

FUNDAÇÃO GETÚLIO VARGAS

ESCOLA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA

MESTRADO EM FINANÇAS E ECONOMIA EMPRESARIAL

INVESTIGAÇÃO SOBRE O DESEMPENHO DA REGRA DE NEGOCIAÇÃO DE
PAIRS TRADING UTILIZANDO O MODELO DE MUDANÇA DE REGIME NO
MERCADO DE AÇÕES BRASILEIRO

MARCOS VAGNER DE CASTRO MACEDO

Rio de Janeiro

Dezembro/2016

MARCOS VAGNER DE CASTRO MACEDO

INVESTIGAÇÃO SOBRE O DESEMPENHO DA REGRA DE
NEGOCIAÇÃO DE PAIRS TRADING UTILIZANDO O MODELO DE MUDANÇA
DE REGIME NO MERCADO DE AÇÕES BRASILEIRO

Dissertação apresentada na Escola de Pós
Graduação em Economia da Fundação
Getúlio Vargas como requisito parcial para
obtenção do Grau de Mestre em Finanças e
Economia Empresarial.

Orientador: Marcelo Pessoa

Rio de Janeiro

Dezembro/2016

Macedo, Marcos Vagner de Castro

Investigação sobre o desempenho da regra de negociação de pairs trading utilizando o modelo de mudança de regime no mercado de ações brasileiro / Marcos Vagner de Castro Macedo. – 2016.
40 f.

Dissertação (mestrado) - Fundação Getulio Vargas, Escola de Pós-Graduação em Economia.

Orientador: Marcelo Pessoa.

Inclui bibliografia.

1. Operações com pares (Finanças). 2. Ações (Finanças). 3. Bolsa de valores. 4. Cointegração. 5. Markov, Processos de. I. Pessoa, Marcelo de Sales, 1983-. II. Fundação Getulio Vargas. Escola de Pós-Graduação em Economia. III. Título.

CDD – 332.645

MARCOS VAGNER DE CASTRO MACEDO

**“INVESTIGAÇÃO SOBRE O DESEMPENHO DA REGRA DE
NEGOCIAÇÃO DE PAIRS TRADING UTILIZANDO O MODELO
DE MUDANÇA DE REGIME NO MERCADO DE AÇÕES
BRASILEIRO”**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Profissional em Economia Empresarial e Finanças da Escola de Pós-Graduação em Economia para obtenção do grau de Mestre em Economia Empresarial e Finanças.

Data da defesa: 09/01/2017

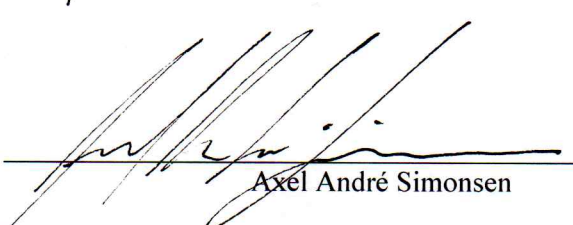
ASSINATURA DOS MEMBROS DA BANCA EXAMINADORA



Marcelo de Sales Pessoa
Orientador (a)



Angelo Luiz Rocha Polydoro



Axel André Simonsen

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Célia Regina e James, pelo carinho e infinita dedicação ao meu crescimento pessoal e profissional. Sem vocês tudo isto não teria um início.

Aos meus sobrinhos, Enzo Costa, Mayara Regina e Paulo Matheus, por serem a principal motivação para nunca desistir e me fazerem acreditar que posso ser um exemplo a ser seguido.

À minha querida esposa, Marina Reis, por seu amor, apoio e acima de tudo paciência durante este período. Obrigado por trazer alegria nas pequenas coisas.

À minha sogra Marília Costa e minha cunhada e amiga Marianna Costa, por me auxiliarem na revisão do trabalho.

Ao meu orientador, Marcelo Pessoa, por suas ideias que fizeram este trabalho tomar o caminho correto e pela paciência com a escassez de tempo e os desencontros.

Aos professores da EPGE, pela dedicação ao ensino e pelo aprendizado que me foi passado.

Aos colegas de Mestrado, pela amizade e pelos momentos de troca. Em especial Tiago Duba e Gabriel Barros, por tantos finais de semanas dedicados aos estudos e compartilhando ideais.

Aos meus grandes amigos Clhis Alberty e Márcio Frossard com a ajuda na confecção da base de dados.

Ao meu amigo Fernando Cunha com o auxílio em desvendar os segredos do R na fase final de preparação deste trabalho.

“Os dias prósperos não vêm por acaso,
nascem de muita fadiga e persistência.”

Henry Ford (1863-1947)

RESUMO

Dentre muitas estratégias para a negociação de ativos financeiros, a estratégia de *Pair Trading* tem apresentado relevância no meio acadêmico e profissional. Sendo utilizada como uma importante estratégia nos principais fundos de investimentos no Brasil e no mundo. Neste trabalho, é examinado o desempenho da estratégia de *Pair Trading* com um viés estatístico buscando identificar e explorar ineficiências de ativos financeiros que apresentem uma relação de longo prazo. As regras de negociação proposta utilizam-se dos testes de cointegração na identificação de pares de ações elegíveis para a aplicação da estratégia e usa-se o modelo de mudança de regime *markoviano* para definir a estratégia de negociação. O objetivo é explorar desvios temporários (anomalias) das relações de equilíbrio de longo prazo entre os ativos em diferentes regimes. O modelo permite identificar a estrutura não linear dos dados e o primeiro e segundo momentos condicionais. As aplicações com dados reais do mercado brasileiro indicam que um portfólio simples composto por um único *spread* já supera alguns dos principais benchmarks do mercado.

Palavras-chave: *pairs trading*; arbitragem estatística; cointegração; regime *markoviano*; estratégia neutra ao mercado.

ABSTRACT

Among various strategies of financial assets negotiations, The Pair Trading strategy has shown relevance in the academic and professional environment and it's being used as an important strategy. In the main investment funds in Brazil and around the world. The purpose of this work is to examine the Pair Trading strategy with a statistical bias in order to identify and explore financial assets' inefficiencies. That present long-term relationship. The rules of negotiation proposed, make the use of Cointegration tests to identify eligible actions' pairs, in order to apply such strategy, along with the use Markov-switching models to define the negotiation strategy. The main goal is to explorer. Temporary deviations (anomalies) of the long-term relationship equilibrium between assets and diferents Regimes. The model is able to identify the nonlinear structure data and also the first and second conditional moments. The applications along with real data from brazilian financial market indicates that a simple portfolio composed by an unique spread, already overcome some of the principals benchmarks of the market.

Keywords: pairs trading; arbitragem estatística; cointegração; regime markoviano; estratégia neutra ao mercado.

SUMÁRIO

RESUMO	v
ABSTRACT	vi
LISTA DE FIGURAS	viii
LISTA DE TABELAS	ix
1. Introdução	1
2. Revisão Literatura	3
2.1. HISTÓRICO DA ARBITRAGEM ESTATÍSTICA	3
2.2. ARBITRAGEM ESTATÍSTICA E PAIR TRADING	4
2.3. PRECIFICAÇÃO RELATIVA E EFICIÊNCIA DE MERCADO	6
2.4. COINTEGRAÇÃO	7
2.5. MODELO DE MUDANÇA DE REGIME	9
3. Metodologia	12
3.1. PAIR TRADING BASEADO EM COINTEGRAÇÃO	12
3.2. SPREADS, MUDANÇA DE REGIME E REGRA DE NEGOCIAÇÃO	13
4. Análise Empírica	16
4.1. BASE DE DADOS	16
4.2. RESULTADOS	17
5. Conclusão	24
6. Referencias Bibliográficas	26

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Resíduos da Regressão entre as ações de PETR3 e PETR4 estimados no teste de cointegração.	18
Figura 2. Gráfico de Valor Relativo das ações KROT3 X ESTC3, no período de 05 de janeiro de 2016 até 31 de maio de 2016.....	Erro! Indicador não definido.
Figura 3. Gráfico de retorno acumulado da estratégia de investimentos contra o Ibovespa , o CDI e as ações de KROT3 e ESTC3. No período de 05 de janeiro de 2016 até 31 de maio de 2016.....	20
Figura 4. Gráfico de Valor Relativo das ações ITUBA 4 X IBOV, no período de 05 de janeiro de 2016 até 05 de julho de 2016.....	21
Figura 5. Gráfico de retorno acumulado da estratégia de investimentos contra o Ibovespa e a ação de ITUB4. No período de 05 de janeiro de 2016 até 05 de julho de 2016.....	21
Figura 6. Quadro com a saída dos resultados Modelo de Mudança de Regime dos pares KROT3 x ESTC3.....	22
Figura 7. Distribuição do Valore Relativo de KROT 3 X ESTC3 dentro da amostra.....	23
Figura 8. Gráfico de Valor Relativo das ações KROT3 X ESTC3, no período de 05 de janeiro de 2016 até 25 de abril de 2016.	23

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Teste de cointegração de Engle-Granger.....	17
---	----

1. Introdução

Em 2016, a indústria doméstica de fundos possuía um patrimônio de aproximadamente R\$ 3,35 trilhões, distribuídos em 14,7 mil fundos de investimentos. Esses fundos podem ser agrupados em 63 categorias, das quais, 60 estão acessíveis aos investidores domésticos e 3 para investidores não residentes.

Os fundos Long Short vêm, ao longo dos anos, ganhando cada vez mais espaço na carteira de investidores. Entre janeiro de 2010 e abril de 2012, os fundos categorizados na Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais (Anbima) como Long Short Neutro e Long Short Direcional cresceram 139,2%. Em 2016, este mercado representava apenas 0,20% da indústria de fundos, sugerindo uma grande oportunidade para crescimento e consolidação. Nessa categoria de fundos de investimento, a estratégia predominante é o *pairs trading* de ações, ou arbitragem estatística de ações. Essa estratégia consiste em auferir ganhos com o desempenho relativo das posições compradas e vendidas, independentemente das condições de mercado. Mais especificamente, objetiva a exploração de desvios de curto prazo das relações de equilíbrio de longo prazo entre os preços de dois ativos. Assim, definida uma relação estatística entre dois ativos, seja esta uma razão ou um *spread*¹, a estratégia é realizada quando existe um desvio significativo entre o comportamento histórico. Quando este comportamento reverte à média, a estratégia é desfeita.

A neutralidade ao mercado é uma das características esperadas dessa estratégia, desta forma espera-se uma pequena exposição ao mercado. Consequentemente o desempenho da estratégia apresenta uma baixa correlação ao mercado. Os sinais para *trading* devem ser sistemáticos ou apresentar regras bem definidas para a negociação, não considerando as relações pertinentes dos fundamentos econômicos e o mecanismo para geração de retornos excedentes é estatístico. Segundo Avellaneda and Lee (2008), a estratégia de *pairs trading* é antecessora da arbitragem estatística. A ideia por trás do *pairs trading* é que duas ações do mesmo setor possuem características similares, ou seja, observa fatores econômicos e não relações puramente estatísticas.

¹ Define-se como *spread* a diferença entre os preços de duas ações. Seja Pr_A , o preço da ação A e Pr_B o preço da ação B, então temos que $Spread = Pr_A - Pr_B$.

Segundo Santos (2013), no Brasil esta estratégia cresce de forma significativa quando se observam as operações realizadas no Banco de Títulos² (BTC). O mercado brasileiro de aluguel de ações tem apresentado uma constante queda das altas taxas de aluguel praticadas. Em 2004, a taxa média era de 6% a.a. Em 2011, o valor médio da taxa era de 3% a.a. tornando assim o mercado cada vez mais favorável para este tipo de operação. Em 2016, foram negociados aproximadamente R\$ 693 bilhões o equivalente em média a R\$ 57,7 bilhões mensalmente e a taxa média das operações foi de 4,68% a.a.

Usualmente, os métodos tradicionais de *pairs trading* com ações buscam identificar os pares com base em correlação e em outras regras de decisão não paramétricas. Na literatura nacional e internacional sobre o tema, não existe uma convergência nas opiniões sobre a melhor metodologia a ser utilizada. Contudo, métodos não paramétricos não garantem a reversão à média ou uma tendência comum de longo prazo dos preços.

Vidyamurthy (2004) usa a abordagem de cointegração, buscando a parametrização da estratégia de *pairs trading*, analisando a cointegração entre pares de ações (Engle and Granger, 1987; Engle and Yoo, 1987). No Brasil, os trabalhos de Kabashima (2003), Imamura (2009), Caldeira (2010) e Santos (2013) utilizaram esta mesma abordagem.

A metodologia usada neste trabalho se assemelha ao realizado por Caldeira (2010) no processo de definição dos pares. No entanto, não é razoável supor que os parâmetros da relação de longo prazo sejam constates ao longo do tempo: a economia está sujeita a choques estruturais e essas mudanças podem invalidar a parametrização da estratégia de *pairs trading*.

Bock e Mestel (2008) desenvolveram modelos de mudanças de regime como alternativa para a criação de regras de negociação em estratégias de arbitragem estatísticas. Desta forma, é possível estimar a probabilidade de mudança de regime. Neste trabalho, são utilizados a média e a variância no modelo de mudança de regime de Markov para descrever uma relação entre os preços de duas ações.

Aqui, investigamos a aplicabilidade da estratégia proposta por Bock e Mestel nas principais estratégias de *pair trading* utilizada por gestores profissionais com dados reais do mercado brasileiro. Construímos carteiras simples, onde o *spread* supera alguns

² O Banco de títulos – BTC - é um serviço oferecido pela BM&FBovespa que realiza os empréstimos de ativos no mercado brasileiro.

dos principais benchmarks do mercado. A mediana do retorno anualizado da estratégia de ITUB4 x Ibovespa foi de 46,83% a.a., no ano de 2016 o CDI apresentou um retorno de 14,00% a.a.

O trabalho está estruturado em cinco capítulos. O primeiro capítulo consiste na introdução; o segundo, apresenta uma revisão dos trabalhos já realizados com *pairs tradings* e mudança de regime, e disserta sobre os fundamentos teóricos que cercam estes temas. No terceiro, é apresentada a metodologia do estudo, definindo como será implementada a estratégia de *pairs trading*. Os resultados são apresentados no quarto capítulo. No quinto e último capítulo, são apresentadas as considerações finais.

2. Revisão Literatura

2.1. HISTÓRICO DA ARBITRAGEM ESTATÍSTICA

Segundo Gatev et al. (2006), na década de 80, um grupo de profissionais do Banco Morgan Stanley, capitaneados por Nunzio Tartaglia, desenvolveram um algoritmo que utilizava técnicas estatísticas, avançadas para a época, que permitiam lucrar com a compra e a venda simultânea de duas ações. Baseados na premissa de que, quando ocorresse um desvio entre a relação de preços histórica entre as duas ações, surgiria uma oportunidade de obter ganhos até que essa relação se normalizasse convergindo para sua média histórica. A estratégia ficou conhecida como Pairs trading.

Segundo Parreiras (2007), Gerry Bamberger, um dos profissionais que trabalhou com Tartaglia no Morgan Stanley, deu continuidade a sua carreira no fundo de investimento Princeton-Newport Partners, conduzido pelo matemático Edward Thorp. Este teria iniciado os estudos sobre os conceitos de reversão à média em ações, e evoluído nas operações de arbitragem estatística com o auxílio de Bamberger. A estratégia foi vencedora entre 1985 e 1988, quando o fundo foi encerrado.

Outro percussor foi David Shaw. Segundo Parreiras (2007), em 1986, David compunha a equipe de Tartaglia no Morgan Stanley e saiu em 1988 para montar sua própria empresa, a *D.E. Shaw*, que utiliza as estratégias de arbitragem estatística na gestão de recursos financeiros. Iniciou com aproximadamente US\$ 28 milhões. Em 2016, administra aproximadamente US\$ 32 bilhões. Podemos afirmar que, no fim da

década de 80, o uso de técnicas de arbitragem estatística era comum no processo de gestão dos grandes bancos e dos *hedge funds*³.

Parreiras (2007) afirma que o *hedge fund* Medallion Fund gerido pela empresa Renaissance Technologies, fundada por James Simons, apresentou um histórico de retornos de aproximadamente 35%, anualizado por mais de vinte anos. A estratégia do fundo, realizada durante 24 horas em todos os mercados líquidos, é explorar pequenas arbitragens usando métodos quantitativos. Trata-se, então, de uma evidência da capacidade desse tipo de estratégia de gerar retornos consistentes e de longo prazo.

2.2. ARBITRAGEM ESTATÍSTICA E PAIR TRADING

Segundo Parreiras (2007), podemos dividir a literatura em três diferentes grupos de estudos sobre os problemas em arbitragem estatística. No primeiro grupo, encontram-se os estudos referentes ao desempenho relativo de grupos de ações, explorando o efeito *momentum*, ou seja, comprando os ativos que valorizaram excessivamente e vendendo os que valorizaram aquém do esperado (ou o contrário em *bear market*⁴); o segundo grupo tem como objetivo modelar o comportamento estatístico de grupos de ações, permitindo assim a previsibilidade e modelos de correção de erros, com técnicas como cointegração; e, por fim, o terceiro grupo busca uma equação paramétrica (normalmente estocástica) que modele o comportamento conjunto de um grupo de ações. É possível argumentar que o segundo grupo de estudo e o terceiro tipos são similares, e, de algum modo, têm conceitos em comum: ambos se caracterizam pelo uso de ferramentas estatísticas. Ao decorrer deste trabalho, apresentaremos discussões sobre o segundo e o terceiro grupo.

Segundo Jegadeesh e Titman (1995), as expectativas de lucros das estratégias *contrarians*,⁵ bem como a de *pairs trading*, são, em parte, devidas à reação exagerada dos agentes econômicos, frente a choques de informações específicas divulgadas na mídia sobre uma empresa.

³ *Hedge funds* são os fundos de investimentos que possuem as estratégias mais agressivas no cenário internacional.

⁴ *Bear Market* é uma expressão em inglês que caracteriza o mercado com tendência de baixa ou em depressão, refletindo assim o pessimismo dos investidores. Este mercado é caracterizado por uma tendência de queda generalizada dos ativos.

⁵ *Contrarian* é uma expressão em inglês que caracteriza um estilo de investimento que contraria as tendências de mercado através da compra de ativos que apresentam um desempenho ruim no período de análise e depois vendem quando eles estão com bom desempenho.

Estratégias *long-short* são definidas por Jacobs et al. (1993) como sendo neutras ao mercado. A neutralidade ao mercado é alcançada quando se combinam posições compradas e vendidas com riscos equivalentes. Para realização desta estratégia, basta definir uma relação de equivalência entre os betas de mercado das posições compradas e vendidas ponderadas pelos seus financeiros no portfólio. Com isso, elimina-se o comportamento direcional do mercado: a carteira não deve obter correlação com o índice de mercado, ou seja, deve ser um portfólio com beta igual a zero. A posição vendida, geralmente, é financiadora da posição comprada. Fund & Hsieh (1999), definem uma estratégia como neutra ao mercado quando seu retorno independe do retorno do mercado. Fundos neutros ao mercado buscam evitar exposição a fatores de risco, apostando fortemente em movimento de preços relativos. Um portfólio neutro ao mercado possui risco sistemático igual à zero (beta de mercado igual à zero).

Alexander & Dimitriu (2005), contudo, observam que as estratégias *long-short* com ações, apesar de serem vistas como neutras ao mercado, se não forem formuladas com o objetivo de ter beta de mercado igual à zero, não são, de fato, neutras.

Vidyamurthy (2004), em seu livro sobre *pairs trading*, baseia-se no conceito de preços relativo para definir a arbitragem estatística dos pares. A ideia principal é explorar os desvios temporários de apreçamento (*mispricings*) entre dois ativos análogos. Para averiguar os desvios, é construída uma série de tempo definida com *spread*. A magnitude do desvio é percebida pelo seu valor, logo, quanto maior o *spread*, maior é o desvio de apreçamento entre os ativos e, conseqüentemente, maior a probabilidade de obter lucro. Basicamente, a estratégia é composta ao se montar uma posição *long e short* a cada vez que o *spread* encontrar-se longe de sua média histórica. Acreditando que o desvio de apreçamento será corrigido automaticamente, e quando isso acontecer, encerrar-se a operação.

A estratégia *pairs trading* deve ser dividida em três diferentes etapas, segundo Nath (2003): o primeiro período, denominado período de análise, consiste em avaliar características das séries temporais. Na segunda etapa, define-se o método estatístico que será utilizado para identificar os ativos que “andam juntos”. Na terceira e última etapa, ocorre a negociação dos pares, fora da amostra do período de análise.

Além dessas etapas, o mesmo autor sugere que se devem levar em conta outras variáveis no estudo de *pairs trading* como: o tamanho da amostra de validação; o universo de ativos elegíveis; a técnica para selecionar os pares; a métrica de avaliação se

os pares são excessivamente instáveis; a duração do período de *trading*; os critérios para iniciar e terminar as operações; assim como o critério para gerenciamento do risco.

2.3. PRECIFICAÇÃO RELATIVA E EFICIÊNCIA DE MERCADO

Segundo Gatev et al. (2006), os ativos podem ser precificados de forma absoluta ou relativa. A precificação absoluta é baseada em fundamentos, ou seja, utiliza-se o fluxo de caixa futuro, descontado no procedimento de precificação.

Por sua vez, define-se precificação relativa quando dois ativos com características semelhantes são negociados a preços parecidos. Dessa forma, a existência de bolhas na economia é admitida na precificação relativa. Em mercados eficientes, a precificação utilizando o modelo CAPM (Capital Asset Pricing Model) e a lei do preço único necessita que os preços de ativos equivalentes, ao longo dos períodos, possuam valores similares. Deve ser satisfeito um equilíbrio de longo prazo no *spread* dos preços de ativos semelhantes ao longo do tempo. Esta hipótese é utilizada por Hendry & Juselius (2001) para mostrar que os desvios de curto prazo da hipótese de preços equivalentes podem gerar oportunidades de arbitragem durante o desvio dos preços.

Segundo a definição de eficiência de mercado de Jensen (1978), uma estratégia que produz consistentemente ganhos econômicos, posteriormente a uma definição adequada de custos de transação durante um longo período de tempo, é uma evidência contra a hipótese de eficiência de mercado.

A constatação de lucratividade nas estratégias de negociações após os custos de transação, algo que caracterizaria a ineficiência de mercado, não é frequente. O artigo de Lakonishok e Vermaelen (1990) mostra que estratégias de negociação destinadas a explorar anomalias do comportamento dos preços são lucrativas. Jegadeesh & Titman (1993) avaliam uma estratégia de investimento que compra ações que apresentam bom desempenho passado e vende de ações que apresentaram fraco desempenho. Chan *et al.* (1996) também confirmam os resultados através de portfólios formados com base em anúncio de resultados. Contudo, os estudos acima mencionados sofrem do problema de hipótese conjunta.

Fama (1998) adverte contra a rejeição de eficiência do mercado, porque os testes anteriores dependem de um modelo de especificação para os retornos de equilíbrio. Além disso, afirma que a maior parte das anomalias de longo prazo também são

sensíveis a metodologia estatística utilizada. Portanto, ineficiências usando retornos de longo prazo (por exemplo, mais de 5 anos) devem ser vistas com ressalvas.

Sendo assim, Hogan et al. (2004) sugere o teste de eficiência do mercado para averiguar se as anomalias formam oportunidades de arbitragem estatística. Os autores afirmam que a arbitragem estatística é independente de qualquer modelo de equilíbrio ou especificação dos retornos esperados e sua existência contesta a eficiência de mercado.

Portanto, a arbitragem estatística possibilita a rejeição da eficácia do mercado sem utilizar um conjunto de hipóteses de um modelo de equilíbrio. Essa ideia é permutada por um processo estocástico assumido para obtenção de lucros da estratégia. Sendo assim, a metodologia apresentada neste trabalho pode ser vista como um possível teste da lei do preço único e da hipótese de eficiência, contudo, não nos ateremos a estes resultados.

2.4. COINTEGRAÇÃO

Segundo Caldeira (2010), a ferramenta estatística principal para otimização de portfólios desde os trabalhos de Markowitz (1959), Sharpe (1964), Lintner (1965) e Black (1972) é a análise da correlação do retorno dos ativos. De acordo com Parreiras (2007) *apud* Alexander (2001), “*Tentar modelar as interdependências complexas entre ativos financeiros usando apenas a ferramenta simples da correlação é como tentar surfar na internet usando um IBM AT*”.

A partir do trabalho de Engle e Granger (1987), ganha relevância a avaliação de cointegração entre as séries de tempo, principalmente as séries de preços de ações. A evidência fundamental que justifica a utilização do conceito de cointegração na análise de ações é que um grupo de preços não estacionários em nível pode ter uma tendência estocástica comum, segundo Stock and Watson (1988).

Alexander and Dimitriu (2002), demonstram que o lucro potencial da arbitragem entre duas ações depende da presença de um *spread* de equilíbrio de longo prazo entre os preços das mesmas, da ocorrência de desvios de curto prazo e da convergência para o equilíbrio. Nesta situação, a técnica estatística usada para *pairs trading* deve ser capaz de fornecer um modelo efetivo para o comportamento do preço relativo ao longo do tempo. Além disso, deve detectar os valores da relação de equilíbrio e uma medida dos desvios de curto prazo dessa relação.

Segundo os estudos de Alexander and Dimitriu, (2002 e 2005); Gatev et al. (2006); e Caldeira and Portugal (2009), a metodologia de cointegração oferece uma estrutura mais adequada para estratégias de arbitragem estatística se comparada com as demais.

A abordagem descrita em Vidyamurthy (2004) é uma tentativa de parametrizar *pairs trading* explorando a possibilidade de cointegração. Cointegração é uma relação estatística onde duas séries de tempo que são integradas de mesma ordem, d , podem ser combinadas linearmente para produzir uma única série de tempo a qual é integrada de ordem $d - b$, onde $(d > b > 0)$.

Nas aplicações de *pairs trading*, referimo-nos aos casos onde séries de preços $I(1)$ são combinadas para produzir séries temporais estacionárias de um portfólio, ou $I(0)$.

DEFINIÇÃO 1. 1. Uma série de tempo X_t é dita uma série $I(1)$ se a primeira diferença da série é estacionária, denotada por $I(0)$.

Em geral, as séries de preços de ações são $I(1)$. Portanto, a definição de cointegração é baseada em séries $I(1)$.

DEFINIÇÃO 1. 2. Seja $X_{1,t}, X_{2,t}, \dots, X_{k,t}$ uma sequência de série de tempo $I(1)$. Se existem números reais $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$, diferentes de zero, tais que:

$$\beta_1 X_{1,t} + \beta_2 X_{2,t} + \dots + \beta_k X_{k,t} \quad (1)$$

forme uma série $I(0)$, então $X_{1,t}, X_{2,t}, \dots, X_{k,t}$ são ditas cointegradas.

Ou seja, séries $I(1)$ são cointegradas se existir entre essas séries uma combinação linear que é estacionária. Séries de preços de ações cointegradas possuem uma relação estável de equilíbrio de longo prazo, possuindo a propriedade de reversão à média. Por definição, alguma combinação linear de séries de preços cointegradas é estacionária e sempre redonda para a média de longo prazo.

2.5. MODELO DE MUDANÇA DE REGIME

Os modelos de mudança de regime markoviano proveem uma abordagem sistemática para modelar quebras múltiplas e mudanças de regimes na data de geração do processo. Krolzig (1997) mostra que o modelo de mudança de regime permite descrever séries que apresentam uma dependência temporal e que não sejam identicamente distribuídas.

Séries financeiras e econômicas em inúmeros períodos apresentam complexidade em seu comportamento, com mudanças do primeiro e segundo momentos de suas distribuições. Hamilton apresentou, formalmente, em 1989, a primeira representação estatística de que recessões e expansões econômicas influenciariam no comportamento de variáveis econômicas, como, por exemplo, as taxas de juros. Desta forma, demonstrou que o resultado de crescimento real poderia seguir uma das auto-regressões, variando de acordo com a expansão ou com a contração da economia, com a mudança entre os dois estágios gerados pelo resultado de uma cadeia de Markov não observada. A partir deste primeiro estudo, surgiram novas literaturas como as de Hansen (1992), Kim (1994), Diebold et al. (1994), Garcia (1998), Psaradakis e Sola (1998) ou Clarida et al. (2003).

Nordem e Schaller (1993) analisaram a previsibilidade da mudança de regime do mercado de ações da Bolsa de Toronto no período entre 1956 e 1989. Os resultados confirmaram as evidências de que as explosões de crescimento que antecedem os colapsos são oriundos dos desvios de fundamentos, como previsto pelo modelo de bolhas.

McQueen e Thorley (1994) descobriram evidências empíricas de que a probabilidade de mudança do regime de alta seguida e persistente dos preços das ações da Bolsa de Nova York, entre os anos de 1927 e de 1991, com frequência mensal, é uma função decrescente do prazo de duração dessa fase.

Foram encontradas evidências de não-linearidade por Maheu e McCurdy (2000) nos retornos mensais das ações da Bolsa de Nova York no período de 1834 a 1995. Ao momento de maior crescimento (*High*) correspondeu a menor volatilidade condicional, e ao momento de menor crescimento (*Low*) correspondeu a maior volatilidade condicional.

Coe (2002), para analisar as crises financeiras, principalmente, a grande depressão de 1929, utilizou o modelo de mudança de regime markoviano. Brooks e

Katasaris (2003) consideraram as mudanças de regimes markoviano com três fases de bolha. Diógenes, Kayo, Kimura e Nakamura (2004) utilizaram o modelo de mudança regime markoviano para identificar bolhas especulativas racionais no índice Ibovespa e evidenciam a presença de dois regimes. Ao período de maior crescimento, correspondeu a menor volatilidade condicional; e, no período de menor crescimento, teve-se a maior volatilidade. Contudo, o modelo de quatro regimes se torna mais coerente com o modelo de bolha especulativa racional, já que apresenta uma fase mais aguda da crise e de uma fase de maior retorno ao final do ciclo.

O comportamento não linear dos ativos pode ser descrito pelo modelo de mudança de regime ou de estados, ou seja, algumas características da série de tempo, tais como a média, a variância e a função de autocovariância possuem características distintas devido aos diferentes regimes. Os regimes geram séries que descrevem um processo linear. Contudo, a combinação ou somatório desses processos origina uma dinâmica não linear.

O processo de transição entre os estados obedece a um processo de Markov. Os modelos de mudança de regime podem ser exemplificados como um modelo estatístico que apresenta densidades condicionais aos estados da natureza e dois processos estocásticos. Um processo é responsável por gerar os dados de cada estado da natureza; o outro, por delinear a dinâmica dos estados da natureza.

Seja $y_t = [y_{1,t}, y_{2,t}, \dots, y_{N,t}]'$ um vetor com distribuição normal multivariada com mudança de regime, com uma distribuição normal multivariada contendo dois regimes $S = (1, 2)$.

Onde, $y_t = E[S_t = 1] + \varepsilon_{t,S_t=1}$, se $S_t = 1$ e $y_t = E[S_t = 2] + \varepsilon_{t,S_t=2}$, se $S_t = 2$
 $\varepsilon_{t,S_t=1} \sim N(0, \Sigma(S_t = 1))$

$$P = \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{bmatrix},$$

com $\sum \rho_{ij} = 1$

Temos que, para $s \in \{1, 2\}$, $E(S_t = s)$ é o vetor do primeiro momento no regime s , e $\Omega(S_t = s)$ a matriz de variância e covariância no regime s .

Para concluir a especificação do modelo, é preciso definir o processo gerador que delinea os estados. No modelo de mudança de regime, o processo estocástico realizará este papel.

Seja S_t uma série temporal onde seus diferentes estados serão descritos por uma cadeia de Markov. Ross (2007) assegura que, no processo de Markov, as migrações entre cada estado ao longo dos eventos do processo estocástico dependem apenas do estado atual e do próximo estado, sendo, desta forma, independentes dos estados anteriores. Assim, a probabilidade do regime j no período t condicional aos regimes nos períodos passados dados por:

$$P\{S_t = j | S_{t-1} = i, S_{t-2} = i_{n-2}, \dots, S_0 = i_0\} = P\{S_t = j | S_{t-1} = i\}.$$

As probabilidades de mudança de regime i no período $t-1$ para o estado j no período t , são descritas por $p_{ji} = P\{S_t = j | S_{t-1} = i\}$, e são constantes no tempo da Cadeia de Markov.

Durante as avaliações empíricas observa-se que alguns parâmetros são invariantes no tempo e outros estão condicionados aos diferentes regimes. Os processos de estimação dos modelos com mudança de regime utilizam um processo iterativo, que aplica o algoritmo *Expectation Maximization*, comumente conhecido como algoritmo EM⁶.

As previsões nos modelos de séries temporais com mudança de regime são feitas pelos agentes considerando as distribuições dos estados e as probabilidades dos regimes. Por exemplo, sejam dois períodos, denominamos baixa volatilidade e alta volatilidade. No período de alta volatilidade, o agente faz previsões para o próximo período usando a distribuição do estado atual. Se ocorrer um evento díspare dos observados, os agentes reavaliam as probabilidades e utilizam projeções pautadas nas médias dos momentos dos estados ponderadas pelas probabilidades dos estados. As previsões do primeiro e do segundo momento para o próximo período de um modelo de distribuição normal multivariada com dois estados são definidas nas equações 1 e 2 a seguir:

$$\begin{aligned} E[y_{t+1} | I_t] &= E[S_t = 1] * P[S_{t+1} = 1 | I_t] + E[S_t = 2] * P[S_{t+1} = 2 | I_t] \\ VAR[y_{t+1} | I_t] &= \Omega[S_t = 1] * P[S_{t+1} = 1 | I_t] + \Omega[S_t = 2] * P[S_{t+1} = 2 | I_t] \end{aligned}$$

As estimativas da média e da variância são atualizadas ininterruptamente de acordo com as probabilidades dos regimes estimadas para o período seguinte, que dependem das informações estimadas e das observações do período corrente e do

⁶ Para maiores detalhes sobre ao algoritmo EM, ler Hamilton (1994).

período passado. Podemos assim concluir que as previsões dos modelos de séries de tempo com mudança de regime seguem uma sequência e se adaptam às mudanças ocorridas.

3. Metodologia

Neste capítulo, discutiremos os principais elementos da estratégia quantitativa de *Pair Trading* para aplicarmos a proposta de Bock and Mestel (2008).

Podemos dividir a metodologia aplicada ao estudo de *pair tradings* em dois estágios sendo em um primeiro momento realizada a avaliação da estratégia, sendo assim denominada de período de formação. Neste período serão definidos os pares de ativos que possuem relação de longo prazo. Com base nos testes de Engle, Granger e Johansen se torna possível a identificação dos mesmos para que então após a seleção dos pares sejam possível a mudança de fase. No momento do segundo estágio, então denominado de período de *trading*, será realizado o *backtesting* fazendo uso dos parâmetros estimados para identificar os resultados da estratégia.

A criação dos dois estágios, formação e negociação é de suma importância para separar o período em que são otimizados os parâmetros de negociação do período de *trading* onde será testada a consistência da regra proposta nesta metodologia.

3.1. PAIR TRADING BASEADO EM COINTEGRAÇÃO

Durante a fase de formação dos pares, é analisada a relação de todos os propostos neste estudo. Um fato estilizado sobre séries financeiras é que, de uma forma geral, séries de preços de ações não são estacionárias. No entanto, é possível encontrar pares de ações de combinações lineares estacionárias.

Para esta análise, foi escolhido o teste de Engle – Granger, capaz de analisar o comportamento entre duas séries temporais. Para realização do estudo foram levantadas duas hipóteses sendo: H_0 : Em que as séries não são cointegradas, contraria a H_1 : Onde as séries temporais são cointegradas.

Desta forma, analisando duas séries temporais X_t e Y_t . Na primeira fase do teste, verifica-se que as séries são estacionais de ordem $I(1)$, ou seja, a série possui raiz unitária. A análise foi realizada pelo teste ADF⁷ (*Augmented Dickey Fuller Test*).

⁷ Para maiores detalhes ENGLE, R. and GRANGER (1987).

Após percebida a presença de raiz unitária nas séries temporais, é possível utilizar a definição de razão de hedge para comprovar a relação entre as variáveis de acordo com a seguinte equação:

$$Z_t = Y_t - \beta X_t$$

Onde, β é o parâmetro da cointegração para o teste.

Em seguida, é possível aplicar o teste de raiz unitária, no entanto, os valores críticos são levemente diferente, pois o teste está sendo reaplicado em uma aproximação.

Concluindo os testes e identificado o processo de cointegração dos pares, passa-se à próxima etapa: a construção do *Spread* que será a série objeto para validarmos a estratégia.

3.2. SPREADS, MUDANÇA DE REGIME E REGRA DE NEGOCIAÇÃO

Neste trabalho, foi utilizada a regra de negociação proposta por Bock & Mestel (2008). Eles sugeriram a utilização do modelo de mudança de regime de Markov de dois períodos e a modelagem da variância para descrever a relação de preço de duas ações, oferecendo uma regra de negociação intuitiva.

Seja $\omega_{at} = \frac{P_t^a}{P_t^b}$, onde P_t^a é o preço da ação A no instante t; e P_t^b é o preço da ação B no instante t; e ω_{at} é a razão entre os preços da ações.

Com o objetivo de modelar este processo, consideram-se as seguintes hipóteses sobre a razão dos preços:

$$\omega_{at} = \mu_{s_t} + \varepsilon_{s_t} \quad (3)$$

Onde, $\varepsilon_{st,t} \sim N(0, \sigma_{st}^2)$ e $E[\varepsilon_{st,t}] = 0$ e $\sigma_{\varepsilon_t}^2 = \sigma_{s_t}^2$ e $S_t = 0,1$

O procedimento utilizado foi estimar o modelo de conversão de Markov conforme sugerido na equação três. Como subproduto das estimativas do modelo de conversão de Markov, obtém-se a probabilidade suavizada $P(.)$ para cada estágio. Baseado na probabilidade estimada identifica-se o estágio predominante, ou seja, o regime atual. Foram utilizados dois estágios para que o *spread* possua a interpretação dos regimes de alta e de baixa.

Para detectar o instante em que o *spread* ω_{at} atinge um ponto de máximo local, para simplificar a análise, foi adotada a abordagem tradicional de *pairs trading* onde o

mínimo ou máximo são encontrados quando o *spread* afasta-se da média por uma determinada quantia. Entretanto, a regra tradicional foi estendida considerando-se o regime de alta e o regime de baixa. Assim, criamos uma regra de arbitragem dependente do regime. O sinal de negociação N_t é criado da seguinte forma:

$$N_t = \begin{cases} -1 & \text{se } \omega at_t \geq \mu_{s_t} + \delta \cdot \sigma_{s_t} \\ +1 & \text{se } \omega at_t \leq \mu_{s_t} - \delta \cdot \sigma_{s_t} \end{cases} \quad (4)$$

caso contrário $N_t = 0$. Usamos, como parâmetro de sensibilidade, o desvio padrão igual a 1,645, conforme sugerido por Bock e Mestel (2008). Logo, o extremo local é detectado se o valor atual do *spread* se encontra fora do intervalo de confiança a 90% dentro do regime analisado. A interpretação do sinal de negociação é bastante simples: se $N_t = -1$ (+1), assumimos que a razão de preço observado Nat_t chegou a um máximo local (mínimo) o que implica uma posição vendida (comprada) no ativo A e uma posição comprada (vendida) no ativo B.

Para avaliar a regra de arbitragem dependente do regime, definiu-se arbitrariamente um limite de probabilidade $\rho = 0,7$, o mesmo sugerido por Bock e Mestel (2008) em seu artigo os autores afirmam que os resultados empíricos sugerem uma configuração para uma variação entre 0,6 a 0,7. Portanto, a regra de negociação age com mais cautela em fases onde os regimes não são seletivos. Portanto, a regra de arbitragem de valor relativo com mudança de regime sofre a seguinte alteração:

$$N_t = \begin{cases} -1 & ; \text{ se } \omega at_t \geq \mu_{baixa} + \delta \cdot \sigma_{baixa} \wedge P(s_t = baixa | \omega at_t) \geq \rho \\ +1 & ; \text{ se } \omega at_t \leq \mu_{baixa} - \delta \cdot \sigma_{baixa} \end{cases} \quad (5)$$

caso contrário $N_t = 0$, se S_t está no regime de baixa ou *Low market*. No regime de alta, ou *High market*, definimos o sinal de negociação como:

$$N_t = \begin{cases} -1; & \text{se } \varphi at_t \geq \mu_{alta} + \delta \cdot \sigma_{alta} \\ +1; & \text{se } \varphi at_t \leq \mu_{alta} - \delta \cdot \sigma_{alta} \wedge P(s_t = alta | \varphi at_t) \geq \rho \end{cases} \quad (6)$$

caso contrário, $N_t = 0$.

A probabilidade $P(\cdot)$ de cada regime indica se uma quebra estrutural é provável. Se a probabilidade se modificar de forma significativa, caindo de repente de um alto patamar para níveis baixos, a regra de arbitragem impede a alteração das posições de forma equivocada, de modo que um mínimo ou um máximo não são detectados muito cedo.

Com objetivo de analisar a aplicabilidade dos resultados encontrados no artigo que motivou este trabalho, serão utilizados os primeiros 252 dias para analisar os pares. Os pares elegíveis estatisticamente para a aplicação da estratégia serão analisados nos períodos de 63 dias. A definição dessas janelas tem como objetivo utilizar o período de 1 ano de resultados como aprendizado, ou seja, estimação e o período equivalente ao trimestre para aplicação da estratégia

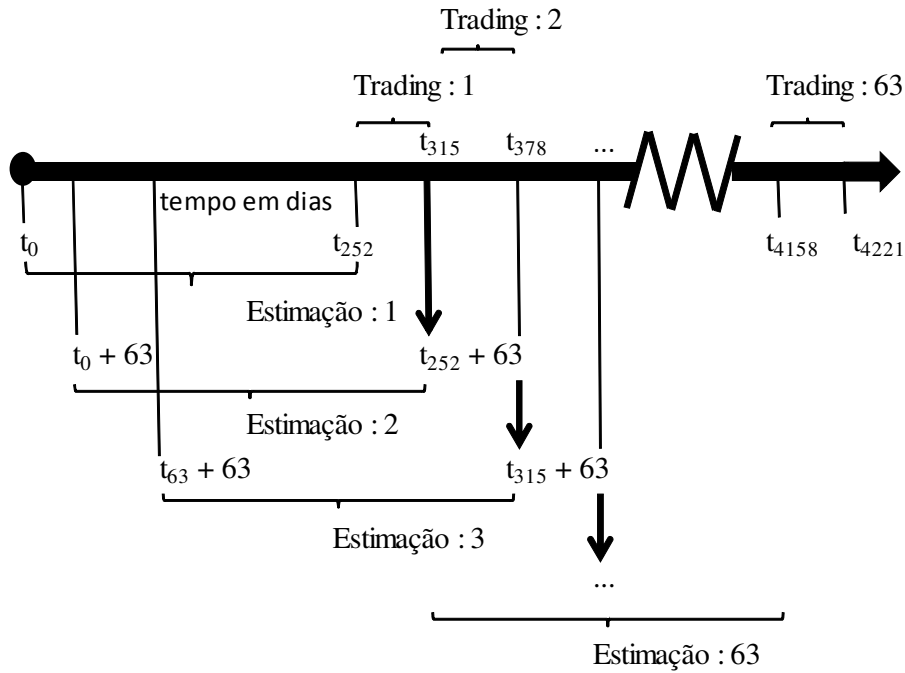


Figura 1. Janela de estimação e período de Trading.

A figura 1 detalha o período de estimação e o período de trading. A amostra permitirá a avaliação em 63 períodos distintos, uma vez, que perderemos os primeiros 252 dias para a estimação. Logo os parâmetros do Modelo de Mudança de Regime de Markov serão estimados em uma janela móvel de 252 dias.

4. Análise Empírica

Neste capítulo apresentaremos os resultados do modelo proposto no capítulo anterior aplicado ao Mercado de Ações Brasileiro. Na sessão 4.1 serão descritos os dados utilizados e justificaremos os pares selecionados. Na sessão 4.2 apresentaremos uma análise dos pares, os resultados dos testes de cointegração, os modelos estimados e o desempenho da estratégia.

4.1. BASE DE DADOS

Todas as séries temporais utilizadas nos exercícios foram obtidas do serviço de dados do Yahoo Finance. Nos exercícios sugeridos aqui, foram utilizadas as cotações diárias das ações e dos *benchmarks*, no período considerado de 03 de janeiro de 2000 a 16 de janeiro de 2017. Para a construção, definimos ações representativas na composição do índice Ibovespa de forma a espelhar estratégias utilizadas frequentemente no mercado.

Os pares mais comuns nas estratégias de gestores profissionais são com ações preferenciais (PN) e ordinárias (ON) da mesma empresa; com ações de um mesmo setor ou entre uma ação e um índice representativo do mercado. Desta forma, selecionamos PETR3 (Petrobrás ON) e PETR4 (Petrobrás PN); nas ações do mesmo setor, selecionamos o setor de Educação sendo representado pelos papéis da KROT3 (Kroton ON) e ESTC3 (Estácio Participações ON); e, para exemplificar a relação entre uma ação e o índice de mercado, selecionamos ITUB4 (Itaú Unibanco PN) e o índice Ibovespa.

Definiu-se a utilização das ações VALE5 e BRAP4 (Bradespar), pois são supostamente relacionados em longo prazo. A Vale é a quarta maior empresa de mineração do mundo e a sexta maior empresa do Brasil. É o maior produtor de minério de ferro do mundo e o segundo maior de níquel. A Bradespar é uma empresa de investimentos que busca criar valor para seus acionistas através de interesses relevantes

em empresas líderes em suas áreas operacionais. Atualmente, a Bradespar detém participação na CPFL Energia e Vale, atuando nesta última de forma direta na administração superior, o que corrobora a tese de relação de longo prazo.

Por último, para utilizar como referencia para analisar a performance da estratégia utilizamos os seguintes *benchmarks*: (i) o Ibovespa é o índice referencia da Bolsa de Valores de São Paulo. É um importante indicador de desempenho das principais ações negociadas na BM&FBovespa; (ii) o CDI é o Certificado de Depósito Interbancário. Estes títulos são os empréstimos de curtíssimo prazo feito entre as instituições financeiras a fim de sanear seu caixa, pode-se entender como custo de oportunidade entre os agentes financeiros.

4.2. RESULTADOS

Inicialmente verificaremos se os pares PETR3-PETR4, KROT3-ESTC3, ITUB4-IBOVESPA e VALE5-BRAP4 apresentam uma relação de longo prazo. Esta hipótese será verificada utilizando o teste de Engle Granger. Podemos observar, na tabela 1, que, dentre os pares sugeridos no período entre 02 de janeiro de 2015 e 04 de janeiro de 2016, apenas os pares KROT3-ESTC3 e ITUB4-IBOVESPA apresentaram significância estatística. Desta forma, estes serão os únicos pares em que a metodologia será aplicada.

Pares	Augmented	P-Valor
	Dickey-Fuller Test	
PETR3-PETR4	-1,06	0,28
PETR4-PETR3	-1,13	0,26
KROT3-ESTC3	-2,70	0,01
ESTC3-KROT3	-2,69	0,01
ITUB4-BVSP	-2,34	0,02
VALE5-BRAP4	-0,25	0,54
BRAP4-VALE5	-0,39	0,49

Tabela 1. Teste de cointegração de Engle-Granger

O fato de pares que intuitivamente deveriam apresentar uma relação de longo prazo terem rejeitado a hipótese de raiz unitária do teste, caso de PETR3-PETR4, levou-

nos a realizar uma avaliação mais detalhada para obter robustez em relação aos resultados.

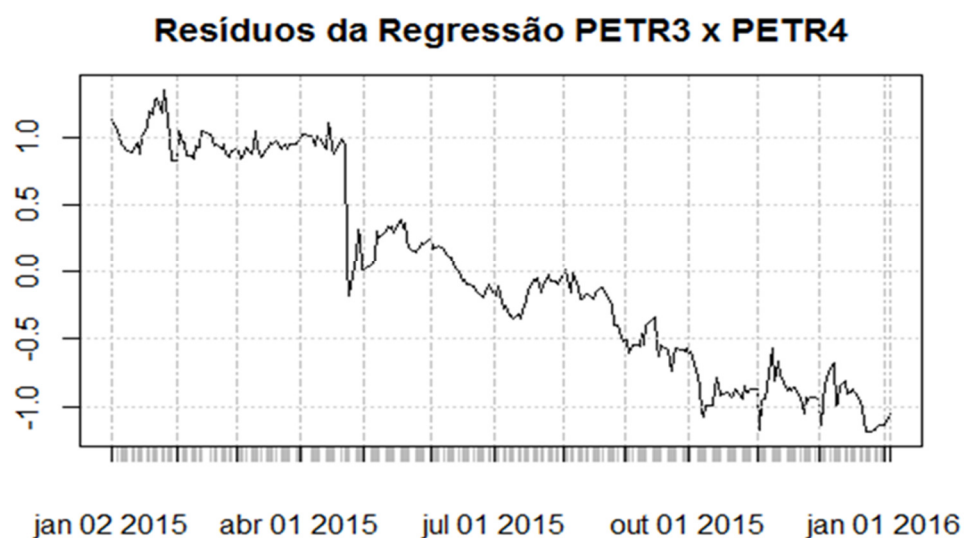


Figura 2. Resíduos da Regressão entre as ações de PETR3 e PETR4 estimados no teste de cointegração.

Na figura 2 fica evidente que, no período em análise, a diferença entre os ativos foi aumentando de forma significativa, fazendo com que os resíduos apresentassem uma dependência temporal e, conseqüentemente, não passassem no teste de estacionariedade. Apesar de entendermos que ações preferenciais e ordinárias possuem uma relação de longo prazo, no período utilizado para a estimação dos parâmetros do modelo, não observamos esta relação estrutural no caso da Petrobras.

No processo de modelagem dos pares KROT3-ESTC3, foi encontrado a relação que define os diferentes regimes: (i) regime de alta (regime 1) média de 0,73 e desvio padrão de 0,0041; (ii) regime de baixa (regime 2) média de 0.63 e desvio padrão de 0.0035. A estratégia neste par foi desfeita em todas quatro janelas de análise 50, 75, 100 e 125 dias, pois superou uma perda de 10%. Sendo assim, foi realizada uma análise mais detalhada da aplicação da estratégia neste par para investigação dos possíveis motivos do baixo desempenho.

A figura 3 ilustra a aplicação da estratégia nos pares KROT3-ESTC3 e ITUB4-IBOVESPA. Nas estratégias, foram utilizados os intervalos de confiança de 90% e o limiar de probabilidade de 0,7.

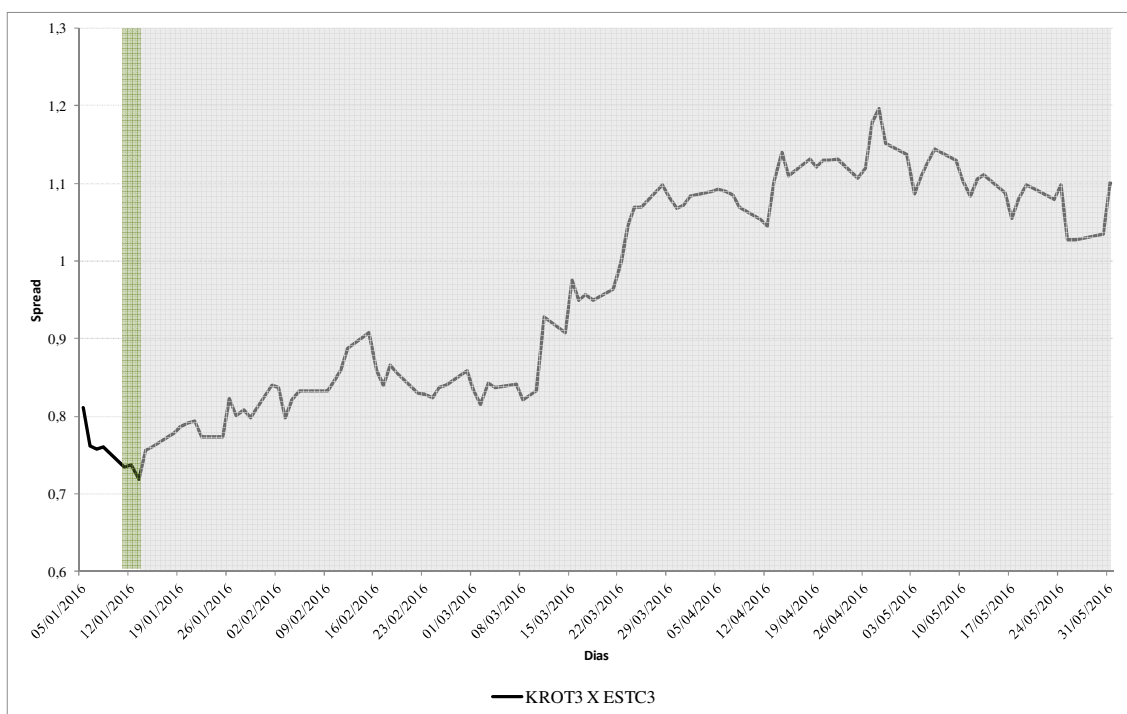


Figura 3. Gráfico de Valor Relativo das ações KROT3 X ESTC3, no período de 05 de janeiro de 2016 até 31 de maio de 2016.

Na figura 3, a imagem principal ilustra o gráfico da razão de preço entre KROT3 x ESTC3, entre o período de 05 de janeiro de 2016 e 31 de maio de 2016. As regiões cinza claro indicam quando o algoritmo está apostando que a relação de preço irá diminuir, as regiões cinza escuro indicam quando o algoritmo está apostando na relação de preços está aumentando. O segundo gráfico na figura 2 mostra a probabilidade suavizada de que a série está no regime 1, ou seja, no regime de maior média.

Pode-se verificar que a estratégia neste processo não foi bem sucedida. Na figura 4, avaliamos a hipótese de má performance do algoritmo. No período analisado, a performance da estratégia foi de -22,04% contra um desempenho de 5,39% do CDI e 14,27% do índice Ibovespa. As ações da Kroton valorizaram 22,15% e as ações da Estácio se depreciaram em 9,98%. Apesar do resultado negativo, este estaria contemplado na distribuição dos resultados encontrados no trabalho de Bock e Mestel

(2008). Para o período de 100 dias de negociações, a pior performance foi de -23,15% e a melhor foi de 60,47% com uma média de 3,04%.

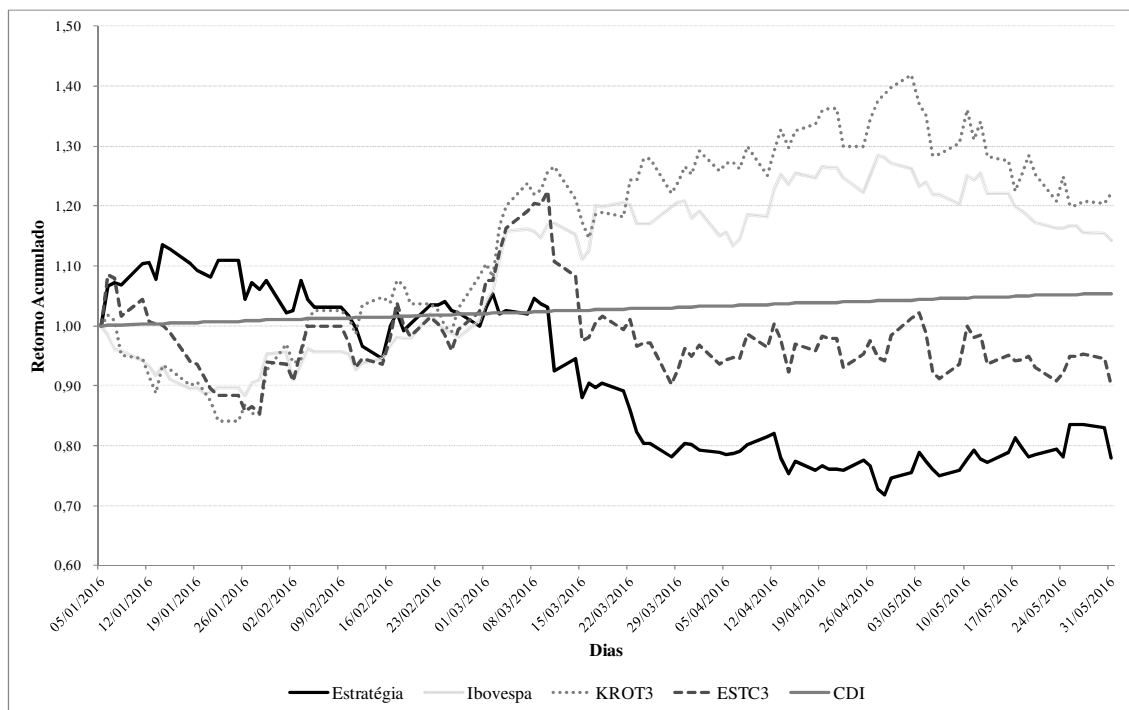


Figura 4. Gráfico de retorno acumulado da estratégia de investimentos contra o Ibovespa , o CDI e as a es de KROT3 e ESTC3. No período de 05 de janeiro de 2016 até 31 de maio de 2016.

Na figura 5 a seguir considerando a razão de preço entre ITUB4 x IBOV, entre o período de 05 de janeiro de 2016 e 05 de julho de 2016. Analogamente ao gráfico apresentado anteriormente, as regiões vermelhas indicam quando o algoritmo está apostando que a relação de preço irá diminuir, as regiões azuis indicam quando o algoritmo está apostando na relação de preços está aumentando e, finalmente, as regiões cinza sinalizam o algoritmo não montou uma posição. O segundo gráfico na figura 4 mostra a probabilidade suavizada de que a série está no regime 1, ou seja, no regime de maior média.

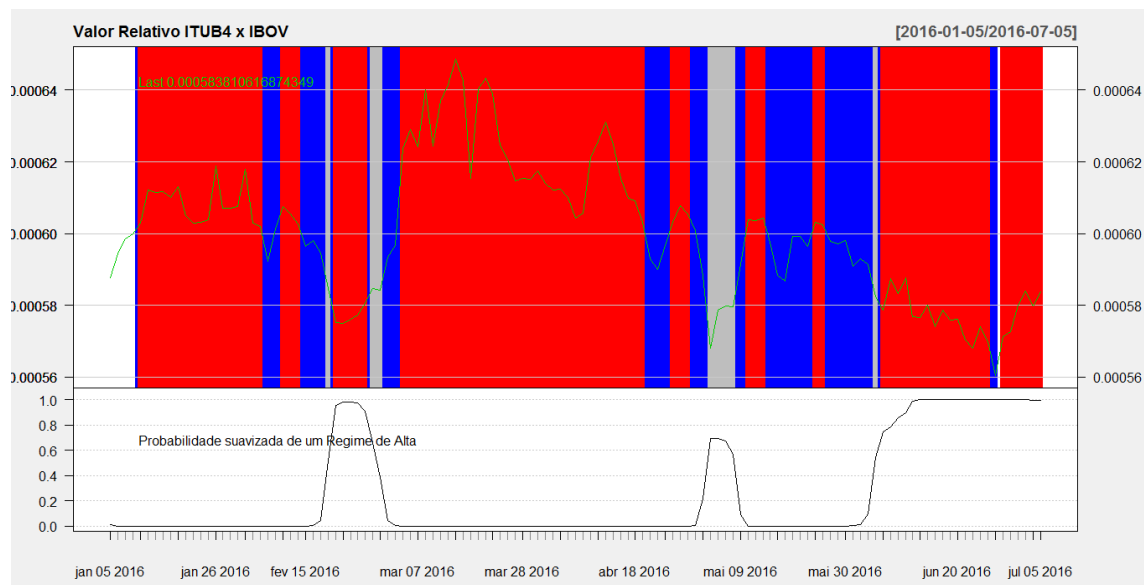


Figura 5. Gráfico de Valor Relativo das ações ITUBA 4 X IBOV, no período de 05 de janeiro de 2016 até 05 de julho de 2016.

Nesta estratégia, fica mais evidente o benefício em estimar um indicador para a reversão do valor médio do valor relativo entre ITUB4 e IBOV. Pode-se observar que, nos períodos onde a razão chegou próximo aos mínimos históricos e antes do processo de valorização do valor relativo, a probabilidade estimada, que indica a probabilidade de mudança de regime, assumiu valores significativos. Em momentos de indefinição do nível em que a média se encontraria, o algoritmo optou por não negociar como pode ser observado nos intervalos em cinza na figura 5.

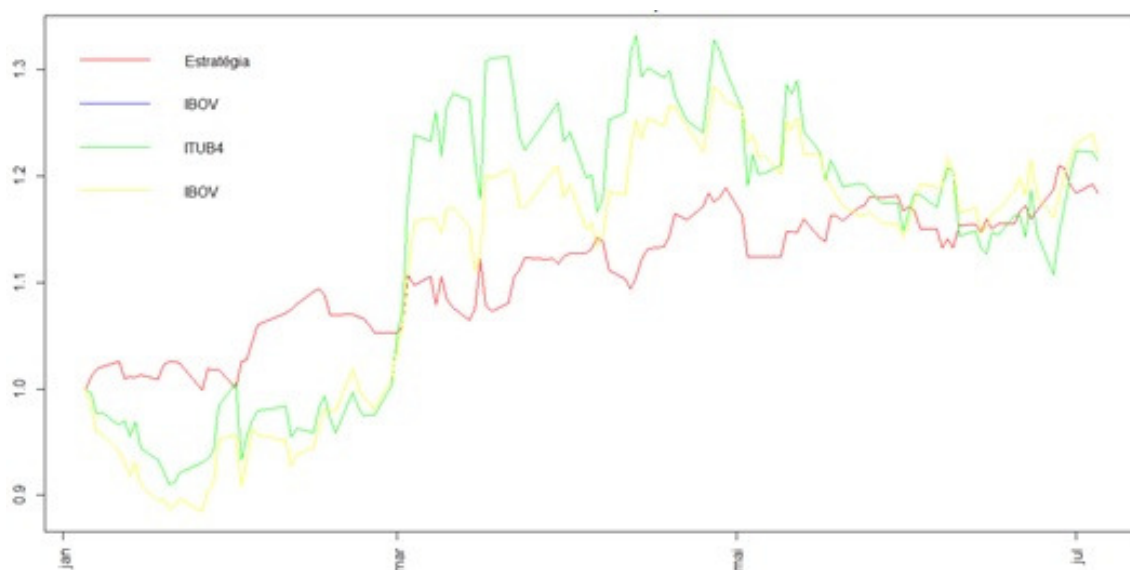


Figura 6. Gráfico de retorno acumulado da estratégia de investimentos contra o Ibovespa e a ação de ITUB4. No período de 05 de janeiro de 2016 até 05 de julho de 2016.

Na figura 6, apresentada anteriormente, observa-se um resultado expressivo da estratégia: sua performance no período foi de 18,44% contra um retorno de 22,21% do Ibovespa e de 6,78% do CDI. O resultado da estratégia foi significativo e consistente. O resultado encontrado nas menores janelas de tempo da estratégia sugere que o processo de estimação dos modelos deve ser contínuo e a aplicação deve ocorrer para janelas de horizonte menores.

Na figura 7 serão apresentados resultados sobre a distribuição do Valor Relativo entre as ações da KROT3 e da ESTC3, dentro da amostra e fora da amostra e algumas informações sobre o modelo de Markov.

Markov Switching Model									
Call: msmFit(object = olsR_KROT3_ESTC, k = 2, sw = rep(TRUE, 2))									
AIC BIC logLik									
-953.8747 -935.6013 478.9373									
Coefficients:									
Regime 1									

Estimate Std. Error t value Pr(> t)									
(Intercept) (S) 0.7267 0.0041 177.24 < 2.2e-16 ***									

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1									
Residual standard error: 0.04191709									
Multiple R-squared: 0									
Standardized Residuals:									
Min Q1 Med Q3 Max									
-0.0780775685 -0.0227067627 -0.0013565865 -0.0004113588 0.1073944359									
Regime 2									

Estimate Std. Error t value Pr(> t)									
(Intercept) (S) 0.6289 0.0035 179.69 < 2.2e-16 ***									

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1									
Residual standard error: 0.02693985									
Multiple R-squared: 0									
Standardized Residuals:									
Min Q1 Med Q3 Max									
-6.796692e-02 6.223056e-06 4.230712e-04 9.147399e-03 3.837386e-02									
Transition probabilities:									
Regime 1 Regime 2									
Regime 1 0.96583071 0.04513935									
Regime 2 0.03416929 0.95486065									

Figura 7. Quadro com a saída dos resultados Modelo de Mudança de Regime dos pares KROT3 x ESTC3.

Na figura 8 temos um resumo do modelo, para um nível de confiança de 90%, a média de alta está entre 0,72 e 0,7334, com uma média de 0,7267. Essas estimativas sugerem, para a metodologia aplicada, que observações superiores a 0,7334 são pouco prováveis de serem observadas. Nas figuras 7 e 8 a seguir, pode-se observar a distribuição do valor relativo dentro da amostra. Isso corrobora as estimativas do modelo.

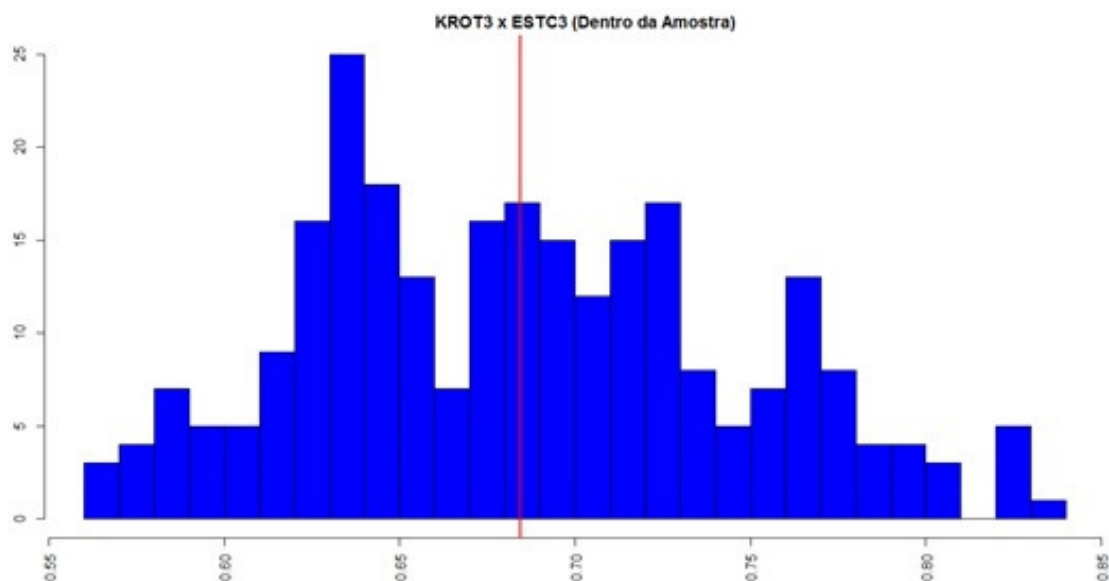


Figura 8. Distribuição do Valor Relativo de KROT 3 X ESTC3 dentro da amostra.

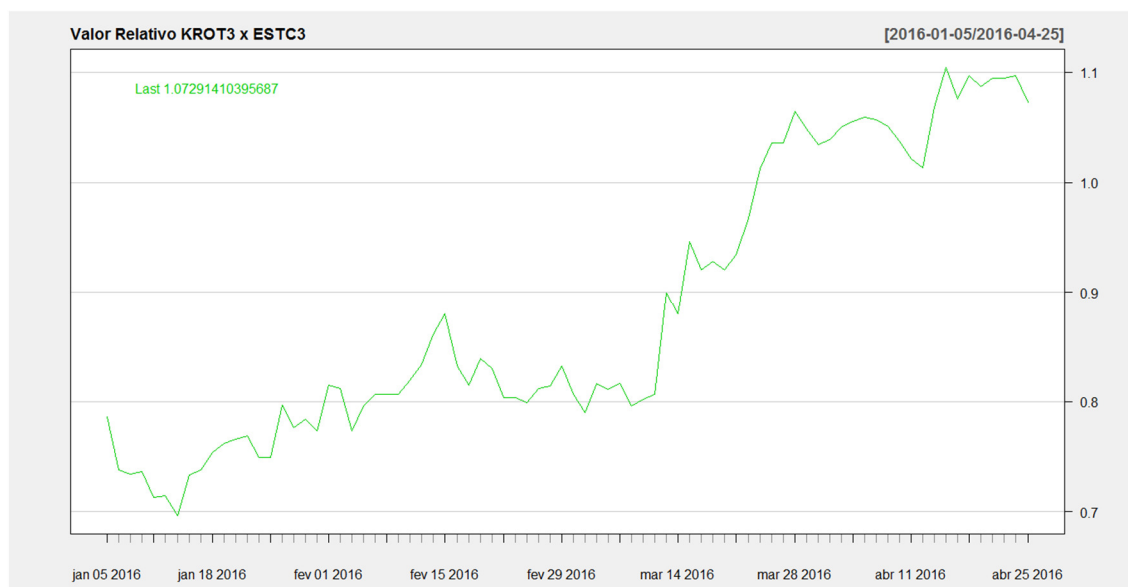


Figura 9. Gráfico de Valor Relativo das ações KROT3 X ESTC3, no período de 05 de janeiro de 2016 até 25 de abril de 2016.

Ao analisar as figuras de valor relativo, conseguimos observar que os resultados apresentados durante a aplicação da estratégia apresenta um comportamento diferente do comportamento dentro da amostra. A maioria das observações encontram-se acima do valor máximo apresentando durante o período de aprendizado, dentro da amostra, do algoritmo. Devido a esta característica, o algoritmo, durante o processo de negociação, vende o valor relativo, apostando em uma convergência para a média de regime de alta. Como isso não ocorre, temos uma performance abaixo do esperado.

5. Conclusão

Nesta dissertação, investigamos uma estratégia de *pair trading* sem referências de aplicações no mercado brasileiro, baseada no modelo de mudança de regime *markoviano*. Ao contrário das principais técnicas encontradas na literatura, os primeiro e segundo momentos amostrais não são as únicas informações relevantes para as decisões de *trading*.

Buscando uma maior acurácia, o comportamento do valor relativo entre as ações é dividido em dois regimes (alta e baixa). São estimadas as probabilidades de mudança desses regimes sugerindo uma maior assertividade para os *tradings*. Durante a análise empírica, os resultados apresentados nas diferentes janelas de tempo para o par ITUB4 x IBOV sugerem que esta técnica pode ser utilizada por gestores profissionais. Abordamos ainda alguns pontos que podem ser limitadores para a aplicação desta metodologia ao mercado brasileiro, pares que intuitivamente deveriam participar como PETR3x PETR4 apresentaram uma dependência temporal que podem ser oriundos de fatores exógenos. Uma análise mais detalhada desses fatores fica como um tema interessante para trabalhos futuros.

Inicialmente, utilizamos apenas a metodologia de Engle-Granger para definir o processo de cointegração entre as ações em um período de 250 dias. A definição arbitrária do período para estimação da relação de longo prazo pode excluir do universo de possíveis pares ações que tenham alguma relação, mas, devido à aleatoriedade, não estejam apresentando essa relação no período de análise. Desta forma, o processo de estimação dentro da amostra pode acontecer com janelas de dados maiores.

Ademais da representativa estatísticas da análise empírica, este trabalho sugere uma nova forma de operacionalizar a estratégia de *pair trading*. Para trabalhos futuros, entendemos que dois pontos devem ser discutidos: o aumento da amostra para testar a

significância estatística das hipóteses; e a inclusão de estratégias de *Stop*, com o objetivo de considerar informações sobre a distribuição do valor relativo.

6. Referencias Bibliográficas

ALEXANDER, C. and DIMITRIU, A. “The cointegration alpha: Enhanced index tracking and long-short equity market neutral strategies”, ISMA working papers, Center of the University of Reading, 2002.

ALEXANDER, C. and DIMITRIU, A. Index and statistical arbitrage: Tracking error or cointegration? ISMA working papers, Center of the University of Reading, 2005.

ALEXANDER, C. Optimal hedging using cointegration. *Philosophical Transactions of the Royal Society*, v. 357, p. 2039-2058, 1999.

ALEXANDER, C. (2003). Equity Indexing, Cointegration and Stock Price Dispersion: A Regime Switching Approach to Market Efficiency. Discussion paper 2003 – 02, ISMA Discussion Paper Series in Finance.

_____. Market models: a guide to financial data analysis. São Paulo: John Wiley, 2004.

ALEXANDER, C. and DIMITRIU, A.(2002). The cointegration alpha: enhanced index tracking and long-short market neutral strategies. ISMA Discussion Paper Series in Finance, 08.

ALEXANDER, S. Price movements in speculative markets: trends or random walks. *Industrial Management Review*, v. 5, n. 2, p. 25-46, 1964.

ALMEIDA, N. M. C. G.; VALLS PEREIRA, P. L.. “Mudança de Regime em Volatilidade: Os Modelos SWGARCH”. São Paulo: IBMEC. Finance lab Working Paper, 1999.

ALMEIDA, P. M. R., MARTIN, D. M. L., KIMURA, H., NAKAMURA, W. T.Constrution of Cointegration Index and Utilization of Markov Switching Mondels to Identify Risk and Return: Evidence Based on Brazil’s Stock Market (BOVESPA). Universidade Presbiteriana Mackenzie (UPM), [S.I.].

ANDRADE, S. C., PIETRO, V., and SEASHOLES, M. S. Understanding the profitability of pairs trading. *Uc berkeley working papers*, UC Berkeley, 2005.

AVELLANEDA, M. and LEE, J. Statistical arbitrage in the u.s. equities markets. Working papers, SSRN, 2008.

BLACK, F. Capital market equilibrium and restricted borrowing. *Journal of Business*, v.45, p.444–454,1972.

Bock, Michael and Mestel, Roland, A Regime-Switching Relative Value Arbitrage Rule (August 9, 2008). Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=1213802> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1213802>

- BROOKS, C., KATASARIS, A. A three-regime model of speculative behavior: modelling the evolution of S&P 500 composite index. Working Paper, 2003.
- BURGES, A. N. Using cointegration to hedge and trade international equities. In Sons, J. W., editor, *Applied Quantitative Methods for Trading and Investment*, p. 41–69, 2003.
- CALDEIRA, F. J., *Arbitragem Estatística e Estratégia Long-Short, Pairs Trading. Abordagem da Cointegração Aplicada a Dados do Mercado Brasileiro*, 2010.
- CALDEIRA, J. F. and PORTUGAL, M. S. Estratégia long-short, neutra ao mercado, e index tracking baseadas em portfólios cointegrados. *Textos para discussão, UFRGS*, 2009.
- CAPOCCI, D. P. The neutrality of market neutral funds. *Global Finance Journal*, v. 17, p.309– 333, 2006.
- CARHART, M. On persistence in mutual fund performance. *Journal of Finance*, v. 52, p. 57-82, 1997.
- CHAN, E. P. *Quantitative Trading: How to Build Your Own Algorithmic Trading Business*. Wiley trading series, New Jersey, 2009.
- CLARIDA, R. H. et al. The out-of-sample success of term structure models as exchange rate predictors: a step beyond. *Journal of International Economics*, v. 60, p. 61-83, 2003.
- COE, P. Financial crisis and the great depression: a regime switching approach. *Journal of Money*, v. 34, p. 76-93, 2002.
- DAMODARAM, A. *Corporate finance: theory and practice*. 2. ed. New York: John Wiley, 2004.
- DIEBOLD, F. X.; LEE, J. H.; WEINBACH, G. C. (1994). Regime switching with time-varying transition probabilities. Oxford: Oxford University Press, 1994, p. 283-302.
- DO, B., R. F. and HAMZA, K. A new approach to modeling and estimation for pairs trading. Working paper series, Monash University, 2006.
- DUNIS, C. L. and HO, R. “Cointegration portfolios of european equities for index tracking and market neutral strategies”, *Journal of Asset Management*, 6(1):33{52., 2005
- DUNIS, C. L. and HO, R. Cointegration portfolios of european equities for index tracking and market neutral strategies. *Journal of Asset Management*, v.1, p.33–52, 2005.
- DUNIS, C. L., GIORGIONI, G., LAWS, J., and RUDY, J. Statistical arbitrage and highfrequency data with an application to eurostoxx 50 equities. Cibef working papers, CIBEF, 2010.

ELLIOTT, R., der HOE, J. V., and Malcolm, W. Pairs trading,. Quantitative Finance, v. 5, p.271–276, 2005.

ELTON, E. J. et al. Efficiency with costly information: a reinterpretation of evidence from managed portfolios. *Review of Financial Studies*, v. 1, p. 1-22, 1993.

ENDERS, W. *Applied Econometric Times Series*. John Wiley & sons, New York, 2002.

ENDERSnders, W. and GRANGER, C. W. J. Unit-root tests and assymetric adjustment with an example using the term structure of interest rates. *Journal of Business & Economic Statistics*, v.16, p.304–311, 1998.

ENGLE, R. and GRANGER, C. Co-integration and error correction: Representation, estimation and testing. *Econometrica*, v.2, p. 251–76, 1987.

ENGLE, R. and YOO, B. Forecasting and testing in co-integrated systems. *Journal of Econometrics*, v.35, p.143–159, 1987.

ENGLE, R. F.; GRANGER, C. W. J. Co-integration and error correction: representation, estimation and testing. *Econometrica*, v. 552, p. 251-276, 1987.

ENGLE, R. F.; GRANGER, C. W. J. Co-integration and error correction: representation, estimation and testing. *Econometrica*, v. 552, p. 251-276, 1987.

FAMA, E. Efficient capital markets: a review of theory and empirical work. *Journal of Finance*, v. 25, p. 383-417, 1970.

FAMA, E., BLUME, M. Filter rules and stock market trading. *Journal of Business*, v. 39, Issue 1, p. 226-241, 1966.

FUND, W. and HSIEH, D. A primer of hedge funds. *Journal of Empirical Finance*, v.6, p.309–331,1999. GALENKO, A., POPOVA, E., and POPOVA, I. Trading in presence of cointegration. *Ssrn elibrary, SSRN*, 2007.

GARCIA, R. Asymptotic null distribution of the likelihood ratio test in Markov Switching Models. *International Economic Review*, v. 39, p. 763-788, 1998.

GATEV, E., GOETZMANN, G. W., and ROUWENHORST, K. Pairs trading: Performance of a relative value arbitrage rule. *The Review of Financial Studies*, v.19, p.797–827, 2006.

GILLESPIE, D. T. Exact numerical simulation of the ornstein-uhlembeck process and its integral. *Phisical Review E*, v.54, p.2084–91, 1996.

HAMILTON, J. D. A new approach to the economic analysis of nonstationarity time series and the business cycle. *Econometrica*, v. 57, p. 357-384, 1989.

HAMILTON, J. D. *Times Series Analysis*. IE-Princeton, New Jersey, 1994.

HAMILTON, J.D., “Regime-Switching Models”, University of California, San Diego, 2005.

- HANSEN, B. E. The likelihood ratio test under non-standard conditions: testing the Markov Switching Model of GNP. *Journal of Econometrics*, v. 7, p. S61-S82, 1992.
- _____. E. Erratum: The likelihood ratio test under non-standard conditions: testing the Markov Switching Model of GNP. *Journal of Econometrics*, v. 11, p. 195-199, 1992.
- HENDRY, D. and JUSELIUS, K. Explaining cointegration analysis: part ii. *Energy Journal*, v.22, p.75120, 2001.
- HENDRY, D. F. and JUSELIUS, K. Explaining cointegration analysis: Part i. *Energy Journal*, v.21, p.1–42, 2000.
- HERLEMONT, D. Pairs trading, convergence trading, cointegration. Yats working papers, YATS Finances & Technologies, 2000.
- HWANG, S. and SATCHELL, S. The Disappearance of Style in US Equity Market. *Financial Econometrics Research Centre Working Paper*, Cass Business School, 2001.
- JACOBS, B., LEVY, K., and STARER, D. Long-short equity investing. *Journal of Portfolio Management*, v.1, p.52–64, 1993.
- JEGADEESH, N.; TITMAN, S. Short-Horizon Return Reversals and the Bid-Ask Spread. *Journal of Financial Intermediation*, 4, p.116-132, 1995.
- JENSEN, M. C. The performance of mutual funds in the period 1955-1964. *Journal of Finance*, v. 23, p. 389-416, 1968.
- _____. Some anomalous evidence regarding market efficiency. *Journal of Finance*, v. 6, p. 95-101, 1978.
- KERLINGER, F. N. *Metodologia da pesquisa em ciências sociais*. São Paulo: EPU/Edusp, 1980.
- KHANDANI, A. E. and LO, A. W. What happened to the quants in august 2007? *Journal of Investment Management*, v.5, p.5–54, 2007.
- KIM, C. J. Dynamic linear models with Markov switching. *Journal of Econometrics*, v. 60, p. 1-22, 1994.
- LAKONISHOK, J. and VERMAELEN, T. Anomalous price behavior around repurchase tender offers. *Journal of Finance*, v. 45, n. 2, p. 455-477, 1990.
- LIN, Y. X.; MCCRAE, M. G. C., “Loss protection in pairs trading through Minimum profit bounds: A cointegration approach”. *Journal of Applied Mathematics and Decision Sciences*, pages 1-14, 2006.
- LIN, Y., MCRAE, M., and GULATI, C. Loss protection in pairs trading through minimum profit bounds: A cointegration approach. *Journal of Applied Mathematics and Decision Sciences*, v.6, p.1–14, 2006.
- LINTNER, J. The valuation of risk assets and the selection of risk investments in stock portfolios and capital budgets. *Review of Economics and Statistics*, v.4, p.13–37, 1965.

- MAHEU, J. M. and MCCURDY, T. H. Identifying bull and bear markets in stock returns. *Journal of Business and Economic Statistics*, v. 18, n. 1, p. 100-112, 2000.
- MARKOWITZ, H. *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*. John Wiley & Sons, New York, 1959.
- MCQUEEN, G. and THORLEY, S. Bubbles, stock returns and duration dependence. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, v. 29, p. 379-401, 1994.
- MUDCHANATONGSUK, S., PRIMBS, J. A., and WONG, W. Optimal pairs trading: A stochastic control approach. In *Proceedings of American Control Conference*. American Control Conference, 2008.
- NANTH, P. High frequency pairs trading with u.s treasury securities: Risks and rewards for hedge funds. Working paper series, London Business School, 2006.
- NORDEM, S. VAN and SCHALLER, H. The predictability of stock market regime: evidence from the Toronto Stock Exchange. *The Review of Economics and Statistics*, p. 505-514, 1993.
- OLIVEIRA, Andre Barbosa. *Ensaio em Alocação de Portfólio com Mudança de Regime* /Andre Barbosa Oliveira. - 2014. 75 f.
- _____. Speculative behavior, regime-switching and stock market crashes. Working Paper, Bank of Canada, p. 96-130, 1996. PEREZ-QUIROS, G. and TIMMERMANN, A. Firm size and cyclical variation in stock returns. *Journal of Finance*, v. 50, p. 1229-1262, 2000.
- PSARADAKIS, Z. and SOLA, M. Finite – Sample Properties of the Maximum Likelihood Estimator in Autoregressive Models with Markov Switching. *Journal of Econometrics*, v. 86, p. 369-386, 1998.
- SCHWERT, G. W. Business cycles, financial crisis and stock volatility. *Carnegie – Rochester Conference Series on Public Policy*, v. 31, p. 83-126, 1989.
- SHARPE, W. Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *Journal of Finance*, v.19, p.425–442, 1964.
- SHARPE, W. F. Mutual fund performance. *Journal of Business*, v. 39, p. 119-138, 1966.
- STOCK, J. and WATSON, M. Testing for common trends. *Journal of the American Statistical Association*, v. 83, p.1097–1107, 1988.
- TURNER, C. M., STARTZ, R. and NELSON, C. R. A Markov model of heteroscedasticity, risk and learning in the stock market. *Journal of Financial Economics*, v. 25, p. 3-22, 1989.
- UHLENBECK, G. and ORNSTEIN, L. On the theory of brownian motion. *Physical Review*, v.36, p.823–841, 1930.

VIDYAMURTHY, G. Pairs Trading, Quantitative Methods and Analysis. John Wiley & Sons, Canada, 2004.