

Mecânica e Campo Electromagnético

- Potencial eléctrico e energia potencial
- Teorema do fluxo de Gauss
- Resolução de exercícios

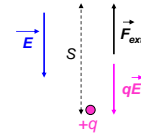
Maria Rute André
rferreira@ua.pt



1

III. Potencial Eléctrico

Potencial eléctrico num ponto: Trabalho externo necessário para trazer uma carga unitária, positiva, a velocidade constante da posição de potencial zero para esse ponto.



Para deslocar a carga q de S , é necessário aplicar uma força contrária à força eléctrica. É fornecido ao sistema trabalho na forma de energia potencial (Energia cinética permanece constante)

$$W_{ext} = \Delta E_p = E_{pf} - E_{pi}$$

Como a carga q se move num campo electrostático $\Delta V = \frac{\Delta E_p}{q}$

$$W_{ext} = q\Delta V = q(V_f - V_i)$$

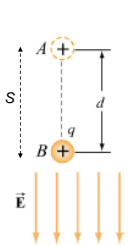
↓
Referência no infinito

$$V_i = 0, \Rightarrow V_f = \frac{W_{ext}}{q}$$



2

III. Potencial Eléctrico



$$\Delta V = -\int_A^B \frac{\vec{F}_e}{q} d\vec{S} = -\int_A^B \vec{E} d\vec{S}$$

O deslocamento A-B é paralelo ao campo eléctrico

$$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} d\vec{S} \Leftrightarrow$$

$$\Delta V = -E \int_A^B d\vec{S} = -ES (< 0)$$

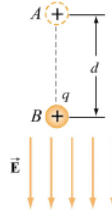


3

III. Potencial Eléctrico

A variação correspondente na energia potencial é de

$$\Delta E_p = E_{pB} - E_{pA} = -qES (< 0)$$



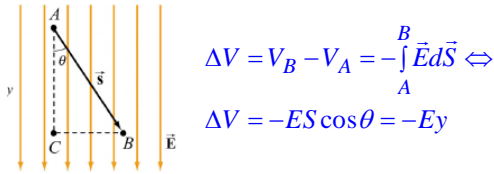
A energia potencial de uma carga positiva decresce, à medida que esta se desloca ao longo do campo.
(Tal como uma massa perde energia potencial à medida que se desloca no sentido da Força gravitacional).



4

III. Potencial Eléctrico

O deslocamento A-B não é paralelo ao campo eléctrico



$$\Delta V = V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} d\vec{s} \Leftrightarrow$$

$$\Delta V = -ES \cos \theta = -Ey$$

O deslocamento é A-C-B

$$\Delta V = \Delta V_{CA} + \Delta V_{BC}$$

$$\Delta V_{BC} = 0, \vec{E} \perp \overline{BC}$$

O campo eléctrico é conservativo

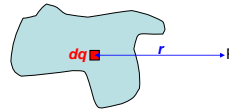


5

III. Potencial Eléctrico

Casos Gerais

1. Como varia o potencial nas vizinhanças de uma carga pontual?
2. Qual o potencial para uma distribuição contínua de cargas ?
Há duas formas de cálculo:
a) Considerar a contribuição de um elemento arbitrário de carga dq num ponto P a uma distância r;
b) Usar a expressão seguinte, quando o campo eléctrico é conhecido, por exemplo usando a lei de Gauss (**vamos estudar a seguir**).



$$\Delta V = - \int_A^B \vec{E} d\vec{l}$$

Ver resolução no quadro



6

✍. Resolução de exercícios

1ª série.

5. Quatro cargas +q, +q, -q, -q estão colocadas nos vértices dum quadrado de lado a. Determine, para os dois casos de distribuição das cargas, o campo eléctrico e o potencial no centro do quadrado.

Escolha uma linha apropriada e verifique que $\int \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$

8. Um fio semi-circular de raio R está uniformemente carregado com uma carga total Q. Encontre o vector campo eléctrico no centro de curvatura.

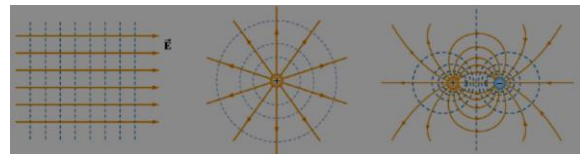


7

III. Potencial Eléctrico

Superfícies equipotenciais

1. Superfície que contém pontos de igual potencial
2. as linhas de campo são perpendiculares às superfícies equipotenciais
3. o trabalho para deslocar uma carga entre quaisquer pontos de uma equipotencial é nulo (pois, todos os pontos têm o mesmo potencial)

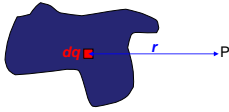


Exemplos de linhas de campo eléctrico (linha a cheio) e de superfícies equipotenciais (linhas a tracejado)



8

Função Potencial



O potencial eléctrico depende da posição do ponto P:

$$V(x, y, z) = - \int_A^B \vec{E}(x, y, z) \cdot d\vec{l}$$

O campo eléctrico tem 3 componentes:

$$E_x = - \frac{\partial V(x, y, z)}{\partial x}$$

$$E_y = - \frac{\partial V(x, y, z)}{\partial y}$$

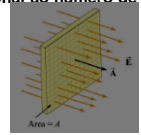
$$E_z = - \frac{\partial V(x, y, z)}{\partial z}$$

$$\vec{E} = -\text{grad}V$$



9

Fluxo eléctrico através de uma superfície A: proporcional ao número de linhas de campo que atravessam uma superfície



Campo eléctrico (\vec{E}) uniforme

$$\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{A}$$

Vector normal à superfície A

Campo eléctrico não uniforme ou superfície não ser plana

$$\Phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{a}$$

Vector normal a cada elemento de superfície da



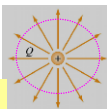
10

IV. Lei de Gauss: O fluxo total através de uma superfície fechada é igual a $1/\epsilon_0$ vezes a carga total (Q) encerrada pela superfície, ou seja:

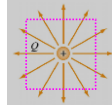
$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{Q_T}{\epsilon_0}$$

Para aplicar a lei de Gauss, há que identificar primeiro a respectiva superfície onde, facilmente, se pode aplicar a lei.

Qual a superfície a escolher no caso de uma carga pontual?



Em qualquer ponto da esfera o campo é igual



Nos vértices a distância à carga é maior, logo o campo é diferente

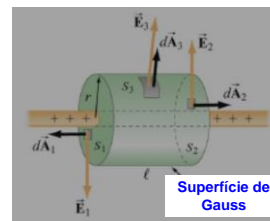


11

IV. Lei de Gauss

Casos Gerais

1. Campo eléctrico devido a um fio carregado com uma densidade linear de carga λ (C/m)



$$\vec{E}_x = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R} \hat{x}$$

Expressão já encontrada, usando a lei de Coulomb (Aula 2)

Ver resolução no quadro

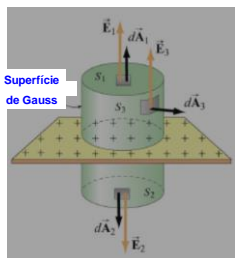


12

IV. Lei de Gauss

Casos Gerais

2. Campo eléctrico de uma distribuição plana e infinita de carga com densidade superficial σ (C/m²)



$$\vec{E}_y = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{y}$$

Expressão já encontrada,
usando a lei de *Coulomb* (Aula 2)

Ver resolução no quadro

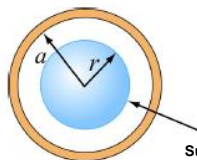


13

IV. Lei de Gauss

Casos Gerais

3. Campo eléctrico de uma distribuição esférica de carga com densidade volumica de carga ρ (C/m³)



$$E = \frac{\rho r^3}{3\epsilon_0 a^2}$$

Superfície
de Gauss esférica $\vec{E} \perp d\vec{a}$

Ver resolução na aula



14