
```

```

media[ti]= {0,0,0,0}, var[ti]= {0,0,0,0}, maior[ti]= {0,0,0,0},
menor[ti]= {0,0,0,0}, contmaior[ti]= {0,0,0,0}, contmenor[ti]= {0,0,0,0};

/*Variáveis auxiliares para Aluguel de Ações */
double acao2, preco2, eta1, eta2, somadq = 0, sobra, aux_preco;
int    qde2;
double L[2][2] = {{0,0}, {0,0}};

//Comentário: Utilização da decomposição de Cholesky para correlacionar
//os números aleatórios das ações
double A[2][2], w=0;
int k;
A[0][0] = 1;
A[1][1] = 1;
A[0][1] = rho;
A[1][0] = rho;
for (j = 0; j<=1;j++)
{
    w=0;
    for (k = 0; k <= j-1;k++)
    {
        w = w + L[j][k]*L[j][k];
    }
    L[j][j] = A[j][j] - w;
    if(L[j][j] <= 0)
        break;

    L[j][j] = sqrt(L[j][j]);
    for(i = j+1; i<=1; i++)
    {
        w=0;
        for(k=0; k<=j-1;k++)
        {
            w = w + L[i][k]*L[j][k];
        }
    }
}

```

```
        L[i][j] = (A[i][j] - w)/L[j][j];
    }
}

for (int i=0;i<numero_simulacoes;i++)
{

    /* Variaveis em t=0 */
    //Comentário: Por simplificação, utilizou-se PL = 1000
    PL[i] = 1000;
    passivo = PL[i]*alavancagem;

    //Comentário: O passivo passa a ter a dinâmica da segunda ação
    if(1 == mais_acoes)
    {
        preco2 = S*m_S;
        valor = PL[i]*alavancagem/(preco2+ custo*preco2);
        fracao = modf(valor, &inteiro);
        qde2 = inteiro;
        acao2 = qde2*preco2;
        passivo = acao2 + custo*acao2;
    }

    preco = S;
    //Comentário: Dinheiro disponível para compra de títulos
    disponivel = PL[i] + passivo;

    valor = disponivel/(preco + custo*preco);
    //Comentário: Função auxiliar que captura o valor inteiro de um número real
    fracao = modf(valor, &inteiro);
    //Comentário: Considerou-se que a quantidade de ações deverá ser um
    //número inteiro
    qde = inteiro;
    acao = qde*preco;
    bank = disponivel - acao - custo*acao;
```



```
//Comentário: Composição do Ativo do Balanço Patrimonial
ativo = acao + bank;

/* Variaveis Auxiliares para o cálculo das métricas */
retorno = PL[i];
compara = PL[i];

for (int j = 0; j < numero_passos; j++)
{
    ind = 0;
    inicio = PL[i];
    rinicio = retorno;
    eta1 = CRand::NormRand(0,1);
    eta2 = CRand::NormRand(0,1);
    //Comentário: Correlação da dinâmica das ações a partir da fatoração
    //de Cholesky
    eps  = L[0][0]*eta1 + L[0][1]*eta2;
    eps2 = L[1][0]*eta1 + L[1][1]*eta2;

    //Comentário: Declaração dos parâmetros para o jump
    nu = mi - (exp(betaY + 0.5*sigY*sigY)-1)*lambda;
    //Comentário: Gera jump
    fatorjump = 1;
    //Comentário: Número de jumps no intervalo dt (Distribuição Poisson)
    dq = CRand::PoissonRand(lambda*dt);
    for (k =1; k<=dq; k++)
    {
        Y = CRand::NormRandGeral(betaY, sigY);
        fatorjump = fatorjump*exp(Y);
    }

    if(1 == cjump)
    //Comentário: Dinâmica do preço com jump
    preco = preco*(1 + nu*dt + vol * sqrt(dt) * eps + (fatorjump - 1));
```

```
else
//Comentário: Dinâmica do preço sem jump
preco = preco*(1+ mi*dt + vol * sqrt(dt) * eps);

retorno = retorno*exp(r*dt);
compara = compara*exp(minretorno*dt);

//Comentário: Atualização das variáveis
acao = qde*preco;
bank= bank*exp(r*dt);
if(1 != mais_acoes)
passivo = passivo*exp(taxaemp*dt);
else
{
    mi2 = mi*m_mi;
    vol2 = vol*m_vol;
    passivo = passivo - acao2;
    preco2 = preco2*(1+ mi2*dt + vol2 * sqrt(dt) * eps2);
    acao2 = qde2*preco2;
    passivo = passivo + acao2;
}
ativo = acao + bank;
PL[i] = ativo - passivo;
cobertura = (bank + (1-haircut)*acao)/passivo;
i_alavancagem = passivo/PL[i];

//Comentário: Compra e Venda de Ações
if(1 != mais_acoes)
{
    while (cobertura > ind_cob && i_alavancagem < alavancagem)
    {
        sobra = 0, aux_preco = 0;
        //Comentário: Utiliza dinheiro da conta bancária caso tenha
        if(bank >= (preco + custo*preco))
            sobra = -preco -custo*preco;
```

```

        else
            aux_preco = preco + custo*preco;

            qde = qde+1;
            acao = qde*preco;
            passivo = passivo + aux_preco;
            bank = bank + sobra;
            ativo = acao + bank;
            PL[i] = ativo - passivo;
            cobertura = (bank + (1-haircut)*acao)/passivo;
            i_alavancagem = passivo/PL[i];
            ind = 1;
        }
        //Comentário: Próximo precedimento é apenas para acertar os valores
        //caso o índice de cobertura tenha ficado menor que o mínimo
        if(cobertura < ind_cob && ind == 1)
        {
            qde = qde-1;
            acao = qde*preco;
            passivo = passivo - aux_preco;
            bank = bank - sobra;
            ativo = acao + bank;
            PL[i] = ativo - passivo;
            cobertura = (bank + (1-haircut)*acao)/passivo;
            i_alavancagem = passivo/PL[i];
        }
    }

    //Comentário: Aluguel de ações
else
    {
        int qde0 = 1, qde1 =1;
        double preco0 = preco, preco1=preco2;
        while (cobertura > ind_cob && i_alavancagem < alavancagem)
        {
            preco0 = preco, preco1=preco2, sobra =0, qde1 =1, aux_preco = 0;

```

```

    if(bank >= (preco + custo*preco))
    {
        qde1 = 0;
        aux_preco = 0;
        sobra = -preco - custo*preco;
    }
    else
    {
        while (preco0 > preco1)
        {
            preco1 = preco1 + preco2;
            qde1++;
        }
        sobra = qde1*preco2 - 1*preco;
        aux_preco = custo*preco + custo*qde1*preco2;
    }

    qde = qde + 1;
    acao = qde*preco;
    qde2 = qde2 + qde1;
    passivo = passivo - acao2;
    acao2 = qde2*preco2;
    passivo = passivo + acao2 + aux_preco;
    bank = bank + sobra;
    ativo = acao + bank;
    PL[i] = ativo - passivo;
    cobertura = (bank + (1-haircut)*acao)/passivo;
    i_alavancagem = passivo/PL[i];
    ind = 1;
}
if(cobertura < ind_cob && ind == 1)
{
    qde = qde - 1;
    acao = qde*preco;
    qde2 = qde2 - qde1;

```

```
passivo = passivo - acao2;
acao2 = qde2*preco2;
bank = bank - sobra;
passivo = passivo + acao2 - aux_preco;
ativo = acao + bank;
PL[i] = ativo - passivo;
cobertura = (bank + (1-haircut)*acao)/passivo;
i_alavancagem = passivo/PL[i];
}
}

//Comentário: Compra com dinheiro na conta bancária
ind =0;
while (cobertura > ind_cob && bank >= (preco + custo*preco))
{
    ind =1;
    qde = qde+1;
    acao = qde*preco;
    bank = bank - preco - custo*preco;
    ativo = acao + bank;
    PL[i] = ativo - passivo;
    cobertura = (bank + (1-haircut)*acao)/passivo;
    i_alavancagem = passivo/PL[i];
}
if (cobertura < ind_cob && ind == 1)
{
    qde = qde-1;
    acao = qde*preco;
    bank = bank + preco + custo*preco;
    ativo = acao + bank;
    PL[i] = ativo - passivo;
    cobertura = (bank + (1-haircut)*acao)/passivo;
    i_alavancagem = passivo/PL[i];
}
```

```

// Comentário: Venda de ações para atingir restrições
while (cobertura < ind_cob && qde > 0)
{
    qde = qde-1;
    acao = qde*preco;
    bank = bank + preco - custo*preco;
    ativo = acao + bank;
    PL[i] = ativo - passivo;
    cobertura = (bank + (1-haircut)*acao)/passivo;
    i_alavancagem = passivo/PL[i];
}

//Comentário: Cálculo das métricas nos períodos determinados
if (t1-1 == j || t2-1 == j || t3-1 == j || t4-1 == j)
{
    if (t1-1 == j)
        aux=0;
    if (t2-1 == j)
        aux=1;
    if (t3-1 == j)
        aux=2;
    if (t4-1 == j)
        aux=3;

    max[aux] = CMath::Max(max[aux], PL[i]);
    min[aux] = CMath::Min(min[aux], PL[i]);
    c[aux] = c[aux] + CMath::Cprob(PL[i], valor_piso);
    a[aux] = a[aux] + PL[i];
    b[aux] = b[aux] + PL[i]*PL[i];
    maior[aux] = maior[aux] + CMath::Max((log(PL[i]/compara)), 0);
    menor[aux] = menor[aux] + CMath::Max((compara/log(PL[i])), 0);
}
}
}

```

```
double saida =0;
for(i=0; i<ti;i++)
{
    media[i] = a[i]/numero_simulacoes;
    var[i]    = b[i]/numero_simulacoes - media[i]*media[i];
    prob[i]   = c[i]/numero_simulacoes;
}
```

```
//Comentário: O algoritmo possui diversas saídas, é
//nesta etapa que se escolhe qual a saída de preferência
//do usuário
```

```
if (1==t)
```

```
aux=0;
```

```
if (2==t)
```

```
aux=1;
```

```
if (3==t)
```

```
aux=2;
```

```
if (4==t)
```

```
aux=3;
```

```
if (1 == medida)
```

```
saida = media[aux];
```

```
if (2 == medida)
```

```
saida = min[aux];
```

```
if (3 == medida)
```

```
saida = max[aux];
```

```
if (4 == medida)
```

```
saida = sqrt(var[aux]);
```

```
if (5 == medida)
```

```
saida = prob[aux];
```

```
if (6 == medida)
```

```
saida = maior[aux]/menor[aux]; //Ômega
```

```
if (7 == medida)
```

```
{
```

```
        if(apetite > prob[aux])
            saida = 0;
        else
            saida = maior[aux]/menor[aux];
    }

delete [] PL;
return  saida;
}
```


APÊNDICE B – Funções Auxiliares - Rand

```

#include "Rand.h"
#include <cfloat>
#include <ctime>
#include <cmath>

int CRand::m_idum = -1;
int CRand::m_iy = 0;
int CRand::m_iv[NTAB] = {0};
int CRand::m_iset = 0;
double CRand::m_gset = 0.0;

int CRand::m_idum2 = -1;
int CRand::m_iy2 = 0;
int CRand::m_iv2[NTAB] = {0};
int CRand::m_iset2 = 0;
double CRand::m_gset2 = 0.0;

/* Configura a semente do gerador de números aleatórios */

void CRand::SetRandSeed(int seed)
{
    m_idum = -seed;
    if (-m_idum < 1)
    {
        m_idum = 1; // Be sure to prevent idum = 0.
    }
    else

```

```

{
    m_idum = -m_idum;
}

//Load the shuffle table (after 8 warm-ups).
for (int j=NTAB+7;j>=0;j--)
{
    int k = m_idum / IQ;
    m_idum = IA * (m_idum - k * IQ) - IR * k;
    if (m_idum < 0)
    {
        m_idum += IM;
    }
    if (j < NTAB)
    {
        m_iv[j] = m_idum;
    }
}
m_iy = m_iv[0];
m_iset=0;
}

/* Obtem a semente do gerador de numeros aleatorios */
int CRand::GetRandSeed()
{
    return m_idum;
}

/* Minimal random number generator of Park and Miller with
Bays-Durham shuffle and added safeguards. Returns a uniform
random deviate between 0.0 and 1.0 (exclusive of the endpoint
values). Call with idum a negative integer to initialize;
thereafter, do not alter idum between successive deviates in
a sequence. RNMX should approximate the largest floating value
that is less than 1. */

```

```
double CRand::Rand()
{
    if(m_idum <= 0 || !m_iy)
    {
        SetRandSeed(m_idum);
    }
    //Start here when not initializing.
    int k = m_idum / IQ;
    //Compute idum=(IA*m_idum) % IM without overflows by
    //Schrage's method.
    m_idum = IA * (m_idum - k * IQ) - IR * k;
    if(m_idum < 0)
    {
        m_idum += IM;
    }

    //Will be in the range 0..NTAB-1.
    int j = m_iy / NDIV;
    //Output previously stored value and refill the shuffle
    //table.
    m_iy = m_iv[j];
    m_iv[j] = m_idum;

    double temp = AM * m_iy;
    if (temp > RNMX)
    {
        // Because users don't expect endpoint values.
        temp = RNMX;
    }

    return temp;
}

/* Returns a normally distributed deviate with zero mean and unit
```

variance, using ran1(idum) as the source of uniform deviates. */

```
double CRand::NormRand(double m, double s)
{
    double fac,rsq,v1,v2;
    if (m_iset == 0) // We don't have an extra deviate handy, so
    {
        do
        {
            //pick two uniform numbers in the square ex
            v1 = 2.0 * Rand() - 1.0;
            //tending from -1 to +1 in each direction,
            //see if they are in the unit circle,
            //and if they are not, try again.
            v2 = 2.0 * Rand() - 1.0;
            rsq = v1 * v1 + v2 * v2;
        }
        while (rsq >= 1.0 || rsq == 0.0);
        fac = m + s*sqrt(-2.0 * log(rsq) / rsq);

        //Now make the Box-Muller transformation to get two
        //normal deviates.
        //Return one and save the other for next time.
        m_gset=v1*fac;

        //Set flag.
        m_iset=1;
        return v2*fac;
    }
    else
    {
        //We have an extra deviate handy,
        // so unset the flag and return it.
        m_iset=0;
        return m_gset;
    }
}
```

```

    }
}

//(BOX & MULLER, 1958)
double CRand::NormRandGeral(double m, double s)
{
    //constante pi
    static double pi = acos(-1.0);
    double u1, u2, x1, x2;
    u1 = Rand();
    u2 = Rand();
    x1 = m + s * sqrt(-2 * log(u1)) * cos(2 * pi * u2);
    x2 = m + s * sqrt(-2 * log(u1)) * sin(2 * pi * u2);
    return x1;
}

// KNUTH (1969)
int CRand::PoissonRand(double lambda)
{
    double L, p;
    int k;
    k = 0;
    L = exp(-lambda);
    p = 1;
    do
    {
        k = k+1;
        p = p*Rand();
    }while(p > L);
    return k-1;
}

```

APÊNDICE C - Funções Auxiliares - Math

```
#include "Math.h"
#include <cmath>
#include "Rand.h"

double CMath::Max(double a, double b)
{
    return a > b ? a : b;
}

double CMath::Min(double a, double b)
{
    if(a < b)
        return a;
    else
        return b;
}

double CMath::Cprob(double a, double b)
{
    if (a > b)
        return 1;
    else
        return 0;
}
```