

Mecânica e Campo Electromagnético

- Distribuições de carga
- Campo eléctrico e linhas de campo
- Potencial eléctrico e energia potencial
- Resolução de exercícios

Maria Rute André
rferreira@ua.pt

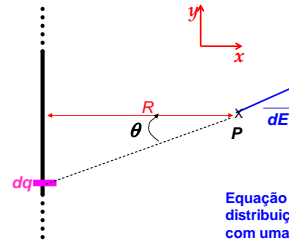


1

II. Campo Eléctrico

Casos Gerais

1. Campo eléctrico a uma distância R (ponto P) de um fio carregado com uma densidade linear de carga λ (C/m)



$$\vec{E}_x = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R} \hat{x}$$

Equação do campo eléctrico devida a uma distribuição rectilínea e infinita de um fio com uma densidade linear de carga.

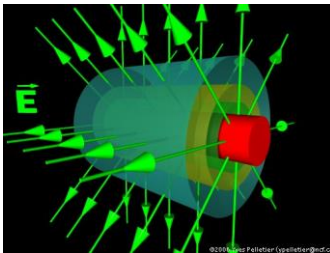


2

II. Campo Eléctrico

Casos Gerais: Campo eléctrico a uma distância de um fio carregado com uma densidade linear de carga

Linhas de campo



<http://library.thinkquest.org/tml>



3

Resolução de exercícios

1ª série.

5. a) Quatro cargas $+q, +q, -q, -q$ estão colocadas nos vértices dum quadrado de lado a . Determine, para os dois casos de distribuição das cargas, o campo eléctrico e o potencial no centro do quadrado.

Solução:
$$\vec{E} = \frac{q\sqrt{2}}{\pi\epsilon_0 a^2} \hat{k}$$

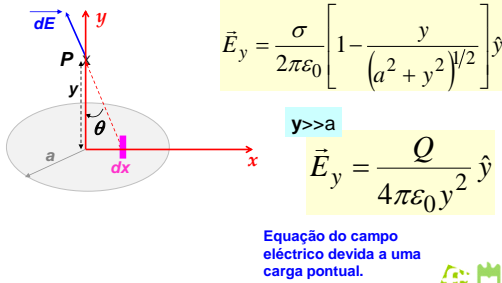


4

II. Campo Eléctrico

Casos Gerais

2. Campo eléctrico a uma distância y (ponto P) de um disco de raio a carregado com uma densidade superficial de carga σ (C/m^2)



5

II. Campo Eléctrico

Casos Gerais

3. Campo eléctrico a uma distância y (ponto P) de um plano infinito carregado com uma densidade superficial de carga σ (C/m^2)

Na equação anterior, fazendo o raio do disco $a \rightarrow \infty$

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \vec{E}_y = \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{\sigma}{2\pi\epsilon_0} \left[1 - \frac{y}{(a^2 + y^2)^{1/2}} \right] \hat{y} = \frac{\sigma}{2\pi\epsilon_0} \hat{y}$$

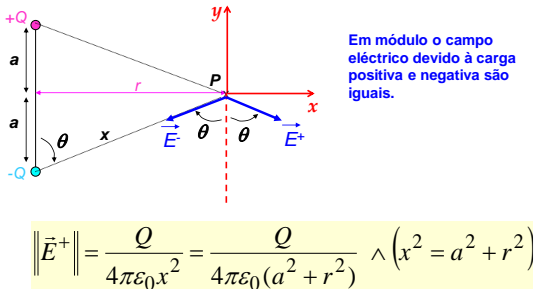
Equação do campo eléctrico é independente da distância ao plano e tem sempre o mesmo valor



6

II. Campo Eléctrico

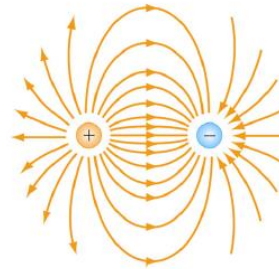
Dipolo eléctrico: par de cargas iguais e opostas, separadas por uma dada distância ($2a$).



7

II. Campo Eléctrico

Dipolo eléctrico: Linhas de campo



Simetria: por cada ponto acima da linha que une as duas cargas existe um ponto equivalente abaixo dessa linha; logo as linhas de campo são simétricas.

Na proximidade de cada carga: o campo devido a essa carga domina face ao campo da outra carga; as linhas são radiais;

Longe de cada carga: as linhas de campo aproximam-se das linhas de uma carga pontual; as linhas são radiais (excepto se $Q=0$)



8

II. Campo Eléctrico

Dipolo eléctrico

Princípio da sobreposição, o campo eléctrico total no ponto **P** será a soma do campo devido a cada uma das cargas individualmente; a componente segundo \hat{x} anula-se, logo:

$$\begin{aligned}\vec{E}_y &= -(\vec{E}^+ + \vec{E}^-) \cos \theta \hat{y} \wedge \cos \theta = \frac{a}{(r^2 + a^2)^{3/2}} \\ &= \frac{-2Qa}{4\pi\epsilon_0(r^2 + a^2)^{3/2}} \hat{y}\end{aligned}$$



9

II. Campo Eléctrico

Momento dipolar eléctrico, \vec{p}

$$\vec{p} = Q\vec{d}$$

↓
Separação entre as cargas

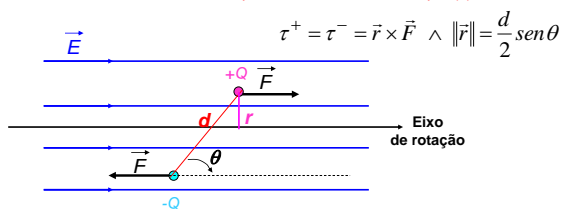
Direcção: versor que une as cargas
Sentido: carga negativa para a positiva



10

II. Campo Eléctrico

Dipolo eléctrico numa região de campo eléctrico uniforme; as cargas vão sentir forças iguais em módulo mas com sentidos opostos, logo a força total é nula. No entanto, o dipolo eléctrico tem um torque (τ).



Em módulo

$$\tau = 2QE \frac{d}{2} \sin \theta = pE \sin \theta$$

vectorialmente

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

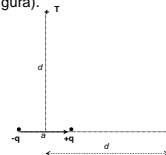


11

Resolução de exercícios

1ª série.

6. Duas cargas iguais e de sinais contrários, com uma distância constante entre si constituem um dipolo (ver figura).



- Mostre que o campo eléctrico em **S** é paralelo ao vector **a**, e em **T** tem o sentido contrário.
- Determine o campo eléctrico em **T** e em **S**, fazendo aproximações adequadas ($d \gg a$). Introduza no resultado o vector momento dipolar eléctrico $\vec{p} = Q\vec{a}$
- Mostre que um dipolo colocado num campo eléctrico uniforme fica sujeito a um binário cujo momento é dado por $\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$

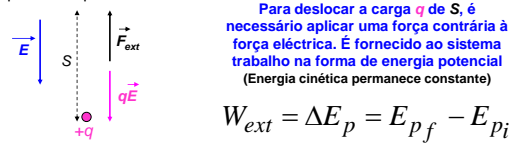
Campo Electromagnético 207/2008



12

III. Potencial Eléctrico

Potencial eléctrico num ponto: Trabalho externo necessário para trazer uma carga unitária, positiva, a velocidade constante da posição de potencial zero para esse ponto.



Como a carga q se move num campo electrostático $\Delta V = \frac{\Delta E_p}{q}$

$$W_{ext} = q\Delta V = q(V_f - V_i)$$

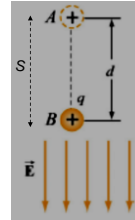
Referência no infinito

$$V_i = 0, \Rightarrow V_f = \frac{W_{ext}}{q}$$



13

III. Potencial Eléctrico



$$\Delta V = - \int_A^B \frac{\vec{F}_e}{q} d\vec{S} = - \int_A^B \vec{E} d\vec{S}$$

O deslocamento A-B é paralelo ao campo eléctrico

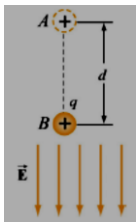
$$\Delta V = V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} d\vec{S} \Leftrightarrow$$

$$\Delta V = -E \int_A^B d\vec{S} = -ES (< 0)$$



14

III. Potencial Eléctrico



A variação correspondente na energia potencial é de

$$\Delta E_p = E_{pB} - E_{pA} = -qES (< 0)$$

A energia potencial de uma carga positiva decresce, à medida que esta se desloca ao longo do campo.

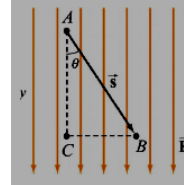
(Tal como uma massa perde energia potencial à medida que se desloca no sentido da Força gravitacional).



15

III. Potencial Eléctrico

O deslocamento A-B não é paralelo ao campo eléctrico



$$\Delta V = V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} d\vec{S} \Leftrightarrow$$

$$\Delta V = -ES \cos \theta = -E_y$$

O deslocamento é A-C-B

$$\Delta V = \Delta V_{CA} + \Delta V_{BC}$$

$$\Delta V_{BC} = 0, \vec{E} \perp \overline{BC}$$

O campo eléctrico é conservativo?



16

III. Potencial Eléctrico

Casos Gerais

1. Como varia o potencial nas vizinhanças de uma carga pontual?
2. Qual o potencial para uma distribuição contínua de cargas ?
Há duas formas de cálculo:
 - a) Considerar a contribuição de um elemento arbitrário de carga dq num ponto P a uma distância r ;
 - b) Usar a expressão seguinte, quando o campo eléctrico é conhecido, por exemplo usando a lei de *Gauss* (**vamos estudar na próxima aula**).

$$\Delta V = - \int_A^B \vec{E} d\vec{l}$$

Ver resolução no quadro



17

Resolução de exercícios

1ª série.

5. Quatro cargas $+q, +q, -q, -q$ estão colocadas nos vértices dum quadrado de lado a . Determine, para os dois casos de distribuição das cargas, o campo eléctrico e o potencial no centro do quadrado.

Escolha uma linha apropriada e verifique que $\int_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$

8. Um fio semi-circular de raio R está uniformemente carregado com uma carga total Q . Encontre o vector campo eléctrico no centro de curvatura.



18