Mecânica e Campo Electromagnético

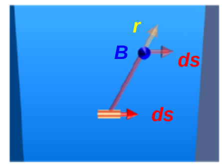
- Lei de Boi-Savat
- Força de Lorentz.
- Resolução de exercícios.

Maria Rute André

rferreira@ua.pt

1

Revisões

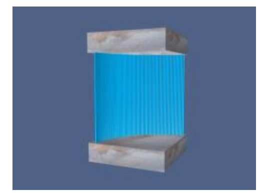


Lei de Biot Savat

$$\boxed{d\vec{\mathbf{B}} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{\mathbf{s}}\times\hat{\mathbf{r}}}{r^2}}$$

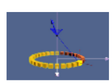
O vector $\boldsymbol{F_b}$ é sempre perpendicular aos vectores v e B e não altera a velocidade (energia cinética) da partícula; consequentemente, $\boldsymbol{F_b}$ não realiza trabalho sobre a partícula

A direcção do vector velocidade pode, no entanto, ser alterada pela força magnética

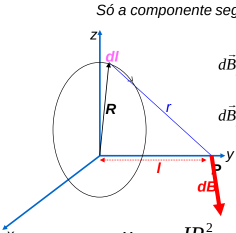


2

Campo Magnético:
devido a um anel circular



Só a componente segundo yy é que contribui.



$$d\vec{B}_y = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{R^2+l^2}sen\theta(-y) \wedge sen\theta = \frac{R}{\sqrt{(R^2+l^2)}}$$

$$d\vec{B}_y = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{IR}{(R^2+l^2)^{3/2}}dl(-y)$$

Integrando para todo o anel $\wedge\, dl = Rd\varphi$

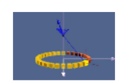
$$\vec{B}_y = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{IR^2}{(R^2+l^2)^{3/2}}\int_0^{2\pi} d\varphi(-y) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \vec{B}_y = -\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{IR^2}{(R^2+l^2)^{3/2}}\,\hat{y}$$

Expressão de B ao longo do eixo do anel.

3

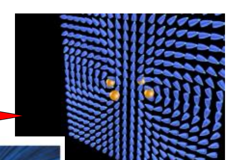
Campo Magnético:
devido a um anel circular



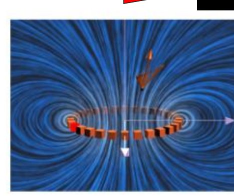
Para pontos próximos do centro do anel (*l*~0)

$$\vec{B}_y = -\frac{\mu_0 I}{2R}\,\hat{y}$$

Valor máximo do campo magnético



Linhas de campo magnético uniformes no centro do anel (fecham no infinito)

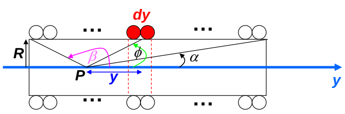


4

Campo Magnético:

Ao longo do eixo de um solenoide

Vamos considerar um solenoide com *N* espiras e comprimento *L*.



$$d\vec{B}_y = -\frac{\mu_0}{2}\frac{IN}{L}\frac{R^2}{\left(R^2+y^2\right)^{3/2}}dy\,(\hat{y}) \qquad corrente\ total:\ I\frac{N}{L}dy$$

Integrando para todo o anel $\wedge \frac{y}{R} = \cot g\phi \Leftrightarrow y = R\cot g\phi \Rightarrow dy = -R\cos ec^2\phi d\phi$

$$d\vec{B} = -\frac{\mu_0}{2}\frac{IN}{L}sen\phi d\phi \Leftrightarrow B = -\frac{\mu_0}{2}\frac{IN}{L}\int_\beta^\alpha sen\phi d\phi \Leftrightarrow \boxed{B = -\frac{\mu_0}{2}\frac{IN}{L}\left(\cos\alpha - \cos\beta\right)}$$

5

Campo Magnético:

Ao longo do eixo de um solenoide

$$\boxed{B = -\frac{\mu_0}{2}\frac{IN}{L}\left(\cos\alpha - \cos\beta\right)}$$

Vamos considerar um solenoide com *N* espiras e comprimento *L*.

Aplicando a expressão anterior para um elemento *dy* do solenoide, com uma corrente total *I(N/L)dy*, então

$$d\vec{B}_y = -\frac{\mu_0}{2}\frac{IN}{L}\frac{R^2}{\left(R^2+y^2\right)^{3/2}}dy\,(\hat{y})$$

Integrando para todo o solenoide e fazendo:

$$\frac{y}{R} = ctg\phi \Leftrightarrow y = Rctg\phi \Rightarrow dy = -R(\cos ec)^2\phi d\phi$$

$$d\vec{B} = -\frac{\mu_0}{2}\frac{IN}{L}sen\phi d\phi \Leftrightarrow B = -\frac{\mu_0}{2}\frac{IN}{L}\int_\beta^\alpha sen\phi d\phi = -\frac{\mu_0}{2}\frac{IN}{L}\left(\cos\alpha - \cos\beta\right)$$

6

Campo Magnético:

Ao longo do eixo de um solenoide

*Se o ponto **P** estiver no meio de um solenoide muito comprido (L>>>R)*

$$\alpha \sim 0 \wedge \beta \sim 180^{\circ} \Leftarrow B = \mu_0\frac{IN}{L}$$

*Se o ponto **P** estiver no extremo de um solenoide muito comprido (L>>>R)*

$$\alpha \sim 90^{\circ} \wedge \beta \sim 180^{\circ} \Leftarrow B = \frac{\mu_0}{2}\frac{IN}{L}$$

O campo nos extremos é cerca de metade do campo magnético no centro

Podemos definir o campo no interior de um solenoide de outra forma

$$\frac{IN}{L} = J^s \Rightarrow B = \mu_0 J^s$$

Densidade de corrente solenoidal

7

Força de Lorentz

Temos duas cargas no espaço, *q1* e *q2* , respectivamente, com velocidades*v1* e *v2*. Com estão em movimento, criam, respectivamente, campos *B1* e *B2*.

Dado que as cargas estão próximas uma da outra, cada uma delas vai sentir uma força dada por:

$$q_1:\ \vec{F}_{e12} = q_1\vec{E}_2(\vec{r}_{12}) \wedge \vec{F}_{m12} = q_1\vec{v}_1 \times \vec{B}_2$$

$$q_2:\ \vec{F}_{e21} = q_2\vec{E}_1(\vec{r}_{21}) \wedge \vec{F}_{m21} = q_2\vec{v}_2 \times \vec{B}_1$$

Ou seja, a força total que actua em cada carga é a soma vectorial das forças que actuam sobre elas

$$\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$$

Força de Lorentz

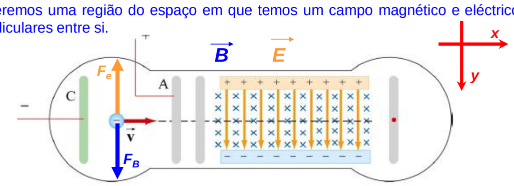
CONCLUSÃO: Podemos, então, concluir que se tivermos cargas estacionárias estas criam apenas campos eléctricos, enquanto que **cargas em movimento originam campos eléctricos e magnéticos**.

8

Aplicações
Selector de velocidades

Combinado os dois campo no espaço, é possível seleccionar partícula que se movem com dada velocidade. Este princípio, foi usado por J. J. Thomson para estimar a razão carga/massa dos electrões

Consideremos uma região do espaço em que temos um campo magnético e eléctrico perpendiculares entre si.



Uma carga –q que entre nesta região, com uma velocidade inicial $\vec{v}_i$ vai estar sujeita a uma força eléctrica e magnética, dadas por:

$$\vec{F}_e = -q\vec{E}_2\ \hat{j} \wedge \vec{F}_m = qvB\ \hat{j}$$

9

Aplicações
Selector de velocidades

Uma carga –q que entre nesta região, com uma velocidade inicial $\vec{v}_i$ vai estar sujeita a uma força eléctrica e magnética, dadas por:

$$\vec{F}_e = -q\vec{E}_2\ \hat{j} \wedge \vec{F}_m = qvB\ \hat{j}$$

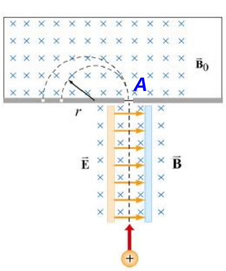
Têm a mesma direcção e sentidos opostos, logo anulam-se, se tiverem o mesmo módulo

$$\left|\vec{F}_e\right| = \left|\vec{F}_m\right| \Leftrightarrow E = vB \Leftrightarrow v = \frac{E}{B}$$

Assim, só as partículas que tenham velocidade *v=E/B* é que atravessam a região sem serem repelidas

10

Aplicações
Espectrómetro de massa: vários métodos podem ser usados para determinar a massa de um átomo



Consideremos um feixe de partículas que passa por um selector de velocidades e depois entra numa região onde existe um campo B perpendicular ao vector velocidade.

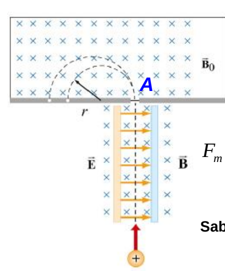
Por acção desse campo, as partículas descrevem trajectórias com vários raios *(v perpendicular a Fm)*, consoante a sua massa e carga.

Quando chegam ao ponto *A*, as partículas têm velocidade *V=E/B*. Como vai ser dado o raio das partículas no campo B_0?

11

Aplicações
Espectrómetro de massa

Como vai ser dado o raio das partículas no campo *B0*?



A partícula sofre uma força, dada por:

$$F_m = qvB_0$$

Pela lei de Newton, *F=ma, então*

$$F_m = qvB_0 = ma \Leftrightarrow qvB_0 = m\frac{v^2}{r} \Leftrightarrow r = m\frac{v}{qB_0}$$

Sabendo que a velocidade é *v=E/B*:

$$\frac{m}{q} = \frac{BB_0}{E}r \Leftrightarrow \frac{q}{m} = \frac{E}{BB_0}r$$

12