Parte I:Fundamentos de mecânica clássica

Capítulo I.1.2 Dinâmica da Partícula

universidade de aveiro

Dinâmica: Relação entre o estado de movimento de um corpo e as causas deste.

Galileu (1564-1642) inferiu que, se fosse possível remover todas as interações entre um corpo e o exterior, então a velocidade deste não mais sofreria qualquer alteração - a propriedade de Inércia

1ª lei Newton: Uma partícula livre move-se com velocidade constante ou está em repouso

Referencial Inercial ou Galileano

- A 1ª lei de Newton define um conjunto especial de sistemas referenciais: os referenciais inerciais.
- Um referencial de inércia é aquele onde é válida a 1ª Lei de Newton e como melhor aproximação é entendido como um:
  - referencial que não é acelerado em relação às “estrelas fixas”;
  - move-se pois com velocidade de translação constante em relação a estas;
  - um referencial inercial não roda relativamente às mesmas (caso contrário teria aceleração).

Será a Terra um Referencial de Inércia?

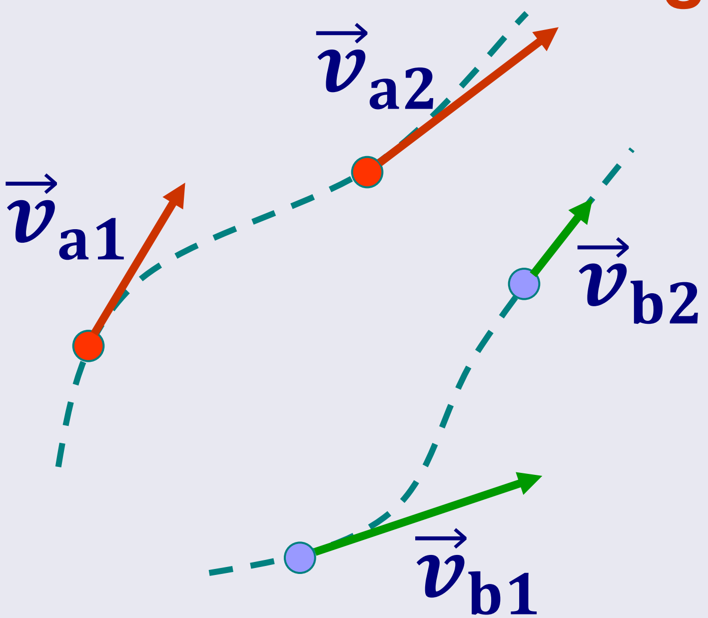
A aceleração devida ao movimento de rotação da Terra é 0.3% da aceleração devida à gravidade.

OK!!!

As leis de Newton valem num sistema inercial que leve em consideração somente a aceleração da Terra em torno do seu eixo e na órbita em torno do Sol

■ Consequências da 1ª Lei: Princípio da conservação do momento linear

Sistema: partícula a + partícula b



$$\vec{p}_{sistema} = \vec{p}_a + \vec{p}_b$$

Instante t_1 $\overrightarrow{p^1}_{sistema} = \vec{p}_{a1} + \vec{p}_{b1}$

Instante t_2 $\overrightarrow{p^2}_{sistema} = \vec{p}_{a2} + \vec{p}_{b2}$

O MOMENTO LINEAR TOTAL DE UM SISTEMA COMPOSTO POR DUAS PARTÍCULAS SUJEITAS APENAS ÀS SUAS INTERAÇÕES MÚTUAS PERMANECE CONSTANTE

$$\overrightarrow{p^1}_{sistema} = \overrightarrow{p^2}_{sistema}$$

2ª e 3 ª Leis de Newton

$$\overrightarrow{p^1}_{\text{sistema}} = \overrightarrow{p^2}_{\text{sistema}}$$

$$\Delta\vec{p}_\text{a} = -\Delta\vec{p}_\text{b}$$

$$\frac{\Delta\vec{p}_a}{\Delta t} = -\frac{\Delta\vec{p}_b}{\Delta t}$$

2ª Lei

$$\vec{F} = \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}$$

Calculando no limite em que $\Delta t \to 0$

$$\frac{\mathrm{d}\vec{p}_a}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}\vec{p}_b}{\mathrm{d}t}$$

$$m_\text{a}\frac{\mathrm{d}\vec{v}_a}{\mathrm{d}t} = -m_\text{b}\frac{\mathrm{d}\vec{v}_b}{\mathrm{d}t}$$

A força exercida no corpo *a* pelo corpo *b* é simétrica da força exercida no corpo *b* pelo corpo *a*

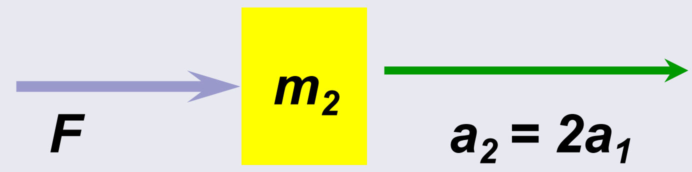
$$\overrightarrow{F}_{\text{a,b}} = -\overrightarrow{F}_{\text{b,a}}$$

3ª Lei

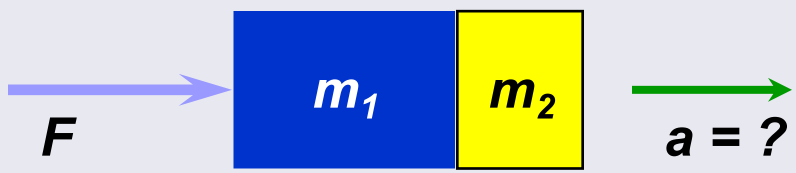
Par ação-reação

2ª Lei de Newton: Movimento rectilíneo

- Dois corpos de massas m_1 e m_2 , tais que $m_1 = 2m_2$



- Se encostarmos m_1 e m_2 e aplicarmos a mesma força *F*, qual será a aceleração do conjunto ?



$$a = 2/3\ a_1$$

- Qual a força *que* m_1 exerce em m_2 ?

$$F_2 = 1/3\ F$$

Exercício #5 (cap I.1.2)

5 - *Um bloco de massa m = 10 kg está em repouso na origem sobre uma superfície horizontal (plano OXY) sem atrito. Para t =0, atua sobre o bloco uma força de intensidade variável

$\vec{F} = (4t^2 - t)\hat{e}_x$ (N)

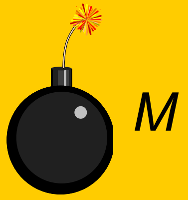
Determine:

a) a expressão do impulso da força em função do tempo.
b) o impulso da força em t = 4 s.
c) a variação do momento linear nos 4 s iniciais.
d) a velocidade do bloco no instante t = 4 s.
e) a velocidade do bloco em função do tempo.
f) a posição do bloco em função do tempo.

Aplicações da conservação da quantidade de movimento: **Explosão a 1D**

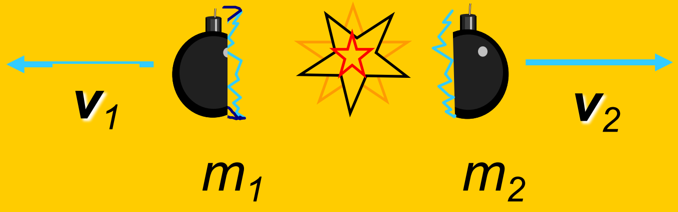
- $\boldsymbol{P}$ é conservado (forças externas são nulas).

- Antes da explosão: $\vec{\boldsymbol{P}} = \vec{\boldsymbol{0}}$

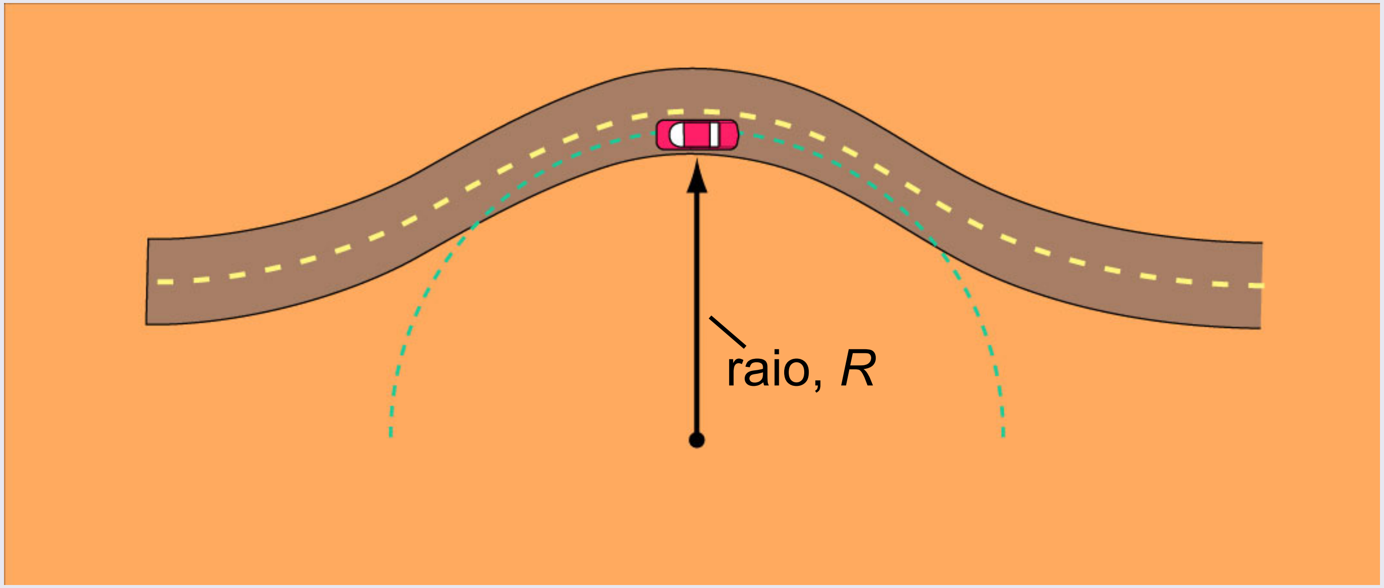


- Após a explosão: $\vec{\boldsymbol{P}} = m_1\vec{\boldsymbol{v}}_1 + m_2\vec{\boldsymbol{v}}_2 = 0$

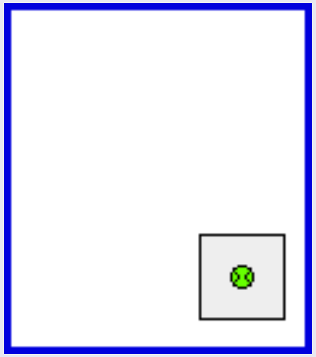
$$m_1\vec{\boldsymbol{v}}_1 = - m_2\vec{\boldsymbol{v}}_2$$



2ª Lei de Newton: Movimento circular uniforme



A resultante das forças que atuam no carro comportar-se-á como uma força centrípeta permitindo-lhe efetuar a curva

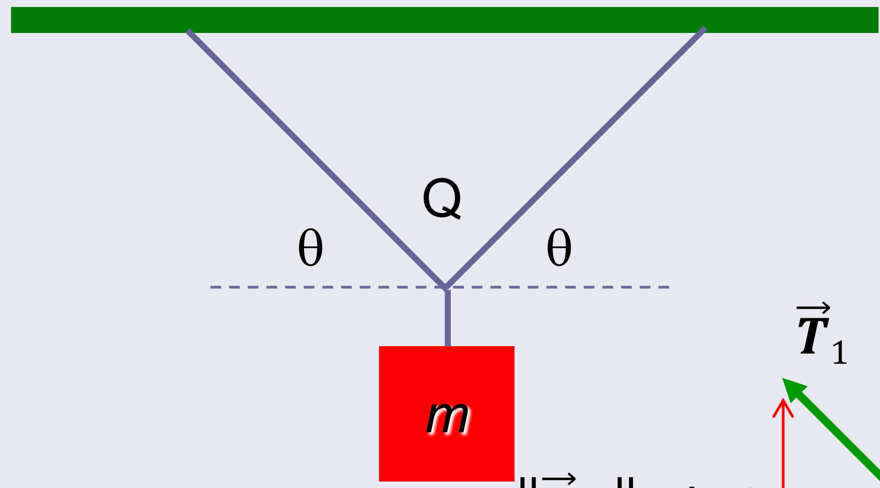


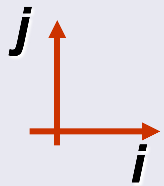
$$\vec{F}_c = m\frac{v^2}{R}\hat{u}_n$$

Massa m em Equilíbrio Estático

Equilíbrio

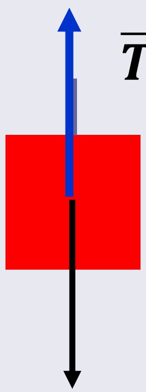
$$\sum_i \vec{F}_i = \vec{0}$$





Ponto Q

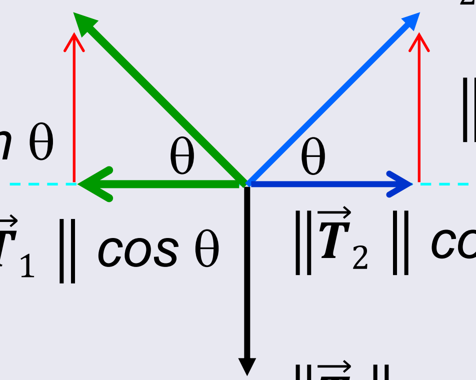
Massa m



$\vec{T}$

$\|\vec{T}\| = \|\vec{P}\|$

$\vec{P} = m\vec{g}$



$\vec{T}_1$

$\vec{T}_2$

$\|\vec{T}_1\|\ sin\ \theta$

$\|\vec{T}_2\|\ sin\ \theta$

$\|\vec{T}_1\|\ cos\ \theta$

$\|\vec{T}_2\|\ cos\ \theta$

$\|\vec{T}\| = mg$

$F_{x,Res.} = -\ \|\vec{T}_1\|\ cos\ \theta + \|\vec{T}_2\|\ cos\ \theta = 0$

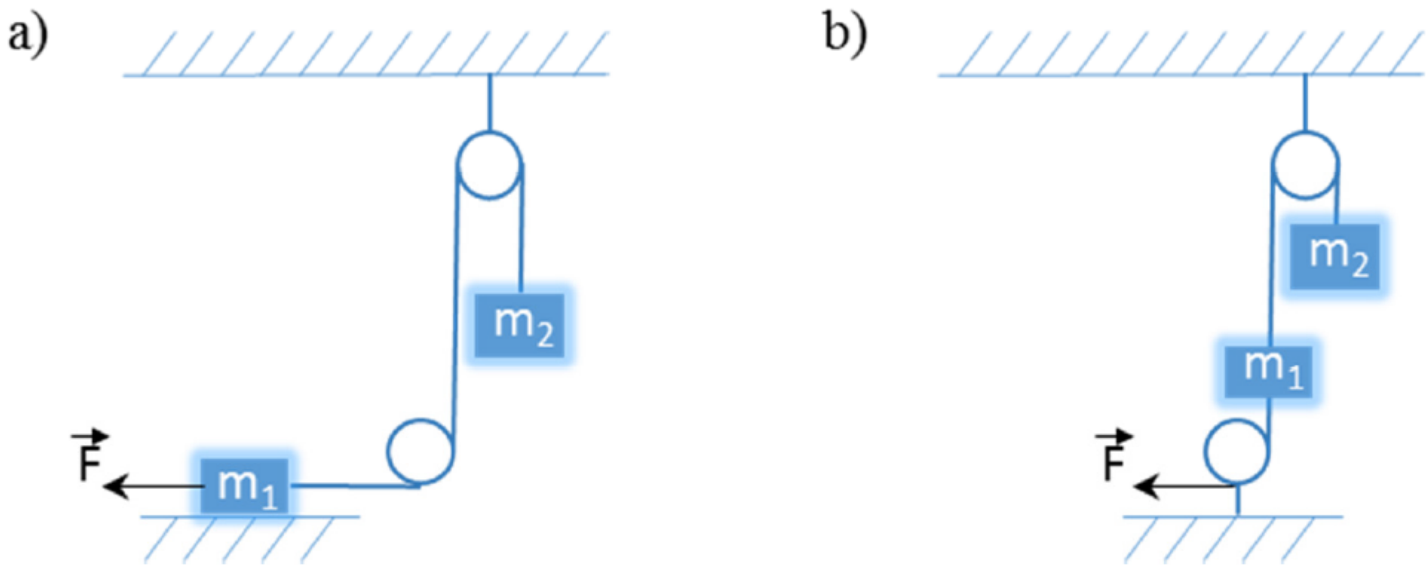
$F_{y,Res.} = \|\vec{T}_1\|\ sin\ \theta + \|\vec{T}_2\|\ sin\ \theta - mg = 0$

$$\|\vec{T}_1\| = \|\vec{T}_2\| = \frac{mg}{2\sin\theta}$$

Exercício #2 (cap I.1.2)

Calcule a aceleração dos corpos da figura e a tensão nas cordas.

Aplique ao caso em que m_1 = 50 g, m_2 = 80 g e $\left\|\vec{F}\right\|$ = 1N.



Resolução do exercício #2 (cap I.1.2)

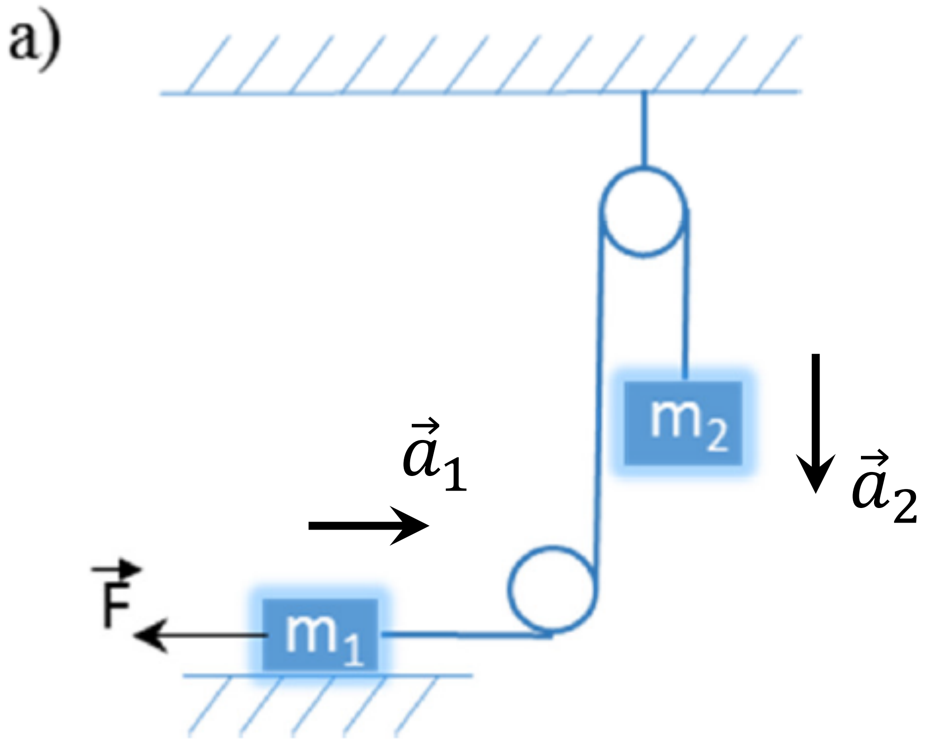
Metodologia de resolução:

i) Atribuir um sentido ao movimento e um sistema de eixos para cada massa

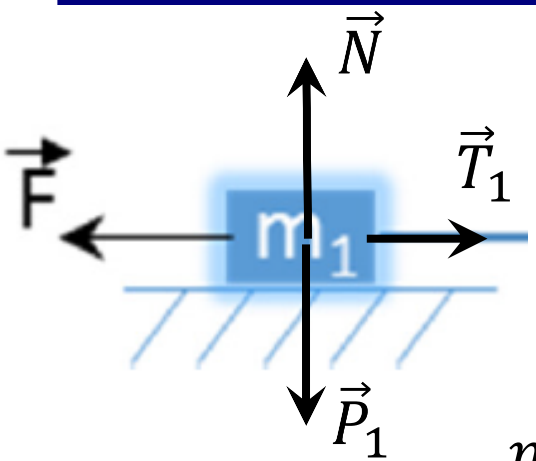
ii) Representar o diagrama das forças que atuam em cada massa

iii) Escrever a equação do movimento de translação para cada massa

Exercício #2 (cap I.1.2)



Resolução do exercício #2 (cap I.1.2)



$$\begin{matrix} m_1: \\ \\ m_2: \end{matrix} \begin{cases} \sum \overrightarrow{F_i} = m_1 \vec{a}_1 \\ \\ \sum \overrightarrow{F_i} = m_2 \vec{a}_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{F} + \vec{N} + \vec{P}_1 + \vec{T}_1 = m_1 \vec{a}_1 \\ \\ \vec{T}_2 + \vec{P} = m_2 \vec{a}_2 \end{cases}$$

Resolução do exercício #2 (cap I.1.2)

$$\vec{N} = N\hat{e}_y$$
$$\vec{P} = -m_1 g\hat{e}_y$$
$$\vec{F} = -F\hat{e}_x$$
$$\vec{T}_1 = T_1\hat{e}_x$$

$$\begin{cases} (N - m_1 g)\hat{e}_y + (T_1 - F)\hat{e}_x = m_1 a_1 \hat{e}_x \\ (T_2 - m_2 g)\hat{e}_y = -m_2 a_2 \hat{e}_y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (N - m_1 g)\hat{e}_y = \vec{0} \\ (T_1 - F)\hat{e}_x = m_1 a_1 \hat{e}_x \\ T_2 - m_2 g = -m_2 a_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} N = m_1 g \\ T_1 - F = m_1 a_1 \\ T_2 - m_2 g = -m_2 a_2 \end{cases}$$

Como todo o sistema se desloca com igual valor de aceleração, então $\|\vec{a}_1\| = \|\vec{a}_2\|$ e $a_1 = a_2 = a$. Além disso, $\|\vec{T}_1\| = \|\vec{T}_2\| = T$.

Resolução do exercício #2 (cap I.1.2)

$$\begin{cases} N = m_1 g \\ T - F = m_1 a \\ T - m_2 g = -m_2 a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} T - 1 = m_1 a \\ T - m_2 g = -m_2 a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{T-1}{T - m_2 g} = -\dfrac{m_1}{m_2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (T-1)m_2 = -m_1 T + m_1 m_2 g \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} T - 1 = \dfrac{m_1(m_2 g - T)}{m_2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} T - 1 = 0{,}625(0{,}784 - T) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} T - 1 = 0{,}49 - 0{,}625T \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} T(1 + 0{,}625) = 1{,}49 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{T-1}{m_1} = -1{,}56\ \mathrm{ms}^{-2} \\ T = 0{,}92\ \mathrm{N} \end{cases}$$

Resolução do exercício #2 (cap I.1.2)

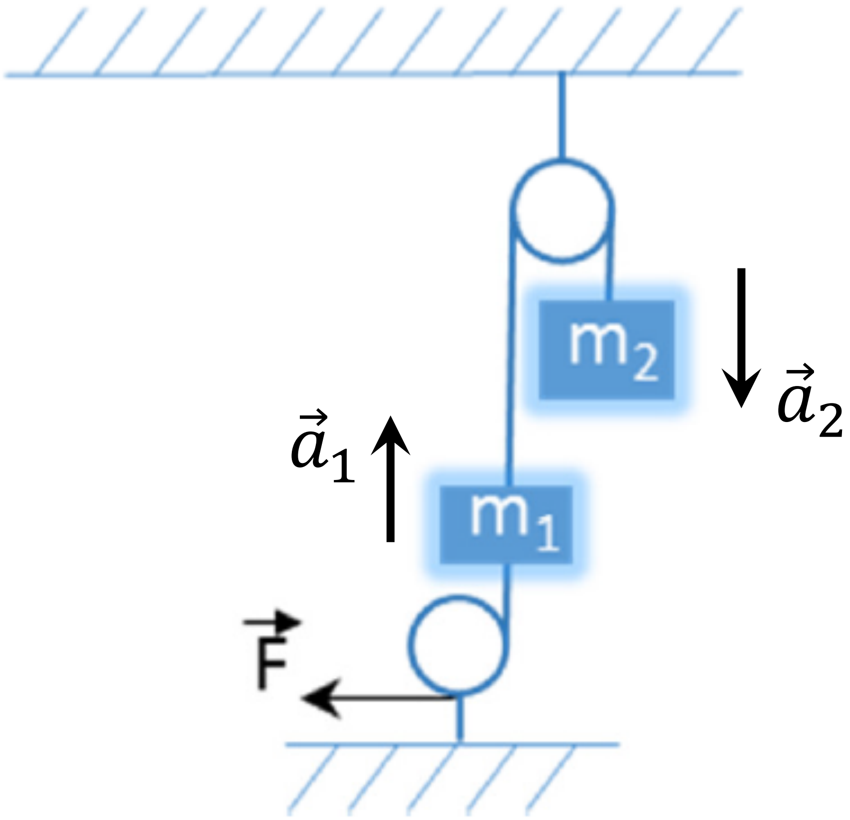
A componente escalar de $\vec{a}$ deu negativa, o que significa que o sentido do movimento é contrário ao arbitrado inicialmente, e portanto:

$$\vec{a}_1 = -1{,}66\hat{e}_x$$

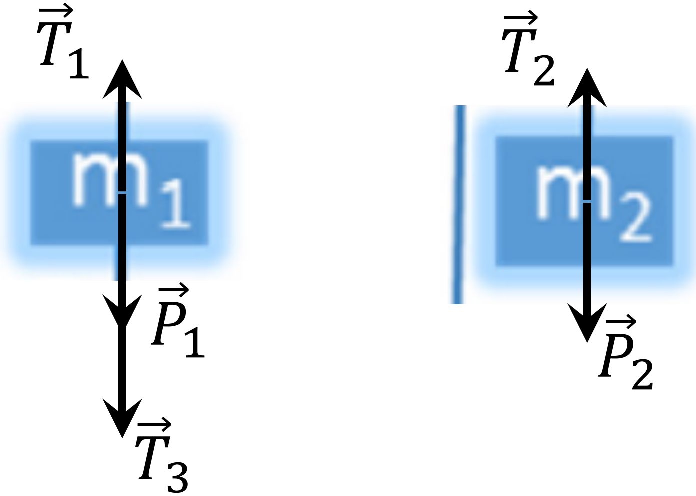
$$\vec{a}_2 = 1{,}66\hat{e}_y$$

Exercício #2 (cap I.1.2)

b)



Exercício #2 (cap I.1.2)



$$\|\vec{T}_3\| = \|\vec{F}\|$$
$$\|\vec{T}_1\| = \|\vec{T}_2\|$$
$$\|\vec{a}_1\| = \|\vec{a}_2\|$$

$$\begin{matrix} m_2: \\ m_1: \end{matrix} \begin{cases} \vec{T}_2 + \vec{P}_2 = m_2\vec{a}_2 \\ \vec{T}_1 + \vec{P}_1 + \vec{T}_3 = m_1\vec{a}_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} T - m_2 g = -m_2 a \\ T - m_1 g - F = m_1 a \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{-T + m_2 g}{m_2} = a \\ T - m_1 g - F = m_1 a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ T - m_1 g - F = m_1 \left[\dfrac{-T + m_2 g}{m_2}\right] \end{cases}$$

Exercício #2 (cap I.1.2)

$$\Leftrightarrow \left\{ T = -\frac{m_1}{m_2}T + \frac{m_1}{m_2}m_2 g + m_1 g + F \right. \Leftrightarrow \left\{ T + \frac{m_1}{m_2}T = 2m_1 g + F \right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{ T(m_1 + m_2) = 2m_1 m_2 g + F m_2 \right.$$

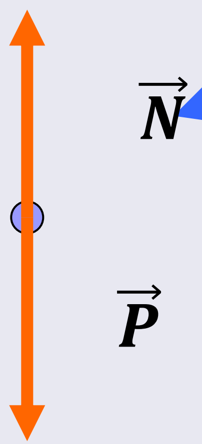
$$\Leftrightarrow \left\{ T = \frac{m_2(2m_1 g + F)}{m_1 + m_2} = \frac{80\times10^{-3}(2\times50\times10^{-3}\times10 + 1)}{130\times10^{-3}} = 1{,}23\ \mathrm{N} \right.$$

$$a = \frac{-T + m_2 g}{m_2} = \frac{-1{,}23 + 80\times10^{-3}\times10}{80\times10^{-3}} = -5{,}38\ \mathrm{ms}^{-2}$$

Conclusão: o movimento é no sentido contrário ao atribuído

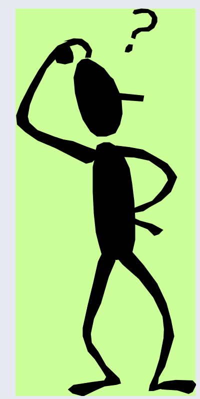
No elevador.....

Um homem de pé sobre uma balança:

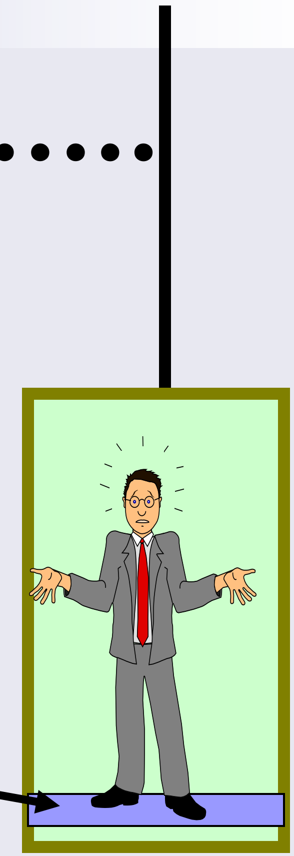


$\vec{N}$ **é força de Reação Normal**

= leitura na balança



Balança dinamómetro

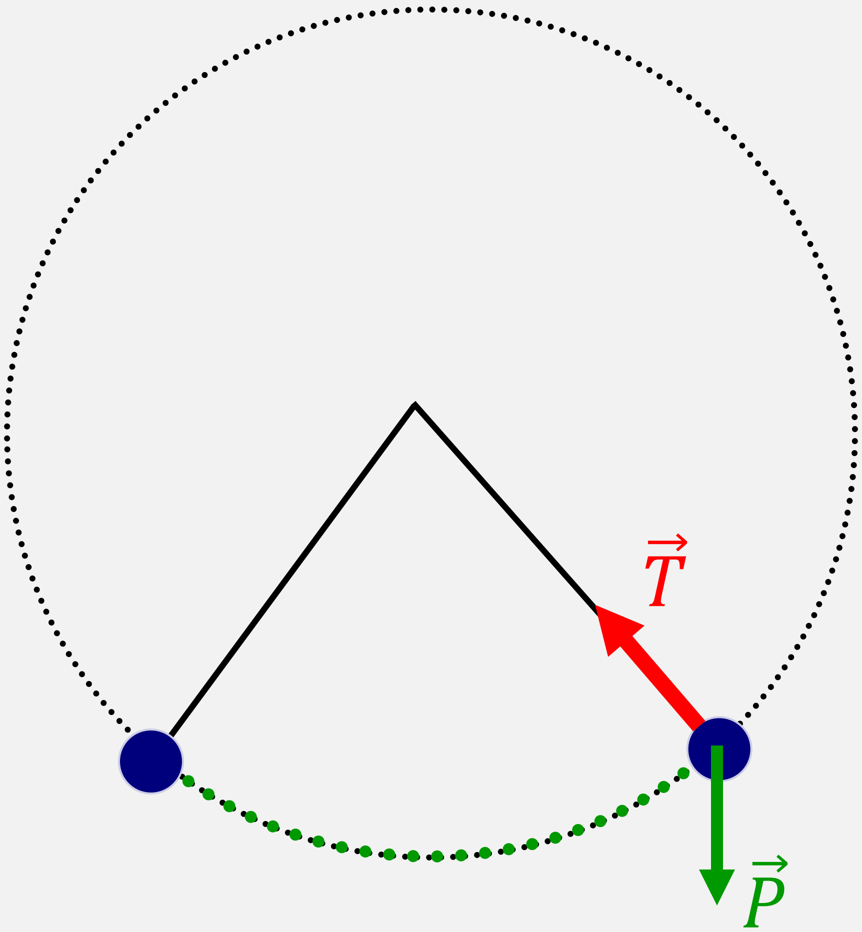


Se a = 0==> $\|\vec{N}\| = \|\vec{P}\|$ **'peso aparente' = normal**

Na subida ==> $\|\vec{N}\| = \|\vec{P}\| + m\|\vec{a}\|$ **'peso aparente' maior**

Na descida ==> $\|\vec{N}\| = \|\vec{P}\| - m\|\vec{a}\|$ **'peso aparente' menor**

Pêndulo simples (movimento no plano vertical)



Trajetória circular

Forças: $\vec{P}$ $\vec{T}$

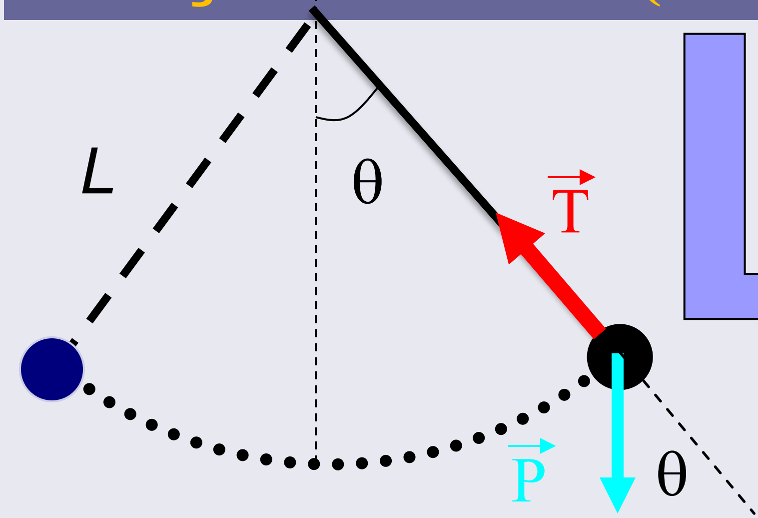
Em qualquer posição:

$$\vec{T} + \vec{P} = m\vec{a}$$

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

$$\vec{T} + \vec{P} = m\vec{a} \qquad \vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

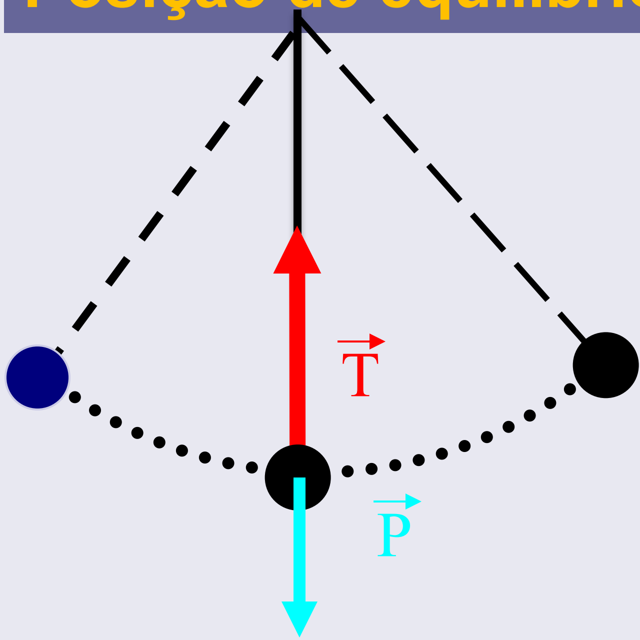
Posição extrema (v=0)



$$\begin{cases} \|\vec{T}\| - \|\vec{P}\|cos\theta = m\|\vec{a}_n\| \\ \|\vec{P}\|sen\theta = m\|\vec{a}_t\| \end{cases}$$

$$\begin{cases} \|\vec{T}\| - \|\vec{P}\|cos\theta = m\dfrac{v^2}{L} = 0 \\ \|\vec{P}\|sen\theta = m\|\vec{a}_t\| \end{cases}$$

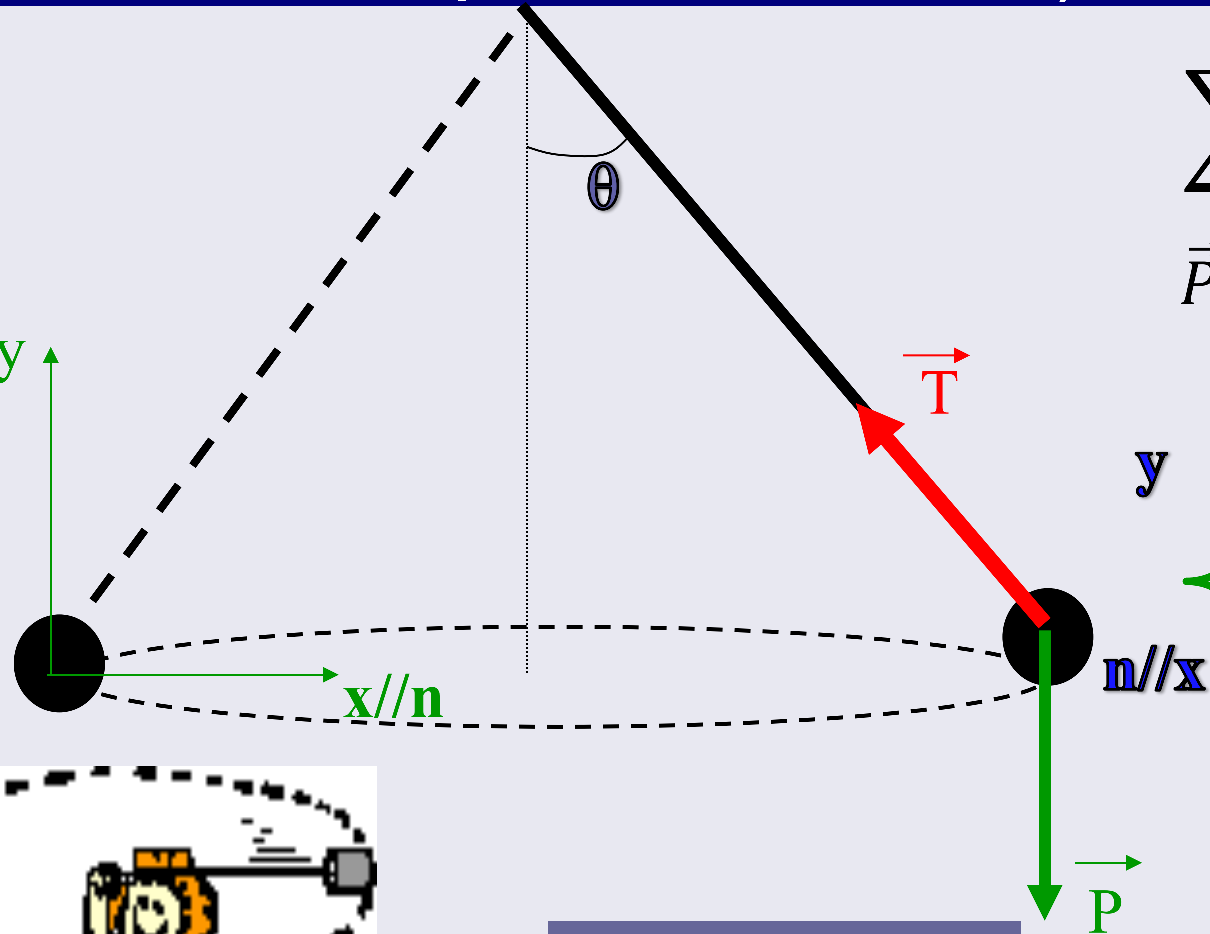
Posição de equilíbrio (θ=0)



$$\begin{cases} \|\vec{T}\| - \|\vec{P}\| = m\dfrac{v^2}{L} \\ \|\vec{a}_t\| = 0 \end{cases}$$

Máxima tensão!

Pêndulo cónico (movimento circular e uniforme no plano horizontal)



$$\sum \vec{F_i} = m\vec{a} \Leftrightarrow$$

$$\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a} \Leftrightarrow$$

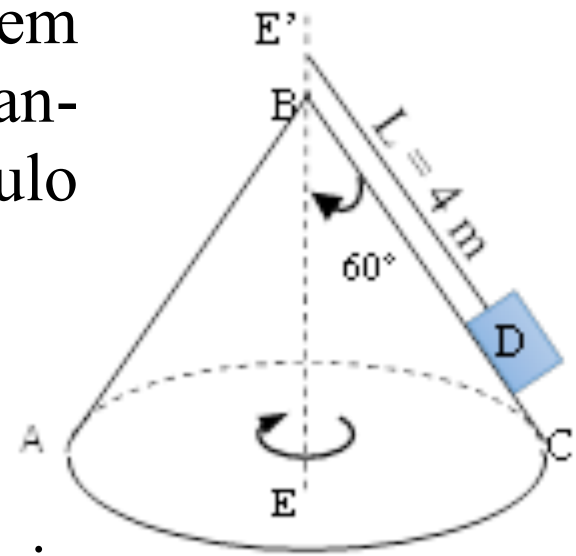
$$\begin{cases} \|\vec{T}\| cos\theta = \|\vec{P}\| \\ \|\vec{T}\| sen\theta = m\|\vec{a}_n\| \end{cases}$$

Quanto vale a aceleração tangencial?

Exercício #10 (cap I.1.2):

10 - *Um corpo D cuja massa é de 6 kg está sobre uma superfície cónica A B C e roda em torno do eixo EE' com uma velocidade angular de 10 rev/min. Calcule norma (módulo ou valor) da:

a) velocidade linear do corpo.
b) reação da superfície.
c) tensão no fio.
d) velocidade angular necessária para reduzir a reação do plano a zero.



Exercício #10 (cap I.1.2):

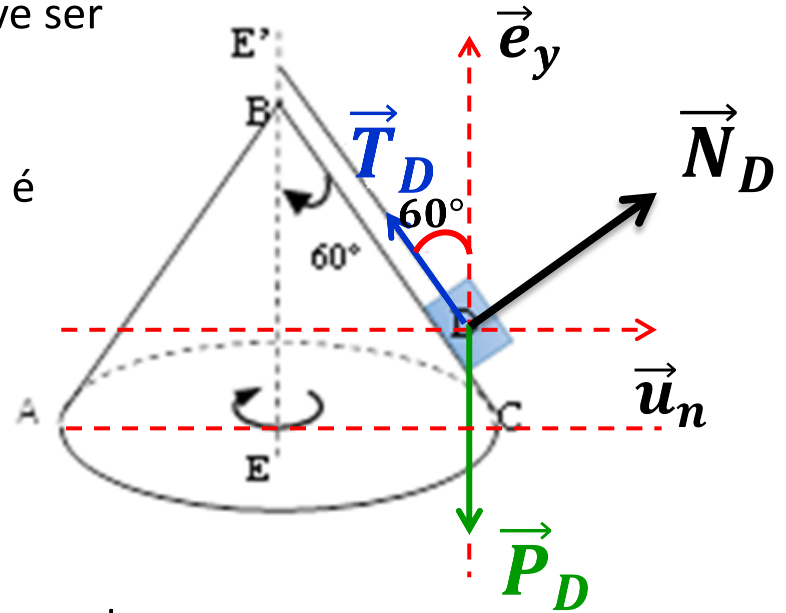
a),b) e c)

i)Representar o diagrama de forças e escrever a 2ª Lei de Newton para o corpo D. A escolha do referencial deve ser feita considerando que:

-a velocidade angular constante então o movimento é uniforme o que indica que a aceleração terá apenas componente centrípeta.

-o peso define a direção vertical e a força $\vec{N}_D$ é perpendicular ao fio que suporta o corpo D.

- Uma direção paralela ao segmento $\overline{AC}$ passa no centro da trajetória circular paralela à base do cone e corresponde à direção normal ou centrípeta.



Exercício #10 (cap I.1.2):

a) De acordo com a figura $R = L\text{sen}60°$. Como $v = \omega R = \frac{2\pi\times 10}{60}\times 4\frac{\sqrt{3}}{2} = 3{,}62\ \text{m/s}$

b) e c) $\sum \overrightarrow{F_i} = m_D\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P}_D + \vec{N}_D + \vec{T}_D = m_D\vec{a}$

Decompondo cada uma das forças usando o referencial escolhido temos:

$$\vec{P}_D = -m_D g\ \vec{e}_y$$
$$\vec{N}_D = \|\vec{N}_D\|\left[\sin 30°\vec{u}_n + \cos 30°\ \vec{e}_y\right]$$
$$\vec{T}_D = \|\vec{T}_D\|\left[-\sin 60°\vec{u}_n + \cos 60°\ \vec{e}_y\right]$$

$$\begin{cases}(-m_D g\ + \|\vec{N}_D\|\cos 30° + \|\vec{T}_D\|\cos 60°)\vec{e}_y = \vec{0} \\ (\|\vec{N}_D\|\sin 30° - \|\vec{T}_D\|\sin 60°)\ \vec{u}_n = -m_D a\ \vec{u}_n\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(-m_D g\ + \|\vec{N}_D\|\cos 30° + \|\vec{T}_D\|\cos 60°)\vec{e}_y = \vec{0} \\ (\|\vec{N}_D\|\sin 30° - \|\vec{T}_D\|\sin 60°)\ \vec{u}_n = -m_D \frac{v^2}{R}\ \vec{u}_n\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m_D g = \|\vec{N}_D\|\cos 30° + \|\vec{T}_D\|\cos 60° \\ \|\vec{N}_D\|\sin 30° - \|\vec{T}_D\|\sin 60° = -m_D\frac{v^2}{R}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\|\vec{T}_D\| = 49{,}2\ \text{N} \\ \|\vec{N}_D\| = 39{,}5\ \text{N}\end{cases}$$

Exercício #10 (cap I.1.2):

d) Fazendo a normal igual a zero tem-se:

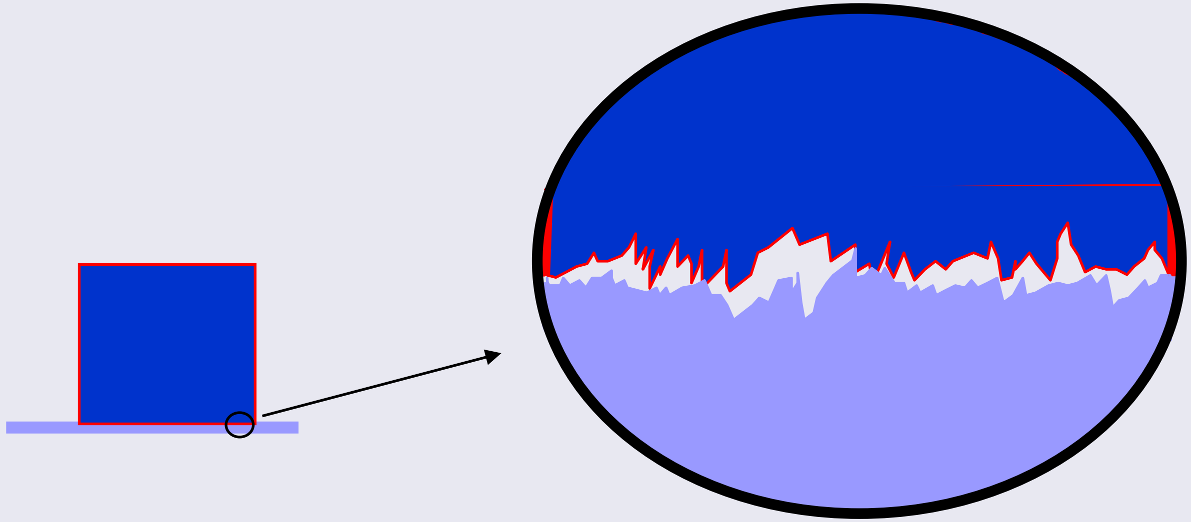
$$\begin{cases} \left(-m_D g + \|\vec{T}_D\|\cos 60°\right)\vec{e}_y = \vec{0} \\ \left(-\|\vec{T}_D\|\sin 60°\right)\ \vec{u}_n = m_D \dfrac{v^2}{R}\vec{u}_n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \|\vec{T}_D\|\cos 60° = m_D g \\ \|\vec{T}_D\|\sin 60° = m_D \omega^2 R \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \|\vec{T}_D\|\cos 60° = m_D g \\ \operatorname{tg} 60° = \dfrac{\omega^2 R}{g} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \|\vec{T}_D\| = \dfrac{m_D g}{\cos 60°} \\ \operatorname{tg} 60° = \dfrac{\omega^2 R}{g} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \|\vec{T}_D\| = \dfrac{m_D g}{\cos 60°} = 117{,}6\ N \\ \omega = \sqrt{\dfrac{g \operatorname{tg} 60°}{R}} = 2{,}2\ \mathrm{rad/s} \end{cases}$$

Força de atrito (em sólidos)

Superfícies de dois materiais em contacto

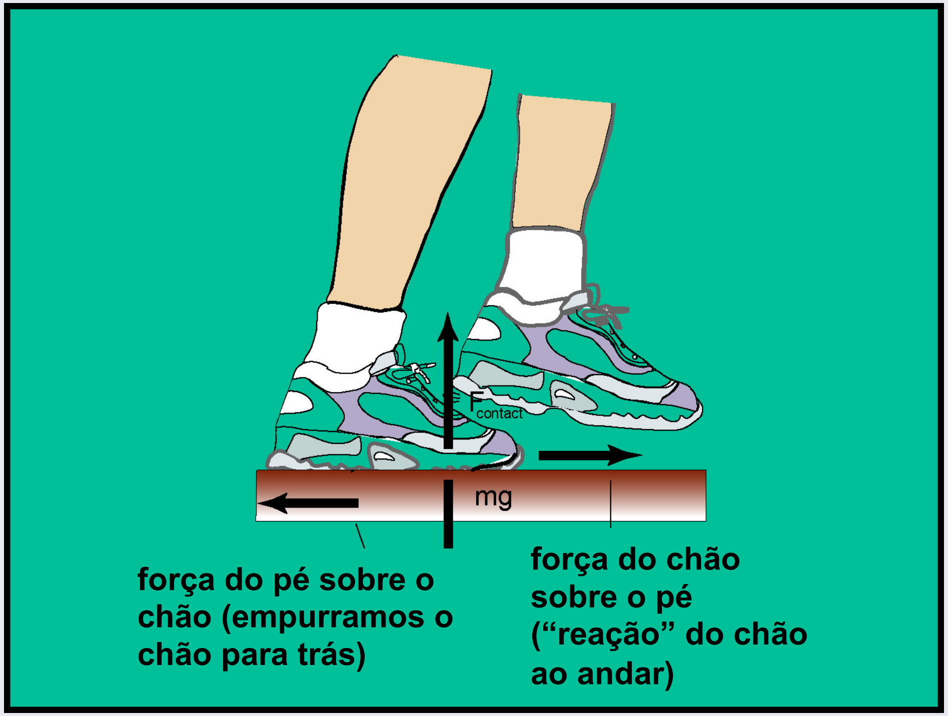
A força de atrito tende a impedir o movimento relativo das superfícies



Microscopicamente a força tem origem elétrica

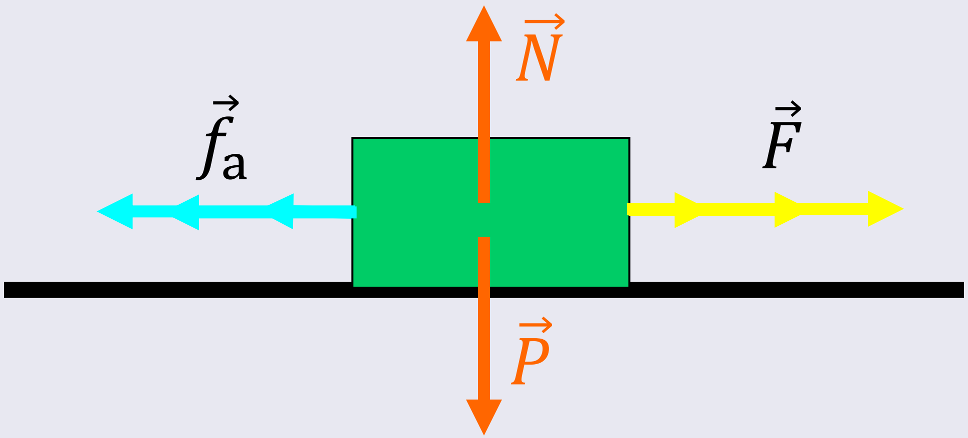
Lubrificação separa as superfícies

O atrito permite-nos andar!



Força de atrito (estático)

Consideremos um corpo sobre uma superfície plana, horizontal, com atrito e ao qual se aplica uma força $\vec{F}$, horizontal, para o tentar pôr em movimento, sem sucesso



O corpo não se move e assim

$$\vec{f}_a = -\vec{F}$$

À medida que F aumenta a força de atrito também aumenta, até uma situação limite, em que o corpo inicia o movimento.

Força de atrito (estático)

Na situação limite, em que a força de atrito estático atinge o valor máximo, verifica-se que:

A força de atrito estático máxima é proporcional à normal exercida entre as superfícies

$$f_{a.e.max} = \mu_E N$$

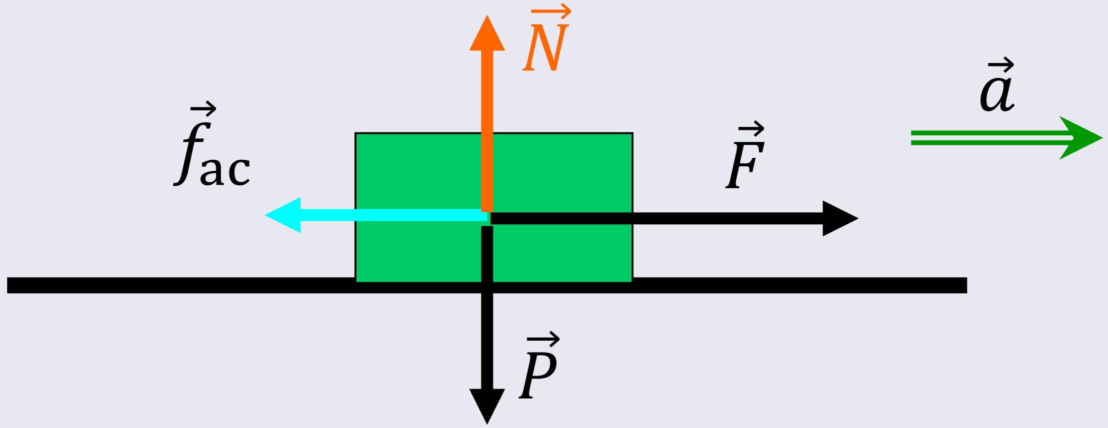
μ_E é o coeficiente de atrito estático, para as duas superfícies

Em geral, temos:

$$f_{a.e.} \leq \mu_E N$$

Força de atrito (cinético)

Quando o corpo entra em movimento, temos uma situação com atrito cinético e verifica-se que:



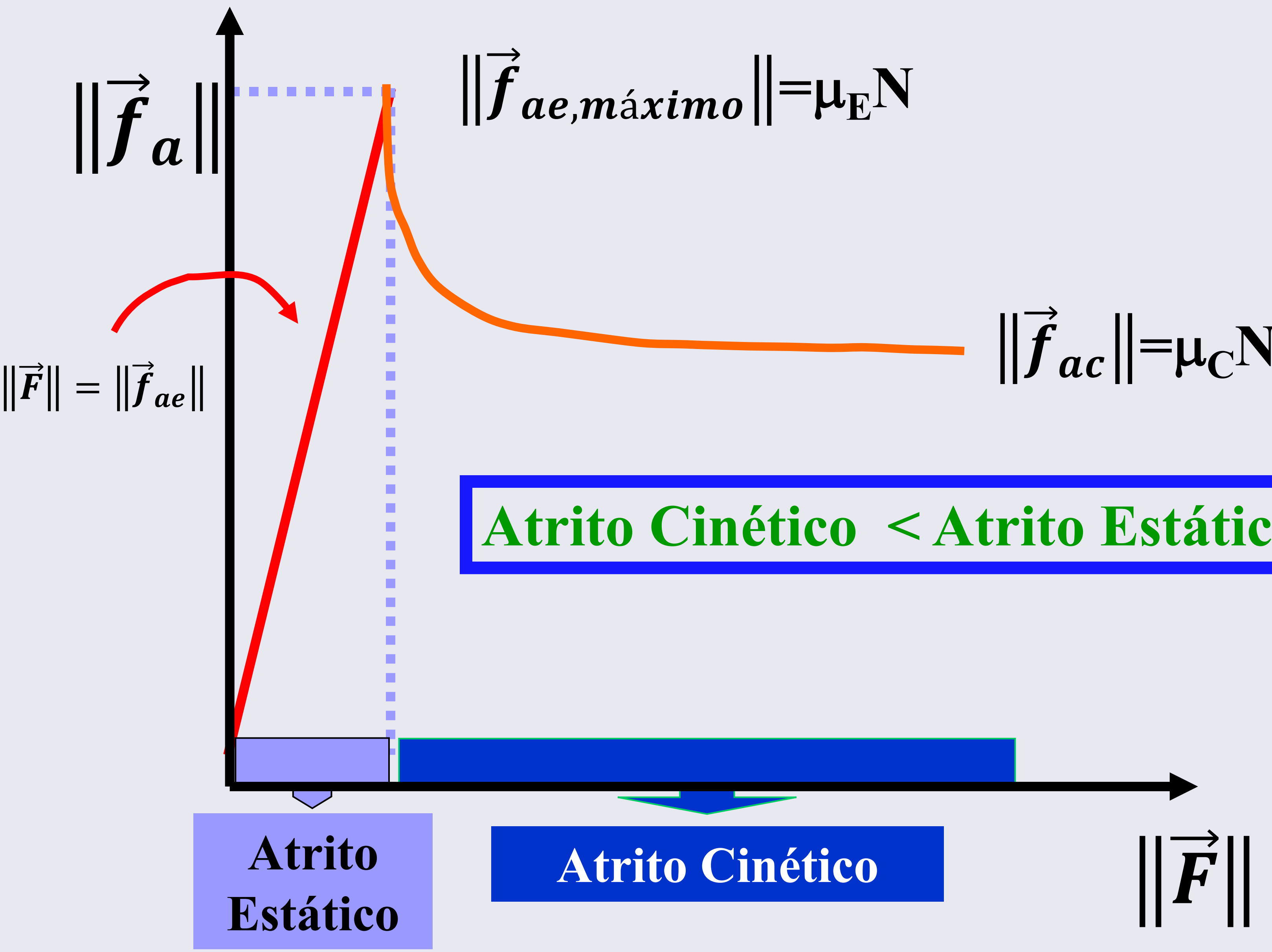
a força de atrito cinético é proporcional à normal exercida entre as superfícies

$$f_{a.c.} = \mu_C N$$

μ_C é o coeficiente de atrito cinético, para as duas superfícies

Geralmente, a força de atrito não depende da área de contacto

Como varia a força de atrito com F



Alguns valores de coeficientes de atrito

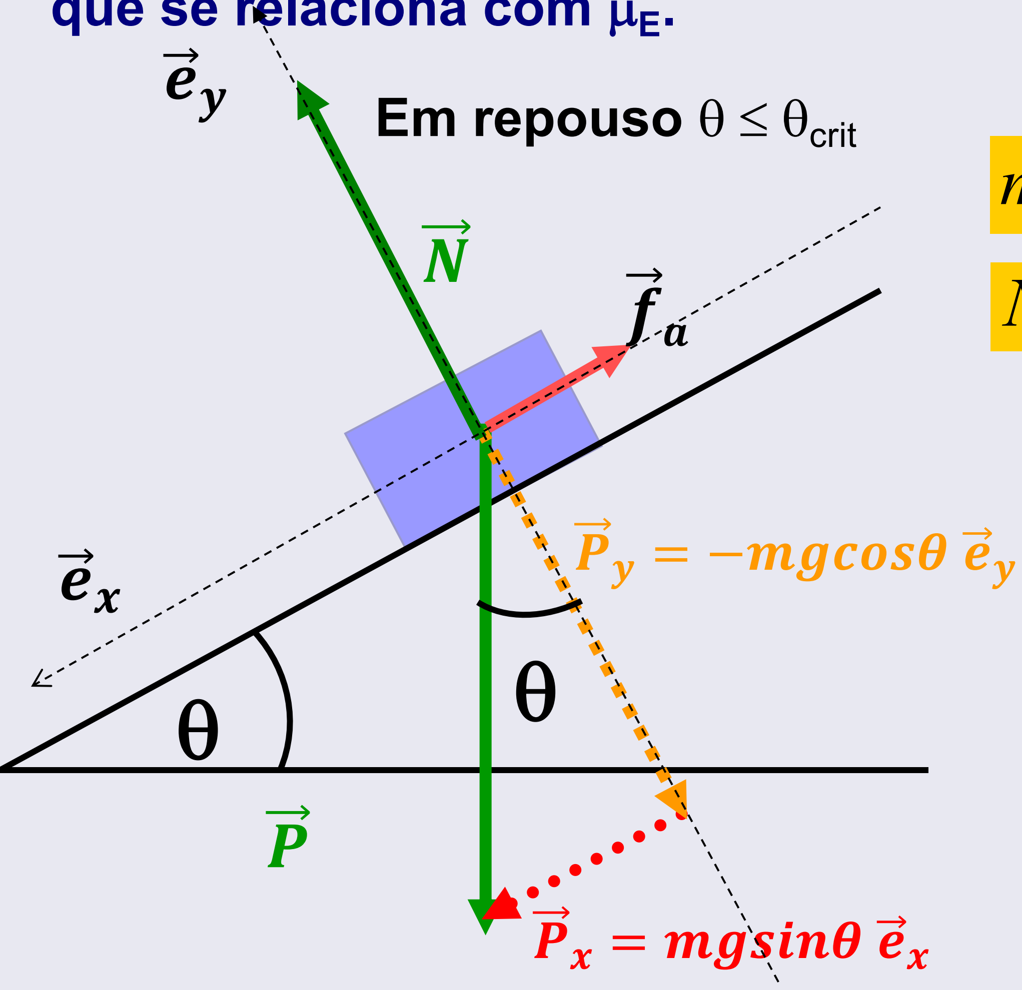
	μ_E	μ_C
Aço sobre aço	0,74	0,57
Cobre sobre aço	0,53	0,36
Borracha sobre cimento	1,0	0,8
Madeira sobre madeira	0,25-0,5	0,2
Gelo sobre aço	0,1	0,03
Teflon sobre teflon	0,04	0,04

Como medir μ?

Um corpo é colocado num plano inclinado, ficando em repouso. A inclinação θ é aumentada até um valor máximo (crítico) θ_{crit} que se relaciona com μ_E.

$$\sum \vec{F_i} = m\vec{a} \Leftrightarrow$$

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{f}_a = 0$$



$$\left.\begin{array}{l} mg\,sin\,\theta - f_{ae} = 0 \\ N - mg\,cos\,\theta = 0 \end{array}\right\} f_{ae} = N\,tg\theta$$

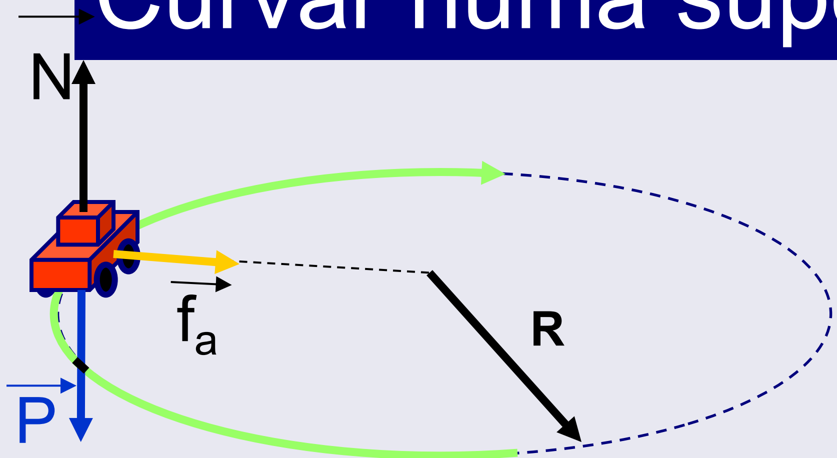
No limite, quando a força de atrito é máxima $\theta = \theta_{crit}$

$$f_{aemax} = \mu_E N = N\,tg\theta_{crit}$$

$$\mu_E = tg\theta_{crit}$$

$$\mu_E = 0{,}36 \Rightarrow \theta_{crit} = 20^o$$

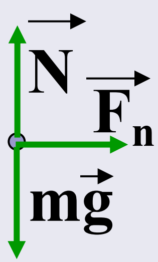
Curvar numa superfície plana



$$\sum \vec{F_i} = m\vec{a} \Leftrightarrow$$

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{\boldsymbol{f}}_{\boldsymbol{a}} = m\vec{a}_n$$

O atrito atua como $\vec{\boldsymbol{F}}_{\boldsymbol{n}}$
Se não houver derrapagem
o atrito é estático



$$\left\|\vec{\boldsymbol{F}}_{\boldsymbol{n}}\right\| = \left\|\vec{\boldsymbol{f}}_{\boldsymbol{a,e}}\right\| \leq \boldsymbol{\mu_e N}$$

$$\frac{\boldsymbol{mv^2}}{\boldsymbol{R}} = \left\|\vec{\boldsymbol{F}}_{\boldsymbol{n}}\right\|$$

$$\frac{\boldsymbol{mv^2}}{\boldsymbol{R}} \leq \boldsymbol{\mu_e N}$$

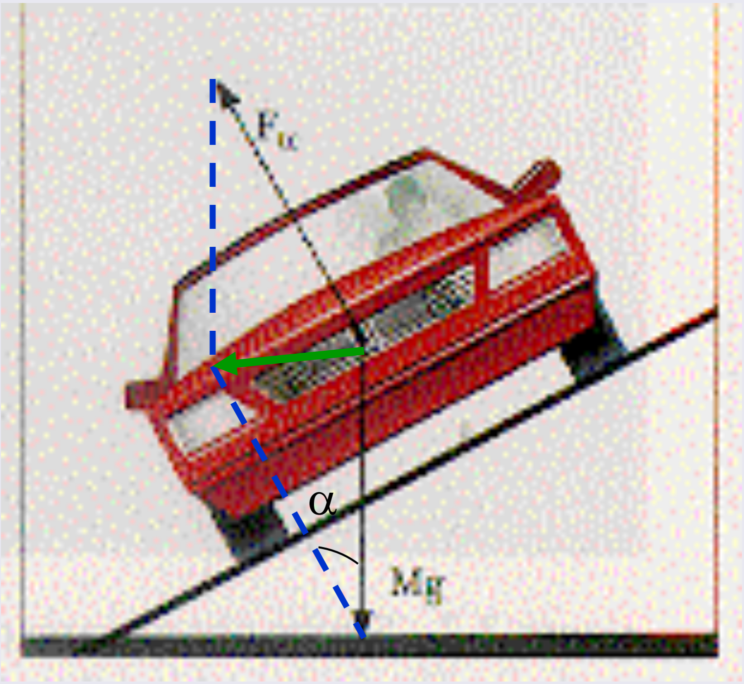
$$\frac{\boldsymbol{mv^2}}{\boldsymbol{R}} \leq \boldsymbol{\mu_e mg}$$

$$\boldsymbol{v^2}_{\boldsymbol{max}} = \boldsymbol{\mu_e R g}$$

A velocidade máxima
não depende de m!

A inclinação da curva permite ao carro curvar sem necessidade de recorrer às forças laterais de atrito

$$v_{max}^{2} = \mu_E g R$$

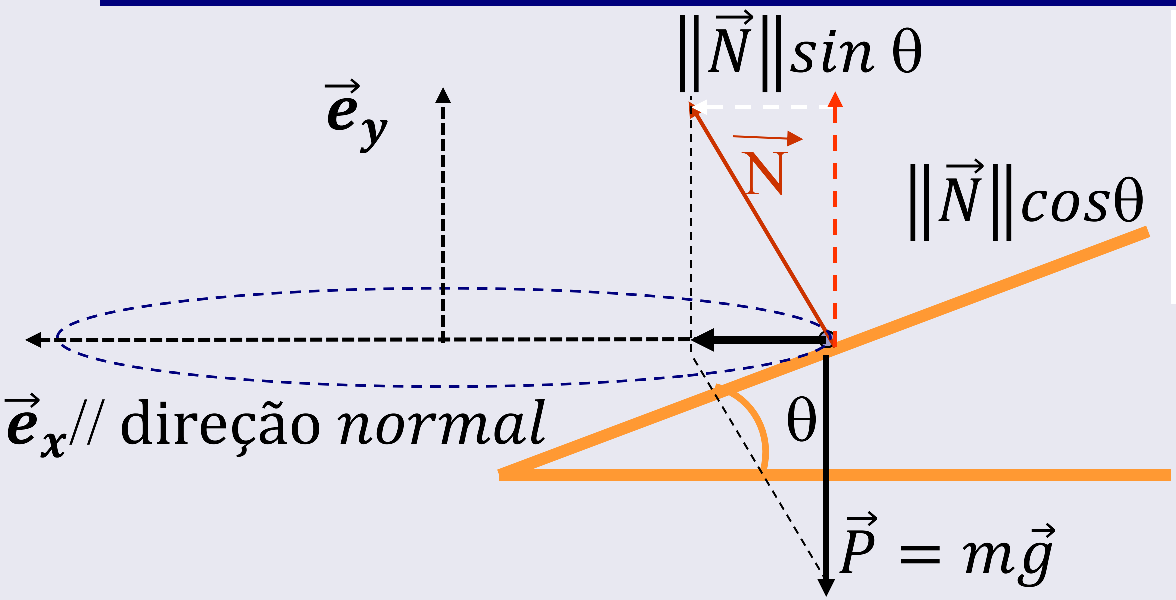


Para um dado μ_E (que traduz a qualidade do pneu) e **R,** há uma velocidade máxima de segurança.

Esta margem de segurança é muito sensível ao valor da velocidade pois a expressão depende de v^2

Exemplo: μ_E =0,8 e R=20m
v_{max}=38 km/h

Curva inclinada sem atrito



$$\sum \vec{F_i} = m\vec{a} \Leftrightarrow$$

$$\vec{P} + \vec{N} = m\vec{a}_n$$

Eixo vertical

$\sum F_y = ma_y = 0$

$N\cos\theta = mg$

$$N = \frac{mg}{\cos\theta}$$

Eixo horizontal

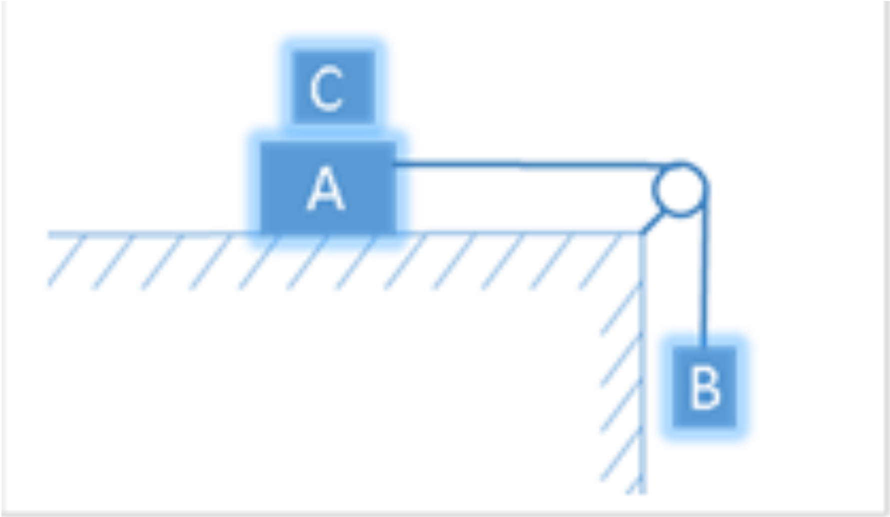
$$N\sin\theta = m\frac{v^2}{R}$$

Para um dado θ há um valor de velocidade de segurança v.

lembrar tgθ = μ_e!!

Exercício #11 (cap I.1.2)

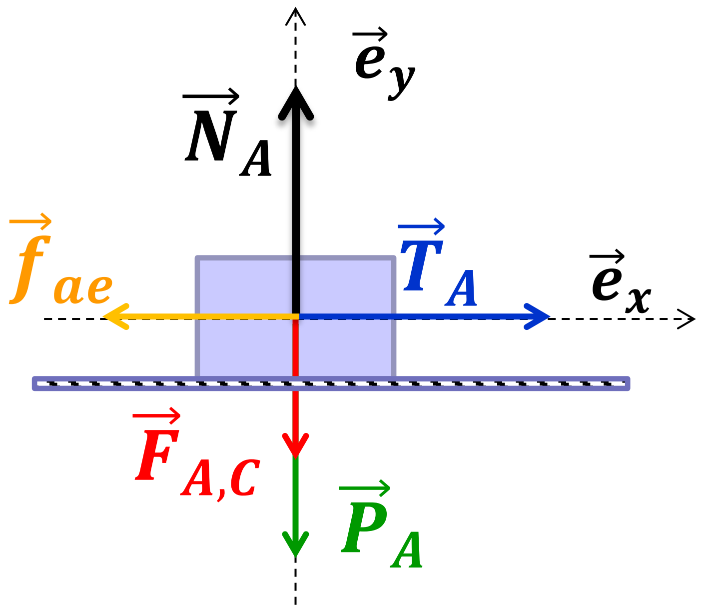
11 - *As massas A e B da figura são respetivamente 10 kg e 5 kg. Os coeficientes de atrito estático e cinético de A com a mesa são 0,20. a) Calcule a massa mínima C que impede A de se mover. b) Calcule a norma (módulo ou valor) da aceleração resultante se levantar C.

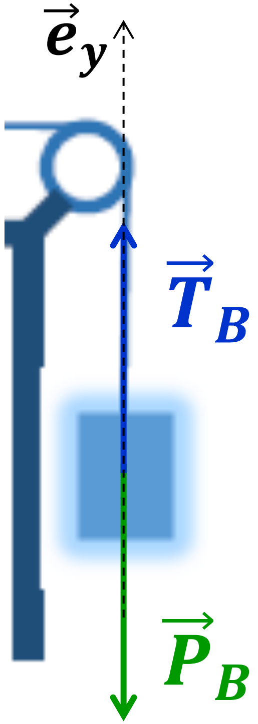


Exercício #11 (cap I.1.2)

a)

i) Fazer o diagrama de forças no corpo A e B





$\vec{F}_{A,C}$ **-> Força exercida em A por C**

Exercício #11 (cap I.1.2)

a) Escrever a 2ª Lei de Newton para cada um dos corpos A e B

na situação de equilíbrio

Corpo A: $\sum \overrightarrow{F_i} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P}_A + \vec{N}_A + \vec{T}_A + \vec{F}_{A,C} + \vec{f}_{a,e} = \vec{0}$

Corpo B: $\sum \overrightarrow{F_i} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P}_B + \vec{T}_B = \vec{0}$

-Na situação em que o atrito estático atinge a intensidade máxima, $\|\vec{f}_{a,e}\| = \mu_{a,e}\|\vec{N}_A\| = \mu_{a,e}N$

-fio inextensível e roldana fixa -> $\|\vec{T}_A\| = \|\vec{T}_B\| = T$

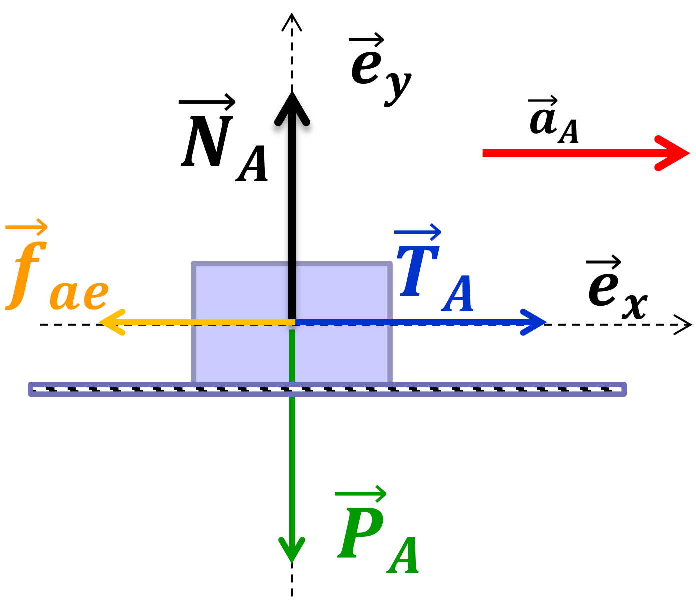
-$\|\vec{F}_{A,C}\| = \|\vec{P}_C\|$

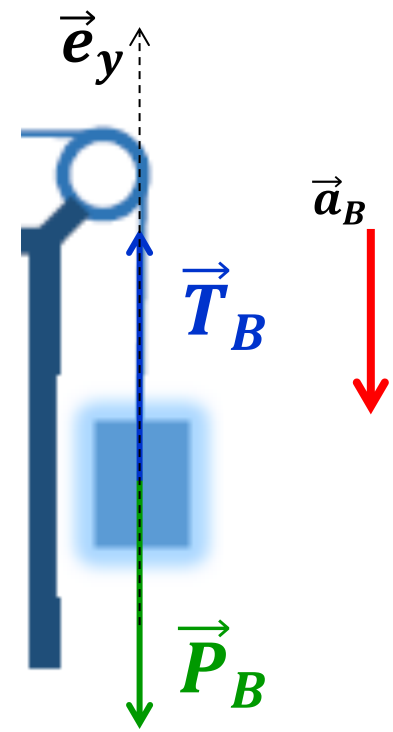
$$\begin{cases} -m_A g\vec{e}_y + N\vec{e}_y + T\vec{e}_x - m_C g\vec{e}_y - \mu_{a,e}\mathrm{N}\vec{e}_x = \vec{0} \\ -m_B g\vec{e}_y + T\vec{e}_y = \vec{0} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m_A g + N - m_C g = 0 \\ T - \mu_{a,e}\mathrm{N} = 0 \\ m_B g - T = 0 \end{cases}$$

Exercício #11 (cap I.1.2)

$$\begin{cases} m_C = \dfrac{m_B}{\mu_{a,e}} - m_A \\ \mathrm{N} = \dfrac{m_B g}{\mu_{a,e}} \\ m_B g = T \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m_C = 15 \text{ kg} \\ \mathrm{N} = 245 \text{ N} \\ T = 49 \text{ N} \end{cases}$$

b) i) Fazer o diagrama de forças no corpo A e B e arbitrar um sentido para o movimento





Exercício #11 (cap I.1.2)

ii) Escrever a 2ª Lei de Newton para cada um dos corpos A e B

na situação de não equilíbrio na ausência do corpo C

Corpo A: $\sum \overrightarrow{F_i} = m_A \vec{a}_A \Leftrightarrow \vec{P}_A + \vec{N}_A + \vec{T}_A + \vec{f}_{a,e} = m_A \vec{a}_A$

Corpo B: $\sum \overrightarrow{F_i} = m_B \vec{a}_B \Leftrightarrow \vec{P}_B + \vec{T}_B = m_B \vec{a}_B$

-Na situação em que o atrito estático atinge a intensidade máxima, $\left\|\vec{f}_{a,e}\right\| = \mu_{a,e}\left\|\vec{N}_A\right\| = \mu_{a,e}N$

-fio inextensível e roldana fixa -> $\left\|\vec{T}_A\right\| = \left\|\vec{T}_B\right\| = T$

-$\|\vec{a}_A\| = \|\vec{a}_B\| = a$

$$\begin{cases} -m_A g\vec{e}_y + N\vec{e}_y + T\vec{e}_x - \mu_{a,e}N\vec{e}_x = m_A a\vec{e}_x \\ -m_B g\vec{e}_y + T\vec{e}_y = -m_B a\vec{e}_y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m_A g + N = 0 \\ T - \mu_{a,e}\mathrm{N} = m_A a \\ m_B g - T = m_B a \end{cases}$$

Exercício #11 (cap I.1.2)

$$\begin{cases} N = 98\ \text{N} \\ T - \mu_{a,e}N = m_A a \\ m_B g - T = m_B a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} N = 98\ \text{N} \\ T - \mu_{a,e}N = m_A a \\ m_B g - \mu_{a,e}\text{N} = (m_B + m_A)a \end{cases}$$

$$\begin{cases} N = 98\ \text{N} \\ T - \mu_{a,e}N = m_A a \\ \dfrac{m_B g - \mu_{a,e}\text{N}}{(m_B + m_A)} = a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} N = 98\ \text{N} \\ T = 39{,}2\ \text{N} \\ a = \dfrac{5\times 9{,}8 - 0{,}2\times 98}{15} = 1{,}96\ \text{ms}^{-2} \end{cases}$$