

Campo Electromagnético

Força nos condutores. Densidade de energia do campo eléctrico.

• Dieléctricos. Campo no interior de um dieléctrico. Lei de Gauss para dieléctricos.

• Vector polarização e deslocamento eléctrico. Susceptibilidade eléctrica.

• Resolução de exercícios.

Maria Rute André
rferreira@ua.pt

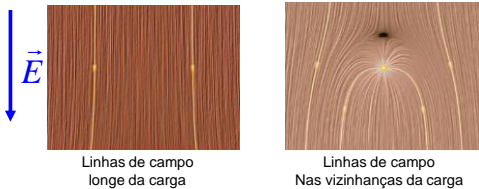
1

Carga positiva sob a acção de um campo eléctrico



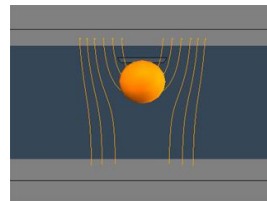
2

Carga positiva sob a acção de um campo eléctrico



3

Carga entre as placas de um condensador



This applet is a simulation of an experiment in which an aluminum sphere sitting on the bottom plate of a capacitor is lifted to the top plate by the electrostatic attraction generated as the capacitor is charged. While the sphere is in contact with the lower plate, their surface charge densities are approximately equal. Thus, as the capacitor is charged, the charge density on the sphere increases proportional to the potential difference between the plates. In addition, energy flows into the region between the plates as the electric field builds up. This can be seen in the motion of the electric field lines as they move from the edge to the center of the capacitor.

As the potential difference between the plates increases, the sphere feels an increasing attraction towards the top plate, indicated by the increasing tension in the field as more field lines "attach" to it. Eventually this tension is enough to overcome the downward force of gravity, and the sphere is "levitated". Once separated from the lower plate, the sphere's charge density no longer increases, and it feels both an attractive force towards the upper plate and a repulsive force from the lower one. The result is a net force upwards.

In this simulation we have placed a non-conducting barrier just below the upper plate to prevent the sphere from touching it and discharging.

4

Propriedades fundamentais dos condutores

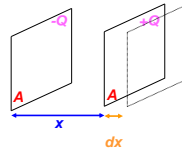
- O campo eléctrico no interior é nulo
- A carga está distribuída na superfície
- A superfície é equipotencial
- A componente tangencial do campo eléctrico na superfície é nula
- Fora do condutor o campo eléctrico é normal à superfície

5

Forças nos condutores

Consideremos um condensador de placas paralelas de área A , com densidade superficial σ , separadas de x e carregadas com carga $+Q$ e $-Q$, distribuída uniformemente.

Para deslocarmos uma das placas de uma distância dx , usando uma força F , realizamos um trabalho dW , tal que $dW = Fdx$.



A energia do condensador vai variar

$$W = \frac{Q^2}{2C} \wedge C = \epsilon_0 \frac{A}{x} \Rightarrow W = \frac{Q^2 x}{2\epsilon_0 A}$$

Para uma variação da distância de dx :

$$dW = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 A} dx \wedge dW = Fdx \Rightarrow F = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 A}$$

Força no condutor

6

Densidade de energia do campo eléctrico

Como sabemos, o trabalho necessário para trazer duas cargas pontuais do infinito até uma distância finita entre elas é armazenada na forma de energia potencial.

Como as cargas não se alteram, vamos analisar, onde é armazenada a energia potencial.

1. Consideremos a energia armazenada num condensador: $U = 1/2 CV^2$.
2. Consideremos a capacidade de um condensador de placas paralelas $\epsilon_0 A/d$ e onde $V = Ed$.

$$U = \frac{CV^2}{2} = \frac{\epsilon_0 A E^2 d^2}{2d} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 (Ad) \Leftrightarrow U = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \times (\text{volume})$$

volume

Definindo $\mu = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \quad (Jm^{-3})$

Densidade de energia do vector campo eléctrico

Conclusão: a energia é armazenada no campo eléctrico.

Estas equações são gerais, apesar de termos usado caso particular de um condensador de placas paralelas.

7

Dieléctricos

- Ao aplicarmos campo eléctrico a um material, os seus eletrões podem ou não liberta-se e, consequentemente, produzir ou não corrente elétrica;
- Se o material apresenta cargas livres haverá corrente,

caso contrário

- o material diz-se dieléctrico ou isolante.

Consideremos um condensador de placas paralelas

$$C_0 = \frac{Q}{V_0} \quad (F) \rightarrow \text{Se existir ar ou vácuo entre elas}$$

Se introduzirmos entre as placas um dieléctrico, mantendo a carga constante, vemos que a ddp aos terminais é:

$$V_d < V_0 \rightarrow \text{A capacidade aumenta na presença do dieléctrico}$$

com dieléctrico $\leftarrow \rightarrow$ ar ou vácuo

8

Dieléctricos

A capacidade aumenta de um factor k_e

$$V_0 = k_e V_d \Rightarrow C_d = k C_0$$

A equação para a capacidade de um condensador é

$$C = k_e \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

constante dieléctrica=permitividade
relativa (ϵ_r)

A permitividade de um material é, então

$$k_e \epsilon_0 = \epsilon_r \epsilon_0$$

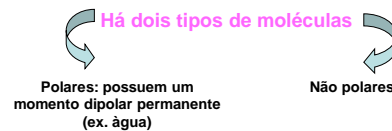
9

Campo no interior de um dieléctrico

Um dieléctrico difere de um condutor, pois não possui cargas livres, capazes de se deslocarem sob a ação de um campo elétrico aplicado externamente.

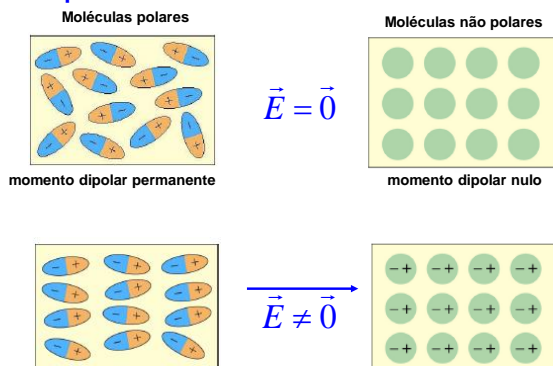
Um dieléctrico difere de um condutor, pois não possui cargas livres, capazes de se deslocarem sob a ação de um campo elétrico aplicado externamente. Num verdadeiro dieléctrico, todas as cargas estão ligadas aos seus átomos, podendo ser forçadas a deslocarem de uma distância diminuta.

Quando ocorre esse deslocamento, o dieléctrico diz-se polarizado.



10

Campo eléctrico no interior de um dieléctrico



11

Campo eléctrico no interior de um dieléctrico

O que acontece às cargas de um dieléctrico (+Q, -Q) dentro de um condensador?

+Q: + próximas da placa -q
-Q: + próximas da placa +q

O campo eléctrico no interior do dieléctrico será

$$\vec{E}_d = \vec{E}_{ext} - \vec{E}_i$$

Campos induzido
pelas cargas do dieléctrico

Conclusão: se um dieléctrico é colocado num campo eléctrico, aparecerão cargas induzidas superficialmente que tendem a enfraquecer o campo eléctrico aplicado ao dieléctrico

12

Qual o valor das cargas induzidas?

Na ausência de dielétrico

Condensador de placas paralelas

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = E_0 A = \frac{Q}{\epsilon_0}, \Rightarrow E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

Superfície de Gauss
Paralelepípedica: placas planas

Com dielétrico

Indução de cargas na superfície (Q_p com sinal oposto), tal que a carga total no condensador é ($Q - Q_p$)

13

Qual o valor das cargas induzidas?

Com dielétrico

Usando a lei de Gauss

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = EA = \frac{Q - Q_p}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q - Q_p}{\epsilon_0 A}$$

Sabemos que o campo eléctrico E_0 diminui de um factor K_e

$$E = \frac{E_0}{K_e} = \frac{Q}{K_e \epsilon_0 A} = \frac{Q - Q_p}{\epsilon_0 A}$$

O valor da carga eléctrica induzida é

$$Q_p = Q \left(1 - \frac{1}{K_e} \right)$$

permutividade relativa (ϵ_r)

14

Qual o valor das cargas induzidas?

Lei de Gauss para dielétricos

$$\int \vec{E}_d \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_r \epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon}$$

Lei de Gauss para dielétricos

15

Vector polarização e deslocamento eléctrico

O campo eléctrico no interior de um dielétrico é

$$E_d = \frac{Q}{\epsilon_0 \epsilon_r S}$$

Usando a lei de Gauss, sabemos que

$$E_d = \frac{Q}{\epsilon_0 S} - \frac{q_i}{\epsilon_r S}$$

então

$$\frac{Q}{S} = \epsilon_0 \left(\frac{Q}{\epsilon_0 \epsilon_r S} \right) + \frac{q_i}{S} \wedge E_d = \frac{Q}{\epsilon_0 \epsilon_r S}$$

Vamos definir

$$P = \frac{q_i}{S} = \sigma_i$$

Vetor polarização eléctrica: dá-nos o momento do dipolo por unidade de volume e tem módulo σ_i .

16

Vector polarização e deslocamento eléctrico

$$D = \frac{Q}{S}$$

Deslocamento elétrico que tem por módulo a densidade superficial de cargas na superfície do condensador.

A expressão geral para o vetor deslocamento elétrico é

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

Com base nestas definições, podemos escrever a lei de Gauss, em termos do vetor deslocamento

$$\text{div} \vec{D} = \rho$$

↳ Densidade de cargas livres no sistema

17

Susceptibilidade Eléctrica

A polarização em dieléctricos isotrópicos (propriedades eléctricas iguais em todas as direcções) ocorre sob a acção de um campo externo e tem o mesmo sentido do campo.

A intensidade de polarização depende da intensidade do campo e tem a forma:

$$\vec{P} = \chi_e \epsilon_0 \vec{E}$$

↳ Susceptibilidade eléctrica do material

18