#### Ordenação e Complexidade Algorítmica

## Aula 09 Ordenação e Complexidade Algorítmica

Programação II, 2019-2020

v1.7. 2019-05-14

#### Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

Quick Sort Complexidade:

### Sumário

Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O

2 Ordenação

Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção

Ordenação por Fusão

Quick Sort

Complexidade: comparação

Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação Big-O

Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

Quick Sort Complexidade:

### Sumário

Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O

2 Ordenação

Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção

Ordenação por Fusão

Quick Sort

Complexidade: comparação

Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação Big-O

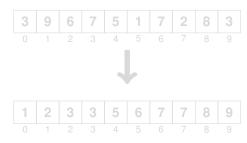
Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

Quick Sort

 Ordenação é o acto de colocar os elementos de uma sequência de dados numa ordem predefinida:



- É preciso haver uma relação de ordem entre os elementos.
- Essa relação de ordem pode ser
  - iumerica, sa dicini riumeria, ledografica, se forem palevras, cronológica, se forem datas.
  - A ordenação pode ser crescente ou decrescente.

#### Ordenação e Complexidade Algorítmica

#### Complexidade Algorítmica: Introdução

#### Motivação Complexidade Algorítmica:

definição Notação *Big-O* 

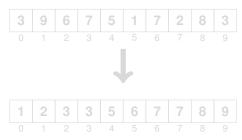
### Ordenação

comparação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort Complexidade:

 Ordenação é o acto de colocar os elementos de uma sequência de dados numa ordem predefinida:



Complexidade Algorítmica: Introdução

### Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação Big-O

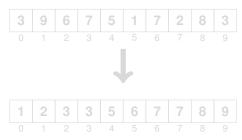
#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort

Complexidade:

 Ordenação é o acto de colocar os elementos de uma sequência de dados numa ordem predefinida:



Complexidade Algorítmica: Introdução

### Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação Big-O

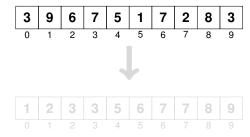
#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort

Complexidade:

 Ordenação é o acto de colocar os elementos de uma sequência de dados numa ordem predefinida:



Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

### Complexidade Algorítmica:

definição Notação Big-O

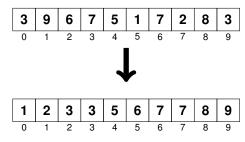
#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

Quick Sort Complexidade:

 Ordenação é o acto de colocar os elementos de uma sequência de dados numa ordem predefinida:



Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação Complexidade Algorítmica:

definição Notação Big-O

Ordenação

Ordenação por Seleção

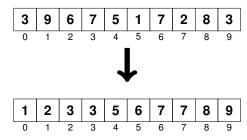
Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

Quick Sort

Complexidade:

 Ordenação é o acto de colocar os elementos de uma sequência de dados numa ordem predefinida:



- É preciso haver uma relação de ordem entre os elementos.

#### Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

#### Motivação Complexidade Algorítmica:

definição Notação Bia-O

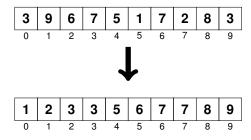
#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort

Complexidade:

 Ordenação é o acto de colocar os elementos de uma sequência de dados numa ordem predefinida:



- É preciso haver uma relação de ordem entre os elementos.
- Essa relação de ordem pode ser:
  - numérica, se forem números
  - lexicográfica, se forem palavras;
  - · cronológica, se forem datas.
  - . . . .

A ordenação pode ser crescente ou decrescente.

Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação

Complexidade Algorítmica:

definição Notação *Big-O* 

Ordenação

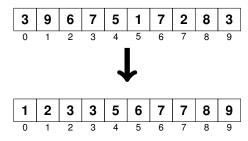
Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

Quick Sort
Complexidade:

 Ordenação é o acto de colocar os elementos de uma sequência de dados numa ordem predefinida:



- É preciso haver uma relação de ordem entre os elementos.
- Essa relação de ordem pode ser:
  - · numérica, se forem números;
  - lexicográfica, se forem palavras;
  - · cronológica, se forem datas.
  - . . . .

A ordenação pode ser crescente ou decrescente.

Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação

Complexidade Algorítmica:

definição

Notação Bia-O

Ordenação

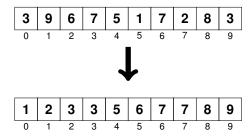
Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

Quick Sort

 Ordenação é o acto de colocar os elementos de uma sequência de dados numa ordem predefinida:



- É preciso haver uma relação de ordem entre os elementos.
- Essa relação de ordem pode ser:
  - · numérica, se forem números;
  - · lexicográfica, se forem palavras;
  - · cronológica, se forem datas.

• . . . .

A ordenação pode ser crescente ou decrescente.

Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica:

definição Notação *Big-O* 

Ordenação

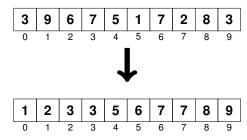
Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

Quick Sort

 Ordenação é o acto de colocar os elementos de uma sequência de dados numa ordem predefinida:



- É preciso haver uma relação de ordem entre os elementos.
- Essa relação de ordem pode ser:
  - · numérica, se forem números;
  - lexicográfica, se forem palavras;
  - · cronológica, se forem datas.

• . . . .

A ordenação pode ser crescente ou decrescente.

#### Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

## Motivação Complexidade Algorítmica:

definição

Notação *Bia-O* 

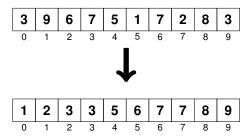
#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

Quick Sort
Complexidade:

 Ordenação é o acto de colocar os elementos de uma sequência de dados numa ordem predefinida:



- É preciso haver uma relação de ordem entre os elementos.
- Essa relação de ordem pode ser:
  - numérica, se forem números;
  - lexicográfica, se forem palavras;
  - cronológica, se forem datas.
  - . . . .

#### Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação Complexidade Algorítmica:

definição Notação Bia-O

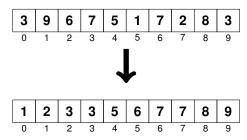
#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

Quick Sort Complexidade:

 Ordenação é o acto de colocar os elementos de uma sequência de dados numa ordem predefinida:



- É preciso haver uma relação de ordem entre os elementos.
- Essa relação de ordem pode ser:
  - numérica, se forem números;
  - lexicográfica, se forem palavras;
  - cronológica, se forem datas.
  - . . . .

A ordenação pode ser crescente ou decrescente.

#### Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

#### Motivação Complexidade Algorítmica:

definição Notação Bia-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort

Complexidade:

- Complexidade Algorítmica:

Complexidade Algorítmica!

#### Ordenação e Complexidade Algorítmica

Introdução

#### Motivação Complexidade Algorítmica:

definição Notação Big-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort

Complexidade:

Ordenação

### Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

comparação

Quick Sort Complexidade:

- Ordenação por Seleção (SelectionSort);

Complexidade Algorítmica!

- Ordenação e Complexidade Algorítmica
- Complexidade Algorítmica: Introdução
- Complexidade Algorítmica: definição
- - Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação
  - Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão
- Quick Sort
- Complexidade:
- comparação

- Motivação
- Notação Bia-O
- Ordenação
- (Bolha)

- Complexidade Algorítmica!

Ordenação por flutuação ou tipo "bolha" (BubbleSort);

Ordenação por Seleção (SelectionSort);

- Ordenação e Complexidade Algorítmica
- Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação
- Complexidade Algorítmica: definição
- Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)
- Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão
- Quick Sort
- Complexidade: comparação

Notação Bia-O Ordenação

- Ordenação por Seleção (SelectionSort); Ordenação por flutuação ou tipo "bolha" (BubbleSort);
- Ordenação por Inserção (InsertionSort);

Complexidade Algorítmica!

- Ordenação e Complexidade Algorítmica
- Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação
- Complexidade Algorítmica: definição Notação Bia-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

Quick Sort

Complexidade: comparação

- Ordenação por Seleção (SelectionSort);
- Ordenação por flutuação ou tipo "bolha" (BubbleSort);
- Ordenação por Inserção (InsertionSort);
- Ordenação por Fusão (MergeSort);

Complexidade Algorítmica!

- Ordenação e Complexidade Algorítmica
- Complexidade Algorítmica: Introdução
- Complexidade Algorítmica: definição

Notação Bia-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

Quick Sort

Complexidade: comparação

Ordenação por flutuação ou tipo "bolha" (BubbleSort);

Ordenação por Seleção (SelectionSort);

Ordenação por Inserção (InsertionSort);

Ordenação por Fusão (MergeSort);

Ordenação Rápida QuickSort;

09.4

# Motivação

- Ordenação e Complexidade Algorítmica
- Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação
- Complexidade Algorítmica: definição Notação Bia-O
- Ordenação Ordenação por Seleção
- Ordenação por Flutuação
- Ordenação por Fusão
- Complexidade:
- (Bolha) Ordenação por Inserção
- Quick Sort
- comparação

- Ordenação por Seleção (SelectionSort); Ordenação por flutuação ou tipo "bolha" (BubbleSort);
- Ordenação por Inserção (InsertionSort);
- Ordenação por Fusão (MergeSort);
- Ordenação Rápida QuickSort;
- . . .

. . .

- Ordenação e Complexidade Algorítmica
- Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação
- Complexidade Algorítmica: definição Notação Bia-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

Quick Sort

Complexidade: comparação

Ordenação por flutuação ou tipo "bolha" (BubbleSort);

Ordenação por Seleção (SelectionSort);

Ordenação por Inserção (InsertionSort);

Ordenação por Fusão (MergeSort);

Ordenação Rápida QuickSort;

09.4

- Ordenação e Complexidade Algorítmica
- Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação
- Complexidade Algorítmica: definição

Notação Bia-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

Quick Sort

comparação

Complexidade:

Porquê tantos algoritmos de ordenação?

### Ordenação por Seleção (SelectionSort);

- Ordenação por flutuação ou tipo "bolha" (BubbleSort);
- Ordenação por Inserção (InsertionSort);
- Ordenação por Fusão (MergeSort);
- Ordenação Rápida QuickSort;
- . . .

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

Quick Sort

Complexidade: comparação

- Ordenação por Seleção (SelectionSort);
- Ordenação por flutuação ou tipo "bolha" (BubbleSort);
- Ordenação por Inserção (InsertionSort);
- Ordenação por Fusão (MergeSort);
- Ordenação Rápida QuickSort;

. . .

Porquê tantos algoritmos de ordenação?

Complexidade Algorítmica!

Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

Quick Sort

Complexidade:

comparação

Ordenação por Seleção (SelectionSort);

Ordenação por flutuação ou tipo "bolha" (BubbleSort);

Ordenação por Inserção (InsertionSort);

Ordenação por Fusão (MergeSort);

Ordenação Rápida QuickSort;

. . .

Porquê tantos algoritmos de ordenação?

Complexidade Algorítmica!

Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica:

#### definição

Notação Big-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort

### Complexidade Algorítmica: definição

### Complexidade (computacional) de um algoritmo

É uma medida da quantidade de recursos computacionais necessários para executar esse algoritmo.

- Normalmente, a quantidade de recursos depende da dimensão do problema
- Por isso, a complexidade de um algoritmo é uma função da dimensão do problema.
- A complexidade também pode depender dos dados concretos do problema, mas é vulgar considerarmos apenas a complexidade média ou do pior caso para certa dimensão dos dados.

#### Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica:

#### definicão

Notação Big-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

Quick Sort

É uma medida da quantidade de recursos computacionais necessários para executar esse algoritmo.

- Os recursos mais importantes a considerar são:
  - Tempo de execução
  - 2 Espaço de memória utilizado
- Normalmente, a quantidade de recursos depende da dimensão do problema.
- Por isso, a complexidade de um algoritmo é uma função da dimensão do problema.
  - Por exemplo, o tempo para ordenar um vector depende da dimensão do vector.
- A complexidade também pode depender dos dados concretos do problema, mas é vulgar considerarmos apenas a complexidade média ou do pior caso para certa dimensão dos dados.
  - Por exemplo, alguns algoritmos de ordenação são mais rápidos se os dados já estiverem ordenados.

Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

Notação Bia-O

Ordenação

Jidenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort

É uma medida da quantidade de recursos computacionais necessários para executar esse algoritmo.

- Os recursos mais importantes a considerar são:
  - Tempo de execução.

Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica:

definição Notação Big-O

Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort

É uma medida da quantidade de recursos computacionais necessários para executar esse algoritmo.

- Os recursos mais importantes a considerar são:
  - 1 Tempo de execução.
  - 2 Espaço de memória utilizado.

Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica:

definição Notação Big-O

Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort

É uma medida da quantidade de recursos computacionais necessários para executar esse algoritmo.

- Os recursos mais importantes a considerar são:
  - Tempo de execução.
  - 2 Espaço de memória utilizado.
- Normalmente, a quantidade de recursos depende da dimensão do problema.
- Por isso, a complexidade de um algoritmo é uma função da dimensão do problema.
  - Por exemplo, o tempo para ordenar um vector depende da dimensão do vector.
- A complexidade também pode depender dos dados concretos do problema, mas é vulgar considerarmos apenas a complexidade média ou do pior caso para certa dimensão dos dados.
  - Por exemplo, alguns algoritmos de ordenação são mais rápidos se os dados já estiverem ordenados.

Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica: definicão

Notação Bia-O

Ordenação

Jidenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort

É uma medida da quantidade de recursos computacionais necessários para executar esse algoritmo.

- Os recursos mais importantes a considerar são:
  - Tempo de execução.
  - 2 Espaço de memória utilizado.
- Normalmente, a quantidade de recursos depende da dimensão do problema.
- Por isso, a complexidade de um algoritmo é uma função da dimensão do problema.

Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O

Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort

É uma medida da quantidade de recursos computacionais necessários para executar esse algoritmo.

- Os recursos mais importantes a considerar são:
  - Tempo de execução.
  - 2 Espaço de memória utilizado.
- Normalmente, a quantidade de recursos depende da dimensão do problema.
- Por isso, a complexidade de um algoritmo é uma função da dimensão do problema.
  - · Por exemplo, o tempo para ordenar um vector depende da dimensão do vector.

Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica:

#### definição

Notação Big-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort

É uma medida da quantidade de recursos computacionais necessários para executar esse algoritmo.

- Os recursos mais importantes a considerar são:
  - Tempo de execução.
  - 2 Espaço de memória utilizado.
- Normalmente, a quantidade de recursos depende da dimensão do problema.
- Por isso, a complexidade de um algoritmo é uma função da dimensão do problema.
  - Por exemplo, o tempo para ordenar um vector depende da dimensão do vector.
- A complexidade também pode depender dos dados concretos do problema, mas é vulgar considerarmos apenas a complexidade média ou do pior caso para certa dimensão dos dados.
  - Por exemplo, alguns algoritmos de ordenação são mais rápidos se os dados já estiverem ordenados.

Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O

Ordenação

Jiuenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Rolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort

É uma medida da quantidade de recursos computacionais necessários para executar esse algoritmo.

- Os recursos mais importantes a considerar são:
  - 1 Tempo de execução.
  - 2 Espaço de memória utilizado.
- Normalmente, a quantidade de recursos depende da dimensão do problema.
- Por isso, a complexidade de um algoritmo é uma função da dimensão do problema.
  - Por exemplo, o tempo para ordenar um vector depende da dimensão do vector.
- A complexidade também pode depender dos dados concretos do problema, mas é vulgar considerarmos apenas a complexidade média ou do pior caso para certa dimensão dos dados.
  - Por exemplo, alguns algoritmos de ordenação são mais rápidos se os dados já estiverem ordenados.

Complexidade
Algorítmica:
Introdução
Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O

Ordenação

Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort

Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica:

### definição

Notação Big-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort

- Um mesmo programa, executado várias vezes no mesmo computador, pode demorar tempos diferentes, devido a fatores imprevisíveis como interrupções de hardware ou competição com outros processos no sistema.
- Assim, para medir a complexidade de um algoritmo sem depender de uma implementação concreta num certo sistema, é vulgar expressar os recursos necessários em unidades mais abstratas como o número de instruções executadas e o número de posições de memória ocupadas.
- Esses números, multiplicados por fatores adequados a um certo sistema, dão uma estimativa do tempo (em segundos) e memória (em bytes) gastos nesse sistema concreto.

Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica: definicão

Notação Big-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão *Quick Sort* Complexidade: comparação  Computadores diferentes demoram tempos diferentes para executar as mesmas instruções e podem usar quantidades de memória diferentes para guardar os mesmos dados.

- Um mesmo programa, executado várias vezes no mesmo computador, pode demorar tempos diferentes, devido a fatores imprevisíveis como interrupções de hardware ou competição com outros processos no sistema.
- Assim, para medir a complexidade de um algoritmo sem depender de uma implementação concreta num certo sistema, é vulgar expressar os recursos necessários em unidades mais abstratas como o número de instruções executadas e o número de posições de memória ocupadas.
- Esses números, multiplicados por fatores adequados a um certo sistema, dão uma estimativa do tempo (em segundos) e memória (em bytes) gastos nesse sistema concreto.

Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O

#### Ordenação

comparação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort Complexidade:

09.6

 Computadores diferentes demoram tempos diferentes para executar as mesmas instruções e podem usar quantidades de memória diferentes para guardar os mesmos dados.

- Um mesmo programa, executado várias vezes no mesmo computador, pode demorar tempos diferentes, devido a fatores imprevisíveis como interrupções de hardware ou competição com outros processos no sistema.
- Assim, para medir a complexidade de um algoritmo sem depender de uma implementação concreta num certo sistema, é vulgar expressar os recursos necessários em unidades mais abstratas como o número de instruções executadas e o número de posições de memória ocupadas.
- Esses números, multiplicados por fatores adequados a um certo sistema, dão uma estimativa do tempo (em segundos) e memória (em bytes) gastos nesse sistema concreto.

Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O

#### Ordenação

comparação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Rolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort Complexidade: mesmos dados.

Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

#### Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Rolles)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort

Complexidade: comparação

 Um mesmo programa, executado várias vezes no mesmo computador, pode demorar tempos diferentes, devido a fatores imprevisíveis como interrupções de hardware ou competição com outros processos no sistema.

Computadores diferentes demoram tempos diferentes

para executar as mesmas instruções e podem usar

quantidades de memória diferentes para guardar os

- Assim, para medir a complexidade de um algoritmo sem depender de uma implementação concreta num certo sistema, é vulgar expressar os recursos necessários em unidades mais abstratas como o número de instruções executadas e o número de posições de memória ocupadas.
- Esses números, multiplicados por fatores adequados a um certo sistema, dão uma estimativa do tempo (em segundos) e memória (em bytes) gastos nesse sistema concreto.

Diz-se que uma função f(n) (representando a métrica em análise) tem uma complexidade O(g(n)) se, para valores de n suficientemente grandes, se verifica a desigualdade:  $f(n) < K \cdot g(n)$ , para uma certa constante K.

- Temos assim que
  - Factores multiplicativos constantes não são relevantes.
  - Só interessa a parcela que cresce "mais depressa".
- Uma função com completidade O(g(n)) tembém tem complexidade O(h(n)) se h(n) for molorame de g(n).
- Estamos, é claro, interessados em descobrir a menor função majorante possível!

Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção
Ordenação por Fusão
Quick Sort
Complexidade:
comparação

Diz-se que uma função f(n) (representando a métrica em análise) tem uma complexidade O(g(n)) se, para valores de n suficientemente grandes, se verifica a desigualdade:  $f(n) < K \cdot g(n)$ , para uma certa constante K.

remos assim que:

Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

### Notação Big-O

### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

Quick Sort

Complexidade: comparação

 Estamos, é claro, interessados em descobrir a menor função majorante possível!

Diz-se que uma função f(n) (representando a métrica em análise) tem uma complexidade O(g(n)) se, para valores de n suficientemente grandes, se verifica a desigualdade:  $f(n) < K \cdot g(n)$ , para uma certa constante K.

- Temos assim que:

Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

#### Notação Big-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

Quick Sort

Diz-se que uma função f(n) (representando a métrica em análise) tem uma complexidade O(g(n)) se, para valores de n suficientemente grandes, se verifica a desigualdade:  $f(n) < K \cdot g(n)$ , para uma certa constante K.

- Temos assim que:
  - Factores multiplicativos constantes não são relevantes.

Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

Quick Sort Complexidade:

comparação

Diz-se que uma função f(n) (representando a métrica em análise) tem uma complexidade O(g(n)) se, para valores de n suficientemente grandes, se verifica a desigualdade:  $f(n) < K \cdot g(n)$ , para uma certa constante K.

- Temos assim que:
  - Factores multiplicativos constantes não são relevantes.
    - Exemplos:  $O(100000 \cdot n) = O(n)$ ; O(100000) = O(1)

Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

### Notação Big-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

Quick Sort

Diz-se que uma função f(n) (representando a métrica em análise) tem uma complexidade O(g(n)) se, para valores de n suficientemente grandes, se verifica a desigualdade:  $f(n) < K \cdot g(n)$ , para uma certa constante K.

- Temos assim que:
  - Factores multiplicativos constantes não são relevantes.
    - Exemplos:  $O(100000 \cdot n) = O(n)$ ; O(100000) = O(1)
  - Só interessa a parcela que cresce "mais depressa".

Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

#### Notação Big-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort

Complexidade:

comparação

Diz-se que uma função f(n) (representando a métrica em análise) tem uma complexidade O(g(n)) se, para valores de n suficientemente grandes, se verifica a desigualdade:  $f(n) < K \cdot g(n)$ , para uma certa constante K.

- Temos assim que:
  - Factores multiplicativos constantes não são relevantes.
    - Exemplos:  $O(100000 \cdot n) = O(n)$ ; O(100000) = O(1)
  - Só interessa a parcela que cresce "mais depressa".
    - Exemplos:  $O(100000 + n^2) = O(n^2)$ ;  $O(n^2 + n^3) = O(n^3)$

Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

#### Notação Big-O

### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

Quick Sort Complexidade:

comparação

Diz-se que uma função f(n) (representando a métrica em análise) tem uma complexidade O(g(n)) se, para valores de n suficientemente grandes, se verifica a desigualdade:  $f(n) < K \cdot g(n)$ , para uma certa constante K.

- Temos assim que:
  - Factores multiplicativos constantes não são relevantes.
    - Exemplos:  $O(100000 \cdot n) = O(n)$ ; O(100000) = O(1)
  - Só interessa a parcela que cresce "mais depressa".
    - Exemplos:  $O(100000 + n^2) = O(n^2)$ ;  $O(n^2 + n^3) = O(n^3)$
  - Uma função com complexidade O(g(n)) também tem complexidade O(h(n)) se h(n) for majorante de g(n).
    - Exemplo:  $f \in O(n) \implies f \in O(n^3)$
- Estamos, é claro, interessados em descobrir a menor função majorante possível!

Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

#### Notação Big-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort

Diz-se que uma função f(n) (representando a métrica em análise) tem uma complexidade O(g(n)) se, para valores de n suficientemente grandes, se verifica a desigualdade:  $f(n) < K \cdot g(n)$ , para uma certa constante K.

- Temos assim que:
  - Factores multiplicativos constantes não são relevantes.
    - Exemplos:  $O(100000 \cdot n) = O(n)$ ; O(100000) = O(1)
  - Só interessa a parcela que cresce "mais depressa".
    - Exemplos:  $O(100000 + n^2) = O(n^2)$ ;  $O(n^2 + n^3) = O(n^3)$
  - Uma função com complexidade O(g(n)) também tem complexidade O(h(n)) se h(n) for majorante de g(n).
    - Exemplo:  $f \in O(n) \implies f \in O(n^3)$
- Estamos, é claro, interessados em descobrir a menor função majorante possível!

Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

#### Notação Big-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort

Diz-se que uma função f(n) (representando a métrica em análise) tem uma complexidade O(g(n)) se, para valores de n suficientemente grandes, se verifica a desigualdade:  $f(n) < K \cdot g(n)$ , para uma certa constante K.

- Temos assim que:
  - Factores multiplicativos constantes não são relevantes.
    - Exemplos:  $O(100000 \cdot n) = O(n)$ ; O(100000) = O(1)
  - Só interessa a parcela que cresce "mais depressa".
    - Exemplos:  $O(100000 + n^2) = O(n^2)$ ;  $O(n^2 + n^3) = O(n^3)$
  - Uma função com complexidade O(g(n)) também tem complexidade O(h(n)) se h(n) for majorante de g(n).
    - Exemplo:  $f \in O(n) \implies f \in O(n^3)$
- Estamos, é claro, interessados em descobrir a menor função majorante possível!

#### Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

#### Notação Big-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort

Complexidade:

comparação

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Ouick Sort

Complexidade: comparação

 Classes mais comuns (ordem crescente de complexidade):

• Constante: O(1)

• Linear: *O*(*n*)

• Pseudo-linear:  $O(n \cdot log(n))$ 

Quadrática: O(n²)
Cúbica: O(n³)
Polinomial: O(n²)
Exponencial: O(p²)

 Faz sentido fazer esta análise tendo em consideração a complexidade média ou a complexidade máxima (a complexidade mínima não é, em geral, tão útil). · Constante: O(1)

Logarítmica: O(log(n))

• Linear: O(n)

• Pseudo-linear:  $O(n \cdot log(n))$ 

Quadratica: O(n²)
Cúbica: O(n³)
Polinomial: O(n⁰)
Exponencial: O(n¹)
Factorial: O(n¹)

 Faz sentido fazer esta análise tendo em consideração a complexidade média ou a complexidade máxima (a complexidade mínima não é, em geral, tão útil). Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort

Constante: O(1)Logarítmica: O(log(n))

• Linear: *O*(*n*)

• Pseudo-linear:  $O(n \cdot log(n))$ 

Quadrática: O(n²)
Cúbica: O(n³)
Polinomial: O(n²)
Exponencial: O(p²)

Faz sentido fazer esta análise tendo em consideração a complexidade média ou a complexidade máxima (a complexidade mínima não é, em geral, tão útil).

Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort

· Constante: O(1)

Logarítmica: O(log(n))

• Linear: O(n)

• Pseudo-linear:  $O(n \cdot log(n))$ 

Quadrática: O(n²)
Cúbica: O(n³)
Polinomial: O(n²)
Exponencial: O(p²)

• Factorial: O(n!)

 Faz sentido fazer esta análise tendo em consideração a complexidade média ou a complexidade máxima (a complexidade mínima não é, em geral, tão útil). Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort

Constante: O(1)

Logarítmica: O(log(n))

Linear: O(n)

• Pseudo-linear:  $O(n \cdot log(n))$ 

Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort

· Constante: O(1)

Logarítmica: O(log(n))

• Linear: *O*(*n*)

• Pseudo-linear:  $O(n \cdot log(n))$ 

Quadrática: O(n²)
Cúbica: O(n³)
Polinomial: O(n²)

• Factorial: O(n!)

 Faz sentido fazer esta análise tendo em consideração a complexidade média ou a complexidade máxima (a complexidade mínima não é, em geral, tão útil). Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort

· Constante: O(1)

Logarítmica: O(log(n))

• Linear: O(n)

• Pseudo-linear:  $O(n \cdot log(n))$ 

Quadrática: O(n²)
Cúbica: O(n³)
Polinomial: O(n²)
Exponencial: O(p²)

 Faz sentido fazer esta análise tendo em consideração a complexidade média ou a complexidade máxima (a complexidade mínima não é, em geral, tão útil). Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort

 Classes mais comuns (ordem crescente de complexidade):

· Constante: O(1)

Logarítmica: O(log(n))

• Linear: *O*(*n*)

• Pseudo-linear:  $O(n \cdot log(n))$ 

Quadrática: O(n²)
Cúbica: O(n³)
Polinomial: O(n²)
Exponencial: O(p²)

 Faz sentido fazer esta análise tendo em consideração a complexidade média ou a complexidade máxima (a complexidade mínima não é, em geral, tão útil). Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort

Constante: O(1)

Logarítmica: O(log(n))

Linear: O(n)

Pseudo-linear: O(n · log(n))

 Quadrática: O(n²) Cúbica: O(n³) Polinomial: O(n<sup>p</sup>) Exponencial: O(p<sup>n</sup>)

Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort

Complexidade:

comparação

 Classes mais comuns (ordem crescente de complexidade):

Constante: O(1)

Logarítmica: O(log(n))

Linear: O(n)

Pseudo-linear: O(n · log(n))

 Quadrática: O(n²) Cúbica: O(n³) Polinomial: O(n<sup>p</sup>) Exponencial: O(p<sup>n</sup>)

Factorial: O(n!)

Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort

Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

Quick Sort Complexidade:

comparação

 Classes mais comuns (ordem crescente de complexidade):

> Constante: O(1) Logarítmica: O(log(n))

Linear: O(n)

Pseudo-linear: O(n · log(n))

 Quadrática: O(n²) Cúbica: O(n³) Polinomial: O(n<sup>p</sup>) Exponencial: O(p<sup>n</sup>)

Factorial: O(n!)

 Faz sentido fazer esta análise tendo em consideração a complexidade média ou a complexidade máxima (a complexidade mínima não é, em geral, tão útil).

## Ordenação por Seleção

## A ordenação por seleção consiste em:

- Procurar o valor mínimo no vector e colocá-lo na primeira posicão.
- Depois repetir o processo a partir de cada uma das posições seguintes, por ordem.

```
void selectionSort(int[] a, int start, int end) {
   assert validSubarray(a, start, end);

for (int i = start; i < end-1; i++) {
    // find minimum in [i;end[
    int indexMin = i;
   for (int j = i+1; j < end; j++)
    if (a[j] < a[indexMin])
      indexMin = j;
    // swap values a[i] and a[indexMin]
      swap(a, i, indexMin);
   }

   assert isSorted(a, start, end);
}</pre>
```

#### Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação Complexidade Algorítmica: definicão

definição Notação *Bia-O* 

#### Ordenação

#### Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort

# Ordenação por Seleção

## A ordenação por seleção consiste em:

- Procurar o valor mínimo no vector e colocá-lo na primeira posição.
- Depois repetir o processo a partir de cada uma das posições seguintes, por ordem.

```
void selectionSort(int[] a, int start, int end) {
   assert validSubarray(a, start, end);

for (int i = start; i < end-1; i++) {
    // find minimum in [i;end[
    int indexMin = i;
   for (int j = i+1; j < end; j++)
    if (a[j] < a[indexMin])
      indexMin = j;
    // swap values a[i] and a[indexMin]
      swap(a, i, indexMin);
   }

   assert isSorted(a, start, end);
}</pre>
```

#### Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação
Complexidade Algorítmica:

definição

Notação Big-O

## Ordenação Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort

## A ordenação por seleção consiste em:

- Procurar o valor mínimo no vector e colocá-lo na primeira posição.
- Depois repetir o processo a partir de cada uma das posições seguintes, por ordem.

```
void selectionSort(int[] a, int start, int end) {
   assert validSubarray(a, start, end);

for (int i = start; i < end-1; i++) {
    // find minimum in [i;end[
    int indexMin = i;
   for (int j = i+1; j < end; j++)
    if (a[j] < a[indexMin])
        indexMin = j;
    // swap values a[i] and a[indexMin]
        swap(a, i, indexMin);
   }

assert isSorted(a, start, end);
}</pre>
```

#### Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O

comparação

## Ordenação Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção
Ordenação por Fusão
Quick Sort
Complexidade:

## A ordenação por seleção consiste em:

- Procurar o valor mínimo no vector e colocá-lo na primeira posição.
- Depois repetir o processo a partir de cada uma das posições seguintes, por ordem.

```
void selectionSort(int[] a, int start, int end) {
   assert validSubarray(a, start, end);

for (int i = start; i < end-1; i++) {
    // find minimum in [i;end[
    int indexMin = i;
   for (int j = i+1; j < end; j++)
    if (a[j] < a[indexMin])
        indexMin = j;
    // swap values a[i] and a[indexMin]
        swap(a, i, indexMin);
   }

assert isSorted(a, start, end);
}</pre>
```

#### Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O

comparação

## Ordenação Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção
Ordenação por Fusão
Quick Sort
Complexidade:

## A ordenação por seleção consiste em:

- Procurar o valor mínimo no vector e colocá-lo na primeira posição.
- Depois repetir o processo a partir de cada uma das posições seguintes, por ordem.

```
void selectionSort(int[] a, int start, int end) {
  assert validSubarray(a, start, end);
  for (int i = start; i < end-1; i++) {</pre>
    // find minimum in [i;end[
    int indexMin = i;
    for (int j = i+1; j < end; j++)
      if (a[i] < a[indexMin])</pre>
        indexMin = j;
    // swap values a[i] and a[indexMin]
    swap(a, i, indexMin);
  assert isSorted(a, start, end);
```

#### Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação Complexidade Algorítmica:

definição

Notação Big-O

Complexidade:

comparação

#### Ordenação Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort

 A ordenação sequencial é uma variante da ordenação po seleção, mas em que se junta a procura do mínimo e a respectiva troca (tornando o algoritmo um pouco mais simples à custa de mais trocas).

```
void sequentialSort(int[] a, int start, int end) {
   assert validSubarray(a, start, end);

for (int i = start; i < end-1; i++)
   for (int j = i+1; j < end; j++)
      if (a[i] > a[j])
        swap(a, i, j); // swaps values a[i] and a[j]

assert isSorted(a, start, end);
}
```

#### Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação Big-O

### Ordenação

## Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação

(Bolha)
Ordenação por Inserção
Ordenação por Fusão
Quick Sort
Complexidade:

comparação

 A ordenação sequencial é uma variante da ordenação por seleção, mas em que se junta a procura do mínimo e a respectiva troca (tornando o algoritmo um pouco mais simples à custa de mais trocas).

```
void sequentialSort(int[] a, int start, int end) {
   assert validSubarray(a, start, end);

for (int i = start; i < end-1; i++)
   for (int j = i+1; j < end; j++)
      if (a[i] > a[j])
        swap(a, i, j); // swaps values a[i] and a[j]

assert isSorted(a, start, end);
}
```

#### Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O

#### Ordenação

#### Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort

 A ordenação sequencial é uma variante da ordenação por seleção, mas em que se junta a procura do mínimo e a respectiva troca (tornando o algoritmo um pouco mais simples à custa de mais trocas).

```
void sequentialSort(int[] a, int start, int end) {
   assert validSubarray(a, start, end);

for (int i = start; i < end-1; i++)
   for (int j = i+1; j < end; j++)
      if (a[i] > a[j])
       swap(a, i, j); // swaps values a[i] and a[j]

assert isSorted(a, start, end);
}
```

#### Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O

Ordenação

#### Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Ouick Sort

 A ordenação sequencial é uma variante da ordenação por seleção, mas em que se junta a procura do mínimo e a respectiva troca (tornando o algoritmo um pouco mais simples à custa de mais trocas).

```
void sequentialSort(int[] a, int start, int end) {
  assert validSubarray(a, start, end);

for (int i = start; i < end-1; i++)
  for (int j = i+1; j < end; j++)
    if (a[i] > a[j])
      swap(a, i, j); // swaps values a[i] and a[j]

assert isSorted(a, start, end);
}
```

#### Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação

Complexidade Algorítmica:
definição

Notação Big-O

Ordenação
Ordenação por Seleção

#### Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort



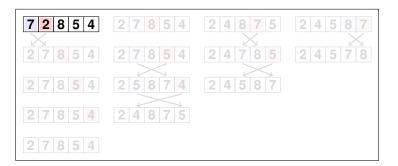
- Para um vector de dimensão n é necessário fazer  $(n-1)+(n-2)+\cdots+1=n\cdot(n-1)/2=\frac{1}{2}(n^2-n)$  comparações, ou seja, tem complexidade  $O(n^2)$ ;
- O número de trocas (no pior caso) terá também a mesma complexidade.

### Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação Complexidade Algorítmica: definição

# Notação *Big-O*Ordenação Ordenação por Seleção

### Ordenação por Flutuação (Bolha)



- Para um vector de dimensão n é necessário fazer  $(n-1)+(n-2)+\cdots+1=n\cdot(n-1)/2=\frac{1}{2}(n^2-n)$  comparações, ou seja, tem complexidade  $O(n^2)$ ;
- O número de trocas (no pior caso) terá também a mesma complexidade.

### Complexidade Algorítmica: Introdução

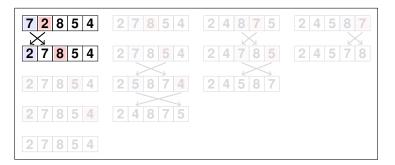
Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação *Big-O* 

### Ordenação

### Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação (Bolha)



- Para um vector de dimensão n é necessário fazer  $(n-1)+(n-2)+\cdots+1=n\cdot(n-1)/2=\frac{1}{2}(n^2-n)$  comparações, ou seja, tem complexidade  $O(n^2)$ ;
- O número de trocas (no pior caso) terá também a mesma complexidade.

### Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação

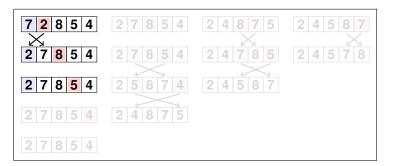
Complexidade Algorítmica: definição Notação *Big-O* 

# Ordenação Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação

(Bolha)
Ordenação por Inserção
Ordenação por Fusão
Quick Sort
Complexidade:

comparação



- Para um vector de dimensão n é necessário fazer  $(n-1)+(n-2)+\cdots+1=n\cdot(n-1)/2=\frac{1}{2}(n^2-n)$  comparações, ou seja, tem complexidade  $O(n^2)$ ;
- O número de trocas (no pior caso) terá também a mesma complexidade.

### Ordenação e Complexidade Algorítmica

### Complexidade Algorítmica: Introdução

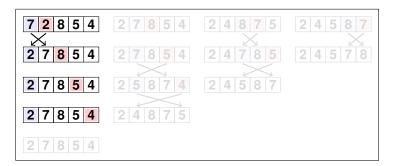
Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação *Big-O* 

### Ordenação

# Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação

(Bolha)



- Para um vector de dimensão n é necessário fazer  $(n-1)+(n-2)+\cdots+1=n\cdot(n-1)/2=\frac{1}{2}(n^2-n)$  comparações, ou seja, tem complexidade  $O(n^2)$ ;
- O número de trocas (no pior caso) terá também a mesma complexidade.

### Ordenação e Complexidade Algorítmica

### Complexidade Algorítmica: Introdução

ntrodução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação *Big-O* 

### Ordenação

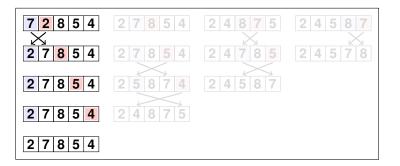
# Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação

(Bolha)
Ordenação por Inserção

Ordenação por Fusão

Quick Sort

Complexidade:
comparação



- Para um vector de dimensão n é necessário fazer  $(n-1)+(n-2)+\cdots+1=n\cdot(n-1)/2=\frac{1}{2}(n^2-n)$  comparações, ou seja, tem complexidade  $O(n^2)$ ;
- O número de trocas (no pior caso) terá também a mesma complexidade.

### Ordenação e Complexidade Algorítmica

### Complexidade Algorítmica: Introdução

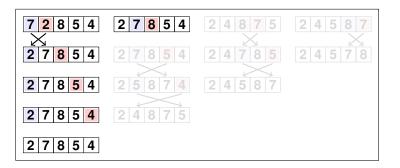
Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação *Big-O* 

### Ordenação

### Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação (Bolha)



- Para um vector de dimensão n é necessário fazer  $(n-1)+(n-2)+\cdots+1=n\cdot(n-1)/2=\frac{1}{2}(n^2-n)$  comparações, ou seja, tem complexidade  $O(n^2)$ ;
- O número de trocas (no pior caso) terá também a mesma complexidade.

#### Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação

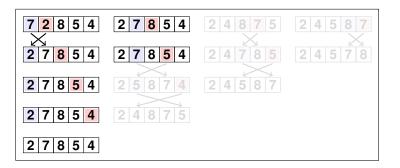
Complexidade Algorítmica: definição Notação *Big-O* 

### Ordenação

comparação

Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação (Bolha)



- \* Para um vector de dimensão n é necessário fazer  $(n-1)+(n-2)+\cdots+1=n\cdot(n-1)/2=\frac{1}{2}(n^2-n)$  comparações, ou seja, tem complexidade  $O(n^2)$ ;
- O número de trocas (no pior caso) terá também a mesma complexidade.

### Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação *Big-O* 

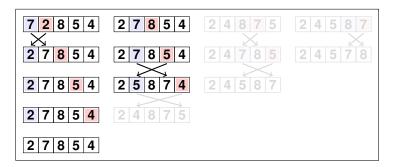
### Ordenação

Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação (Bolha) Ordenação por Inserção

Ordenação por Fusão

Quick Sort



- Para um vector de dimensão n é necessário fazer  $(n-1)+(n-2)+\cdots+1=n\cdot(n-1)/2=\frac{1}{2}(n^2-n)$  comparações, ou seja, tem complexidade  $O(n^2)$ ;
- O número de trocas (no pior caso) terá também a mesma complexidade.

#### Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação *Big-O* 

# Ordenação Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação

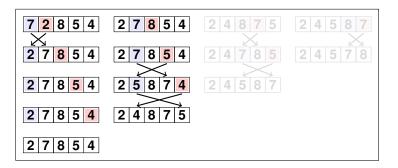
(Bolha)
Ordenação por Inserção

Ordenação por Fusão

Quick Sort

Complexidade:

comparação



- Para um vector de dimensão n é necessário fazer  $(n-1)+(n-2)+\cdots+1=n\cdot(n-1)/2=\frac{1}{2}(n^2-n)$  comparações, ou seja, tem complexidade  $O(n^2)$ ;
- O número de trocas (no pior caso) terá também a mesma complexidade.

#### Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação *Big-O* 

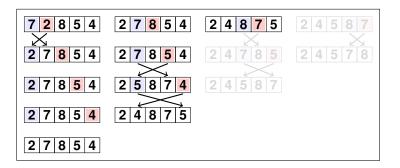
### Ordenação

Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação (Bolha) Ordenação por Inserção

Ordenação por Fusão

Quick Sort



- Para um vector de dimensão n é necessário fazer  $(n-1)+(n-2)+\cdots+1=n\cdot(n-1)/2=\frac{1}{2}(n^2-n)$  comparações, ou seja, tem complexidade  $O(n^2)$ ;
- O número de trocas (no pior caso) terá também a mesma complexidade.

#### Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação

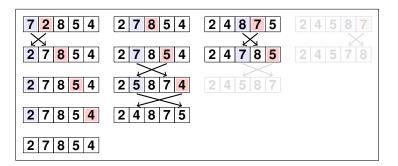
Complexidade Algorítmica: definição Notação *Big-O* 

### Ordenação

Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação (Bolha) Ordenação por Inserção

Ordenação por Fusão Quick Sort



- Para um vector de dimensão n é necessário fazer  $(n-1)+(n-2)+\cdots+1=n\cdot(n-1)/2=\frac{1}{2}(n^2-n)$  comparações, ou seja, tem complexidade  $O(n^2)$ ;
- O número de trocas (no pior caso) terá também a mesma complexidade.

#### Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação *Bia-O* 

### Ordenação

comparação

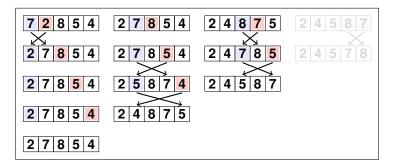
### Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação (Bolha) Ordenação por Inserção

Ordenação por Fusão

Quick Sort

Complexidade:



- Para um vector de dimensão n é necessário fazer  $(n-1)+(n-2)+\cdots+1=n\cdot(n-1)/2=\frac{1}{2}(n^2-n)$  comparações, ou seja, tem complexidade  $O(n^2)$ ;
- O número de trocas (no pior caso) terá também a mesma complexidade.

### Complexidade Algorítmica: Introdução

### Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação *Bia-O* 

### Ordenação

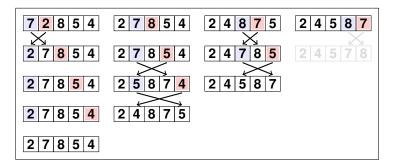
Complexidade: comparação

### Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação (Bolha) Ordenação por Inserção

Ordenação por Fusão

Quick Sort



- \* Para um vector de dimensão n é necessário fazer  $(n-1)+(n-2)+\cdots+1=n\cdot(n-1)/2=\frac{1}{2}(n^2-n)$  comparações, ou seja, tem complexidade  $O(n^2)$ ;
- O número de trocas (no pior caso) terá também a mesma complexidade.

#### Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação

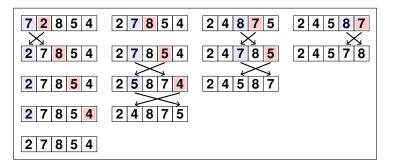
Complexidade Algorítmica: definição Notação *Bia-O* 

### Ordenação

comparação

### Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação (Bolha)



- Para um vector de dimensão n é necessário fazer  $(n-1)+(n-2)+\cdots+1=n\cdot(n-1)/2=\frac{1}{2}(n^2-n)$  comparações, ou seja, tem complexidade  $O(n^2)$ ;
- O número de trocas (no pior caso) terá também a mesma complexidade.

#### Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação Complexidade Algorítmica: definicão

Notação *Big-O* 

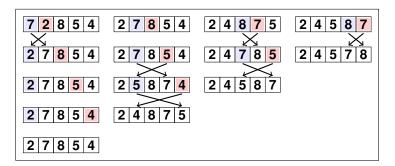
Ordenação

### Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação (Bolha) Ordenação por Inserção

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort

Complexidade: comparação



- Para um vector de dimensão n é necessário fazer  $(n-1)+(n-2)+\cdots+1=n\cdot(n-1)/2=\frac{1}{2}(n^2-n)$  comparações, ou seja, tem complexidade  $O(n^2)$ ;
- O número de trocas (no pior caso) terá também a mesma complexidade.

Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação *Big-O* 

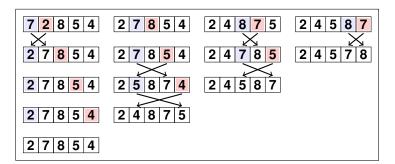
### Ordenação

### Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort Complexidade:

comparação



- Para um vector de dimensão n é necessário fazer  $(n-1)+(n-2)+\cdots+1=n\cdot(n-1)/2=\frac{1}{2}(n^2-n)$  comparações, ou seja, tem complexidade  $O(n^2)$ ;
- O número de trocas (no pior caso) terá também a mesma complexidade.

Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação *Big-O* 

Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação

(Bolha) Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

Quick Sort Complexidade: comparação

A ordenação tipo "bolha" consiste em:

- Comparar todos os pares de elementos consecutivos e trocá-los se não estiverem na ordem certa.
- No fim dessa passagem, se tiver havido pelo menos uma troca, repete-se o procedimento. Quando n\u00e3o houver trocas, o vector est\u00e1 ordenado e o algoritmo termina.

#### Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação *Big-O* 

### Ordenação

Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação

### (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort Complexidade:

comparação

A ordenação tipo "bolha" consiste em:

- Comparar todos os pares de elementos consecutivos e trocá-los se não estiverem na ordem certa.
- No fim dessa passagem, se tiver havido pelo menos uma troca, repete-se o procedimento. Quando n\u00e3o houver trocas, o vector est\u00e1 ordenado e o algoritmo termina.

#### Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação Big-O

### Ordenação

comparação

Ordenação por Seleção

#### Ordenação por Flutuação (Bolha)

A ordenação tipo "bolha" consiste em:

- Comparar todos os pares de elementos consecutivos e trocá-los se não estiverem na ordem certa.
- No fim dessa passagem, se tiver havido pelo menos uma troca, repete-se o procedimento. Quando não houver trocas, o vector está ordenado e o algoritmo termina.

#### Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação Big-O

### Ordenação

Ordenação por Seleção

#### Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort

A ordenação tipo "bolha" consiste em:

- Comparar todos os pares de elementos consecutivos e trocá-los se não estiverem na ordem certa.
- No fim dessa passagem, se tiver havido pelo menos uma troca, repete-se o procedimento. Quando não houver trocas, o vector está ordenado e o algoritmo termina.

#### Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação Big-O

### Ordenação

Ordenação por Seleção

#### Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort Complexidade:

comparação

A ordenação tipo "bolha" consiste em:

- Comparar todos os pares de elementos consecutivos e trocá-los se não estiverem na ordem certa.
- No fim dessa passagem, se tiver havido pelo menos uma troca, repete-se o procedimento. Quando não houver trocas, o vector está ordenado e o algoritmo termina.

```
void bubbleSort(int[] a, int start, int end) {
  assert validSubarray(a, start, end);
  boolean swapExists;
  int f = end-1:
  do
    swapExists = false;
    for (int i = start; i < f; i++) {</pre>
      if (a[i] > a[i+1]) {
        swap(a, i, i+1);
        swapExists = true;
   while (swapExists);
  assert isSorted(a, start, end);
```

#### Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação Big-O

### Ordenação

comparação

Ordenação por Seleção

#### Ordenação por Flutuação (Bolha)



- Para um vector de dimensão n é necessário fazer  $(n-1)+(n-2)+\cdots 1$  comparações, ou seja, complexidade  $O(n^2)$ ;
- O número de trocas (no pior caso) terá também a mesma complexidade.
- O pior caso ocorre quando o vector está ordenado pela ordem inversa.
- O melhor caso ocorre quando o vector já está ordenado Nesse caso bastam n – 1 comparações (complexidade O(n)).

Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

ntrodução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação *Big-O* 

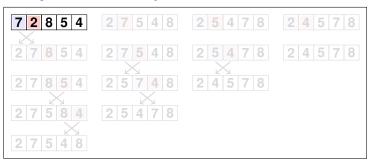
Ordenação

Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação

(Bolha)
Ordenação por Inserção
Ordenação por Fusão
Quick Sort
Complexidade:

comparação



- Para um vector de dimensão n é necessário fazer (n-1) + (n-2) + ··· 1 comparações, ou seja, complexidade O(n²);
- O número de trocas (no pior caso) terá também a mesma complexidade.
- O pior caso ocorre quando o vector está ordenado pela ordem inversa.
- O melhor caso ocorre quando o vector já está ordenado.
   Nesse caso bastam n 1 comparações (complexidade O(n)).

Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

ntrodução Motivação

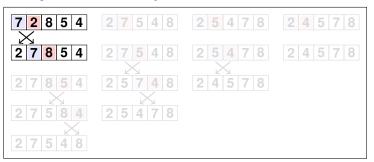
Complexidade Algorítmica: definição Notação *Big-O* 

Ordenação

Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação

(Bolha)



- Para um vector de dimensão n é necessário fazer (n-1) + (n-2) + ··· 1 comparações, ou seja, complexidade O(n²);
- O número de trocas (no pior caso) terá também a mesma complexidade.
- O pior caso ocorre quando o vector está ordenado pela ordem inversa.
- O melhor caso ocorre quando o vector já está ordenado.
   Nesse caso bastam n 1 comparações (complexidade O(n)).

### Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

ntrodução Motivação

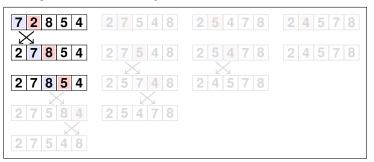
Complexidade Algorítmica: definição Notação *Big-O* 

Ordenação

Ordenação por Seleção
Ordenação por Flutuação

(Bolha)
Ordenação por Inserção
Ordenação por Fusão
Quick Sort

Complexidade: comparação



- Para um vector de dimensão n é necessário fazer  $(n-1)+(n-2)+\cdots 1$  comparações, ou seja, complexidade  $O(n^2)$ ;
- O número de trocas (no pior caso) terá também a mesma complexidade.
- O pior caso ocorre quando o vector está ordenado pela ordem inversa.
- O melhor caso ocorre quando o vector já está ordenado. Nesse caso bastam n – 1 comparações (complexidade O(n)).

### Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

ntrodução Motivação

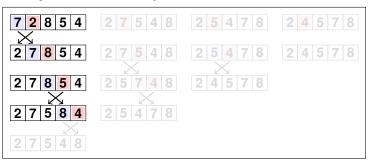
Complexidade Algorítmica: definição Notação *Big-O* 

Ordenação

Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação

(Bolha)



- Para um vector de dimensão n é necessário fazer (n − 1) + (n − 2) + ··· 1 comparações, ou seja, complexidade O(n²);
- O número de trocas (no pior caso) terá também a mesma complexidade.
- O pior caso ocorre quando o vector está ordenado pela ordem inversa.
- O melhor caso ocorre quando o vector já está ordenado.
   Nesse caso bastam n 1 comparações (complexidade O(n)).

#### Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

ntrodução Motivação

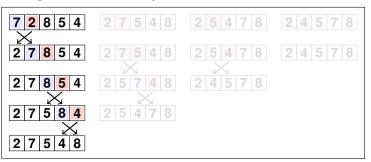
Complexidade Algorítmica: definição Notação *Big-O* 

Ordenação

Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação

(Bolha)



- Para um vector de dimensão n é necessário fazer  $(n-1)+(n-2)+\cdots 1$  comparações, ou seja, complexidade  $O(n^2)$ ;
- O número de trocas (no pior caso) terá também a mesma complexidade.
- O pior caso ocorre quando o vector está ordenado pela ordem inversa.
- O melhor caso ocorre quando o vector já está ordenado.
   Nesse caso bastam n 1 comparações (complexidade O(n)).

Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

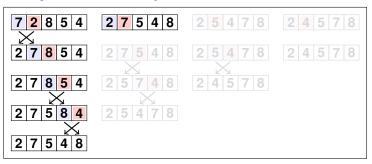
ntrodução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação *Big-O* 

Ordenação

Ordenação por Seleção
Ordenação por Flutuação

(Bolha)



- Para um vector de dimensão n é necessário fazer  $(n-1)+(n-2)+\cdots 1$  comparações, ou seja, complexidade  $O(n^2)$ ;
- O número de trocas (no pior caso) terá também a mesma complexidade.
- O pior caso ocorre quando o vector está ordenado pela ordem inversa.
- O melhor caso ocorre quando o vector já está ordenado.
   Nesse caso bastam n 1 comparações (complexidade O(n)).

### Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

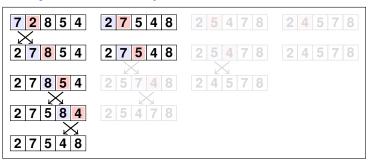
ntrodução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação *Big-O* 

Ordenação

Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação (Bolha)



- Para um vector de dimensão n é necessário fazer  $(n-1)+(n-2)+\cdots$ 1 comparações, ou seja, complexidade  $O(n^2)$ ;
- O número de trocas (no pior caso) terá também a mesma complexidade.
- O pior caso ocorre quando o vector está ordenado pela ordem inversa.
- O melhor caso ocorre quando o vector já está ordenado.
   Nesse caso bastam n 1 comparações (complexidade O(n)).

### Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação Big-O

Ordenação

Ordenação por Seleção

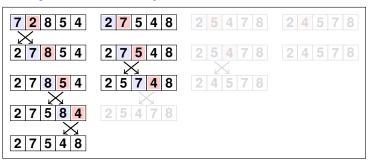
Ordenação por Flutuação

(Bolha)
Ordenação por Inserção

Ordenação por Fusão

Quick Sort

Complexidade:
comparação



- Para um vector de dimensão n é necessário fazer  $(n-1)+(n-2)+\cdots 1$  comparações, ou seja, complexidade  $O(n^2)$ ;
- O número de trocas (no pior caso) tera também a mesma complexidade.
- O pior caso ocorre quando o vector está ordenado pela ordem inversa.
- O melhor caso ocorre quando o vector já está ordenado.
   Nesse caso bastam n 1 comparações (complexidade O(n)).

### Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação

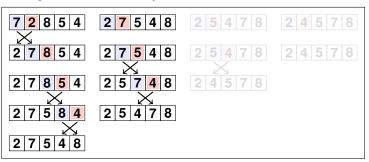
Complexidade Algorítmica: definição Notação Big-O

Ordenação

Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação

Ordenação por Flutuação (Bolha)



- Para um vector de dimensão n é necessário fazer  $(n-1)+(n-2)+\cdots 1$  comparações, ou seja, complexidade  $O(n^2)$ ;
- O número de trocas (no pior caso) terá também a mesma complexidade.
- O pior caso ocorre quando o vector está ordenado pela ordem inversa.
- O melhor caso ocorre quando o vector já está ordenado.
   Nesse caso bastam n 1 comparações (complexidade O(n)).

### Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

ntrodução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação *Big-O* 

Ordenação

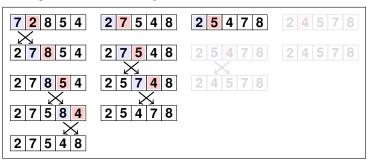
Ordenação por Seleção
Ordenação por Flutuação

(Bolha) Ordenação por Inserção

Ordenação por Fusão

Quick Sort

Complexidade:
comparação



- Para um vector de dimensão n é necessário fazer  $(n-1)+(n-2)+\cdots 1$  comparações, ou seja, complexidade  $O(n^2)$ ;
- O número de trocas (no pior caso) tera também a mesma complexidade.
- O pior caso ocorre quando o vector está ordenado pela ordem inversa.
- O melhor caso ocorre quando o vector já está ordenado.
   Nesse caso bastam n 1 comparações (complexidade O(n)).

### Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação

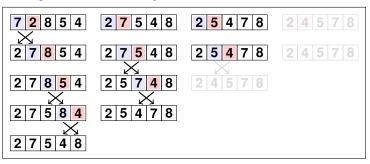
Complexidade Algorítmica: definição Notação *Big-O* 

Ordenação

Ordenação por Seleção
Ordenação por Flutuação

(Bolha)
Ordenação por Inserção
Ordenação por Fusão
Quick Sort

Complexidade: comparação



- Para um vector de dimensão n é necessário fazer  $(n-1)+(n-2)+\cdots 1$  comparações, ou seja, complexidade  $O(n^2)$ ;
- O número de trocas (no pior caso) terá também a mesma complexidade.
- O pior caso ocorre quando o vector está ordenado pela ordem inversa.
- O melhor caso ocorre quando o vector já está ordenado.
   Nesse caso bastam n 1 comparações (complexidade O(n)).

#### Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

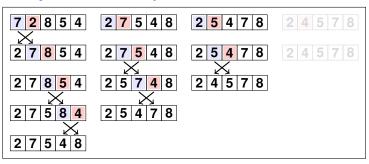
Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação Big-O

Ordenação

Ordenação por Seleção
Ordenação por Flutuação

(Bolha)



- Para um vector de dimensão n é necessário fazer  $(n-1)+(n-2)+\cdots 1$  comparações, ou seja, complexidade  $O(n^2)$ ;
- O número de trocas (no pior caso) terá também a mesma complexidade.
- O pior caso ocorre quando o vector está ordenado pela ordem inversa.
- O melhor caso ocorre quando o vector já está ordenado.
   Nesse caso bastam n 1 comparações (complexidade O(n)).

#### Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

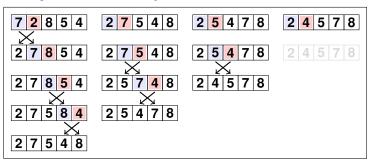
Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação *Big-O* 

Ordenação

Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação (Bolha)



- Para um vector de dimensão n é necessário fazer  $(n-1)+(n-2)+\cdots 1$  comparações, ou seja, complexidade  $O(n^2)$ ;
- O número de trocas (no pior caso) terá também a mesma complexidade.
- O pior caso ocorre quando o vector está ordenado pela ordem inversa.
- O melhor caso ocorre quando o vector já está ordenado.
   Nesse caso bastam n 1 comparações (complexidade O(n)).

#### Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação *Big-O* 

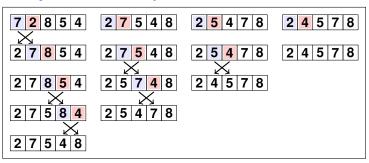
Ordenação

Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão *Quick Sort* Complexidade:

comparação



- Para um vector de dimensão n é necessário fazer
- $(n-1)+(n-2)+\cdots$ 1 comparações, ou seja complexidade  $O(n^2)$ ;
- O número de trocas (no pior caso) tera também a mesma complexidade.
- O pior caso ocorre quando o vector está ordenado pela ordem inversa.
- O melhor caso ocorre quando o vector já está ordenado.
   Nesse caso bastam n 1 comparações (complexidade O(n)).

#### Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação *Big-O* 

Ordenação

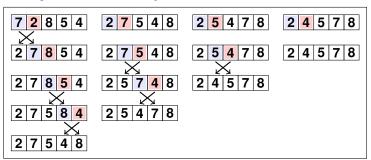
Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão *Quick Sort* Complexidade:

comparação

09.13



- Para um vector de dimensão n é necessário fazer  $(n-1)+(n-2)+\cdots 1$  comparações, ou seja, complexidade  $O(n^2)$ ;
- O número de trocas (no pior caso) terá também a mesma complexidade.
- O pior caso ocorre quando o vector está ordenado pela ordem inversa.
- O melhor caso ocorre quando o vector já está ordenado.
   Nesse caso bastam n 1 comparações (complexidade O(n)).

Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação *Big-O* 

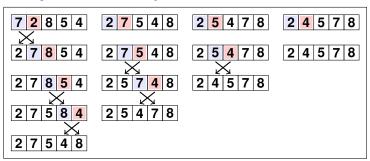
Ordenação

comparação

Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação

Ordenação por Inserção
Ordenação por Fusão
Quick Sort
Complexidade:



- Para um vector de dimensão n é necessário fazer  $(n-1)+(n-2)+\cdots 1$  comparações, ou seja, complexidade  $O(n^2)$ ;
- O número de trocas (no pior caso) terá também a mesma complexidade.
- O pior caso ocorre quando o vector está ordenado pela ordem inversa.
- O melhor caso ocorre quando o vector já está ordenado.
   Nesse caso bastam n 1 comparações (complexidade O(n)).

Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação Complexidade Algorítmica:

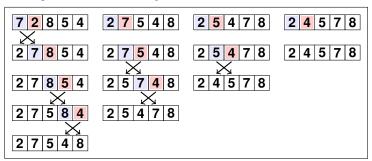
definição Notação *Big-O* 

Ordenação
Ordenação por Seleção

comparação

Ordenação por Flutuação

Ordenação por Inserção
Ordenação por Fusão
Quick Sort
Complexidade:



- Para um vector de dimensão n é necessário fazer  $(n-1)+(n-2)+\cdots 1$  comparações, ou seja, complexidade  $O(n^2)$ ;
- O número de trocas (no pior caso) terá também a mesma complexidade.
- O pior caso ocorre quando o vector está ordenado pela ordem inversa.
- O melhor caso ocorre quando o vector já está ordenado.
   Nesse caso bastam n 1 comparações (complexidade O(n)).

#### Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação

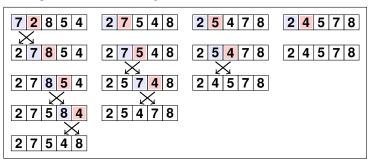
Complexidade Algorítmica: definição Notação *Big-O* 

Ordenação

Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação (Bolha) Ordenação por Inserção

Ordenação por Inserção
Ordenação por Fusão
Quick Sort
Complexidade:
comparação



- Para um vector de dimensão n é necessário fazer  $(n-1)+(n-2)+\cdots 1$  comparações, ou seja, complexidade  $O(n^2)$ ;
- O número de trocas (no pior caso) terá também a mesma complexidade.
- O pior caso ocorre quando o vector está ordenado pela ordem inversa.
- O melhor caso ocorre quando o vector já está ordenado. Nesse caso bastam n – 1 comparações (complexidade O(n)).

#### Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação *Big-O* 

Ordenação
Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção
Ordenação por Fusão
Quick Sort
Complexidade:
comparação

#### Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação Big-O

### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

#### Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

Quick Sort Complexidade:

comparação



#### Ordenação e Complexidade Algorítmica

#### Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação Complexidade Algorítmica:

definição Notação Big-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

#### Ordenação por Inserção

Ordenação por Fusão

Quick Sort



- Existem duas partes no vector:
  - ordenada (vai aumentar)
  - · não-ordenada (vai diminuir)
- Ordena através da inserção no segmento ordenado (na posição correcta) de um elemento retirado da parte não ordenada;
- Inicialmente, o segmento ordenado contém apenas o primeiro elemento.

#### Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O

### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção

Ordenação por Fusão

Quick Sort
Complexidade:
comparação

Complexidade Algorítmica: definição Notação *Big-O* 

Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Ordenação
Ordenação por Seleção

#### Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção

#### Ordenação por Fusão

Quick Sort

Complexidade:

0,6 K

E um método simples de inserção assente na partição do vector em duas partes: uma ordenada e outra por ordenar.

- · Existem duas partes no vector:
  - ordenada (vai aumentar)
  - · não-ordenada (vai diminuir)
- Ordena através da inserção no segmento ordenado (na posição correcta) de um elemento retirado da parte não ordenada;
- Inicialmente, o segmento ordenado contém apenas o primeiro elemento.



- Existem duas partes no vector:
  - ordenada (vai aumentar)
  - não-ordenada (vai diminuir)
- Ordena através da inserção no segmento ordenado (na posição correcta) de um elemento retirado da parte não ordenada;
- Inicialmente, o segmento ordenado contém apenas o primeiro elemento.

#### Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O

### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção

Ordenação por Fusão

Quick Sort
Complexidade:
comparação

ng 14



- · Existem duas partes no vector:
  - ordenada (vai aumentar)
  - não-ordenada (vai diminuir)
- Ordena através da inserção no segmento ordenado (na posição correcta) de um elemento retirado da parte não ordenada;
- Inicialmente, o segmento ordenado contém apenas o primeiro elemento.

#### Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O
Ordenação

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

#### Ordenação por Inserção

Ordenação por Fusão

Quick Sort
Complexidade:
comparação



- Existem duas partes no vector:
  - ordenada (vai aumentar)
  - não-ordenada (vai diminuir)
- Ordena através da inserção no segmento ordenado (na posição correcta) de um elemento retirado da parte não ordenada;
- Inicialmente, o segmento ordenado contém apenas o primeiro elemento.

#### Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação Complexidade Algorítmica: definicão

definição Notação *Big-O* 

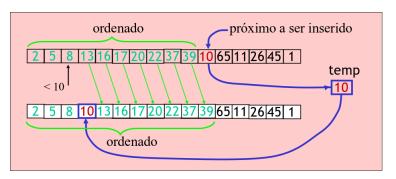
### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

#### Ordenação por Inserção

Ordenação por Fusão

Ouick Sort



#### Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação Big-O

#### Ordenação

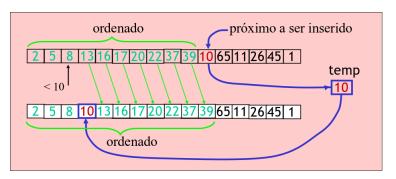
Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção

Ordenação por Fusão

Quick Sort

- 🕦 "Retira" o primeiro elemento do segmento não ordenado
- ② Compara este elemento com os elementos da parte já ordenada até encontrar a posição que lhe cabe.
- Desloca os elementos do vector ordenado para a direita dessa posição.
- 個 Insere o elemento na posição pretendida



#### Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação Big-O

#### Ordenação

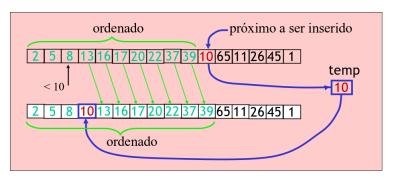
Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção

Ordenação por Fusão

Quick Sort

- 🕦 "Retira" o primeiro elemento do segmento não ordenado
- ② Compara este elemento com os elementos da parte já ordenada até encontrar a posição que lhe cabe.
- Desloca os elementos do vector ordenado para a direita dessa posição.
- 個 Insere o elemento na posição pretendida



#### Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O
Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

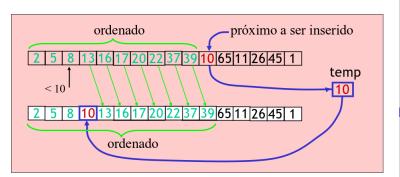
Ordenação por Inserção

Ordenação por Fusão

Quick Sort

Complexidade:
comparação

- 1 "Retira" o primeiro elemento do segmento não ordenado.
- 2 Compara este elemento com os elementos da parte já ordenada até encontrar a posição que lhe cabe.
- 3 Desloca os elementos do vector ordenado para a direita dessa posição.
- Insere o elemento na posição pretendida



Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O
Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

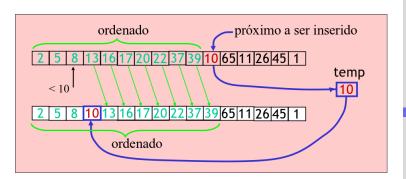
Ordenação por Inserção

Ordenação por Fusão

Quick Sort

Complexidade:
comparação

- 1 "Retira" o primeiro elemento do segmento não ordenado.
- 2 Compara este elemento com os elementos da parte já ordenada até encontrar a posição que lhe cabe.
- 3 Desloca os elementos do vector ordenado para a direita dessa posição.
- Insere o elemento na posição pretendida.



#### Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O

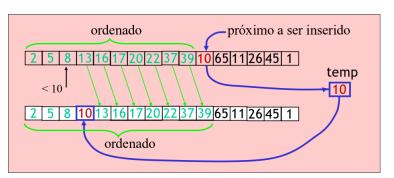
Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

Quick Sort
Complexidade:

- 1 "Retira" o primeiro elemento do segmento não ordenado.
- 2 Compara este elemento com os elementos da parte já ordenada até encontrar a posição que lhe cabe.
- 3 Desloca os elementos do vector ordenado para a direita dessa posição.
- Insere o elemento na posição pretendida



Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Notação Bia-O

Complexidade Algorítmica: definição

Ordenação (Bolha)

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação

Ordenação por Inserção

Ordenação por Fusão Quick Sort

- Complexidade: comparação

- 1 "Retira" o primeiro elemento do segmento não ordenado.
- 2 Compara este elemento com os elementos da parte já ordenada até encontrar a posição que lhe cabe.
- Desloca os elementos do vector ordenado para a direita dessa posição.
- 4 Insere o elemento na posição pretendida.

```
void insertionSort(int[] a, int start, int end) {
    assert validSubarray(a, start, end);

    for (int i = start+1; i < end; i++) {
        int j;
        int v = a[i];
        for(j = i-1; j >= start && a[j] > v; j--)
            a[j+1] = a[j];
        a[j+1] = v;
    }

    assert isSorted(a, start, end);
}
```

- Uma vantagem deste algoritmo resulta de a procura ser sempre feita num subvector ordenado;
- Podemos reduzir ainda mais a complexidade aplicando o método da procura binária (TPC).

ntrodução Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação *Big-O* 

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

#### Ordenação por Inserção

Ordenação por Fusão

Quick Sort

Complexidade:

int i:

int v = a[i];

a[i+1] = v;

a[i+1] = a[j];

assert isSorted(a, start, end);

Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O

### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

#### Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

Quick Sort

Complexidade: comparação

void insertionSort(int[] a, int start, int end) {

for (j = i-1; j >= start && a[j] > v; j--)

assert validSubarray(a, start, end);

for (int i = start+1; i < end; i++) {</pre>

```
void insertionSort(int[] a, int start, int end) {
    assert validSubarray(a, start, end);

    for (int i = start+1; i < end; i++) {
        int j;
        int v = a[i];
        for(j = i-1; j >= start && a[j] > v; j--)
            a[j+1] = a[j];
        a[j+1] = v;
    }

    assert isSorted(a, start, end);
}
```

- Uma vantagem deste algoritmo resulta de a procura ser sempre feita num subvector ordenado;
- Podemos reduzir ainda mais a complexidade aplicando o método da procura binária (TPC).

Motivação Complexidade Algorítmica: definicão

Notação Bia-O

#### Ordenação

comparação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

#### Ordenação por Inserção

Ordenação por Fusão

Quick Sort

Complexidade:

```
void insertionSort(int[] a, int start, int end) {
    assert validSubarray(a, start, end);

    for (int i = start+1; i < end; i++) {
        int j;
        int v = a[i];
        for(j = i-1; j >= start && a[j] > v; j--)
        a[j+1] = a[j];
        a[j+1] = v;
    }

    assert isSorted(a, start, end);
}
```

- Uma vantagem deste algoritmo resulta de a procura ser sempre feita num subvector ordenado;
- Podemos reduzir ainda mais a complexidade aplicando o método da procura binária (TPC).

Motivação Complexidade Algorítmica:

definição Notação *Big-O* 

### Ordenação

comparação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

### Ordenação por Inserção

Ordenação por Fusão

Quick Sort

Complexidade:

Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação Big-O

### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

#### Ordenação por Inserção

Ordenação por Fusão Quick Sort

- N.º de Comparações:  $1 + 2 + \cdots + (n-2) + (n-1) \in O(n^2)$
- Melhor caso: quando o vector original já está na ordem certa.
  - N.º de Comparações: (n − 1) ∈ O(n)

Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O

### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

#### Ordenação por Inserção

Ordenação por Fusão

Ouick Sort

- Pior caso: quando o vector original está por ordem inversa.
  - N.º de Comparações:  $1 + 2 + \cdots + (n-2) + (n-1) \in O(n^2)$
- Melhor caso: quando o vector original já está na orden certa.
  - N.º de Comparações:  $(n-1) \in O(n)$

Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O

### Ordenação

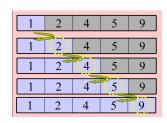
Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

#### Ordenação por Inserção

Ordenação por Fusão

Quick Sort
Complexidade:

- Pior caso: quando o vector original está por ordem inversa.
  - N.º de Comparações:  $1 + 2 + \cdots + (n-2) + (n-1) \in O(n^2)$
- Melhor caso: quando o vector original já está na ordem certa.
  - N.º de Comparações:  $(n-1) \in O(n)$



### Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O

### Ordenação

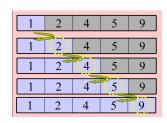
Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

#### Ordenação por Inserção

Ordenação por Fusão

Quick Sort

- Pior caso: quando o vector original está por ordem inversa.
  - N.º de Comparações:  $1 + 2 + \cdots + (n-2) + (n-1) \in O(n^2)$
- Melhor caso: quando o vector original já está na ordem certa.
  - N.º de Comparações:  $(n-1) \in O(n)$



### Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O

### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

#### Ordenação por Inserção

Ordenação por Fusão

Quick Sort
Complexidade:
comparação

# Ordenação por Fusão - Merge Sort

- MergeSort
- Características

#### Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação Big-O

....,... -.9 -

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

### Quick Sort

# Ordenação por Fusão - Merge Sort

#### Ordenação e Complexidade Algorítmica

#### Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O

### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção

#### Ordenação por Fusão

Quick Sort

Complexidade: comparação

# MergeSort

Um algoritmo eficiente.

## Características

- Recursivo
- "Dividir para Conquistar";
- Divide um vector de n elementos em duas partes de tamanho n/2;
- Ordenar cada vector chamando o Merge Sort recursivamente:
- No final: combinar as sub-vectores ordenados formando uma única lista ordenada;
- Caso limite: vector com um elemento ou menos

# Ordenação por Fusão - Merge Sort

#### Ordenação e Complexidade Algorítmica

# MergeSort

· Um algoritmo eficiente.

#### Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O

### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção

### Ordenação por Fusão

Quick Sort

# · MergeSort

· Um algoritmo eficiente.

## · Características:

- Recursivo
- "Dividir para Conquistar":
- Divide um vector de n elementos em duas partes de tamanho n/2;
- Ordenar cada vector chamando o Merge Sori recursivamente;
- No final: combinar as sub-vectores ordenados formando uma única lista ordenada;
- Caso limite: vector com um elemento ou menos.

#### Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação Complexidade Algorítmica:

definição Notação *Big-O* 

Notação Big-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção

### Ordenação por Fusão

Quick Sort Complexidade: comparação

· Um algoritmo eficiente.

## · Características:

- · Recursivo:
- "Dividir para Conquistar"
- Divide um vector de n elementos em duas partes de tamanho n/2;
- Ordenar cada vector chamando o Merge Sori recursivamente;
- No final: combinar as sub-vectores ordenados formando uma única lista ordenada:
- · Caso limite: vector com um elemento ou menos

#### Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação Complexidade Algorítmica:

definição

Notação Big-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção

### Ordenação por Fusão

Quick Sort
Complexidade:
comparação

N9 18

· Um algoritmo eficiente.

- · Características:
  - · Recursivo:
  - · "Dividir para Conquistar";
  - Divide um vector de n elementos em duas partes de tamanho n/2;
  - Ordenar cada vector chamando o Merge Sort recursivamente;
  - No final: combinar as sub-vectores ordenados formando uma única lista ordenada;
  - Caso limite: vector com um elemento ou menos.

#### Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação Complexidade Algorítmica:

definição

Notação Big-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção

### Ordenação por Fusão

Quick Sort
Complexidade:
comparação

· Um algoritmo eficiente.

- · Características:
  - · Recursivo:
  - · "Dividir para Conquistar";
  - Divide um vector de n elementos em duas partes de tamanho n/2;
  - Ordenar cada vector chamando o Merge Sorti recursivamente;
  - No final: combinar as sub-vectores ordenados formando uma única lista ordenada;
  - Caso limite: vector com um elemento ou menos.

#### Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação Complexidade Algorítmica:

definição Notação Bia-O

Notação Dig-O

### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção

### Ordenação por Fusão

Quick Sort

· Um algoritmo eficiente.

- · Características:
  - · Recursivo:
  - · "Dividir para Conquistar";
  - Divide um vector de n elementos em duas partes de tamanho n/2;
  - Ordenar cada vector chamando o Merge Sort recursivamente:
  - No final: combinar as sub-vectores ordenados formando uma única lista ordenada;
  - Caso limite: vector com um elemento ou menos.

#### Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação Complexidade Algorítmica:

definição Notação *Big-O* 

Notação Dig-O

### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção

### Ordenação por Fusão

Quick Sort
Complexidade:
comparação

Um algoritmo eficiente.

- Características:
  - Recursivo:
  - "Dividir para Conquistar";
  - Divide um vector de n elementos em duas partes de tamanho n/2:
  - Ordenar cada vector chamando o Merge Sort recursivamente:
  - No final: combinar as sub-vectores ordenados formando. uma única lista ordenada;

#### Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação Complexidade Algorítmica:

definição Notação Big-O

### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção

### Ordenação por Fusão

Quick Sort

### MergeSort

· Um algoritmo eficiente.

- · Características:
  - · Recursivo:
  - · "Dividir para Conquistar";
  - Divide um vector de n elementos em duas partes de tamanho n/2;
  - Ordenar cada vector chamando o Merge Sort recursivamente:
  - No final: combinar as sub-vectores ordenados formando uma única lista ordenada;
  - Caso limite: vector com um elemento ou menos.

#### Complexidade Algorítmica: Introdução

Complexidade Algorítmica:

definição Notação *Big-O* 

Notação Dig-O

Motivação

### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção

### Ordenação por Fusão

Quick Sort
Complexidade:
comparação

### Fusão: Merge Sort

Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O

#### Ordenação

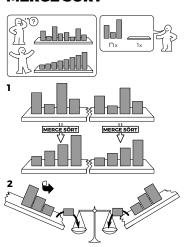
Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção

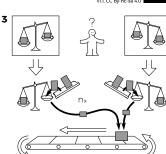
## Ordenação por Fusão Quick Sort

Quick Sort
Complexidade:
comparação

### **MERGE SÖRT**



idea-instructions.com/merge-sort/ v1.1, CC by-nc-sa 4.0





#### Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação Complexidade Algorítmica: definicão

# Notação *Big-O*Ordenação

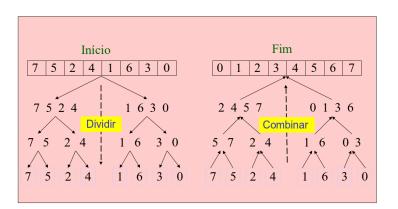
Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

#### Ordenação por Inserção

Ordenação por Fusão

Quick Sort

### Fusão: Merge Sort



Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação *Big-O* 

#### Ordenação

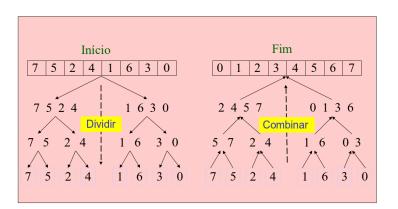
Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção

### Ordenação por Fusão

Quick Sort Complexidade: comparação

### Fusão: Merge Sort



Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação *Big-O* 

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção

### Ordenação por Fusão

Quick Sort Complexidade: comparação

Complexidade Algorítmica: ntrodução Motivação Complexidade Algorítmica: definição Notação Big-O Ordenação Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha) Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort Complexidade: comparação

### Fusão: Implementação

Complexidade Algorítmica: definição

Ordenação por Seleção

Complexidade

ntrodução

Motivação

(Bolha) Ordenação por Inserção

Complexidade:

comparação

```
static void mergeSort(int[] a, int start, int end) {
 assert validSubarray(a, start, end);
                                                                           Algorítmica:
  if (end - start > 1) {
    int middle = (start + end) / 2;
   mergeSort(a, start, middle);
   mergeSort(a, middle, end);
                                                                           Notação Big-O
    mergeSubarravs(a, start, middle, end);
                                                                           Drdenação
 assert isSorted(a, start, end);
                                                                           Ordenação por Flutuação
static void mergeSubarrays(int[] a, int start, int middle, int end) {
                                                                           Ordenação por Fusão
                                                                           Quick Sort
  int[] b = new int[end-start]; // auxiliary array
 int i1 = start;
 int i2 = middle;
 int i = 0;
 while (i1 < middle && i2 < end) {
    if (a[i1] < a[i2])
     b[j++] = a[i1++];
    else
     b[j++] = a[i2++];
 while (i1 < middle)
    b[i++] = a[i1++];
 while (i2 < end)
    b[i++] = a[i2++];
  arraycopy(b, 0, a, start, end-start);
```

09 21

Complexidade Algorítmica: definição

Ordenação por Seleção

Complexidade

ntrodução

Motivação

(Bolha) Ordenação por Inserção

Complexidade:

comparação

```
static void mergeSort(int[] a, int start, int end) {
 assert validSubarray(a, start, end);
                                                                           Algorítmica:
  if (end - start > 1) {
    int middle = (start + end) / 2;
   mergeSort(a, start, middle);
   mergeSort(a, middle, end);
                                                                           Notação Big-O
    mergeSubarravs(a, start, middle, end);
                                                                           Drdenação
 assert isSorted(a, start, end);
                                                                           Ordenação por Flutuação
static void mergeSubarrays(int[] a, int start, int middle, int end) {
                                                                           Ordenação por Fusão
                                                                           Quick Sort
  int[] b = new int[end-start]; // auxiliary array
 int i1 = start;
 int i2 = middle;
 int i = 0;
 while (i1 < middle && i2 < end) {
    if (a[i1] < a[i2])
     b[j++] = a[i1++];
    else
     b[j++] = a[i2++];
 while (i1 < middle)
    b[i++] = a[i1++];
 while (i2 < end)
    b[i++] = a[i2++];
  arraycopy(b, 0, a, start, end-start);
```

09 21

### Merge - Complexidade

• Melhor Caso, Caso Médio e Pior Caso:  $O(n \cdot log(n))$ 



#### Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação *Big-O* 

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção

## Ordenação por Fusão Quick Sort

### Merge - Complexidade

Melhor Caso, Caso Médio e Pior Caso: O(n · log(n))



#### Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

## Notação *Big-O*Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção

#### Ordenação por Fusão

Quick Sort

### Merge - Complexidade

Melhor Caso, Caso Médio e Pior Caso: O(n · log(n))



#### Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

## Notação *Big-O*Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção

#### Ordenação por Fusão

Quick Sort

#### Complexidade Algorítmica: Introdução

#### Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação *Big-O* 

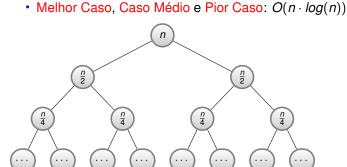
#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção

#### Ordenação por Fusão

#### Quick Sort



### **Quick Sort**

- · Algoritmo de Ordenação Rápida
- Características

#### Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção

Ordenação por Fusão

#### Quick Sort

### Algoritmo de Ordenação Rápida;

#### Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção

Ordenação por Fusão

#### Quick Sort

# Algoritmo de Ordenação Rápida;

- · Características:
  - Recursivo
  - · "Dividir para Conquistar";
  - Tal como o Merge Sort, divide o vector em duas partes e "ataca" cada um dos sub-vectores de forma recursiva:
  - Mas neste caso:
    - Seleciona um elemento de referência no vector (pivot);
    - Posiciona à esquerda do pivot os elementos inferiores
    - Posiciona à direita do pivot os elementos superiores

#### Complexidade Algorítmica: Introdução Motivação

Complexidade Algorítmica:

definição Notação Big-O

Notação Dig-C

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

#### Quick Sort

- · Algoritmo de Ordenação Rápida;
- · Características:
  - · Recursivo:
  - "Dividir para Conquistar";
  - Tal como o Merge Sort, divide o vector em duas partes e "ataca" cada um dos sub-vectores de forma recursiva:
  - Mas neste caso:
    - Seleciona um elemento de referência no vector (pivot);
    - Posiciona à esquerda do pivot os elementos inferiores
    - Posiciona à direita do pivot os elementos superiores

Complexidade Algorítmica:

definição Notação *Big-O* 

Notação Dig-C

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

#### Quick Sort

- Algoritmo de Ordenação Rápida;
- · Características:
  - · Recursivo;
  - · "Dividir para Conquistar";
  - Tal como o Merge Sort, divide o vector em duas partes e "ataca" cada um dos sub-vectores de forma recursiva:
  - Mas neste caso:
    - Seleciona um elemento de referência no vector (pivot).
    - Posiciona à esquerda do pivot os elementos inferiore
    - Posiciona à direita do pivot os elementos superiores.

Complexidade Algorítmica:

definição Notação *Big-O* 

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

#### Quick Sort

- Algoritmo de Ordenação Rápida;
- Características:
  - · Recursivo:
  - "Dividir para Conquistar";
  - Tal como o Merge Sort, divide o vector em duas partes e "ataca" cada um dos sub-vectores de forma recursiva;
  - Mas neste caso:
    - · Seleciona um elemento de referência no vector (pivot)
    - Posiciona à esquerda do pivot os elementos inferiores
    - Posiciona à direita do pivot os elementos superiores.

#### Complexidade Algorítmica: Introdução

Complexidade Algorítmica:

definição

Notação Bia-O

Notação Big-C

Motivação

### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção

#### Ordenação por Fusão

### Quick Sort

- Algoritmo de Ordenação Rápida;
- · Características:
  - · Recursivo;
  - · "Dividir para Conquistar";
  - Tal como o Merge Sort, divide o vector em duas partes e "ataca" cada um dos sub-vectores de forma recursiva:
  - Mas neste caso:
    - Seleciona um elemento de referência no vector (pivot);
    - Posiciona à esquerda do pivot os elementos inferiores
    - Posiciona à direita do pivot os elementos superiores.

Complexidade Algorítmica:

definição Notação Big-O

Notação Dig-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

#### Quick Sort

Complexidade:

- Algoritmo de Ordenação Rápida;
- · Características:
  - · Recursivo:
  - · "Dividir para Conquistar";
  - Tal como o Merge Sort, divide o vector em duas partes e "ataca" cada um dos sub-vectores de forma recursiva;
  - Mas neste caso:
    - Seleciona um elemento de referência no vector (pivot);
    - Posiciona à esquerda do pivot os elementos inferiores
    - Posiciona à direita do pivot os elementos superiores.

Complexidade Algorítmica: definicão

Notação Big-O

Notação Big-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

#### Oulok Cort

- Algoritmo de Ordenação Rápida;
- · Características:
  - · Recursivo:
  - · "Dividir para Conquistar";
  - Tal como o Merge Sort, divide o vector em duas partes e "ataca" cada um dos sub-vectores de forma recursiva;
  - Mas neste caso:
    - Seleciona um elemento de referência no vector (pivot);
    - Posiciona à esquerda do pivot os elementos inferiores;
    - Posiciona à direita do pivot os elementos superiores.

Complexidade Algorítmica: definicão

Notação Big-O

Ivolação big-C

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

#### Quick Sort

Notação Big-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

comparação

Complexidade:

- Algoritmo de Ordenação Rápida;
- · Características:
  - Recursivo:
  - "Dividir para Conquistar";
  - Tal como o Merge Sort, divide o vector em duas partes e "ataca" cada um dos sub-vectores de forma recursiva:
  - Mas neste caso:
    - Seleciona um elemento de referência no vector (pivot);
    - Posiciona à esquerda do pivot os elementos inferiores;
    - Posiciona à direita do pivot os elementos superiores.

### QuickSort

#### Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O

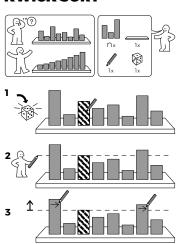
#### Ordenação

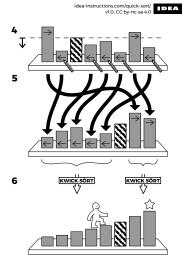
Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

#### Quick Sort

### **KWICK SÖRT**





#### Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação Complexidade Algorítmica:

definição Notação Big-O

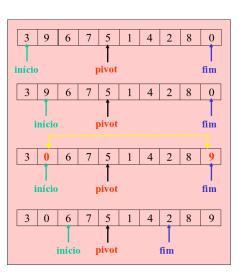
#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção

## Ordenação por Fusão Quick Sort

### QuickSort



Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação

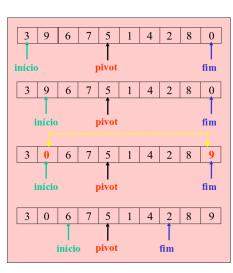
(Bolha) Ordenação por Inserção

Ordenação por Fusão

#### Quick Sort

Complexidade: comparação

09 25



### 1 Escolher o pivot;

- 2 Movimentar o "inicio" at encontrar um elemento maior que o pivot;
- Movimentar o "fim" até encontrar um element menor que o pivot;
- 4 Trocar o elemento encontrado no ponto 2 com o elemento encontrado no ponto 3:
- 6 Recomeçar o processo (i.e. voltar ao ponto 2) até que: "inicio" > "fim"

#### Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação *Big-O* 

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

### Ordenação por Fusão Quick Sort

3

início

3 9

3

início

início

0 6

6

6

início

5

pivot

pivot

5

pivot

5

pivot

4

fim

fim

fim

fim

8

8 9

2

#### Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação Complexidade Algorítmica:

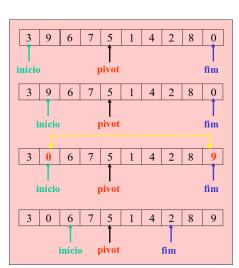
definição Notação Big-O

#### Ordenação

Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

### Quick Sort



- Escolher o pivot;
- Movimentar o "inicio" até encontrar um elemento major que o pivot:
- Movimentar o "fim" até encontrar um elemento menor que o pivot:

#### Complexidade Algorítmica: Introdução

#### Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação Big-O

#### Ordenação Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

### Quick Sort



Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação Big-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

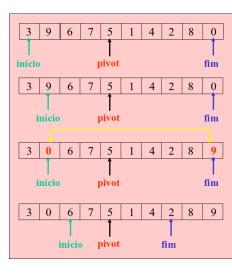
### Quick Sort

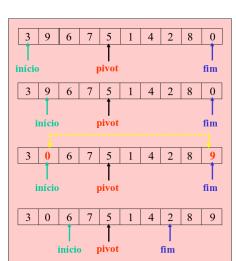
Complexidade:

comparação

Escolher o pivot;

- Movimentar o "inicio" até encontrar um elemento major que o pivot:
- Movimentar o "fim" até encontrar um elemento menor que o pivot:
- Trocar o elemento encontrado no ponto 2 com o elemento encontrado no ponto 3;





- Escolher o pivot;
- 2 Movimentar o "inicio" até encontrar um elemento maior que o pivot;
- Movimentar o "fim" até encontrar um elemento menor que o pivot;
- 4 Trocar o elemento encontrado no ponto 2 com o elemento encontrado no ponto 3;
- 5 Recomeçar o processo (i.e. voltar ao ponto 2) até que: "inicio" > "fim"

#### Complexidade Algorítmica: Introdução

#### Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação *Big-O* 

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha) Ordenação por Inserção

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

### Quick Sort



Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção

Ordenação por Fusão

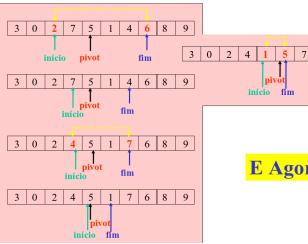
#### Quick Sort

comparação

Complexidade:

E Agora?

8





Motivação

Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção

Ordenação por Fusão

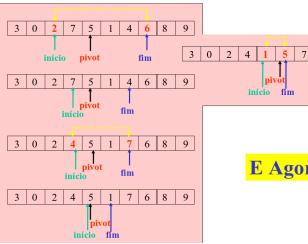
#### Quick Sort

comparação

Complexidade:

E Agora?

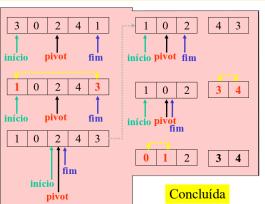
8

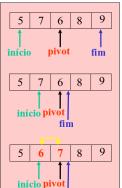




- Temos 2 subproblemas;
- 3 0 2 4 1 5 7 6 8 9

- "Atacamos" cada um deles em separado, utilizando o mesmo método;





fim

#### Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação Complexidade Algorítmica: definicão

Notação Big-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção

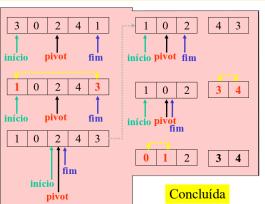
### Ordenação por Fusão

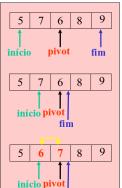
### Quick Sort



- Temos 2 subproblemas;
- 3 0 2 4 1 5 7 6 8 9

- "Atacamos" cada um deles em separado, utilizando o mesmo método;





fim

#### Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação Complexidade Algorítmica: definicão

Notação Big-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção

### Ordenação por Fusão

### Quick Sort

Algorítmica: Introdução Motivação Complexidade Algorítmica:

Complexidade

definição

Notação Big-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha) Ordenação por Inserção

Ordenação por Fusão

#### Quick Sort

Complexidade

Algorítmica: Introdução

```
Motivação
Complexidade Algorítmica:
definição
Notação Big-O
Ordenação
```

#### Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha) Ordenação por Inserção

Ordenação por Fusão Quick Sort

ick Sort

```
static void quickSort(int[] a, int start, int end) {
 assert validSubarray(a, start, end);
 int n = end-start;
 if (n < 2) // should be higher (10)!
    sequentialSort(a, start, end);
 else {
    int posPivot = partition(a, start, end);
    quickSort(a, start, posPivot);
    if (posPivot+1 < end)</pre>
      quickSort(a, posPivot+1, end);
 assert isSorted(a, start, end);
static int partition(int[] a, int start, int end) {
 int pivot = a[end-1];
 int i1 = start-1;
 int i2 = end-1:
 while (i1 < i2) {
   do
      i1++;
   while (a[i1] < pivot);</pre>
   do
     i2--:
   while (i2 > start && a[i2] > pivot);
   if (i1 < i2)
      swap(a, i1, i2);
  swap(a, i1, end-1);
 return i1;
```

```
Complexidade Algorítmica:
 definição
 Notação Big-O
Ordenação
 Ordenação por Seleção
 Ordenação por Flutuação
```

Complexidade

Algorítmica: Introdução

Motivação

Ordenação por Fusão Quick Sort

(Bolha) Ordenação por Inserção

```
static void quickSort(int[] a, int start, int end) {
 assert validSubarray(a, start, end);
 int n = end-start;
 if (n < 2) // should be higher (10)!
    sequentialSort(a, start, end);
 else {
    int posPivot = partition(a, start, end);
    quickSort(a, start, posPivot);
    if (posPivot+1 < end)</pre>
      quickSort(a, posPivot+1, end);
 assert isSorted(a, start, end);
static int partition(int[] a, int start, int end) {
 int pivot = a[end-1];
 int i1 = start-1;
 int i2 = end-1:
 while (i1 < i2) {
   do
      i1++;
   while (a[i1] < pivot);</pre>
   do
     i2--:
   while (i2 > start && a[i2] > pivot);
   if (i1 < i2)
      swap(a, i1, i2);
  swap(a, i1, end-1);
 return i1;
```

- · Algoritmo muito eficiente:
- Melhor Caso: quando o pivot escolhido em cada invocação for um valor mediano do conjunto de elementos: O(n · log(n));
- Pior Caso: quando o pivot escolhido em cada invocação for um valor extremo do conjunto de elementos: O(n²)
- Caso Médio: em casos normais os pivots 'caiem' entre a mediana e os extremos, mas mesmo assim o tempo é da ordem de O(n · log(n))

Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação Big-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

#### Quick Sort

# Algoritmo muito eficiente;

- Melhor Caso: quando o pivot escolhido em cada invocação for um valor mediano do conjunto de elementos: O(n · log(n));
- Pior Caso: quando o pivot escolhido em cada invocação for um valor extremo do conjunto de elementos: O(n²)
- Caso Médio: em casos normais os pivots 'caiem' entre a mediana e os extremos, mas mesmo assim o tempo é da ordem de O(n · log(n))

#### Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação Complexidade Algorítmica: definição

Notação Big-O

### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

# uick Sort

# Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

# Quick Sort

Complexidade: comparação

Algoritmo muito eficiente;

- Melhor Caso: quando o pivot escolhido em cada invocação for um valor mediano do conjunto de elementos: O(n · log(n));
- Pior Caso: quando o pivot escolhido em cada invocação for um valor extremo do conjunto de elementos: O(n²)
- Caso Médio: em casos normais os pivots 'caiem' entre a mediana e os extremos, mas mesmo assim o tempo é da ordem de O(n · log(n))

- Algoritmo muito eficiente;
- Melhor Caso: quando o pivot escolhido em cada invocação for um valor mediano do conjunto de elementos: O(n · log(n));
- Pior Caso: quando o pivot escolhido em cada invocação for um valor extremo do conjunto de elementos: O(n²)
- Caso Médio: em casos normais os pivots 'caiem' entre a mediana e os extremos, mas mesmo assim o tempo é da ordem de O(n · log(n))

Motivação
Complexidade Algorítmica:
definicão

Notação Big-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

# Duick Sort

- Algoritmo muito eficiente;
- Melhor Caso: quando o pivot escolhido em cada invocação for um valor mediano do conjunto de elementos: O(n · log(n));
- Pior Caso: quando o pivot escolhido em cada invocação for um valor extremo do conjunto de elementos: O(n²)
- Caso Médio: em casos normais os pivots 'caiem' entre a mediana e os extremos, mas mesmo assim o tempo é da ordem de O(n · log(n))

Motivação Complexidade Algorítmica: definicão

Notação Big-O

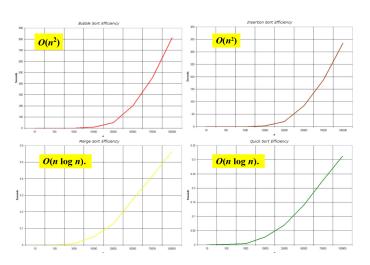
# Ordenação Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

# luick Sort

# **Complexidade: Gráficos Comparativos**



Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação Complexidade Algorítmica:

definição Notação *Big-O* 

## Ordenação

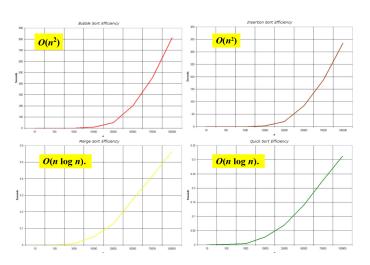
Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

Ordenação por Fusão

Quick Sort

# **Complexidade: Gráficos Comparativos**



Ordenação e Complexidade Algorítmica

Complexidade Algorítmica: Introdução

Motivação Complexidade Algorítmica:

definição Notação *Big-O* 

## Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

Ordenação por Fusão

Quick Sort

Complexidade Algorítmica: definição Notação Big-O

## Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

Quick Sort

## Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

Quick Sort

comparação

Complexidade:

 Com um número relativamente baixo de elementos, o desempenho dos diferentes algoritmos não se distingue muito bem:

definição Notação Bia-O

#### Ordenação Ordenação por Seleção

Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão

Quick Sort

Complexidade:

comparação

- Com um número relativamente baixo de elementos, o desempenho dos diferentes algoritmos não se distingue muito bem:
- Quando o número de elementos é pequeno (n < 50), o</li> InsertionSort é uma boa opção, porque é muito rápido e simples;

- Quando o número de elementos é pequeno (n < 50), o</li> InsertionSort é uma boa opção, porque é muito rápido e simples;
- Quando o número de elementos aumenta, o QuickSort é aquele que apresenta melhor desempenho (médio) logo seguido do MergeSort.1

# Motivação

Complexidade Algorítmica: definição Notação Bia-O

#### Ordenação

Ordenação por Seleção Ordenação por Flutuação (Bolha)

Ordenação por Inserção Ordenação por Fusão Quick Sort

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Dos algoritmos de ordenação apresentados!