

Campo Electromagnético

Força magnética entre fios.

- Lei de Ampère.
- Rotacional, fluxo e divergência do campo magnético.
- Resolução de exercícios.

Maria Rute André
rferreira@ua.pt

1

Força magnética entre fios

Consideremos dois fios condutores, de comprimento L_1 e L_2 , que transportam correntes diferentes.

A força total exercida em cada fio será:

$$\vec{F}_{21} = I_2 \vec{L}_2 \times \vec{B}_1 \quad \wedge \quad \vec{F}_{12} = I_1 \vec{L}_1 \times \vec{B}_2$$

Em módulo:

$$F_{21} = I_2 L_2 B_1 \quad \wedge \quad F_{12} = I_1 L_1 B_2$$

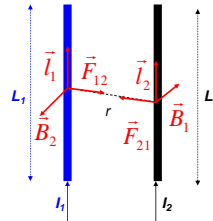
Pela Lei de Biot-Savart

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} \quad \wedge \quad B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r}$$

$$F_{21} = \frac{\mu_0 I_2 I_1 L_2}{2\pi r} \quad \wedge \quad F_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 L_1}{2\pi r}$$

Considerando os fios infinitos,

Pela "regra da mão direita", cada força tende a aproximar um fio do outro



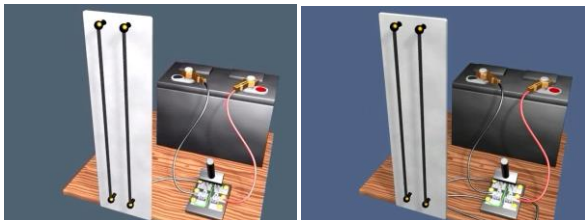
2

Força magnética entre fios

Consideremos dois fios condutores que transportam correntes diferentes. Se considerarmos que os fios têm o mesmo comprimento L .

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}$$

Força por unidade de comprimento



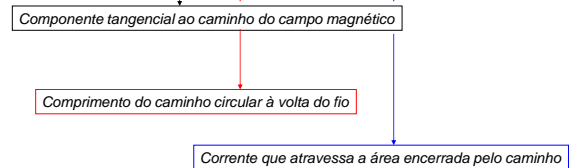
Corrente a circular no mesmo sentido Corrente a circular em sentidos opostos

3

Lei de Ampère

Sabemos que, se tivermos um fio com uma corrente I , as linhas de campo são circulares e concêntricas com o fio, sendo o campo dado por:

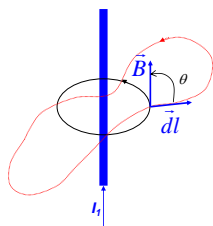
$$B 2\pi r = \mu_0 I \quad (\text{pela lei de Biot-Savart})$$



A lei de Ampère generaliza este resultado para qualquer forma de caminho e de fio

4

Lei de Ampère



Vamos considerar um qualquer caminho

$$d\vec{l} \cdot \vec{B} = dlB \cos \theta$$

A lei de Ampere diz que o integral de Bdl à volta do caminho fechado é dado por:

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I \Leftrightarrow \oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{J} dS$$

Convenção: A circulação no caminho é feita, tal que o observador que percorre a linha vê a superfície por ela definida do seu lado esquerdo.

Nota: Se o caminho não encerra nenhuma corrente $\oint \vec{B} d\vec{l} = 0$

5

Lei de Ampère: exemplos de aplicação

1. Fios infinitos atravessados por uma corrente I
2. Planos infinitos com espessura b e densidade de corrente J
3. Solenoide infinito
4. Toroide

Rotacional do campo magnético

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I$$

Pelo teorema de Stokes: $\oint \vec{A} d\vec{l} = \int_S \text{rot} \vec{A} d\vec{l}$

Vem:

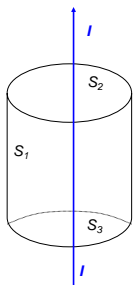
$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \int_S \text{rot} \vec{B} d\vec{S} = \mu_0 I \Leftrightarrow \frac{1}{dS} \int_S \text{rot} \vec{B} d\vec{S} = \mu_0 \frac{I}{dS} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\text{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{J}}$$

6

Fluxo de campo magnético

Definimos com sendo o numero de linhas de campo que atravessam uma dada superfície.



O fluxo de B através da superfície cilíndrica é dado por:

$$\phi = \int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_{S_1} \vec{B} d\vec{S} + \int_{S_2} \vec{B} d\vec{S} + \int_{S_3} \vec{B} d\vec{S}$$

Para S_1 , S_2 e S_3 o vector \vec{B} é perpendicular a $d\vec{S}$

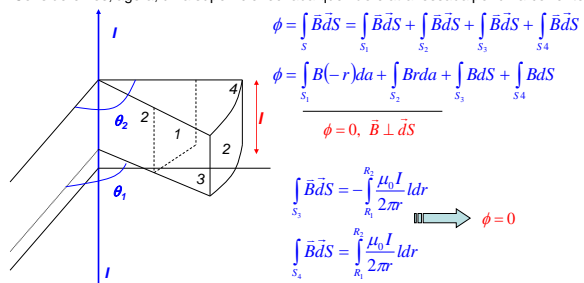
$$\phi = \int_S \vec{B} d\vec{S} = 0$$

7

Fluxo de campo magnético

Definimos com sendo o numero de linhas de campo que atravessam uma dada superfície.

Consideremos, agora, uma superfície fechada que não é atravessada por uma corrente I



$$\phi = \int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_{S_1} \vec{B} d\vec{S} + \int_{S_2} \vec{B} d\vec{S} + \int_{S_3} \vec{B} d\vec{S} + \int_{S_4} \vec{B} d\vec{S}$$

$$\phi = \int_{S_1} B(-r) da + \int_{S_2} Br da + \int_{S_3} B dS + \int_{S_4} B dS$$

$$\phi = 0, \vec{B} \perp d\vec{S}$$

$$\int_{S_3} \vec{B} d\vec{S} = - \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} l dr$$

$$\int_{S_4} \vec{B} d\vec{S} = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} l dr$$

$$\Rightarrow \phi = 0$$

O integral do vector campo magnético através de qualquer superfície (quer esteja ou não atravessada por uma corrente) é sempre nulo.

8

Divergência do campo magnético

Sabemos que: $\int \vec{B} d\vec{S} = 0$

Pelo teorema de Gauss que diz que: $\int_s A dS = \int_V \text{div} \vec{A} dV$



$$\begin{aligned} \int_s \vec{B} d\vec{S} = 0 &= \int_V \text{div} \vec{B} dV \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \int_V \text{div} \vec{B} dV = 0 &\Leftrightarrow \boxed{\text{div} \vec{B} = 0} \end{aligned}$$