

Fontes de Incerteza

Existem domínios de aplicação nos quais a incerteza é parte inerente do problema devido a dados ausentes ou imprecisos e/ou relações causa-efeito não determinísticas.

Exemplos

Perito	Tratamento Prescrito	
A	600-800mg, 3 vezes por dia	Impreciso
B	400mg 4 vezes ao dia ou 200mg 1 vez por dia	Inconsistente
C	500mg	Incompleto
D	Cerca de 650mg, 2-3 vezes por dia	Vago

Raciocínio com Incerteza exige:

- Quantificação de Incerteza
- Método de combinação dos valores de Incerteza

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

1

Grau de Crença versus Grau de Verdade

Grau de crença → Teoria das Probabilidades

↪ Ex. 80% dos pacientes com dor de dentes têm cáries

Uma probabilidade de 0.8 não significa “80% verdade” mas sim um grau de crença de 80% na regra, ou seja, em 80% dos casos a regra é verdadeira

Grau de verdade → Lógica Fuzzy

↪ Ex. Mário é alto

a proposição é verdadeira para uma altura de Mário 1.65m ?

...mais ou menos....

Observar que não há incerteza, estamos seguros da altura de Mário.

O termo linguístico “alto” é vago, como interpretá-lo?

A Teoria de conjuntos Fuzzy permite especificar quão bem um objecto satisfaz uma descrição vaga.

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

2

Grau de Crença versus Grau de Verdade

- As técnicas baseadas na teoria das Probabilidades, são aptas para lidar com incerteza proveniente de variações estatísticas ou aleatoriedade
 - Apropriadas para quantificar a certeza de uma hipótese
 - No entanto não estão aptas para caracterizar o significado da hipótese
- A lógica difusa trata um tipo diferente de fonte de incerteza: incerteza presente no uso da linguagem

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

3

Lógica Fuzzy

Tecnologia que permite definir modelos complexos do mundo real através de variáveis e regras simples

- Surgiu com *Lofti Zadeh* em 1965
- O *boom* foi nos anos 80, no Japão
- Lógica *Fuzzy* é uma nova forma de pensamento sobre o mundo
- É uma técnica baseada em graus de verdade
 - os valores 0 e 1 ficam nas extremidades
 - inclui os vários estados de verdade entre 0 e 1

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

4

Porquê usar Lógica Fuzzy ?

- Grande parte da compreensão humana sobre os acontecimentos dos factos é imprecisa
- Em muitos casos, a precisão pode ser um tanto inútil, enquanto instruções vagas podem ser melhor interpretadas e realizadas

Exemplo de compreensão humana

- Invulgar:
“Comece a travar *10 metros antes* do sinal STOP”
- Vulgar:
“Comece a travar *perto* da faixa dos peões”
- Sistemas Periciais devem trabalhar com informações vindas do mundo real (muitas delas imprecisas)
 - ↳ **devem ser capazes de reconhecer, representar, manipular, interpretar e usar imprecisões**

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

5

Conceito de Lógica Fuzzy

Ao utilizar-se a lógica convencional, definem-se regras como: “*Pessoas jovens são aquelas cujas idades estão entre 0 e 20*”

Nesta lógica, uma pessoa com 20 anos e 1 dia não é considerada uma pessoa jovem

Porém, sabemos que isso não é verdade no mundo real

Daí a necessidade de se utilizar Lógica Fuzzy para descrever o grau de pertença de uma pessoa ao conjunto de jovens

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

6

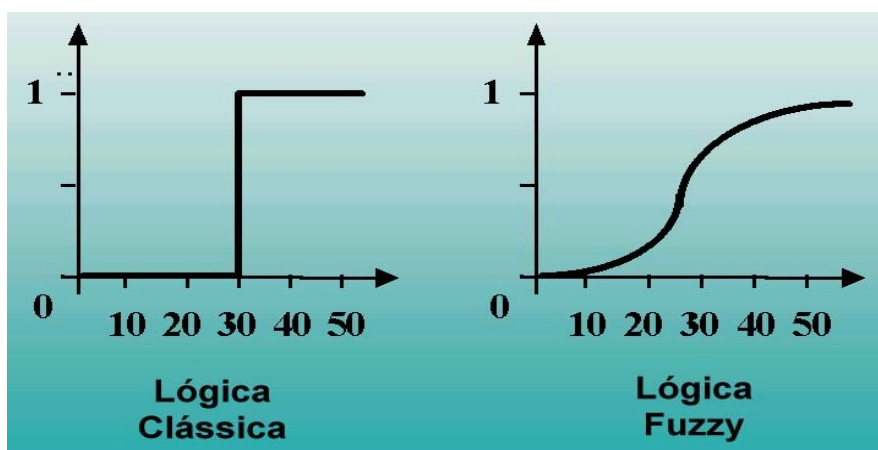
Conjuntos *Fuzzy*

- Um conjunto *fuzzy* corresponde a alargar a noção de conjunto, para permitir a representação de conceitos definidos por fronteiras difusas, como os que surgem na linguagem natural, ou conceitos qualitativos
- A função de pertença a um conjunto *fuzzy* indica com que grau um conceito específico é membro de um conjunto
- São funções que mapeam o valor que poderia ser um membro do conjunto para um número entre 0 e 1
 - O grau de pertença 0 indica que o valor não pertence ao conjunto
 - O grau 1 significa que o valor é uma representação completa do conjunto
- A definição do conceito depende do contexto

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

7

Lógica Fuzzy



Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

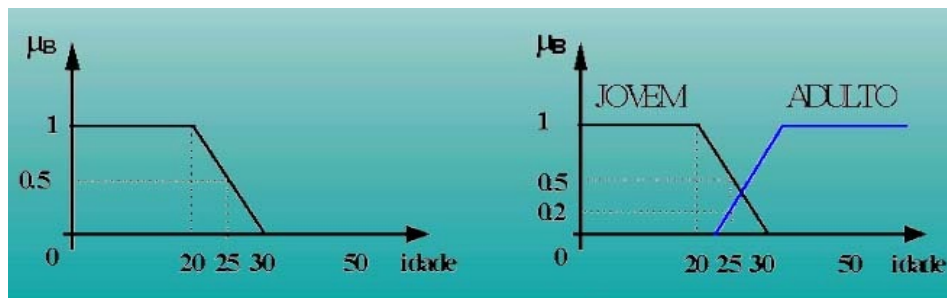
8

Lógica Fuzzy

No gráfico abaixo:

- O valor 1 significa que a pessoa pertence ao grupo de jovens;
- O valor 0 significa que a pessoa não pertence ao grupo;
- Os valores intermédios indicam o grau de pertença da pessoa ao grupo:

se possui 25 anos é 50% jovem e 20% adulto



Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

9

Lógica Fuzzy

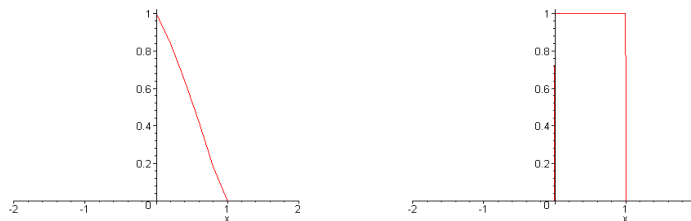
- O grau de pertença a um conjunto difuso é também designado por *possibilidade*
- Considerando ainda o exemplo anterior:
 - se o indivíduo I possui 25 anos é 50% jovem e 20% adulto podemos dizer que
 - A possibilidade do indivíduo pertencer ao grupo dos jovens é 50
 - A possibilidade do indivíduo pertencer ao grupo dos adultos é 20
- As funções de pertença podem ser ajustadas de modo a que a soma dos valores de pertença aos vários conjuntos seja 1
 - No entanto tal não é exigido

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

10

Lógica Fuzzy

- A transição entre ser membro e não ser é **gradual** e não é **abrupta**!



- Os conceitos **vagos** (inteligente, rico, bonito) são **subjectivos e dependentes do contexto**

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

11

Lógica Fuzzy

Conjuntos Normais: função característica - medida de pertença associada ao conjunto A

$$\mu_A(x) \in \{0, 1\}$$

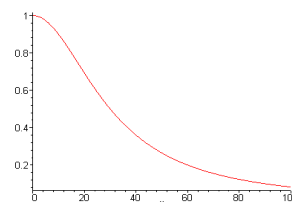
Conjunto Vago: quando os elementos têm um **grau de pertença** relativamente ao conjunto.

$$A = \{(\mu_A(x), x) : x \in U\}$$

Exemplo

- U = {x | x é uma idade entre 0 e 100}
- A = conjunto das idades jovens

$$\mu_A(x) = \left(1 + \left(\frac{x}{30}\right)^2\right)^{-1}$$

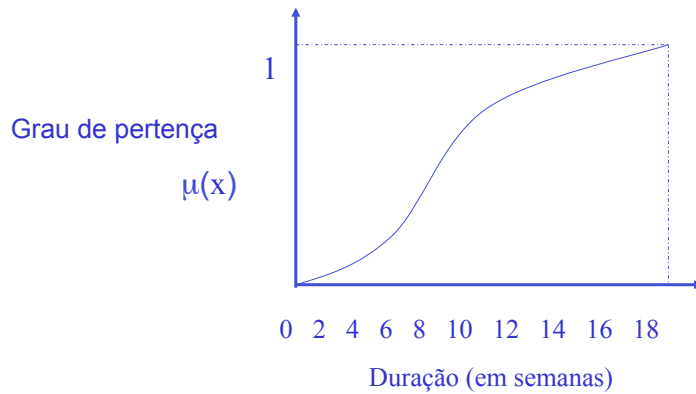


Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

12

Lógica Fuzzy

Um Projecto Longo



Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

13

Lógica Fuzzy

- Como se obtém μ ?
 - É subjectivo !
 - Por vezes é uma medida consensual
- É necessário exprimir μ com números?
 - Não necessariamente !
 - Podem ser usados números vagos
- μ é uma probabilidade?
 - Não. É uma **medida de compatibilidade** entre um objecto e o conceito denotado pelo conjunto vago

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

14

Lógica *Fuzzy*

Projecto Longo

O que significa Longo ?

A que conjunto Longo pertence ?

Modelo dependente do Contexto

- Esta variação de grau de Longo significa que alguns projectos estarão mais fortemente associados com a categoria Longo do que outros
- Este grau pode assumir qualquer valor num determinado intervalo, não ficando restrito apenas a PERTENCER ou NÃO PERTENCER aquele intervalo

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

15

Variáveis Linguísticas

- São o centro da técnica de modelagem dos sistemas *fuzzy*
- As variáveis linguísticas armazenam termos linguísticos
- Um termo linguístico é o nome do conjunto *fuzzy*
- Pode ser usado num sistema baseado em regras para tomada de decisão

Exemplo

if projecto.duração *is* LONGO
then risco *is* maior

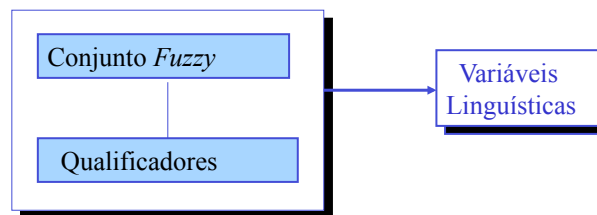
- Transmitem o conceito de qualificadores
- Qualificadores (ou intensificadores linguísticos) mudam a forma do conjunto *fuzzy*

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

16

Variáveis Linguísticas

- Algumas qualificadores associados ao conjunto LONGO:
 - muito LONGO
 - um tanto LONGO
 - ligeiramente LONGO
 - positivamente não muito LONGO



Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

17

Variáveis Linguísticas

- Permitem que a linguagem da modelação *fuzzy* expresse a semântica usada por especialistas

Exemplo:

If projeto.duração *is* positivamente não muito LONGO
then risco *is* ligeiramente reduzido

- Encapsula as propriedades dos conceitos imprecisos numa forma usada computacionalmente
- Reduz a complexidade do problema
- Representam sempre um espaço *fuzzy*

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

18

Terminologia

- A afirmação “a temperatura é baixa” envolve:
 - o conjunto difuso “temperatura baixa”
 - a variável difusa “temperatura”
- A variável pode tomar qualquer valor de um conjunto global (por exemplo, o conjunto de todas as temperaturas)
- Cada valor da variável tem associado um grau de pertença a um conjunto difuso (por exemplo, temperatura baixa)

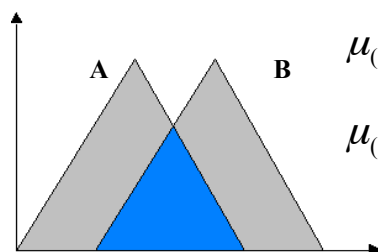
Operadores dos Conjuntos *Fuzzy*

Intersecção

Sejam

X um conjunto de pontos

A e B conjuntos contidos em X



$$\mu_{(A \cap B)}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

$$\mu_{(A \cap B)}(x) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x)$$

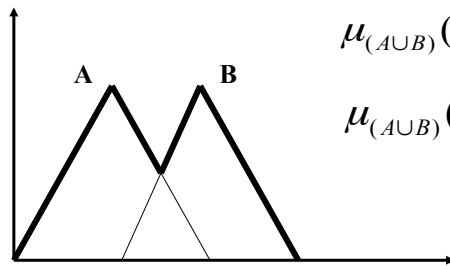
Operadores dos Conjuntos *Fuzzy*

União

Sejam

X um conjunto de pontos

A e B conjuntos contidos em X



$$\mu_{(A \cup B)}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

$$\mu_{(A \cup B)}(x) = \mu_A(x) \vee \mu_B(x)$$

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

21

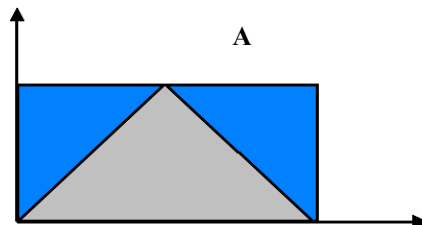
Operadores dos Conjuntos *Fuzzy*

Complemento

Sejam

X um conjunto de pontos

A um conjunto contido em X



$$\neg \mu_A(x) = 1 - \mu_A(x)$$

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

22

Operadores dos Conjuntos *Fuzzy*

Em conjuntos *Fuzzy*,

$$\mu(\neg A \cup A) \neq \mu(TRUE) \text{ e } \mu(\neg A \cap A) \neq \mu(FALSE),$$

o que não satisfaz a teoria dos conjuntos clássica

Considere $\mu(A) = 1/2$,

$$\begin{aligned}\mu(\neg A \cup A) &= \max(\neg \mu(A), \mu(A)) \\ &= \max(1 - 1/2, 1/2) \\ &= 1/2 \neq 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mu(\neg A \cap A) &= \min(\neg \mu(A), \mu(A)) \\ &= \min(1 - 1/2, 1/2) \\ &= 1/2 \neq 0\end{aligned}$$

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

23

Sistemas *Fuzzy*

- Sistemas Periciais incertos são modelados a partir de:
 - probabilidade *Bayesiana*
 - alguns factores de confiança ou certeza

If altura > 1.75 and altura < 1.80
then peso is 80, CF = 0.82
- Sistemas *Fuzzy* fornecem aos Sistemas Periciais um método mais consistente e matematicamente mais forte para manipulação de incertezas
- Ambas alternativas confiam na transferência por parte dos peritos de valores incertos fora do próprio modelo

if altura is ALTA then peso is PESADO

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

24

Raciocínio *Fuzzy*

- Nos Sistemas Periciais convencionais:
 - as proposições são executadas sequencialmente
 - heurísticas e algoritmos são usados para reduzir o número de regras examinadas
- Nos Sistemas Periciais *Fuzzy*:
 - o protocolo de raciocínio é um paradigma de processamento paralelo
 - todas as regras são disparadas

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

25

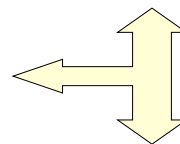
Etapas do Raciocínio *Fuzzy*

1ª FUZZIFICAÇÃO

2ª INFERÊNCIA

3ª DEFUZZIFICAÇÃO

AGREGAÇÃO

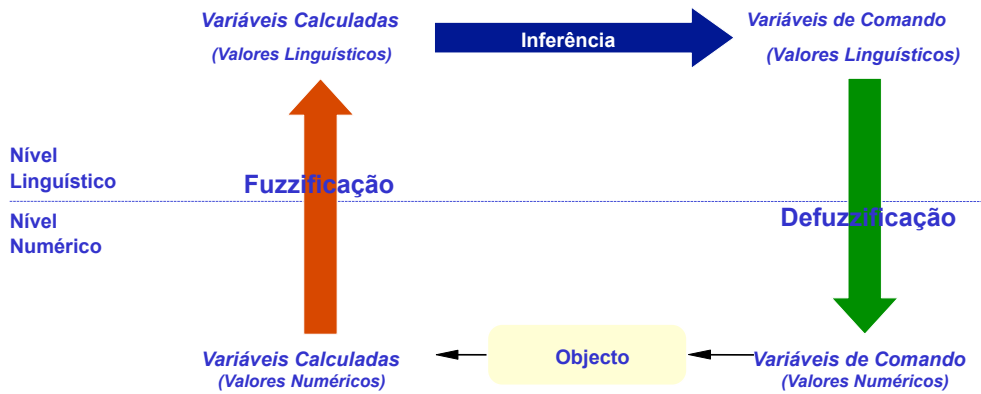


COMPOSIÇÃO

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

26

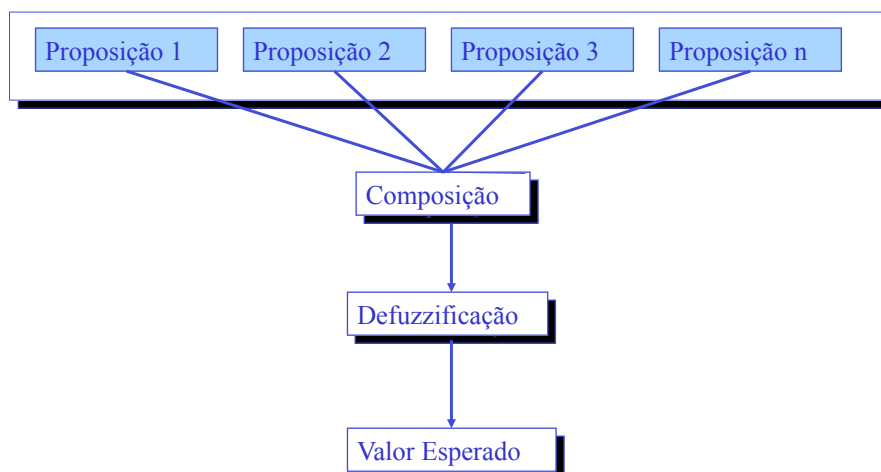
Etapas do Raciocínio *Fuzzy*



Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

27

Etapas do Raciocínio *Fuzzy*



Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

28

Fuzzificação

Etapa na qual as variáveis linguísticas são definidas de forma subjectiva, bem como as funções membro (funções de pertença)

Engloba:

- Análise do Problema
- Definição das Variáveis
- Definição das Funções de Pertença
- Criação das Regiões

Na definição das funções de pertença para cada variável, diversos tipos de espaço podem ser gerados:

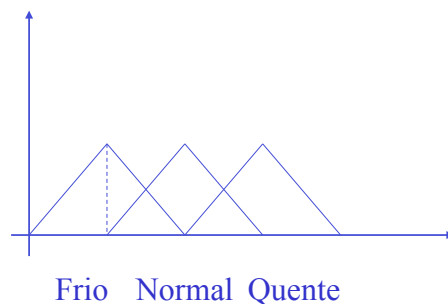
Triangular, Trapezoidal, Singleton e Shouldered

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

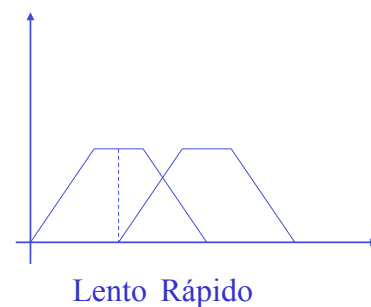
29

Fuzzificação

TRIANGULAR



TRAPEZOIDAL



Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

30

Inferência

Etapa na qual as proposições (regras) são definidas e depois são examinadas paralelamente

Engloba:

- Definição das proposições
- Análise das Regras
- Criação da região resultante

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

31

Inferência

- O mecanismo chave do modelo *Fuzzy* é a proposição
- A proposição é o relacionamento entre as variáveis do modelo e regiões *Fuzzy*
- Na definição das proposições, deve-se trabalhar com:

PROPOSIÇÕES CONDICIONAIS

if W is Z then X is Y

PROPOSIÇÕES NÃO-CONDICIONAIS

X is Y

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

32

Inferência

AGREGAÇÃO

Calcula a importância de uma determinada regra para a situação corrente

COMPOSIÇÃO

Calcula a influência de cada regra nas variáveis de saída.

Regras de Inferência

R1 IF duração = longa AND qualidade = alta THEN risco = médio

R2 IF duração = média AND qualidade = alta THEN risco = baixo

R3 IF duração = curta AND qualidade = baixa THEN risco = baixo

R4 IF duração = longa AND qualidade = média THEN risco = alto

33

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

Inferência

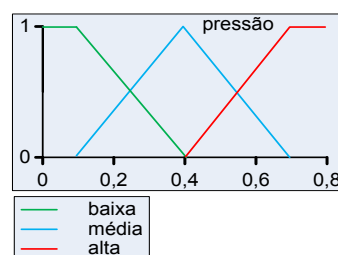
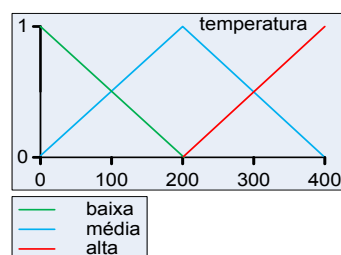
Criação das regiões resultantes

A criação das regiões resultantes consiste na modificação das funções de pertinência dos diferentes conjuntos difusos associados às variáveis de saída. Esta modificação é realizada através da aplicação de transformações de escala. Para exemplificar este processo vamos considerar o seguinte exemplo:

R1 IF temperatura é alta THEN pressão é alta

R2 IF temperatura é média THEN pressão é média

R3 IF temperatura é baixa THEN pressão é baixa



34

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

Inferência

Criação das regiões resultantes (continuação)

Consideremos que a temperatura é de 350 °C e que o grau de pertença aos conjuntos alta, média e baixa é 0.75, 0.25 e 0, respectivamente.

Consideremos ainda que inicialmente os valores de possibilidade para a pressão são nulos ($\mu_{\text{PressãoAltaInicial}} = 0$, $\mu_{\text{PressãoMédiaInicial}} = 0$).

Disparando as regras obtemos os seguintes valores de possibilidade para a variável pressão:

$$\mu_{\text{PressãoAlta}} = \max(\mu_{\text{TemperaturaAlta}}, \mu_{\text{PressãoAltaInicial}}) = \max(0.75, 0) = 0.75$$

$$\mu_{\text{PressãoMédia}} = \max(\mu_{\text{TemperaturaMédia}}, \mu_{\text{PressãoMédiaInicial}}) = \max(0.25, 0) = 0.25$$

Inferência

Criação das regiões resultantes (continuação)

No caso de haver mais do que uma regra a obter a mesma conclusão, o valor de pertença a associar à conclusão será o maior. Exemplo:

IF X is V1 AND Y is V2 THEN C is V3 ($\mu_C \text{ is V3} = \min(\mu_X \text{ is V1}, \mu_Y \text{ is V2}) = \mu_1$)

IF X is V4 AND Z is V5 THEN C is V3 ($\mu_C \text{ is V3} = \min(\mu_X \text{ is V4}, \mu_Z \text{ is V5}) = \mu_2$)

Logo,

$$\mu_C \text{ is V3} = \max(\mu_1, \mu_2)$$

Alternativamente, as duas regras anteriores são equivalentes à seguinte regra:

IF (X is V1 AND Y is V2) OR (X is V4 AND Z is V5) THEN C is V3

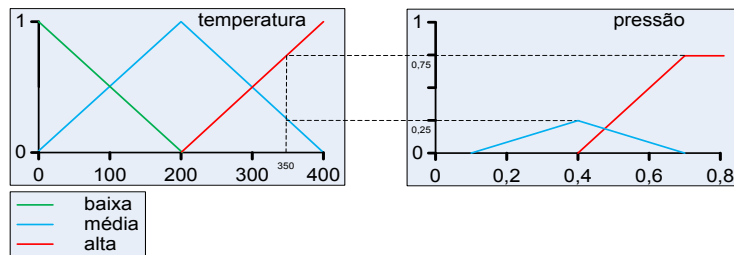
$$\mu_C \text{ is V3} = \max(\min(\mu_X \text{ is V1}, \mu_Y \text{ is V2}), \min(\mu_X \text{ is V4}, \mu_Z \text{ is V5})) = \max(\mu_1, \mu_2)$$

Inferência

Criação das regiões resultantes (continuação)

Para definir as regiões resultantes será agora necessário ajustar os conjuntos difusos associados às variáveis de saída de acordo com as possibilidades calculadas (no nosso exemplo $\mu_{\text{PressãoAlta}}=0.75$ e $\mu_{\text{PressãoMédia}}=0.25$):

- Alternativa 1: Regra do produto de Larsen – os valores das funções de pertença são multiplicados pelos valores das possibilidades calculadas – o efeito corresponde a comprimir as funções de pertença de modo a que os picos correspondam aos respectivos valores de possibilidade:



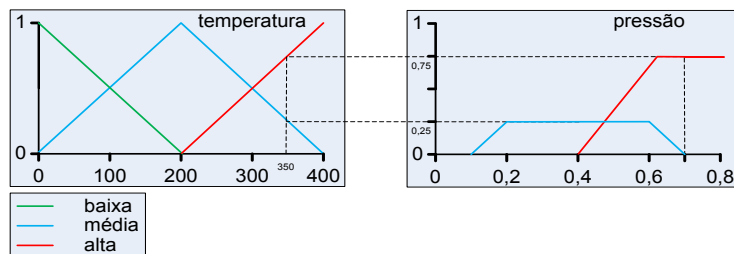
Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

37

Inferência

Criação das regiões resultantes (continuação)

- Alternativa 2: Regra de truncagem – os valores das possibilidades calculadas são usados para truncar as funções de pertença:



Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

38

Defuzzificação

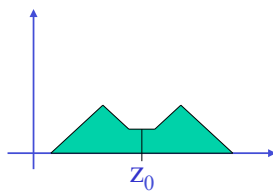
- Etapa no qual as regiões resultantes são convertidas em valores para a variável de saída do sistema
- Esta etapa corresponde à ligação funcional entre as regiões *Fuzzy* e o valor esperado
- Dentre os diversos tipos de técnicas de defuzzificação destaca-se:
 - Centróide
 - First-of-Maxima*
 - Middle-of-Maxima
 - Critério Máximo

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

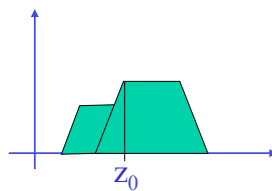
39

Defuzzificação

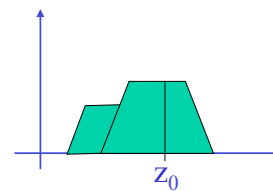
Exemplos:



Centróide



First-of-Maxima



Critério Máximo

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

40

Sistemas *Fuzzy*

- Benefícios para os especialistas:
 - habilidade em codificar o conhecimento de uma forma próxima da linguagem usada pelos peritos
- O processo de aquisição do conhecimento é:
 - mais fácil
 - menos propenso a falhas e ambiguidades
- Fácil modelar sistemas envolvendo múltiplos especialistas
 - Nos sistemas do mundo real, há vários especialistas sob um mesmo domínio
 - Representam bem a cooperação múltipla, a colaboração e os conflitos entre os especialistas

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

41

Comparação entre regras fuzzy e regras discretas

- Regras discretas:
 - if temperatura ≥ 300 then pressao is 0.6
 - if temperatura > 100 and temperatura < 300 then pressao is 0.4
 - if temperatura ≤ 100 then pressao is 0.2
- Regras fuzzy:
 - if temperatura is alta then pressao is alta
 - if temperaturura is média then pressao is média
 - if temperatura is baixa then pressao is baixa

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

42

Comparação entre regras fuzzy e regras discretas

- Considerando agora dois valores de entrada em cada um dos sistemas (temperatura1 = 150 e temperatura2 = 250), vamos analisar as respectivas saídas:
 - Regras fuzzy (usando a regra do centroide na etapa de desfuzzificação)
 - temperatura = 150: pressao = 0.325
 - temperatura = 250: pressao = 0.475
 - Regras discretas
 - temperatura = 150: pressao = 0.4
 - temperatura = 250: pressao = 0.4
- No caso das regras discretas, os valores de saída variam de forma abrupta à medida que diferentes regras disparam; para suavizar estas diferenças seria necessário definir um conjunto alargado de regras
- Pelo contrário, um conjunto reduzido de regras fuzzy permite obter variações suaves nas variáveis de saída

43

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

Sistemas *Fuzzy*

- Lógica *Fuzzy* tornou-se uma tecnologia padrão é aplicada em análise de dados e sinais de sensores, finanças e negócios, ...
- Aproximadamente 1100 aplicações bem sucedidas foram publicadas em 1996
- Utilizada em sistemas de Máquinas Fotográficas, Máquina de Lavar Roupas, Travões ABS, Ar Condicionado, etc.

44

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

Exemplo

(1)

- Problema de prescrição da dose de um medicamento (SL), em função dos parâmetros PSA e SD
- Identificação das variáveis do problema
 - Variáveis de entrada: PSA e SD
 - Variável de saída SL
- Definição dos conjuntos fuzzy associados às variáveis e respectivas funções de pertinência (perito)

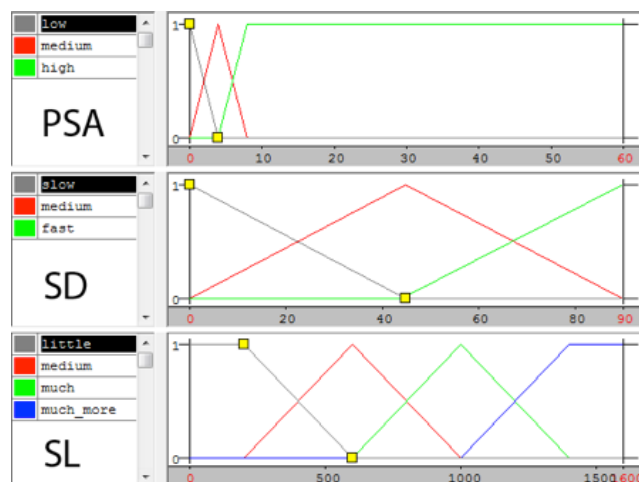
Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

45

Exemplo

(2)

- Conjuntos difusos:



Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

46

Exemplo

(3)

- Definição das regras que permitem relacionar as variáveis de entrada com a de saída (perito):

```
fuzzy_matrix prescricao
  psa * sd -> sl;

  low * slow -> little;
  low * medium -> medium;
  low * fast -> medium;

  medium * slow -> little;
  medium * medium -> medium;
  medium * fast -> much;

  high * slow -> much;
  high * medium -> much;
  high * fast -> much_more.
```

47

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

Exemplo

(4)

- Fuzificação das variáveis de entrada

```
Mem. : FUZZIFY   : psa = 3
Mem. : UPDATE    : (psa is low) = 0.25
Mem. : UPDATE    : (psa is medium) = 0.75
Mem. : UPDATE    : (psa is high) = 0
Mem. : FUZZIFY   : sd = 50
Mem. : UPDATE    : (sd is slow) = 0
Mem. : UPDATE    : (sd is medium) = 0.89
Mem. : UPDATE    : (sd is fast) = 0.13
```

PSA = 3
SD = 50
SL = ?

48

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

Exemplo

(5)

- Agregação/inferência - Determinação da região resultante relativa a cada regra (utilização do método da truncagem)

Regra: prescricao,1
(psa is low) = 0.25
(sd is slow) = 0
AND : (sl is little) = 0.25 \wedge 0 = 0

Regra: prescricao,2
(psa is low) = 0.25
(sd is medium) = 0.89
AND : (sl is medium) = 0.25 \wedge 0.89 = 0.25

Regra: prescricao,3
(psa is low) = 0.25
(sd is fast) = 0.13
AND : (sl is medium) = 0.25 \wedge 0.13 = 0.13

Regra: prescricao,4
(psa is medium) = 0.75
(sd is slow) = 0
AND : (sl is little) = 0.75 \wedge 0 = 0

Exemplo

(6)

- Agregação/inferência - Determinação da região resultante relativa a cada regra (utilização do método da truncagem)

Regra: prescricao,5
(psa is medium) = 0.75
(sd is medium) = 0.89
AND : (sl is medium) = 0.75 \wedge 0.89 = 0.75

Regra: prescricao,6
(psa is medium) = 0.75
(sd is fast) = 0.13
AND : (sl is much) = 0.75 \wedge 0.13 = 0.13

Regra: prescricao,7
(psa is high) = 0
(sd is slow) = 0
AND : (sl is much) = 0 \wedge 0 = 0

Regra: prescricao,8
(psa is high) = 0
(sd is medium) = 0.89
AND : (sl is much) = 0 \wedge 0.89 = 0

Regra: prescricao,9
(psa is high) = 0
(sd is fast) = 0.13
AND : (sl is much_more) = 0 \wedge 0.13 = 0

Exemplo

(7)

- Composição/inferência - Combinação das regiões resultantes obtidas por aplicação de cada uma das regras para obter a região resultante relativa à variável de saída

prescricao,1: (sl is little) = 0
 prescricao,2: (sl is medium) = 0.25
 prescricao,3: (sl is medium) = 0.25
 prescricao,4: (sl is little) = 0
 prescricao,5: (sl is medium) = 0.75
 prescricao,6: (sl is much) = 0.13
 prescricao,7: (sl is much) = 0.13
 prescricao,8: (sl is much) = 0
 prescricao,9: (sl is much_more) = 0



regras 1, 4: (sl is little) = 0
 regras 2, 3, 5: (sl is medium) = 0.75
 regras 6, 7, 8: (sl is much) = 0.13
 regra 9: (sl is much_more) = 0

- As regras que produzem a mesma conclusão são combinadas, efectuando-se a disjunção entre elas

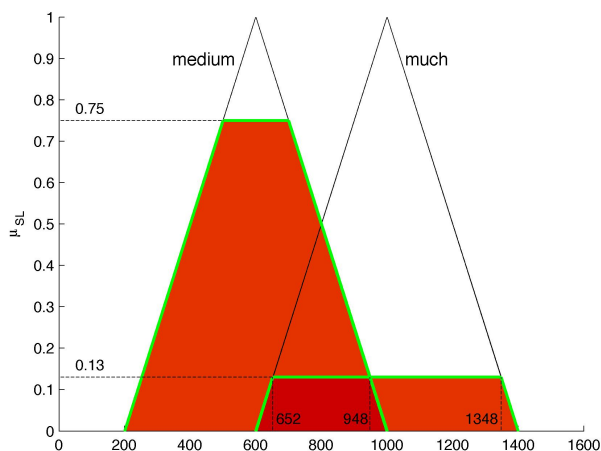
51

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

Exemplo

(8)

- Defuzificação (usando a regra do centroide)



$$CG = \frac{\int_a^b \mu_{SL}(x) x dx}{\int_a^b \mu_{SL}(x) dx}$$

52

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

Exemplo

(9)

- Defuzificação (usando a regra do centroide)

$$CG = \frac{\int_{200}^{500} (x-200)/400 dx + \int_{500}^{700} 0.75x dx + \int_{700}^{1000} (1000-x)/400 dx + \int_{600}^{652} (x-600)/400 dx + \int_{652}^{1348} 0.13x dx + \int_{1348}^{1400} (1400-x)/400 dx}{\int_{200}^{500} (x-200)/400 dx + \int_{500}^{700} 0.75 dx + \int_{700}^{1000} (1000-x)/400 dx + \int_{600}^{652} (x-600)/400 dx + \int_{652}^{1348} 0.13 dx + \int_{1348}^{1400} (1400-x)/400 dx} =$$

$$\frac{45000 + 90000 + 90000 + 160888/75 + 90480 + 346112/75}{225/2 + 150 + 225/2 + 169/50 + 9048/100 + 169/50} \approx 682$$

→ Solução: Prescrição de 682 mg de SL

53

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

FLINT

Ferramenta que permite usar Lógica Fuzzy
dentro do contexto da Linguagem Prolog

```
?- ensure_loaded(system(flint)).
?- ensure_loaded(system(fuzzed)).
```

permite ao Prolog reconhecer as estruturas FLINT

disponibiliza o editor *fuzzy* a partir de Run/Fuzzy Editor

54

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

Estrutura dos Programas Fuzzy

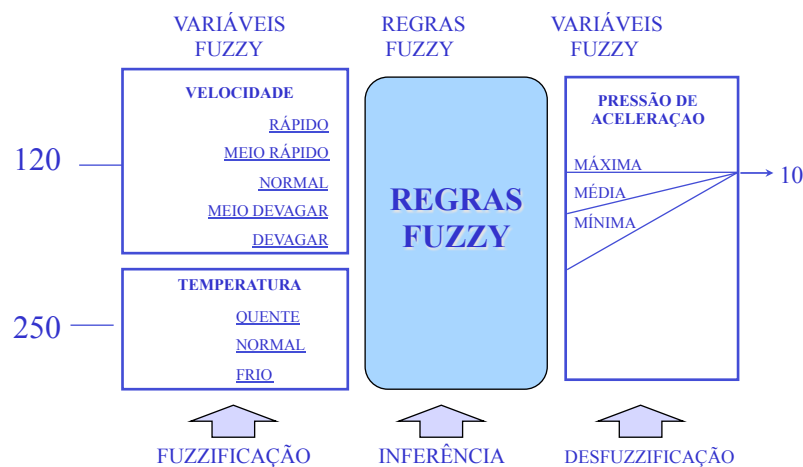
- **Estágio 1 - Fuzzificação**
o valor fixo de entrada é convertido em graus para cada qualificador
- **Estágio 2 - Inferência**
regras fuzzy são aplicadas às variáveis e seus qualificadores
- **Estágio 3 - Defuzzificação**
o grau resultante para os qualificadores de cada variável de saída é convertido num valor fixo

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

55

Estrutura dos Programas Fuzzy

Exemplo (viagem de carro):



Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

56

Variáveis Fuzzy

- Pertencem a uma faixa de valores
- Armazenam um único valor

Exemplo no FLINT:

O nome é um átomo

```
fuzzy_variable(velocidade) :- [-100, 150];  
...
```

Possuem qualificadores, que subdividem a faixa de valores, compostos por:

- um nome (qualificador linguístico)
- uma função membro que define o grau de pertença do valor para este qualificador

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

57

Qualificadores das Variáveis Fuzzy

A função membro é definida por:

- Forma
- Curvatura
- Pontos Relevantes

Forma e pontos relevantes

\	[A, B]	descida de rampa
/	[A, B]	subida de rampa
/\	[A, B, C]	triângulo para cima
\/	[A, B, C]	triângulo para baixo
/-\	[A, B, C, D]	trapezóide para cima
\-/	[A, B, C, D]	trapezóide para baixo
?	$[V_1/M_1, V_2/M_2, V_k/M_k]$	forma livre










Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

58

Qualificadores das Variáveis Fuzzy

Curvatura

- Linear
- Curva
 - Menor que 1
 - Igual a 1
 - Maior que 1

Parâmetro Curvatura	Forma		
	Rampa entre pontos		
	Crescente	Decrescente	Constante
Menor que 1			
Igual a 1			
Maior que 1			

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

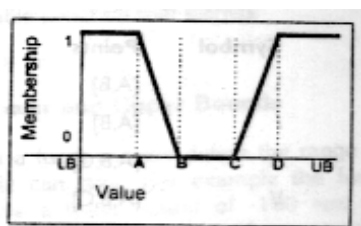
59

Exemplo de qualificadores

Simbolo: \-/

Pontos: [A,B,C,D]

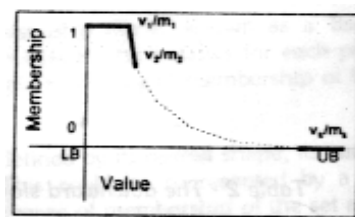
Curvatura: linear



Simbolo: ?

Pontos: $[v_1/m_1, v_2/m_2, \dots, v_k/m_k]$

Curvatura: não linear

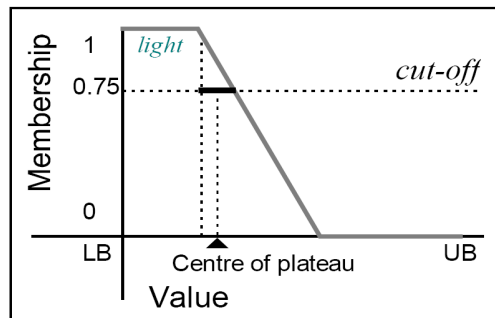


Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

60

Métodos de Defuzzificação

- Centroid - centro de gravidade (default)
- Peak – qualificador/es com maior nível da função de pertença



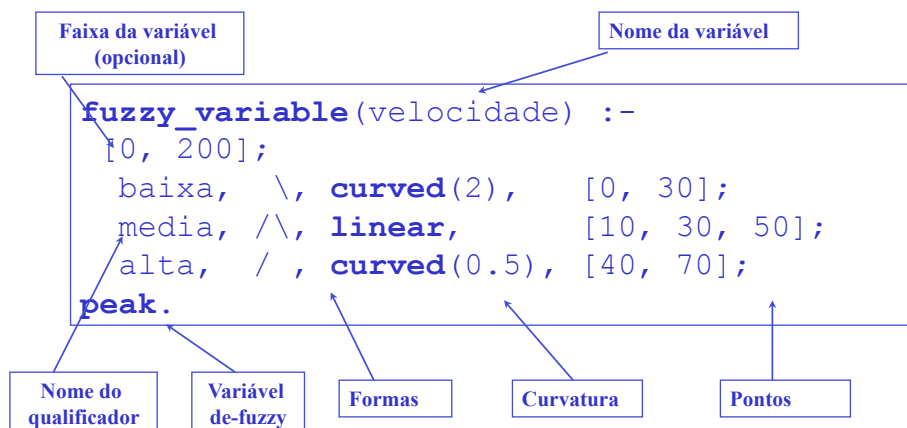
- Expressão definida pelo utilizador
 - Ex.: $30 * \text{light} + 20 * \text{medium} + 30 * \text{heavy} / (\text{light} + \text{medium} + \text{heavy})$

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

61

Exemplo de declaração de variável no FLINT

Sintaxe Prolog



Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

62

Intensificadores Linguísticos

- Concentram ou diluem a característica de uma função de pertença para um qualificador
- São universais
- Compostos de nome e fórmula
 - Única fórmula suportada – `power`
(parâmetro deve estar entre 0.1 e 9.9)

```
fuzzy_hedge(muito, power(2)).
```

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

63

Regras Fuzzy

Consistem:

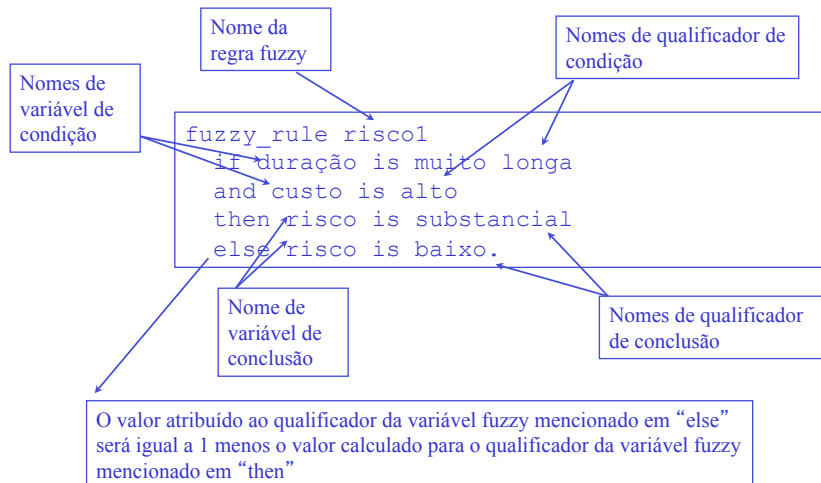
- Conjunto de condições IF
(usando conectivos *and*, *or* ou *not*)
- Uma conclusão THEN
- Uma conclusão opcional ELSE
- São aplicadas às variáveis por um processo chamado “**Inferência**”

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

64

Declaração de uma Regra no FLINT

Sintaxe KSL



65

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

Métodos de operação

Expressão	Método	Descrição
P and Q	minimum	$\min(X_p, X_q)$
	product	$X_p * X_q$
	truncate	$\max(X_p + X_q - 1, 0)$
P or Q	maximum	$\max(X_p, X_q)$
	strengthen	$X_p + X_q * (1 - X_p)$
	addition	$\min(X_p + X_q, 1)$
not P	complement	$1 - X_p$

Método a usar definido através do predicado `fuzzy_propagate/4`

66

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

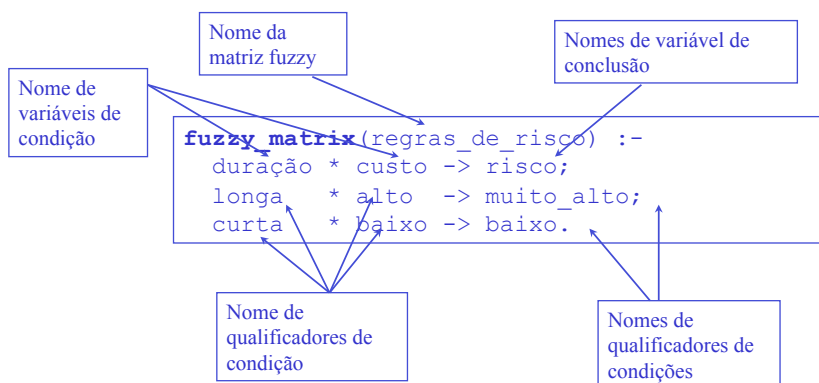
Matrizes de Regras Fuzzy

Regras que possuem a mesma forma podem ser agrupadas numa matriz de regras

- Primeira linha do corpo definem as variáveis usadas
- Linhas restantes do corpo definem as relações entre os qualificadores

Declaração de Matrizes Fuzzy no FLINT

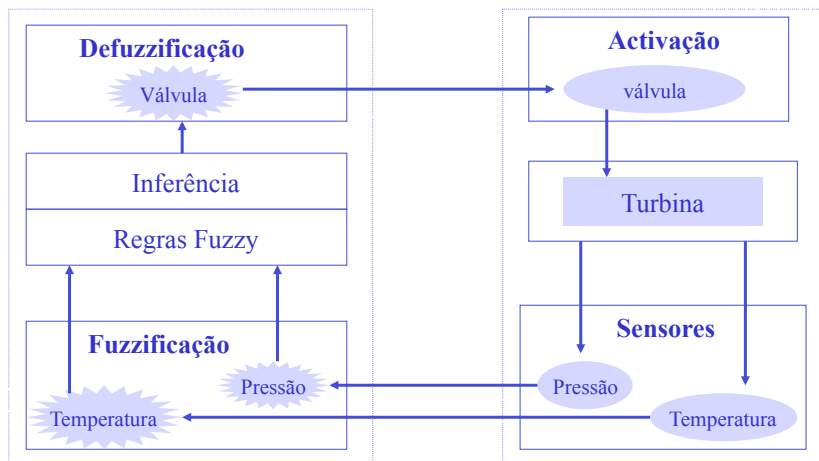
Sintaxe Prolog



Exemplo: Controlador de uma turbina a vapor

Objectivo:

Usar Lógica Fuzzy para ajustar a válvula de uma turbina de acordo com a sua temperatura e pressão mantendo-a a funcionar de um modo suave



Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

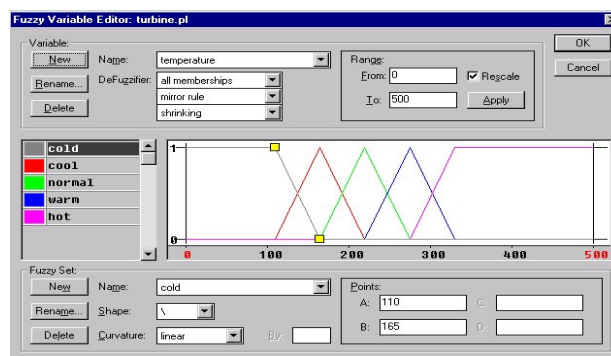
69

1ª Definição das variáveis Fuzzy

fuzzy_variable temperature ;
ranges from 0 to 500 ;

fuzzy_set cold is \ shaped and linear at 110 , 165 ;
fuzzy_set cool is ^ shaped and linear at 110 , 165 , 220 ;
fuzzy_set normal is ^ shaped and linear at 165 , 220 , 275 ;
fuzzy_set warm is ^ shaped and linear at 220 , 275 , 330 ;
fuzzy_set hot is / shaped and linear at 275 , 330 .

Sintaxe KSL



Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

70

1º Definição das variáveis Fuzzy

fuzzy_variable pressure ;

ranges from 0 to 300 ;

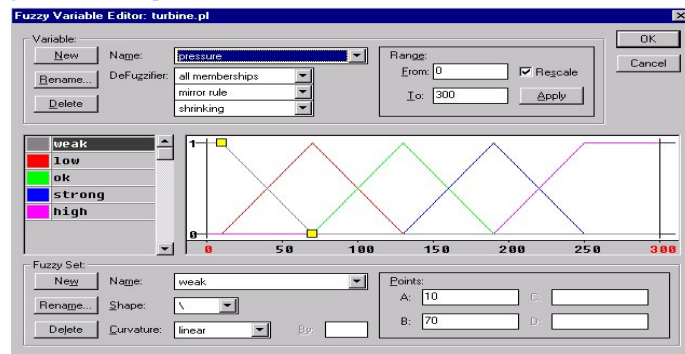
fuzzy_set weak is \ shaped and linear at 10 , 70 ;

fuzzy_set low is ^ shaped and linear at 10 , 70 , 130 ;

fuzzy_set ok is ^ shaped and linear at 70 , 130 , 190 ;

fuzzy_set strong is ^ shaped and linear at 130 , 190 , 250 ;

fuzzy_set high is / shaped and linear at 190 , 250 .



Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

71

1º Definição das variáveis Fuzzy

fuzzy_variable throttle ;

ranges from -60 to 60 ;

fuzzy_set negative_large is \ shaped and linear at -45 , -30 ;

fuzzy_set negative_medium is ^ shaped and linear at -45 , -30 , -15 ;

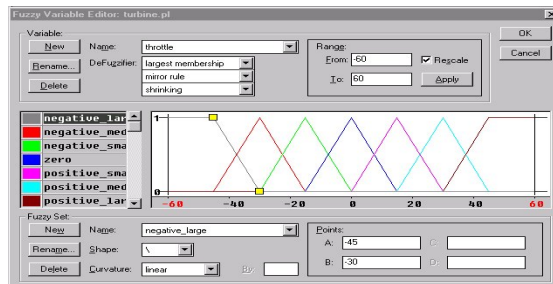
fuzzy_set negative_small is ^ shaped and linear at -30 , -15 , 0 ;

fuzzy_set zero is ^ shaped and linear at -15 , 0 , 15 ;

fuzzy_set positive_small is ^ shaped and linear at 0 , 15 , 30 ;

fuzzy_set positive_medium is ^ shaped and linear at 15 , 30 , 45 ;

fuzzy_set positive_large is / shaped and linear at 30 , 45 .



Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

72

2º Definição das Regras Fuzzy

As regras são da forma:

If the temperature is cold
and the pressure is weak
then increase the throttle by a large amount

Para diferentes combinações de valores de temperatura e pressão as regras devolvem um valor a aplicar à válvula da turbina

Daí que possam ser descritas através de uma matriz de valores onde são apresentadas todas as combinações possíveis

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

73

2º Matriz de Regras

fuzzy_matrix throttle_value

temperature * pressure → throttle ;

cold * weak → positive_large ;
cold * low → positive_medium ;
cold * ok → positive_small ;
cold * strong → negative_small ;
cold * high → negative_medium ;

cool * weak → positive_large ;
cool * low → positive_medium ;
cool * ok → zero ;
cool * strong → negative_medium ;
cool * high → negative_medium ;

normal * weak → positive_medium ;
normal * low → positive_small ;
normal * ok → zero ;
normal * strong → negative_small ;
normal * high → negative_medium ;

warm * weak → positive_medium ;
warm * low → positive_small ;
warm * ok → negative_small ;
warm * strong → negative_medium ;
warm * high → negative_large ;

hot * weak → positive_small ;
hot * low → positive_small ;
hot * ok → negative_medium ;
hot * strong → negative_large ;
hot * high → negative_large .

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

74

Programa

% Propagação dos valores fuzzy

```
relation get_throttle_value(Temperature,Pressure,Throttle)
  if reset all fuzzy values
  and fuzzify the temperature from Temperature
  and fuzzify the pressure from Pressure
  and propagate throttle_value fuzzy rules
  and defuzzify the throttle to Throttle .
```

O Frame Turbina irá modelar a turbina real que se pretende controlar

```
% Frame Turbina
frame turbine
  default temperature is 0
  and default pressure is 0
  and default throttle is 0 .
```

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

75

LPA-FLINT

% Quando os valores Temperatura e Pressão são recolhidos da turbina são aplicados ao Frame

% Set Turbine Values

```
action set_turbine_temperature(T)
  do the temperature of turbine becomes T .
```

```
action set_turbine_pressure(P)
  do the pressure of turbine becomes P .
```

%Estes valores são passados através do programa Fuzzy que calcula um valor a aplicar à válvula

```
action set_turbine_throttle
  do check the temperature of turbine is Temperature
  and check the pressure of turbine is Pressure
  and get_throttle_value(Temperature,Pressure,Throttle)
  and the throttle of turbine becomes Throttle .
```

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

76

LPA-FLINT

Os Demon seguintes asseguram que sempre que sejam alterados os valores Pressão e Temperatura o correspondente valor da válvula é calculado

```
demon react_to_temperature_update
  when the temperature of turbine changes to T
  then set_turbine_throttle.
```

```
demon react_to_pressure_update
  when the pressure of turbine changes to T
  then set_turbine_throttle.
```

```
% Mostra os valores da Turbina
action display_turbine_values
do write("The current temperature is: ")
and write (the temperature of turbine)
and nl
and write("The current pressure is: ")
and write (the pressure of turbine)
and nl
and write ("The current throttle is: ")
and write (the throttle of turbine)
and nl .
```

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

77

Predicados Fuzzy

[Consultar “Flint Reference”](#)

- *uncertainty_dynamics/0*
inicializa o sub-sistema fuzzy removendo todas as regras e variáveis fuzzy
- *uncertainty_listing/0*
lista todos os predicados dinâmicos que representam variáveis e regras fuzzy
- *fuzzy_reset_membership/0*
faz o reset (a zero) dos graus de pertença de todos os qualificadores de variáveis
- *fuzzy_reset_membership/1*
faz o reset (a zero) do grau de pertença dos qualificadores para uma variável fuzzy
- *fuzzy_variable_value/2* (variável fuzzy, valor numérico)
faz a atribuição ou a consulta do valor de uma variável fuzzy; atribuição -> ocorre a fuzificação; leitura -> ocorre defuzificação

Sistemas Periciais com Conhecimento Incerto - Lógica Difusa

78

Predicados Fuzzy

- *fuzzy_propagate/1*
propaga os graus de pertinência dos qualificadores das variáveis usando as regras especificadas
- *fuzzy_propagate/3*
propaga os graus de pertinência dos qualificadores das variáveis usando os combinadores especificados
- *fuzzy_propagate/4*
propaga os graus de pertinência dos qualificadores das variáveis usando combinadores e regras especificadas
?- fuzzy_propagate(minimum, maximum, complement, [r1, r2, r3]).