

CENTRO UNIVERSITÁRIO FEI  
JOÃO VICTOR LOURENÇO AGUIAR

**FUSÃO DE SENSORES COM FILTRO DE KALMAN ESTENDIDO PARA CONTROLE  
DE POSIÇÃO DE ROBÔS OMNIDIRECIONAIS**

São Bernardo do Campo

2024

JOÃO VICTOR LOURENÇO AGUIAR

**FUSÃO DE SENSORES COM FILTRO DE KALMAN ESTENDIDO PARA CONTROLE  
DE POSIÇÃO DE ROBÔS OMNIDIRECIONAIS**

Dissertação apresentada pelo Programa de Pós Graduação, Mestrado em Engenharia Elétrica do Centro Universitário FEI, como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica. Orientado pelo Prof. Dr. Flavio Tonidandel

São Bernardo do Campo

2024

## RESUMO

Este projeto propõe o desenvolvimento de um sistema de controle de posição para os robôs da categoria *Small Size* da RoboCup de futebol de robôs, a fim de melhorar seu posicionamento ao realizarem jogadas e diminuir a dependência do sistema de câmeras disponibilizados pela liga durante os jogos da categoria. O sistema de controle utiliza um filtro de Kalman para realizar a fusão de sensores, que no caso serão os *encoders* acoplados aos eixos dos motores utilizados para movimentação dos robôs, e uma IMU, composta por um giroscópio e um acelerômetro, disponível no hardware dos robôs.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	– Visão geral da fusão de sensores da odometria com o sistema de visão da categoria MSL. . . . .	15
Figura 2	– Ilustração de uma partida da SSL. . . . .	19
Figura 3	– Imagem de um robô SSL da equipe RoboFEI. . . . .	20
Figura 4	– Comparação da informação recebida pelo sistema de visão global e pelo giroscópio. . . . .	22
Figura 5	– Padrões de cores para identificação dos robôs. . . . .	24
Figura 6	– Ilustração da montagem e funcionamento de um encoder óptico. . . . .	26
Figura 7	– Diagrama representando a diferença entre as fusões complementar, competitiva e cooperativa. . . . .	40
Figura 8	– Diagrama representando a diferença entre as fusões baseadas no nível de abstração dos dados. . . . .	42
Figura 9	– Diagrama relacionando as classificações três níveis e Dasarathy. . . . .	43
Figura 10	– Exemplo de distribuição gaussiana. . . . .	46
Figura 11	– Ciclo do filtro de Kalman discreto. . . . .	48
Figura 12	– Exemplo de predição e atualização das covariâncias do filtro de Kalman. .	50
Figura 13	– Exemplo de predição e atualização das covariâncias do filtro de Kalman. .	52
Figura 14	– Placa de desenvolvimento STM32F411E-Disco utilizada. . . . .	55
Figura 15	– Ilustração do primeiro teste. . . . .	57
Figura 16	– Ilustração do segundo teste. . . . .	58
Figura 17	– Ilustração do terceiro teste. . . . .	59

## **LISTA DE TABELAS**

Tabela 1	–	Combinações dos sensores na predição e correção do Filtro de Kalman. . .	56
Tabela 2	–	Cronograma do desenvolvimento do projeto durante os dois anos. . . . .	61

## LISTA DE ALGORITMOS

Algoritmo 1 – Filtro de Kalman linear . . . . .	51
Algoritmo 2 – Filtro de Kalman estendido . . . . .	53

## LISTA DE ABREVIATURAS

AFLS	Adaptative Fuzzy Logic System
DC	<i>Direct Current</i>
EKF	Filtro de Kalman Estendido
FP	Filtro de Partículas
IMU	<i>Inertial Measurement Unit</i>
INS	<i>Inertial Navigation System</i>
KF	Filtro de Kalman
KG	Ganho de Kalman
MEMS	Sistema Microeletromecânico
SSL	<i>Small Size League</i>
TDP	<i>Team Description Paper</i>

## LISTA DE SÍMBOLOS

$m$  Metros

$W$  Potência



## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	10
1.1	OBJETIVOS	11
1.2	JUSTIFICATIVA	11
1.3	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	12
<b>2</b>	<b>TRABALHOS RELACIONADOS</b>	13
<b>3</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	18
3.1	<i>ROBOCUP</i>	18
3.1.1	<i>Small Size League</i>	18
3.1.1.1	<i>Sistema de visão da categoria SSL</i>	20
3.2	SENSORES	22
3.2.1	Tipos de sensores	22
3.2.1.1	<i>Sistema de câmeras</i>	23
3.2.1.2	<i>Encoder</i>	25
3.2.1.3	<i>Giroscópio</i>	25
3.2.1.4	<i>Acelerômetro</i>	27
3.2.1.5	<i>Inertial Measurement Unit (IMU)</i>	28
3.2.2	Calibração dos sensores	29
3.2.2.1	<i>Calibração do acelerômetro</i>	29
3.2.2.2	<i>Calibração do giroscópio</i>	31
3.3	LOCALIZAÇÃO DE ROBÔS	32
3.3.1	O problema da localização	32
3.3.2	Os desafios da localização	33
3.3.3	Informação disponível	34
3.4	FUSÃO DE SENSORES	35
3.4.1	Vantagens e Desvantagens	36
3.4.2	Classificação de técnicas	39
3.4.2.1	<i>Classificação baseada na relação entre as fontes de dados</i>	39
3.4.2.2	<i>Classificação em três níveis</i>	40
3.4.2.3	<i>Classificação baseada na entrada e saída do sistema</i>	41
3.5	FILTRO DE KALMAN	42
3.5.1	Introdução	42

3.5.2	Premissas . . . . .	44
3.5.2.1	<i>Sistema dinâmico linear</i> . . . . .	45
3.5.2.2	<i>Características do ruído</i> . . . . .	45
3.5.3	Processo a ser estimado . . . . .	46
3.5.4	Equações . . . . .	47
3.5.4.1	<i>Predição</i> . . . . .	48
3.5.4.2	<i>Correção</i> . . . . .	49
3.6	FILTRO DE KALMAN ESTENDIDO . . . . .	51
4	<b>METODOLOGIA</b> . . . . .	54
4.1	DOMÍNIO DE TESTES . . . . .	54
4.2	COMBINAÇÃO DOS SENSORES . . . . .	55
4.3	CALIBRAÇÃO DOS SENSORES . . . . .	56
4.4	TESTES . . . . .	57
4.5	AVALIAÇÃO . . . . .	59
5	<b>CRONOGRAMA</b> . . . . .	61
6	<b>RESULTADOS PARCIAIS</b> . . . . .	63
	<b>REFERÊNCIAS</b> . . . . .	64

## 1 INTRODUÇÃO

A utilização de robôs móveis cresce cada vez mais em diferentes áreas, como na medicina, agricultura, serviços e na indústria de diferentes tipos, como química, automotiva, metalúrgica, alimentícia, entre outras. De acordo com Statista (2023), a indústria global de robótica ultrapassou 37 bilhões de dólares e, se mantida a projeção de crescimento de 3,8% ao ano, até o final de 2028 alcançará o valor de 45 bilhões de dólares, mostrando o crescimento da utilização dos robôs em diversos setores do mercado.

Apesar de os robôs estarem sendo amplamente utilizados na indústria, eles também podem ser encontrados no dia-a-dia do ser humano cada vez mais, como robôs que limpam o chão de casa, que estão cada vez mais acessíveis. Além disso, pode-se citar o desenvolvimento e pesquisa de outras categorias de robôs, como sistemas de entrega por meio de drones (BENARBIA; KYAMAKYA, 2022) e carros autônomos (PAREKH et al., 2022).

A característica que difere os robôs móveis de robôs industriais (basicamente robôs manipuladores, como os utilizados para montagem de carros na indústria automotiva, por exemplo) é a capacidade de navegação, que acaba sendo um problema desafiador para os robôs móveis. A navegação pode ser dividida em 4 subsistemas basicamente, que são: mapeamento, localização, planejamento e desvio de obstáculos (RAJ; KOS, 2022).

No caso desse projeto, a questão principal é a localização, que é responsável por determinar a posição e orientação do robô no ambiente. Dentro do escopo da localização, os principais pontos são o posicionamento/localização global e o *tracking* da posição de robôs móveis dentro de um mapa conhecido.

De acordo com Panigrahi e Bisoy (2022), o objetivo do *tracking* da posição é acompanhar o posicionamento do robô a cada instância de tempo sabendo sua posição inicial, o que é possível por continuamente monitorar a rota do robô, seja por meio de sensores ou as equações cinemáticas que descrevem o robô. Já na localização global, a localização inicial não é conhecida e, assim, o robô deve se localizar dentro do ambiente global.

Basicamente, também segundo Panigrahi e Bisoy (2022), a localização pode ser dividida em duas etapas: a predição e a percepção. Na etapa de predição o robô faz o *tracking* da posição utilizando sensores proprioceptivos (que medem informações do próprio robô e são atualizados numa alta frequência geralmente) para estimar sua posição. Entretanto, por conta do aumento da incerteza ao longo do tempo desse tipo de sensores, para a localização global é necessário

que o robô corrija na etapa de percepção utilizando seus sensores exteroceptivos (que medem informações do robô em relação ao ambiente e são atualizados numa frequência baixa).

Para unir os dados desses diferentes sensores é utilizada uma técnica conhecida como 'fusão de sensores', cuja ideia geral é unir dados de diferentes sensores levando a uma análise mais profunda e complexa de uma situação, o que não seria possível utilizando esses dados separadamente e/ou de maneira singular (MENDES JR. et al., 2016). Assim, ao realizar a fusão dos diferentes dados, os pontos negativos de cada sensor são minimizados por ter um outro sensor que irá atuar nesse espaço.

Um ambiente que possui a característica de um sensor externo com uma taxa de latência alta, onde os robôs precisam se posicionar com uma ótima precisão e navegam de maneira rápida e dinâmica dentro do ambiente, é a categoria *Small Size League* (SSL) da *RoboCup*. Por conta disso, a escolha dos sensores a serem utilizados, análises, testes e conclusões estarão relacionadas com este ambiente. Basicamente, é importante que os robôs tenham um alto controle do seu posicionamento para que possam realizar jogadas e que não causem colisões com outros robôs, além de que na liga há um sistema central de visão por meio de câmeras que rodam a 60 frames por segundo.

## 1.1 OBJETIVOS

Este trabalho tem como objetivo realizar uma análise comparativa do uso de diferentes sensores para resolver o problema de localização e posicionamento de robôs móveis. No caso, os sensores a serem comparados serão a *Inertial Measurement Unit* (IMU), que é composta por um giroscópio e um acelerômetro, *encoders* acoplados às rodas do robô e o sistema de câmeras utilizado na categoria SSL. Com essas combinações será possível verificar as diferenças da utilização desses sensores para um sistema de localização.

## 1.2 JUSTIFICATIVA

Portanto, é importante que os diferentes sensores e algoritmos utilizados para localização de robôs móveis e estimativa de posição sejam testados em um ambiente dinâmico e maior velocidade, a fim de determinar os pontos fracos de cada um, determinando formas de superar esses déficits e, assim, garantir que o funcionamento deles de forma adequada em outros ambientes posteriormente.

### 1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

No Capítulo 2 são apresentados os trabalhos relacionados, onde serão analisados os trabalhos correlatos que buscam resolver o problema da localização de robôs móveis, ou a estimativa de posição, mas também guiaram a escolha dos sensores, por exemplo, desse trabalho. No Capítulo 3 é feito o estudo do referencial bibliográfico utilizado para entendimento dos diferentes conceitos utilizados neste trabalho. Capítulo 4 é apresentada a metodologia deste trabalho, onde estão descritos os testes, o domínio onde os testes serão performados e como serão avaliados os dados retirados dos testes. O cronograma dos dois anos de projeto é apresentado no Capítulo 5. Já o Capítulo 6 são apresentados os resultados parciais conseguidos até o momento da banca de qualificação deste projeto.

## 2 TRABALHOS RELACIONADOS

Diversos estudos foram realizados na área de localização de robôs móveis e controle de posição a fim de obter o conhecimento necessário para o desenvolvimento do projeto em questão. Entretanto, uma boa gama dos trabalhos encontrados utilizam robôs com uma dinâmica diferente de um robô omnidirecional da *Small Size League* da RoboCup, como o modelo de duas rodas ou o modelo *car-like*, ou também os estudos levam em conta diferentes sensores dos que são utilizados nesse projeto.

A seguir serão descritos os trabalhos relacionados nas áreas de fusão de sensores, estimativa de posição de robôs móveis e filtro de Kalman. Os termos utilizados na pesquisa dos trabalhos foram "*position estimation*", "*position estimation kalman filter*", "*sensor fusion for control position*", "*control position kalman filter*" e "*position estimation sensor fusion*".

Em Eman e Ramdane (2020), um filtro de Kalman estendido é utilizado para resolver o problema de localização de um robô móvel num ambiente *indoor*. O autor estuda a eficiência do filtro em três casos distintos na questão do ruído presente no sistema, que são: sem ruído, ruído Gaussiano, ruído não-Gaussiano.

Sobre o sistema, o modelo utilizado é de um robô de duas rodas, no qual as equações da cinemática do modelo estão descritas na Equação (1), que o autor define  $(x, y)$  sendo a posição e  $\theta$  a orientação do robô,  $\mu$  a velocidade linear e  $\omega$  a velocidade angular.

$$\begin{cases} \dot{x} = \mu \cos \theta \\ \dot{y} = \mu \sin \theta \\ \dot{\theta} = \omega \end{cases} \quad (1)$$

A partir disso, utilizando aproximação de Taylor, a posição e orientação do robô em qualquer momento futuro  $k + 1$  é descrito segundo a Equação (2), onde  $T_s$  é o período de amostragem.

$$\begin{cases} x(k + 1) = x(k) + \mu(k)T_s \cos(\theta(k)) \\ y(k + 1) = y(k) + \mu(k)T_s \sin(\theta(k)) \\ \theta(k + 1) = \theta(k) + \omega(k)T_s \end{cases} \quad (2)$$

Já sobre o EKF, o autor determina que o vetor de estados a serem estimados  $X$  e o vetor de controle  $U$  são o que está definido na Equação (3). Assim, as matrizes Jacobianas do sistema podem ser definidas conforme a Equação (4).

$$\begin{cases} X = [x & y & \theta]^T \\ U = [\mu & \omega]^T \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} A_k = \frac{\delta f(X_k, U_k)}{\delta X_k} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\mu(k)T_s \sin(\theta(k)) \\ 0 & 1 & \mu(k)T_s \cos(\theta(k)) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ H_k = \frac{\delta f(X_k, U_k)}{\delta X_k} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (4)$$

Para realização dos testes, os códigos foram desenvolvidos utilizando MATLAB num cenário 2D, com  $T_s$  sendo  $0,1s$ ,  $\mu$  sendo  $5m/s$  e  $\omega$  sendo  $1rad/s$ , além de que o vetor de estados inicial e a estimativa inicial são matrizes nulas. Como dito anteriormente, foram considerados 3 cenários de ruídos a fim de avaliar a atuação do EKF.

Os resultados mostraram que o EKF é uma boa ferramenta de estimativa para sinais ruidosos em todos os casos, embora os resultados tenham confirmado que o filtro funciona melhor no caso de ruídos Gaussianos comparado com ruídos não-Gaussianos.

Já em Korotaj, Novoselnik e Baotić (2021) é descrito a utilização de fusão de sensores para um sistema mecatrônico omnidirecional desenvolvido. As expressões são dadas para um filtro de Kalman linear discreto que junta dados de um magnetômetro e um giroscópio, e um filtro de Kalman estendido discreto que estima a posição e orientação da plataforma com dados de um acelerômetro também.

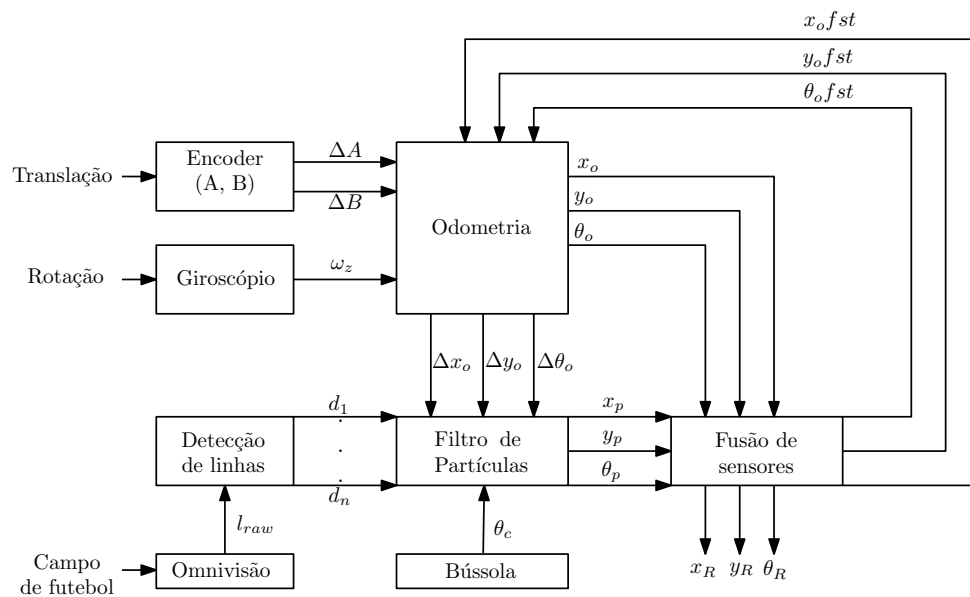
Sobre o sistema, a plataforma é composta de 2 níveis e possui 4 rodas acionadas para movimentação, cada uma acionada por um motor DC (do inglês, *Direct Current*). Os sensores presentes na plataforma são um acelerômetro de 3 eixos, um giroscópio de 3 eixos e um magnetômetro.

Em Ismail, Purwanto e Arifin (2022) é feito um estudo sobre a localização baseada em fusão de sensores de um robô de futebol da categoria *Middle Size League* (MSL) da *RoboCup*. A MSL é como se fosse uma categoria acima da SSL, em que os robôs possuem carcaças maiores (de aproximadamente  $1,30m \times 30cm$ ), além de que não há um sistema global de visão, ou seja, a visão deve estar embarcada em cada robô, assim cada robô deve estimar sua posição e orientação de forma automática e independente.

A maior parte dos robôs dessa categoria utilizam câmeras omnivisão, permitindo que os robôs tenham visão 360°. A partir dessas imagens é utilizado FP para estimar a posição e orientação do robô em campo, embora o filtro necessite de um processamento computacional pesado.

O sistema de fusão de sensores aplicada no trabalho pode ser visualizado na Figura 1, em que há a representação em um diagrama de blocos da fusão de sensores aplicada nos robôs da categoria MSL em Ismail, Purwanto e Arifin (2022).

Figura 1 – Visão geral da fusão de sensores da odometria com o sistema de visão da categoria MSL.



Fonte: Retirado de Ismail, Purwanto e Arifin (2022)

A partir da Figura 1 é possível notar que o encoder e o giroscópio são utilizados para reconhecer a disposição do robô, sendo que são 2 encoders para detectar a translação e o giroscópio para detectar a rotação. Já a omnivisão detecta linhas brancas dentro do campo e, a partir das imagens cruas, há um processamento para gerar dados dessas linhas (i.e., cálculo da distância do robô até essas linhas por meio de regressão) antes de entrar no filtro de partículas, que é ajudado por um bússola a fim de encontrar a posição.

A fusão de sensores atua combinando dados de posição e orientação do sistema de odometria e do filtro de partículas. Os autores colocam que existem diferentes maneiras de realizar essa fusão (como comparação, junção, votação inteligente), mas no caso do trabalho são utilizados os métodos de fusão competitiva, onde os dados são tomados de forma independente, e complementar, em que há a utilização dos dados de ambos os sistemas de localização.



O teste realizado para validação do sistema de localização é o seguinte: o robô é movido manualmente para 20 coordenadas num campo de 9m x 6m, sendo que o movimento do robô é rastreado a fim de comparar com os dados de uma câmera global alocada em cima do campo. Depois de percorrer essas 20 coordenadas, são retirados a média, o desvio padrão do erro e o máximo erro dos sistemas de odometria, filtro de partículas e fusão de sensores.

A partir dos resultados nota-se no sistema de localização por odometria há um erro que cresce ao longo do tempo, enquanto para o filtro de partículas e a fusão de sensores o erro não aumenta, mas a fusão dos dados acaba suavizando a saída se comparado com o FP.

Além disso, um outro teste comparando ambos tipos de fusão de sensores foi realizado. O objetivo era movimentar o robô formando um zig-zag de maneira retangular. Os dados mostraram que o modo odometria é mais dominante, sendo que o sistema possui um tempo de resposta de aproximadamente 1.6ms para cada atualização de dados de localização.

Os autores concluem colocando que a fusão de sensores pode produzir dados ótimos ao combinar a odometria e a omnivisão com o filtro de partículas. Os erros resultantes dos testes foram em x igual a  $10.5 \pm 7.8\text{cm}$ , em y igual a  $7.6 \pm 6.8\text{cm}$  e em  $\theta$  igual a  $1.9 \pm 1.2^\circ$ . Esses resultados são melhores do que a utilização dos dados da odometria sozinhos, além de serem mais suaves do que o filtro de partículas sozinho.

Em Coito et al. (2014) é realizado um estudo de fusão de sensores utilizando um sistema de visão e IMU por meio de um filtro de Kalman de múltiplas taxas. No caso, a IMU possui um processamento bem mais rápido do que o sistema de visão, além de que a taxa de atualização da primeira é constante enquanto o da segunda costuma ter oscilações.

No caso, o robô utilizado é do tipo direcional, sendo 4 rodas que são unidas em pares por 2 eixos. A IMU é alocada no centro do robô, sendo que o giroscópio é alinhado com o eixo vertical.

Para lidar com as diferentes taxas de amostragem dos sistemas de visão e medição inercial é utilizado um KF discreto de múltiplas taxas, que segue a Equação 5, em que  $Z$  é o vetor de estados  $\begin{bmatrix} v_x & x & v_y & y & \theta \end{bmatrix}$ ,  $Y_k$  é o vetor de valores medidos,  $n_k$  e  $w_k$  são ruídos. Já  $A_k$  e  $G_k$  são as matrizes do sistema.

$$\begin{aligned} Z_{k+1} &= A_k Z_k + G_k n_k \\ Y_k &= C_k Z_k + w_k \end{aligned} \tag{5}$$

Os testes simulados foram realizados com o sistema inercial atualizando a uma taxa de 100Hz, enquanto o sistema de visão é simulado e fornece 2 medidas de posição por segundo.

Os resultados mostraram que a trajetória do robô não apresenta um erro crescente ao longo do tempo, sendo que o erro é abaixo de 3cm na maior parte do teste, sendo que o desvio aumenta quando o robô performa uma curva rápida com um raio pequeno, o que poderia ser mitigado com um sistema de visão mais rápido, segundo os autores.

Já nos resultados experimentais, o robô realizou uma trajetória com 4 seções em que se movia com velocidade linear de 10cm/s e uma velocidade angular de 0.2rad/s. As estimativas do filtro de Kalman eram calculadas a cada 25ms. Os resultados demonstraram uma boa estimativa da posição real, sendo que, de acordo com os autores, a precisão e a taxa de amostragem se adequam para boa parte de aplicações de controle.

### 3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

#### 3.1 ROBOCUP

A ideia de robôs que jogam futebol foi proposta pela primeira vez pelo professor Alan Mackworth, em seu artigo *On Seeing Robots* (MACKWORTH, 1982). Independentemente, em outubro de 1992, um grupo de pesquisadores japoneses organizou um workshop sobre os grandes desafios em IA, onde iniciaram-se as primeiras discussões sobre usar o futebol para promoção da ciência e tecnologia. Em junho de 1993 foi organizada uma competição de robótica e, em menos de um mês, pesquisadores de fora do Japão começaram a pedir que essa iniciativa fosse ampliada para um projeto conjunto internacional (ROBOCUP, 2020).

A *RoboCup* busca promover pesquisas na área de robótica e inteligência artificial com um objetivo final de vencer a seleção campeã do mundo em 2050 com uma equipe totalmente autônoma de robôs humanoides (ROBOCUP, 2020).

O atual cenário competitivo da *RoboCup* mostra equipes tanto do ensino superior quanto do ensino básico que disputam diversas categorias, em eventos tanto a nível nacional quanto a nível internacional, tais como *RoboCup Soccer*, *RoboCup Rescue*, *RoboCup@home* e a *RoboCup Junior*.

##### 3.1.1 *Small Size League*

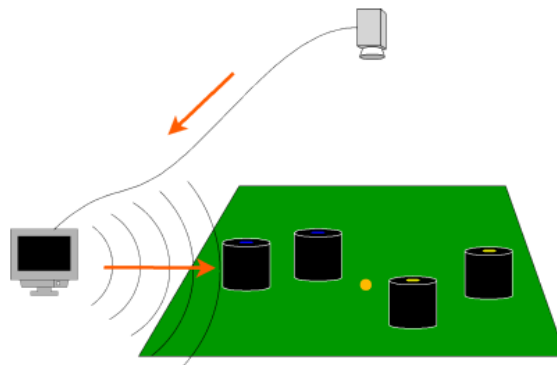
A *Small Size League* (SSL) é uma das ligas mais antigas da *RoboCup Soccer*, tendo o foco em solucionar o problema da cooperação e controle de robôs inteligentes num ambiente altamente dinâmico com um sistema híbrido centralizado/distribuído. A partida ocorre entre duas equipes utilizando seis ou onze robôs totalmente autônomos, que tem um máximo de diâmetro e altura, com algumas outras restrições (ROBOCUP, 2020). Além disso, os robôs da liga são omnidirecionais, o que proporciona jogos dinâmicos com jogadas imprevisíveis.

Os jogos desta categoria são destacados por conta da alta velocidade tanto dos robôs, que podem chegar até 4m/s, quanto da bola utilizada, que pode chegar até 6.5m/s, mas também pela quantidade de robôs numa partida, que acontece entre dois times que podem ter de 6 a 11 robôs num campo de 9m X 6m a 12m X 9m, dependendo da divisão da partida (AGUIAR; DA SILVA COSTA; TONIDANDEL, 2023).

O tamanho do campo em relação aos robôs, a quantidade de robôs em uma partida e as velocidades dos robôs e da bolinha são algumas características que tornam a SSL um ótimo lugar para testes de algoritmos de localização e posicionamento.

Para realização da partida, um *setup* específico é necessário. No caso, acima do campo são instaladas câmeras, as imagens delas são processadas por um computador central que disponibiliza, a partir de pacotes de rede, as posições  $x$  e  $y$  e a orientação  $\theta$  dos robôs em campo, além das posições  $x$  e  $y$  da bola, como ilustrado na Figura 2.

Figura 2 – Ilustração de uma partida da SSL.



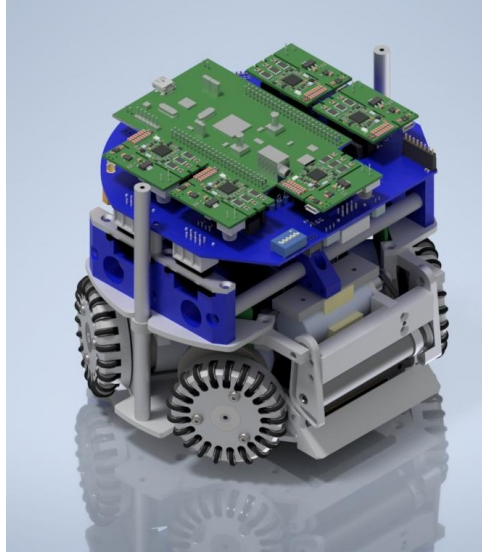
Fonte: Retirado de RoboCup-SSL (2019a)

Além disso, os robôs possuem limitações de tamanho, i.e., eles devem caber num diâmetro de 180mm e possuir uma altura máxima de 150mm (ROBOCUP-SSL, 2019b). A fim de lidar com essa limitação de dimensões e possuir robôs ágeis, as equipes utilizam um sistema de deslocamento omnidirecional, que é conseguido utilizando uma adaptação de rodas mecanum, em que os roletes são montados com uma certa angulação em relação ao eixo da roda (AGUIAR et al., 2022).

Com esse sistema de deslocamento omnidirecional, o robô torna-se um sistema holonômico, i.e., o robô possui controle sobre todos os graus de liberdade da sua movimentação, ou seja, a rotação dele não interfere na translação, o que torna a SSL uma liga muito dinâmica e imprevisível. A Figura 3 mostra um robô SSL da equipe RoboFEI, nela é possível observar a roda omnidirecional utilizada.

No caso, a Equação 6 descreve um robô da categoria SSL, isto é, como teoricamente a posição de um robô propaga ao longo do tempo a partir de comandos de velocidade.

Figura 3 – Imagem de um robô SSL da equipe RoboFEI.



Fonte: Autor

$$\begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ \theta_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_{k-1} \\ y_{k-1} \\ \theta_{k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} dt & 0 & 0 \\ 0 & dt & 0 \\ 0 & 0 & dt \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Vx_{k-1} \\ Vy_{k-1} \\ \omega_{k-1} \end{bmatrix} \quad (6)$$

Já o sistema de visão global da categoria SSL, que faz a captura de todos os robôs em campo e da bola, pode ser caracterizado conforme a Equação 7. É possível notar que a visão fornece diretamente a posição do robô acrescida de um certo ruído  $\sigma$ .

$$\vec{z}_k = \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ \theta_k \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_\theta \end{bmatrix} \quad (7)$$

### 3.1.1.1 Sistema de visão da categoria SSL

Durante a partida o processamento da tomada de decisões é feito num computador central de cada equipe, analisando as posições dos robôs e da bolinha em campo e, assim, enviando por meio de um rádio frequência o que cada robô deve realizar, tal como: qual posição cada robô deve ir, se o robô deve chutar, se o robô deve ligar o dispositivo de drible. Atualmente, na equipe RoboFEI, o cálculo do controle de posicionamento dos robôs é feito junto ao código da equipe e,

então, somente a velocidade angular e linear que o robô deve impor é passado para ele no pacote de dados via rádio.

Apesar do sistema de câmeras ser suficiente para o jogo, há problemas com o controle de posição dos robôs por conta da latência consideravelmente alta da atualização do posicionamento deles. Segundo Huang et al. (2020), a câmera envia imagens a cada 15ms, mas por conta da filtragem realizada pelo sistema a atualização da imagem pode demorar de 3 a 4 ciclos (40 a 60ms), então há uma considerável demora para que o pacote atual com os dados seja recebido pelas equipes.

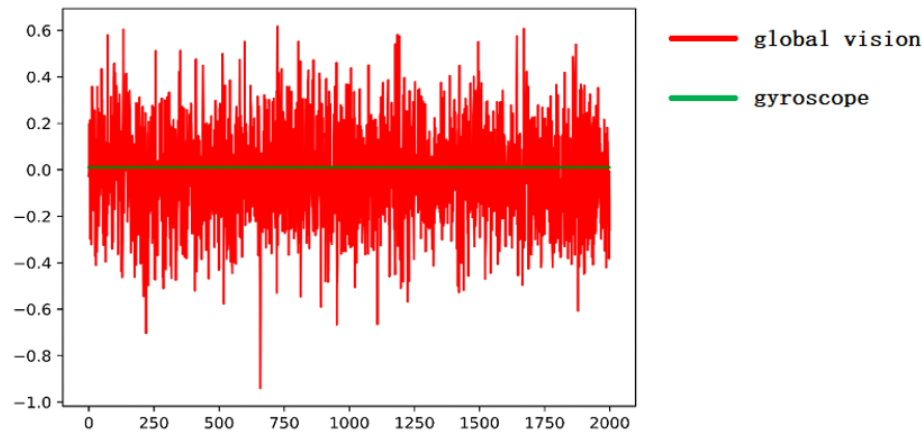
O problema de alta latência de envio das imagens compromete a realização de jogadas durante as partidas e gera dificuldades no controle de posicionamento dos robôs. Assim, nota-se uma necessidade de aplicação de outras tecnologias para resolver esse problema de posicionamento, como utilização de outros sensores embarcados nos próprios robôs.

Segundo Huang et al. (2020), há quatro grandes problemas com o sistema de visão global da categoria. Em primeiro lugar, como dito, é o problema de que a frequência de atualização de 75Hz não é o suficiente para um controle de movimentação rápido e acurado. Segundo, a informação das posições que é enviada para as equipes possui uma quantidade alta de ruído, o que compromete altamente o controle de orientação dos robôs. Terceiro, a informação enviada aos times é previamente processada, levando de 3 a 4 frames (40-60ms) entre coletar a informação original da visão até obter a informação da visão. Quarto, a taxa de quadros do sistema de visão é instável, o que pode gerar perda de frames e, conseqüentemente, torna a frequência do controle instável.

A Figura 4 mostra uma comparação das informações de *feedback* do ângulo de um robô. É possível notar um ruído muito alto da informação vinda da visão global, enquanto em relação ao giroscópio mal é possível notar algum ruído. Isso mostra o quão necessário é ter um sistema de controle que não seja totalmente dependente do sistema de câmeras da categoria.

Além da equipe ZJUNlct em seu *Team Description Paper* (TDP), a equipe RoboTeam Twente em seu TDP de 2018 estima que o delay entre enviar um comando para o robô e notar uma resposta nas medições pode levar entre 80 e 150ms, dependendo da câmera sendo utilizada (DOORNKAMP et al., 2018). Por conta disso, faz-se necessário um sistema que possua um delay relativamente menor para que o controle de posição dos robôs seja feito adequadamente.

Figura 4 – Comparação da informação recebida pelo sistema de visão global e pelo giroscópio.



Fonte: Retirado de Huang et al. (2020)

### 3.2 SENSORES

A utilização de sensores é parte essencial para o funcionamento correto de um robô. Segundo Oliveira et al. (2017), o mais predominante em robôs industriais são robôs que são projetados para realizarem operações pré-programadas, que acabam não usufruindo de sensores para atingirem seu objetivo. Entretanto, para robôs mais complexos, os sensores acabam introduzindo um maior nível de inteligência para poder interagir com o meio que está inserido por meio de atuadores.

Também de acordo com Oliveira et al. (2017), a utilização de sistemas sensoriais faz com que robôs sejam mais facilmente adaptáveis a uma maior gama de tarefas, atingindo um maior grau de universalidade, diferente dos robôs pré-programados, que acabam realizando apenas uma única função. Um robô que, a partir da leitura dos sensores, possui sensações tal como um humano, é mais facilmente treinado para realização de tarefas complexas.

#### 3.2.1 Tipos de sensores

De acordo com Sasiadek e Hartana (2000), os sensores podem ser divididos em duas categorias principais: internos e externos. Essa diferenciação diz respeito a partir de onde vem a informação lida pelo sensor, ou seja, se é do mundo externo ou se é internamente do próprio robô.

Sensores internos fornecem informações sobre parâmetros internos do robô, ou seja, medem variáveis físicas dele, como a velocidade e o sentido de rotação de um motor, ou o ângulo de uma junta, como exemplos. Alguns possíveis sensores que fazem parte desse tipo são: encoder, giroscópio, acelerômetro, bússolas.

Já os sensores externos medem a relação entre o robô e o ambiente em que ele está inserido, que podem ser objetos naturais ou artificiais, como por exemplo a distância do robô até um objeto ou medidas químicas do ambiente. Alguns possíveis sensores que fazem parte desse tipo são: sensores de contato (bumpers), sensores de distância como laser, sonar e radar, entre outros.

Ambos sensores possuem vantagens e desvantagens. Para períodos curtos de tempo, as medições de sensores internos são bem acuradas, embora a longo prazo as medidas normalmente passam a ter desvios e erros. Ao contrário disso, os sensores externos não tem problemas de desvio do sinal ao passar do tempo, mas as medidas deles normalmente não estão sempre disponíveis, ou seja, possuem um período grande para atualizarem suas medidas.

Então, para obter resultados ótimos, ambos sensores são normalmente combinados, juntando as qualidades de ambos e fazendo com que as desvantagens deles sejam superadas. Por conta do erro de ambos os sensores, é realizada uma fusão das medidas dos dois tipos de sensores, o que irá produzir uma estimativa desejada da posição do robô.

No caso deste projeto, os seguintes sensores serão utilizados e, então, explicados de maneira mais aprofundada: câmera, encoder, giroscópio e acelerômetro.

### ***3.2.1.1 Sistema de câmeras***

A câmera é um instrumento cujo uso em aplicações na área da robótica tem crescido bastante. Mapeamento, localização, navegação, desvio de obstáculos, reconhecimento de objetos e inspeção de qualidade são só alguns exemplos de possíveis utilizações de câmeras para realização de tarefas por parte de robôs. No centro dessa ascensão das câmeras está a evolução tanto dos processadores quanto dos algoritmos de visão computacional avançados.

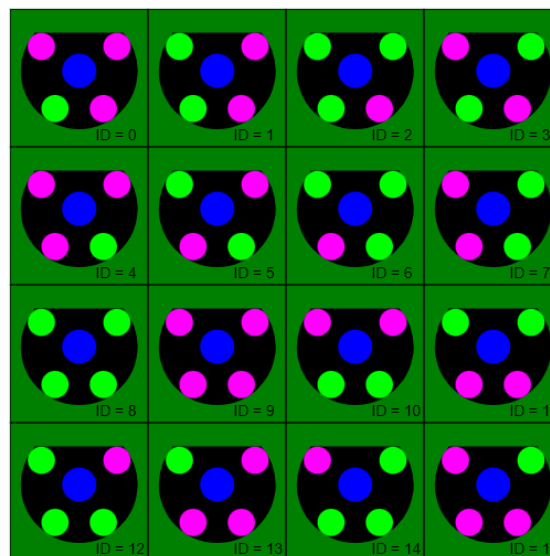
Segundo TechNexion (2023), câmeras são cruciais no campo da robótica guiada por visão por aperfeiçoar as habilidades de percepção. Um robô pode aprender muito sobre seu arredor a partir dos dados visuais que câmeras coletam. Robôs podem obter informações valiosas desses dados utilizando diferentes métodos de processamento, permitindo então que o robô enxergue, compreenda e interaja com o ambiente de uma maneira mais profunda.



No caso deste projeto, a utilização de câmeras se dá externamente aos robôs dentro da categoria SSL da RoboCup, já que, diferente da categoria *Middle Size League*, o sistema de visão não é embarcada nos robôs, embora haja diversos estudos para alocar uma câmera dentro dos robôs da categoria de pequeno porte, como trazido por Melo e Barros (2022).

Detalhando um pouco mais o sistema de visão por câmeras da categoria SSL da RoboCup, atualmente utiliza-se uma ou duas câmeras, dependendo se o campo é da divisão A ou da divisão B. Independente do caso, a câmera fica posicionada acima do campo a 6 metros de altura e fica conectada a um computador central. Nele, a imagem é recebida, tratada e processada, identificando a posição da bola e dos robôs a partir do padrão de cor posicionado na parte de cima dos robôs, como é possível observar na Imagem 5 as 16 diferentes combinações possíveis (ZICKLER et al., 2010).

Figura 5 – Padrões de cores para identificação dos robôs.



Fonte: RoboCup-SSL (2019b)

Tanto o computador onde as imagens são processadas quanto o computador de cada uma das equipes estão conectadas numa mesma rede. Assim, após o processamento das imagens, a posição dos robôs e da bola são passadas para as equipes pela rede, por isso que o sistema de visão é dito compartilhado, pois ambas as equipes recebem as mesmas informações.

### **3.2.1.2 Encoder**

Encoders são dispositivos utilizados a fim de medir o estado interno e a dinâmica de um robô móvel. Eles possuem uma vasta gama de aplicações fora da robótica e, por conta disso, robôs se aproveitaram dos benefícios da alta qualidade e baixo custo de sensores que oferecem uma excelente resolução de leitura. No mercado existem alguns diferentes tipos de encoders, como os ópticos e magnéticos.

No caso deste projeto, é utilizado um encoder do tipo óptico. Segundo Siegart, Nourbakhsh e Scaramuzza (2011), este tipo de encoder se tornou o dispositivo mais popular para medição de velocidade e posição angulares de um motor, do eixo de uma roda ou mecanismo de direção.

Um encoder óptico é basicamente um picador de luz mecânico que produz uma certa quantidade de pulsos na forma de um seno ou quadrado para cada revolução. No caso, o sensor consiste de uma fonte de iluminação, uma "grade" fixa que mascara a luz, um disco rotor com uma grade óptica fina que gira com o eixo e um detector óptico fixo. Ao passo que o rotor se movimenta, a quantidade de luz atingindo o detector óptico varia baseado no alinhamento das grades fixas e móveis. É possível observar a montagem e ter uma melhor ideia do funcionamento de um encoder óptico com a Figura 6.

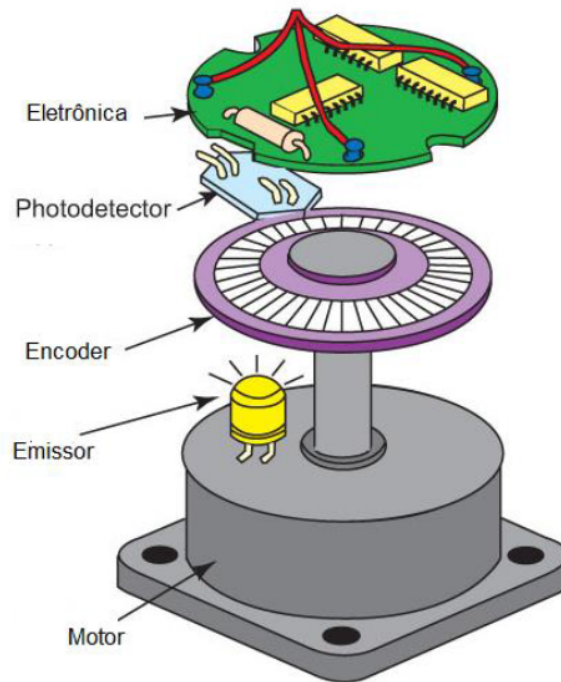
O projeto RoboFEI utiliza motores brushless da empresa Maxon®, no caso um motor brushless EC 45 com 50W acoplado em cada uma das rodas (MAXON GROUP, 2019). Já o encoder utilizado é da empresa US Digital®(US DIGITAL, 2024), no caso é utilizado um encoder do modelo E4T por roda também, sendo que eles ficam acoplados diretamente no eixo do motor.

### **3.2.1.3 Giroscópio**

Giroscópios também são um dos principais sensores utilizados em robôs para realização de tarefas básicas como navegação. De acordo com Dingman (2020), eles são componentes essenciais de sistemas complexos utilizados em todas aplicações aeroespaciais, industriais e na área da robótica. Giroscópios auxiliam desde aviões e barcos até drones e carros autônomos a navegarem.

Segundo Passaro et al. (2017), giroscópios são dispositivos montados em uma estrutura e são capazes de realizar medidas de velocidade angular caso a estrutura esteja girando. Esse sensor pode ser utilizado de forma sozinha ou pode estar incluso em um sistema mais complexo,

Figura 6 – Ilustração da montagem e funcionamento de um encoder óptico.



Fonte: Adaptado de Luiz R. (2021)

como uma bússola giroscópica, uma IMU (*Inertial Measurement System*, do inglês) ou um INS (*Inertial Navigation System*, do inglês), por exemplo.

No livro '*Introduction to Autonomous Mobile Robot*', Siegwart, Nourbakhsh e Scaramuzza (2011) trazem que giroscópios são sensores de direção que preservam sua orientação em relação a um *frame* de referência fixo. Por isso, eles fornecem uma medida absoluta de orientação de um sistema móvel.

Também de acordo com Siegwart, Nourbakhsh e Scaramuzza (2011), os giroscópios são divididos em duas categorias: mecânicos e ópticos. Os primeiros dependem das propriedades de um rotor de rotação rápida, propriedade chamada de precessão giroscópica. Já os segundos são sensores de velocidade angular que utilizam dois feixes de luz monocromáticos, ou lasers, emitidos de uma mesma fonte

No caso desse projeto, o giroscópio utilizado é o L3GD20, que é um sensor de velocidade angular de baixo consumo de energia capaz de realizar medidas nos 3 eixos (STMICROELECTRONICS, 2013a). Esse componente inclui o sensor e uma interface capaz de fornecer a medida de velocidade angular ao mundo externo por meio de uma interface digital (I<sup>2</sup>C ou SPI).

### 3.2.1.4 Acelerômetro

O acelerômetro é mais um dos sensores que é utilizado para que o robô possua a habilidade de entender sozinho sua localização no espaço, o que é criticamente importante para alcançar com êxito o objetivo determinado para o robô desenvolvido.

Segundo Nistler e Selekwa (2011), grande parte dos sistemas de odometria para aplicações em robótica possuem acelerômetros. Estes continuamente medem a aceleração do veículo, que é integrada para determinada a velocidade dele, e é integrado novamente para ter a medida da posição relativa ao ponto inicial.

Entretanto, por conta da influência da gravidade, da força inercial de Coriolis (PERSSON, 1998) e componentes rotacionais de aceleração, sistemas de odometria baseados em acelerômetros estão sujeitos a diversos erros dependendo do processamento das medidas do sensor. Também segundo Nistler e Selekwa (2011), quando o robô se move numa superfície horizontal, a velocidade computada irá refletir a velocidade real do robô, mas em superfícies inclinadas, a velocidade medida irá incluir esses componentes, que não fazem parte da velocidade real.

De acordo com Dadafshar (2014), a operação básica de um acelerômetro recai na Segunda Lei de Newton, que diz que a aceleração de um corpo é diretamente proporcional, e na mesma direção, a força resultante atuante no corpo, e inversamente proporcional à massa do corpo, descrito na Equação 8.

$$\vec{a} (m/s^2) = \frac{\vec{F} (N)}{m (kg)} \quad (8)$$

Nota-se que a aceleração gera uma força que é capturada pelo mecanismo de detecção de força do acelerômetro. Então, o acelerômetro na verdade realiza medidas de força, e não aceleração, mas ele acaba medindo a aceleração indiretamente por meio da força aplicada em um de seus eixos.

De acordo com Siegwart, Nourbakhsh e Scaramuzza (2011), os acelerômetros são separados dependendo do princípio físico utilizado para realizar a medição da deflexão da massa interna do sensor. Um mecanismo comum de detecção utilizado é a detecção por capacitância, que medem a deflexão ao medir a capacitância entre uma estrutura física e a massa interna. Outra alternativa de medição é a piezoelétrica, que é baseada na propriedade de certos cristais em gerarem tensão quando um estresse mecânico é aplicado neles, no caso a massa interna é posicionada no cristal e, então, quando uma força externa é aplicada a massa induz uma tensão que pode ser medida.

No caso desse projeto, o acelerômetro utilizado é o LSM303DLHC, que é um sensor digital de aceleração linear capaz de realizar medidas nos 3 eixos, mas também é um sensor digital magnético nos 3 eixos também (STMICROELECTRONICS, 2013b). O componente inclui uma interface serial  $I^2C$  que suporta os modos padrão e rápido com 100kHz e 400kHz.

### 3.2.1.5 *Inertial Measurement Unit (IMU)*

A IMU, é um dispositivo que utiliza giroscópios e acelerômetros para estimar a posição, velocidade e aceleração relativos do veículo em movimento. Este componente se tornou comum em aviões e barcos, por exemplo, por estimar a posição do veículo em seis graus de liberdade, no caso: posição(x, y, z) e orientação (*roll, pitch, yaw*) (SIEGWART; NOURBAKHS; SCARAMUZZA, 2011).

Além disso, as IMUs comercializadas também estimam velocidade e aceleração. Considerando que a IMU possua 3 acelerômetros ortogonais e 3 giroscópios ortogonais, os dados do segundo são integrados para estimar a orientação do veículo enquanto os dados do primeiro são utilizados para estimar a aceleração instantânea do veículo.

A aceleração é, então, transformada para o frame da navegação local por meio da estimativa atual da orientação do veículo relativo à gravidade. Então, o vetor gravidade pode ser subtraído das medidas, resultando numa aceleração que é integrada para obter a velocidade e, então, integrada novamente para obtenção da posição. Para sobrepor o problema da necessidade de conhecer a velocidade inicial, a integração é tipicamente iniciada no repouso, ou seja, velocidade igual a zero.

IMUs são extremamente sensíveis na questão de erros de medidas tanto em relação ao giroscópio quanto ao acelerômetro. Por exemplo, o desvio no giroscópio inevitavelmente prejudica a estimativa da orientação do veículo relativa à gravidade, o que resulta numa cancelação incorreta do vetor da gravidade. Além disso, por exemplo, os dados do acelerômetro é integrada duplamente para obter a posição, então qualquer resíduo do vetor gravidade gera um erro que é duplamente integrado na posição. Por conta desse problema de desvio, é necessário alguma referência de fonte externa de medida, como um GPS (do inglês, *Global Positioning System*), câmera ou LiDAR (do inglês, *Light Detection And Ranging*).

### 3.2.2 Calibração dos sensores

O mercado mundial de sensores vem expandindo numa alta taxa ao longo dos últimos anos empurrado pelo desenvolvimento de outras tecnologias que fazem uso desses componentes, como robôs, carros autônomos, tecnologias de energia verde e internet das coisas (*Internet of Things*, do inglês), por exemplo. De acordo com BCC (2024), o mercado global de sensores estima o crescimento de \$179.7 bilhões em 2023 para \$300.5 bilhões até 2029.

Entretanto, apesar do forte avanço do mercado de sensores mundial, de acordo com Jain, Zhang e Jiang (2019), a calibração de sensores é um dos tópicos menos discutidos no desenvolvimento de sistemas autônomos, apesar de ser o bloco de fundação do sistema e de seus sensores, e é uma etapa de processamento necessária antes da implementação de técnicas de fusão sensorial.

De acordo com Lv et al. (2020), a calibração dos sensores é uma parte fundamental para o desenvolvimento de um projeto de fusão multi-sensorial. Isso se dá pelo fato do aumento da qualidade dos dados lidos pelos sensores e, assim, uma consequente melhoria na confiabilidade do sistema como um todo. Em sistemas como robôs e carros autônomos, isso pode determinar diretamente a segurança e viabilidade deles.

No caso desse projeto, a calibração será em cima dos sensores giroscópio e acelerômetro, que são chamados de sensores inerciais microeletromecânicos (MEMS, do inglês), cujo desenvolvimento foi o protagonista para o crescimento de sistemas de navegação inerciais (INS, do inglês) e superar os pontos negativos de outros sensores, como o GPS, que são consideravelmente lentos para atualizar a informação.

Segundo Papafotis e Sotiriadis (2020), sensores inerciais MEMS são utilizados preferencialmente por conta tanto do seu baixo custo quanto do seu reduzido tamanho. Entretanto, uma grande desvantagem deles é a sua característica de grande erro. Por conta disso, a calibração desses sensores é necessária para garantir seu bom funcionamento num INS, compensando a parte determinística de seu erro.

#### 3.2.2.1 Calibração do acelerômetro

A calibração do componente acelerômetro pode ser dividida em duas partes diferentes: compensação do *bias* da leitura de cada um dos eixos e a calibração da inclinação da IMU em relação ao frame do robô, este que acontece por conta da solda do componente ou de algum

fator mecânico, o que faz com que os eixos do robô e do componente provavelmente não sejam compatíveis.

A calibração é realizada pelo método proposto por Menezes Filho et al. (2020), que é baseado numa estimativa pelo método dos mínimos quadrados. No caso, o método é uma adaptação de utilizado para calibração de magnetômetros (dispositivos que medem a força do campo magnético), alterando que ao invés de medir o campo magnético da Terra é medida a aceleração local da gravidade. Além disso, o método para acelerômetros deve ser realizado enquanto o componente esteja estacionário ou submetido a rotações que não produzam forças centrípetas detectáveis.

De acordo com Menezes Filho et al. (2020), há 4 componentes que compõe o erro de um acelerômetro, que são:

- a) **Desvio:** Chamado de *bias* em inglês, o desvio é o componente mais comum na calibração de acelerômetro. Esse tipo de erro adiciona um deslocamento nas leituras do sensor.
- b) **Fatores de escala:** Esse componente corrompe as medições ao escalar incorretamente elas.
- c) **Desalinhamentos:** Também conhecido como não-ortogonalidades ou erros de acoplamento cruzado, esse componente diz respeito à disposição angular entre os eixos do corpo e os eixos reais de sensibilidade. O efeito prático desses desalinhamentos é que um sensor acaba sentindo (leia-se, medindo) a aceleração dos outros eixos, então a leitura não é completamente relacionada ao seu respectivo eixo.
- d) **Ruídos aleatórios:** Este componente é assumido como ruído branco e com média zero seguindo uma distribuição Gaussiana. Os autores colocam que como a aceleração é realizada no domínio da aceleração, então nenhuma integração numérica é realizada, então esses processos aleatórios podem ser desconsiderados.

De acordo com Hassan e Bao (2020), apenas os três primeiros itens são considerados durante a modelagem de erros sistemáticos. Assim, a leitura de um acelerômetro pode ser descrito conforme a Equação 9, em que  $a$  é o vetor que representa as acelerações calibradas nos 3 eixos,  $S$  é a matriz que representa os erros de fator de escala e desalinhamento (no caso, na diagonal principal estão os dados do erro de fator de escala, enquanto o restante dos valores são os erros de desalinhamento), enquanto  $\tilde{a}$  representa os dados crus do sensor nos 3 eixos.

$$a = S(\tilde{a} - B)$$

$$\begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_x & S_{xy} & S_{xz} \\ S_{xy} & S_y & S_{yz} \\ S_{xz} & S_{yz} & S_z \end{bmatrix} \left( \begin{bmatrix} \tilde{a}_x \\ \tilde{a}_y \\ \tilde{a}_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} \right) \quad (9)$$

Como dito anteriormente, o método se baseia que durante o repouso do sensor, o módulo da aceleração nos três eixos deve ser igual à aceleração da gravidade, como descrito na Equação 10.

$$a_x^2 + a_y^2 + a_z^2 = g^2 \quad (10)$$

A partir disso, devem ser recolhidas amostras do sensor em diferentes posições para que a calibração tenha uma maior eficiência, já que em Menezes Filho et al. (2020) é mostrado que o método consegue melhores resultados ao aumentar a quantidade de amostras, sendo que os autores colocam que 9 é a quantidade mínima nesse caso.

### 3.2.2.2 Calibração do giroscópio

A calibração do giroscópio segue as mesmas ideias da calibração do acelerômetro. Entretanto, em Hassan e Bao (2020) somente o fator de escala e os desvios são considerados no estudo como fontes de erro.

Assim, a relação entre a velocidade angular real e a velocidade angular medida pode ser observada com a Equação 11, em que  $\omega$  é o vetor que representa as velocidades angulares calibradas nos 3 eixos, enquanto  $\tilde{\omega}$  representa o vetor com os dados crus do sensor nos 3 eixos.

$$\omega = S(\tilde{\omega} - B)$$

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_x & S_{xy} & S_{xz} \\ S_{xy} & S_y & S_{yz} \\ S_{xz} & S_{yz} & S_z \end{bmatrix} \left( \begin{bmatrix} \tilde{\omega}_x \\ \tilde{\omega}_y \\ \tilde{\omega}_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} \right) \quad (11)$$

Entretanto, como nesse caso as amostras também devem ser tomadas em repouso, então a aceleração real deve ser considerada nula. Portanto, os erros de fator de escala podem ser desconsiderados no caso desse projeto, sendo necessário apenas descobrir os desvios do sensor.



### 3.3 LOCALIZAÇÃO DE ROBÔS

Nessa seção serão comentadas as questões que envolvem como um todo a localização de robôs móveis. No caso, serão discutidos o problema geral da localização de robôs e seus principais problemas, suas diferentes instâncias e a questão da informação disponível para localização de robôs.

#### 3.3.1 O problema da localização

A navegação é uma das competências mais desafiadoras necessárias em um projeto de robô móvel. De acordo com Siegwart, Nourbakhsh e Scaramuzza (2011), o sucesso da navegação depende do sucesso de 4 pilares principais: percepção, localização, cognição e controle de movimento. O primeiro é como o robô interpreta os dados dos sensores para extrair dados significativos. O segundo é a determinação da posição do robô no ambiente. O terceiro é sobre como o robô deve decidir como agir para atingir seus objetivos. O quarto define como o robô deve modelar as saídas dos seus motores para atingir a trajetória desejada.

Este trabalho se debruça no pilar da localização basicamente. O problema da localização consiste em responder a pergunta "Onde estou?" do ponto de vista do robô, o que quer dizer que o robô precisa descobrir sua localização relativa ao ambiente em que ele se encontra. Quando fala-se sobre posição, quer dizer sobre as coordenadas  $x$  e  $y$  do robô, tal como sua orientação no sistema de coordenadas global.

Como dito em Thrun et al. (2001), o problema de localização de um robô é algo muito importante, sendo um componente chave em diversos sistemas robóticos autônomos de sucesso. Se um robô não sabe onde está relativamente ao ambiente, a tomada de decisão do que fazer é praticamente impossível, o robô precisa ter pelo menos uma certa noção de onde ele está para poder operar e agir de maneira certa. Segundo Borenstein et al. (1997), saber exatamente a posição de um robô é um problema fundamental em aplicações de robôs móveis para prover realmente capacidades autônomas.

Problemas de localização são caracterizados pelo tipo de conhecimento que está disponível inicialmente e durante a execução. Basicamente, há três tipos de problemas de localização com diferentes graus de dificuldade, que são:

- a) **Rastreo de posição:** Assume que a posição inicial do robô é conhecida, então a localização do robô pode ser conseguida ao acomodar o ruído na movimentação do

robô, geralmente o efeito desse ruído sendo pequeno. Esse problema é dito como local, já que a incerteza é local e restrita a uma região perto da posição verdadeira do robô, além de que a incerteza é geralmente aproximada por uma distribuição unimodal, como uma gaussiana.

- b) **Localização Global:** Aqui a posição inicial do robô é desconhecida, já que o robô é inicialmente colocado em algum local do ambiente, mas há a falta do conhecimento de onde é o local, ou seja, ele precisa se localizar do zero. As abordagens para localização global não podem assumir limite no erro da posição, assim como assumir distribuição probabilística unimodal é geralmente inapropriado.
- c) **Problema do sequestro de robô:** É uma variante do problema de localização global, mas nesse caso o robô sabe onde está localizado e de repente é "sequestrado" para outra localização sem que o robô esteja ciente disso. O problema é o robô detectar que foi sequestrado e, em seguida, descobrir sua nova localização. A importância prática disso, apesar de ser algo que não aconteça frequentemente, decorre que grande parte dos algoritmos de localização não garantem que nunca falharão.

### 3.3.2 Os desafios da localização

Ao falar dos desafios da localização, Siegwart, Nourbakhsh e Scaramuzza (2011) fala sobre a situação hipotética de utilizar um GPS (do inglês, *Global Positioning System*) em um robô móvel e como o problema de localização estaria evitado, já que o sensor informaria a posição exata interna e externamente e, então, a questão "Onde estou?" sempre estaria respondida. Porém, infelizmente, esse sensor não é prático, já que o GPS atual tem uma acurácia de alguns metros, o que é inaceitável para localizar robôs móveis, além de não funcionar em ambientes internos.

Indo mais a fundo nas limitações do GPS, a localização é mais do que saber a posição absoluta do robô em relação à Terra, é também saber a sua localização relativa em respeito a, por exemplo, humanos, considerando a situação de um robô que tem que interagir com pessoas. Além do mais, se o robô planeja atingir uma localização específica, talvez seja necessário adquirir um modelo do ambiente (um mapa) e, então, identificar a posição relativa do robô nesse mapa.

Por conta da falta de acurácia e imperfeição de sensores e atuadores que a localização enfrenta desafios difíceis. Os principais aspectos que tornam o funcionamento de sensores e atuadores sub-ótimos são: ruído e *aliasing* em sensores e ruído em atuadores.

Sensores são a entrada fundamental do robô para o processo de percepção e, portanto, o grau em que sensores podem discriminar o estado em relação ao mundo que o robô se encontra

é crítico. O ruído induz uma limitação na consistência das leituras de um sensor em um mesmo estado do ambiente. Geralmente, a fonte de problemas com ruídos em sensores é que algumas características não são capturadas pelo robô e, então, ignoradas. Resumindo, o ruído em sensores reduzem a informação útil da leitura deles, uma saída para isso é levar várias leituras em conta, aplicando fusão temporal ou fusão de diversos sensores para aumentar a qualidade geral da informação de entrada de robôs.

Outra deficiência em relação aos sensores é a questão do *aliasing*, que os leva a colherem pouco conteúdo informativo, o que acaba agravando o problema da percepção e, assim, dificultando a localização de robôs móveis. Um exemplo que mostra bem a questão do *aliasing*, trazido em Siegwart, Nourbakhsh e Scaramuzza (2011), é que a utilização de um sonar em um robô móvel não traz a informação se algo que foi detectado é um humano que o robô deveria dizer "com licença" ou um objeto inanimado que o computador deveria recalculer o trajeto para ultrapassar. Ou seja, a quantidade de informações é geralmente insuficiente para identificar a posição do robô a partir de uma leitura de percepção única.

Já o ruído em atuadores cai na questão de que uma única ação tomada por um robô móvel pode ter diferentes resultados possíveis, mesmo que da perspectiva do robô o estado inicial antes da ação tomada é bem conhecido. Em resumo, atuadores em robôs móveis introduzem incerteza sobre o estado futuro, como por exemplo, o ato de andar tende a aumentar a incerteza de um robô. A maior fonte de erro geralmente reside em um modelo incompleto do ambiente, como por exemplo o fato de o modelo não levar em conta que as rodas de um robô podem escorregar ou que um humano pode empurrar o robô, ou seja, não leva em conta possíveis fontes de erros que não podem ser modeladas, resultando numa falta de acurácia entre o movimento físico do robô, a movimentação pretendida pelo robô e a estimativa de movimentação pelo sensor.

### 3.3.3 Informação disponível

Para determinar sua localização, um robô tem acesso a dois tipos de informação, primeiro por meio de uma compreensão a priori obtida pelo próprio robô ou suprida por uma fonte externa numa fase chamada de inicialização, segundo o robô obtém informação sobre o ambiente por meio de cada observação e ação realizadas durante a fase chamada navegação.

Em geral, a informação a priori fornecida ao robô descreve o ambiente pelo qual o robô está navegando, ou seja, especifica algumas características que são variantes no tempo e assim

podem ser utilizados para determinar a localização. Alguns exemplos desse tipo de informação podem ser mapas e relações causa-efeito.

Robôs podem ter acesso a um mapa que descreve o ambiente em que está localizado. Os podem ser topológicos ou geométricos (SINGHAL, 1997), o primeiro tipo descreve o ambiente em termos métricos, como por exemplo mapas de rodovias, já o segundo tipo descreve o ambiente em termos de características específicas em localizações e maneiras de ir de um local para outro. O mapa pode ser aprendido pelo robô previamente, ou fornecido por uma fonte externa, ou aprende enquanto navega pelo ambiente. Já as relações causa-efeito fornecem informações a priori ao robô por meio de uma dada entrada de observação, dizendo ao robô onde ele está a partir delas.

Já a informação de navegação é a que o robô reúne de seus sensores enquanto navega pelo ambiente. Um robô tipicamente performa dois tipos de ações ao navegar: ele anda ou age no ambiente por um lado, e sente o ambiente por outro lado.

Um sistema de locomoção consiste de rodas, pernas ou trilhos, ou qualquer coisa que faça o veículo se movimentar pelo ambiente. A maneira na qual um sistema de deslocamento muda a localização contém informação de valor para estimar a localização, ou seja, saber os efeitos de ações executadas pelo sistema indica diretamente a localização do veículo depois da execução dessas ações.

O robô sente o ambiente por meio de sensores, que indicam a informação de uma situação momentânea, chamada de observação ou medição, ou seja, essa informação descreve uma situação do ambiente do robô em um certo momento. Observações feitas do ambiente providenciam informação sobre a localização do robô que é independente de uma estimativa de localização anterior, dando ênfase que a informação dessas medições vem da observação do ambiente ao invés do próprio robô.

### 3.4 FUSÃO DE SENSORES

Alatise e Hancke (2020) trazem que robôs móveis autônomos estão se tornando mais proeminentes nos últimos tempos por conta do aumento de sua relevância e aplicações em diversas áreas, como em empresas, indústrias, hospitais, setor agrícola, realizando funções como carregamento de objetos pesados, monitoramento e busca. Por conta disso, a fusão de sensores vem sendo utilizada para solução de problemas como localização, mapeamento e navegação.

A fusão de sensores é um tema que envolve uma grande multidisciplinaridade de áreas, por conta disso existem diversas definições do que é fusão de sensores na literatura, como a definição de Castanedo et al. (2013) e Nagla, Uddin e Singh (2014), que definem como o uso cooperativo de informação providenciada por diversos sensores a fim de ajudar no desempenho de uma determinada função. Trazendo mais para o campo da robótica, Luo, Chang e Lai (2011) trazem que a fusão de multi sensores é uma tecnologia que realiza a combinação sinérgica de dados sensoriais de múltiplos sensores a fim de atingir inferências que não são possíveis com os sensores operando separadamente.

A ideia de unir sensores não é recente na história da humanidade, um exemplo muito bom para mostrar esse fato é que, de acordo com Hall e Llinas (1997), humanos e animais desenvolveram a capacidade de utilizar múltiplos sentidos para melhorar suas habilidades de sobrevivência, como no caso de um animal que não consegue ver ao redor de cantos ou por meio da vegetação, então o sentido de audição pode prover bons avisos de perigos. Assim, a fusão de sensores é naturalmente realizada por animais e humanos para uma melhor abordagem do ambiente ao redor e para identificação de ameaças.

De acordo com MÁRTON e GYÖRGY (2013), a fusão de sensores é um método efetivo para solucionar o problema de localização precisa de robôs móveis. Nessa técnica, mais de um sensor é utilizado para obter a posição do robô e para uma combinação efetiva de diferentes medições a fim de gerar os estados estimados do sistema. Assim, a fusão de sensores permite a mitigação das limitações de diferentes sensores, obtendo uma posição mais precisa do robô.

A seguir, serão comentadas as vantagens e desvantagens de utilizar fusão de sensores em sistemas inteligentes, além de apresentar três tipos de classificação dos diferentes métodos e técnicas de fundir dados de múltiplos sensores em um sistema.

### **3.4.1 Vantagens e Desvantagens**

Fung, Chen e Chen (2017) traz que a maioria dos sensores não geram diretamente um sinal de um fenômeno externo, mas sim através de diversas etapas de conversão. Por conta disso, o dado sensorial lido pelo usuário pode desviar da entrada real. O autor também coloca que existem algumas características de sensores que são inevitáveis, como velocidade e frequência de resposta, atraso e tempo de acomodação, e que acabam levando a diversas complicações, que são enfrentadas pela fusão de sensores. Além disso, existem outras características estáticas, como

acurácia, precisão, resolução e sensibilidade, que podem ser facilmente geridas antes do processo de fusão.

Fung, Chen e Chen (2017) traz também que a maior parte dos sensores não são ideais e possuem desvios que podem vir junto da informação necessária, alguns deles podem ser considerados de uma fonte aleatória de ruído, que precisam de um processamento para redução, já outros são considerados sistemáticos correlacionados com o tempo, estes também podem ser melhorados se o erro é conhecido.

Como comentado anteriormente, o principal propósito de sensores externos é prover ao sistema informação útil no que diz respeito a informações de interesse do ambiente. A fusão de dados de diferentes sensores traz diversas vantagens relacionadas a obtenção de informações mais precisas, que no caso são impossíveis de perceberem somente com os dados individuais. Segundo Alatise e Hancke (2020), os seguintes itens são as principais vantagens da fusão de dados de sensores.

- a) **Redução da incerteza:** os dados providenciados por sensores estão, por vezes, sujeitos a um nível de incerteza e discrepância. Assim, a fusão de dados de diferentes sensores reduz a incerteza ao combinar dados de inúmeras fontes. É, assim, imperativo compensar usando outros sensores ao fundir seus dados utilizando algoritmos de fusão.
- b) **Aumento na acurácia e confiabilidade:** integração de múltiplos sensores vai permitir que o sistema providencie informação inerente mesmo em caso de falha parcial em algum de seus módulos sensoriais.
- c) **Cobertura temporal e espacial estendida:** a área coberta por um sensor pode não ser coberta por outro sensor, portanto a medição de um é dependente do outro e ambos se complementam. Um exemplo em que ocorre isso é um sensor inercial, como acelerômetro e giroscópio, e visão, nesse caso a cobertura da câmera como sensor de visão não pode ser comparada com o uso do acelerômetro, que apenas pega medidas sobre a rota de navegação.
- d) **Resolução aprimorada:** o valor da resolução resultante de múltiplas medições independentes fundidas é melhor que a medição singular de um sensor.
- e) **Complexidade reduzida do sistema:** um sistema em que os dados do sensor são pré-processados por algoritmos de fusão, a entrada para a aplicação de controle pode ser padronizada de forma autônoma dos tipos de sensores empregados, assim simplificando a implementação e providenciando a opção de modificações no

sistema de sensor relativo ao número e tipo dos sensores sem alterações do software aplicado.

Embora seja provado a qualidade da fusão de sensores, de acordo com Fung, Chen e Chen (2017), existem alguns problemas associados com a criação de uma metodologia geral para fusão de diferentes sensores e eles se concentram em torno dos métodos utilizados para modelagem do erro ou incertezas no processo de integração dos dados, na informação sensorial e na operação do sistema em geral incluindo os sensores. Sendo assim, os seguintes itens são colocados pelo autor como potenciais problemas.

- a) **Registro dos dados:** sensores individuais possuem seus próprios frames de referência do qual os dados são calculados. Para que a fusão ocorra, os conjuntos de dados diferentes devem ser convertidos para um frame de referência comum, e assim alinhados juntos. Erro de calibração de sensores individuais deve ser abordado durante este estágio. Este problema acaba sendo crítico na determinação se a fusão funcionará ou não.
- b) **Incerteza nos dados sensoriais:** Diversos formatos de dados podem criar ruídos e ambiguidade no processo de fusão. Dados competitivos ou conflitivos podem ser resultados desses erros. A redundância dos dados de diversos sensores precisa estar engajada em reduzir a incerteza e aprender a rejeitar valores discrepantes se dados conflitivos são encontrados.
- c) **Dados incompletos, inconsistentes e falsos:** dados são considerados incompletos se os dados observados permanecem os mesmos independente do número de interpretações. Sensores inconsistentes são definidos como dois ou mais conjuntos de dados completos mas que possuem diferentes interpretações.
- d) **Associação de dados/Correspondência:** um aspecto da fusão de sensores é estabelecer se duas faixas de cada sensor representam o mesmo objeto, sendo isto necessário para saber como características de dados combinam de diferentes sensores, além de saber se podem ser discrepantes.
- e) **Granularidade:** o nível de detalhes de diferentes sensores são dificilmente similares. Os dados podem ser esparsos ou densos, relativos a outros sensores. O nível dos dados pode ser diferentes e isso deve ser abordado no processo de fusão.
- f) **Escalas de tempo:** sensores podem medir o mesmo ambiente em taxas diferentes. O tempo de chegada ao nó de fusão pode não coincidir por conta de atrasos de propagação no sistema. Em casos em que o algoritmo de fusão necessita do

histórico dos dados, o quão rápido o sensor consegue prover o dado é diretamente relacionado à validade dos resultados.

### 3.4.2 Classificação de técnicas

Após o entendimento do que é a fusão de sensores, como ela pode ajudar diferentes sistemas e alguns pontos dela que merecem certa atenção para evitar problemas, é necessário diferenciar as diversas técnicas que realizam essa função de unir dados de sensores. De acordo com Castanedo et al. (2013), esse tema é uma área multidisciplinar que envolve diferentes campos do conhecimento, então é difícil estabelecer uma classificação clara e estrita das diferentes técnicas. Por isso, foram escolhidas 2 maneiras para classificação dos diferentes métodos de fusão sensorial.

#### 3.4.2.1 *Classificação baseada na relação entre as fontes de dados*

De acordo com Castanedo et al. (2013), a relação entre as fontes de dados é uma maneira de dividir as diferentes técnicas de fusão de sensores, separando nas seguintes três categorias.

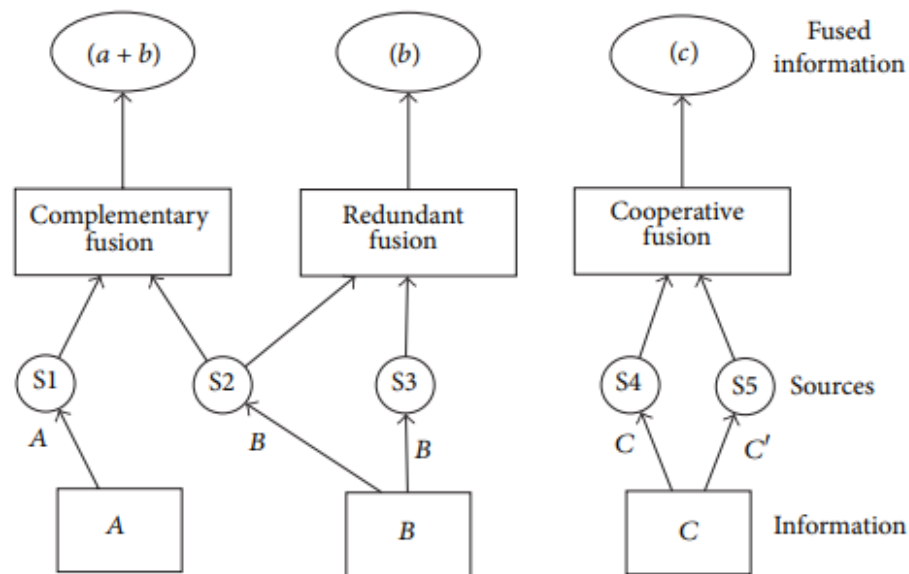
- a) **Complementar:** é o caso de quando os sensores não dependem diretamente entre si, mas podem ser combinados de uma maneira que entreguem uma visão mais completa do fenômeno sendo observado. Ou seja, a informação providenciada pelas diferentes fontes representam diferentes partes do cenário. Um exemplo que pode ser colocado são câmeras em uma sala sendo que cada uma acaba observando partes disjuntas.
- b) **Competitiva:** também chamada de redundante, é o caso em que cada sensor entrega medidas independentes de uma mesma propriedade e, assim, as informações podem ser utilizadas a fim de obter uma informação global mais confiável. Visser e Groen (1999) ainda separam essa categoria em dois - a fusão de dados de diferentes sensores ou a fusão de medições de um mesmo sensor tomadas em diferentes instantes. Um exemplo é o caso de dados vindo de áreas sobrepostas em redes de sensores visuais.
- c) **Cooperativa:** é quando as informações fornecidas por dois sensores independentes são utilizadas para conseguir alguma informação que não estaria disponível com os sensores funcionando sozinhos. De acordo com Brooks e Iyengar (1998), é a fusão mais difícil de projetar, já que o dado resultante está suscetível a problemas de todos



os sensores sendo fundidos, o que geralmente diminui a acurácia e confiabilidade em relação às outras categorias. Um exemplo é uma fusão de dados multi-modal entre áudio e vídeo para gerar uma informação mais complexa.

A Figura 7 representa claramente a diferença entre as três categorias de classificação proposta por Castanedo et al. (2013).

Figura 7 – Diagrama representando a diferença entre as fusões complementar, competitiva e cooperativa.



Fonte: Retirado de Castanedo et al. (2013)

### 3.4.2.2 Classificação em três níveis

A fusão de dados normalmente aborda três níveis de abstração: medidas, características e decisões. Essa maneira de classificar os diferentes métodos de fusão de sensores se baseia nessa ideia, dividindo-os em baixo, intermediário e alto nível, como é descrito a seguir (CASTANEDO et al., 2013).

- Nível baixo:** também chamada de fusão de dados crus, essa categoria combina diferentes fontes de dados crus para produzir novos dados que espera-se que sejam mais informativos do que os de entrada.
- Nível intermediário:** também chamada de fusão a nível de características, essa categoria combina diversos aspectos, como bordas, linhas, texturas ou posições

em um mapa de características que pode então ser utilizado para segmentação ou detecção.

- c) **Nível alto:** também chamada de fusão de decisões, essa categoria combina decisões de diversos especialistas para obter uma decisão ainda mais precisa. Normalmente métodos bayesianos são empregados neste nível.
- d) **Nível múltiplo:** esse nível aborda dados providenciados de diferentes níveis de abstração. Um exemplo é a união de uma medição com uma característica para obter uma decisão.

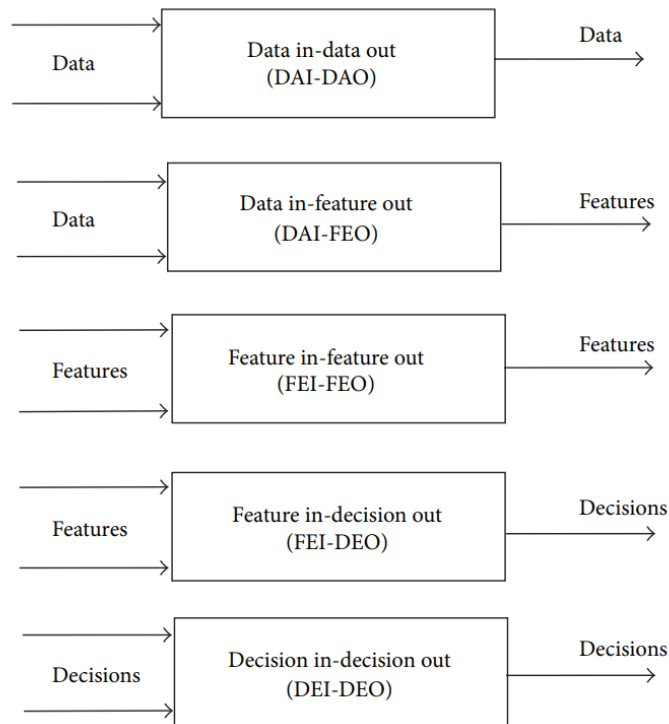
### 3.4.2.3 *Classificação baseada na entrada e saída do sistema*

Esse sistema de classificação proposto por Dasarathy (1997) (por isso também chamado de modelo de Dasarathy) refinou o modelo de classificação em três níveis, dividindo as diferentes técnicas de fusão de sensores em 5 categorias baseado no nível de abstração dos dados de entrada e saída do sistema. As características das 5 categorias são resumidas de acordo com a natureza da entrada e os resultados de saída do processo de fusão (LI et al., 2021; VAKIL et al., 2021).

- a) **Entrada de dados-Saída de dados (DAI-DAO):** é o tipo mais básico de fusão de dados, nele há o processo de entradas e saídas de dados crus, os resultados são tipicamente mais confiáveis e acurados. Nesse caso a fusão é conduzida imediatamente depois da coleta de dados dos sensores.
- b) **Entrada de dados-Saída de características (DAI-FEO):** nesse nível o processo de fusão emprega dados crus das fontes para extrair características ou aspectos que descrevem a entidade do ambiente.
- c) **Entrada de características-Saída de características (FEI-FEO):** nesse nível tanto a saída quanto a entrada dos dados do processo de fusão são características. Assim, o processo aborda um conjunto de aspectos a fim de melhorar, refinar ou obter novas características.
- d) **Entrada de características-Saída de decisões (FEI-DEO):** este nível recebe um conjunto de características e, a partir delas, fornece um conjunto de decisões como saída do sistema. A maior parte dos sistemas que realizam uma decisão baseada no recebimento de dados de sensores entram nessa categoria.
- e) **Entrada de decisões-Saída de decisões (DEI-DEO):** esse tipo de classificação é também conhecida como fusão de decisão, já que funde decisões de entrada para obtenção de melhores ou novas decisões.

A Figura 8 representa claramente a diferença entre as cinco categorias de classificação proposta por Dasarathy (1997). Já a Figura 9 relaciona e mostra as diferenças entre os modelos de classificação em três níveis e Dasarathy.

Figura 8 – Diagrama representando a diferença entre as fusões baseadas no nível de abstração dos dados.



Fonte: Retirado de Castanedo et al. (2013)

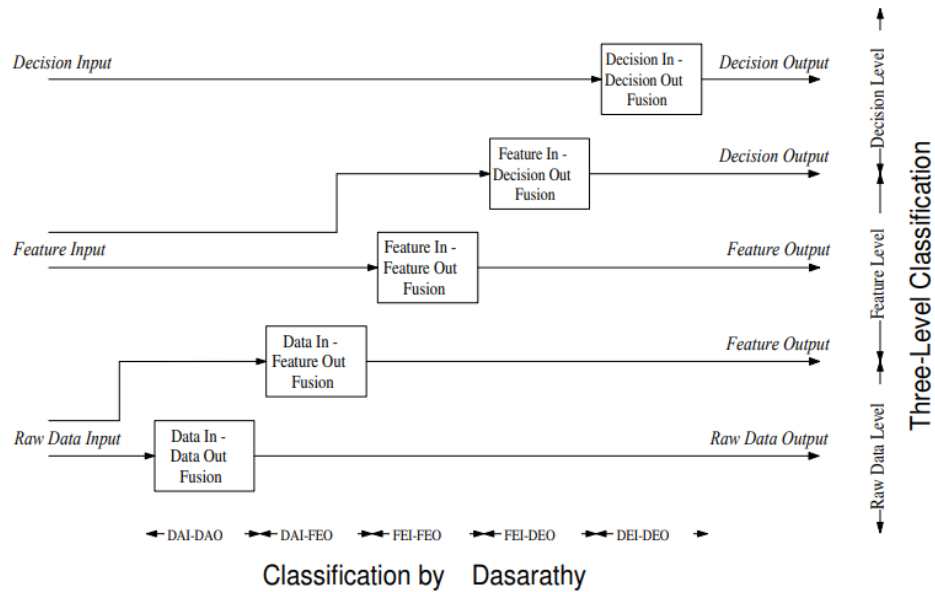
### 3.5 FILTRO DE KALMAN

Nesta seção serão abordados os conceitos teóricos necessários para entendimento do tão divulgado e utilizado filtro de Kalman. Nela, serão apresentadas suas equações, as premissas para desenvolvimento das equações, as etapas do algoritmo, assim como a apresentação do filtro de Kalman estendido, utilizado em situações cujo sistema e/ou medição são não-lineares.

#### 3.5.1 Introdução

O filtro de Kalman foi inventado durante a década de 50 por Rudolph Emil Kalman como uma técnica para filtragem e predição em sistemas lineares. Desde então, por conta dos avanços

Figura 9 – Diagrama relacionando as classificações três níveis e Dasarthy.



Fonte: Retirado de Elmenreich (2002)

na área de computação digital, o KF é objeto de extenso estudo e aplicações, particularmente na área de navegação autônoma ou assistida.

O filtro de Kalman é um algoritmo que já foi utilizado em uma vasta gama de aplicações, principalmente na área de controle e na predição de sistemas dinâmicos, sendo a base para o desenvolvimento da teoria do controle moderno e processamento de sinais em tempo real. Nos dias de hoje, segundo Khodarahmi e Maihami (2023), o KF evoluiu de um simples estimador de estados ótimo e possui aplicações na automação, posicionamento, rastreamento de alvo, processamento de sinais, imagens digitais, sinais de voz e previsão de terremotos.

Focando mais no campo da robótica, o filtro de Kalman é aplicado no rastreamento de trajetória, estimativa de posição para robôs manipuladores, SLAM (do inglês, *Simultaneous Localization and Mapping*) e detecção de objetos (URREA; AGRAMONTE, 2021). Além de que sua flexibilidade permitiu a integração da informação de diferentes tipos de sensores e técnicas, tornando possível responder as questões fundamentais da navegação de robôs: Onde estou? Para onde estou indo? E como eu chego no meu destino?

Em suma, o filtro de Kalman é um conjunto de equações matemáticas que serve para estimar o estado de um sistema dinâmico linear com ruídos de tal maneira que a média do erro quadrático diminui de forma eficiente computacionalmente por ser um algoritmo recursivo. Ou

seja, o KF precisa de pouca memória já que precisam de memória apenas para salvar informação de estados passados, sendo adequado para problemas de tempo real e sistemas embarcados (KHODARAHMI; MAIHAMI, 2023).

Quando fala-se sobre o estado de um sistema, coloca-se um vetor  $x$  que consiste de  $n$  variáveis que descrevem importantes propriedades de um sistema. Um exemplo de estado é a localização de um robô, que consiste das coordenadas  $x$  e  $y$  e a orientação  $\theta$  de um robô.

Como colocado anteriormente, robôs normalmente utilizam uma grande quantidade de sensores, cada um deles provendo a posição do robô, mas também cada um sendo sujeito a erros ou falhas no funcionamento. Então, a obtenção da localização ótima de um robô móvel deve levar em conta a informação gerada por todos sensores. Segundo Siegwart, Nourbakhsh e Scaramuzza (2011), o filtro de Kalman é uma técnica poderosa para atingir essa fusão de sensores por ser eficiente ao representar a função de densidade probabilística da crença do robô e até das leituras individuais dos sensores, resultando num algoritmo de processamento de dados recursivo ótimo.

Entretanto, segundo Negenborn (2003), o fato de que as variáveis de um estado podem conter ruídos e não serem diretamente observáveis dificultam a estimação do estado. O KF possui acesso às medições do sistema para poder realizar a estimativa do estado, estas medições estão linearmente relacionadas ao estado e estão corrompidas por ruídos. Caso as fontes desses ruídos possuam uma distribuição gaussiana, então a estimativa do KF é estatisticamente ótima para qualquer medida razoável de otimização.

Também segundo Negenborn (2003), o KF processa todas medidas disponíveis de sensores para estimar o estado, tanto as medidas precisas quanto as imprecisas. Ele utiliza conhecimento do sistema e dinâmica dos sensores, descrição probabilística do próprio sistema e dos ruídos das medidas, e qualquer dado disponível sobre os valores iniciais do estado.

### 3.5.2 Premissas

A utilização do filtro de Kalman para prever e corrigir a crença do estado presume a necessidade de um modelo tanto do sistema quanto medições. O KF assume uma descrição de sistema dinâmico linear do sistema que está estimando o estado. O sistema dinâmico pode ser corrompido por fontes de ruídos, os quais o KF assume que podem ser modelados por distribuições independentes, brancas, média zero e gaussianas (URREA; AGRAMONTE, 2021).

### 3.5.2.1 Sistema dinâmico linear

Falando sobre o modelo do sistema, ele descreve como o verdadeiro estado do sistema evolui ao longo do tempo, utilizado pelo filtro para realizar previsões sobre o estado. Basicamente, o KF assume que o estado do sistema evolui de acordo com a Equação (12), onde o verdadeiro estado  $x_k$  do sistema no tempo  $k$  depende do estado um passo  $x_{k-1}$  e algum ruído, a matriz  $A$  tem tamanho  $n \times n$  e relaciona os estados passo e atual, enquanto o vetor  $w_k - 1$  modela o ruído no sistema, modelando os efeitos de influências não modeladas no estado (URREA; AGRAMONTE, 2021).

$$x_k = Ax_{k-1} + Bu_{k-1} + w_{k-1} \quad (12)$$

O modelo de medição descreve como medições se relacionam com os estados. O filtro de Kalman necessita do modelo das medições a fim de corrigir a previsão do estado quando uma medição está disponível. Basicamente, o KF assume que as medições podem ser modeladas por um equação linear que relaciona o estado do sistema para uma medição, como a Equação (13), em que  $z_k$  depende linearmente do estado do sistema  $x_k$ , já a matriz  $H$  possui tamanho  $m \times n$  e relaciona a medição com o estado, enquanto  $v_k$  é o ruído nas medições (KHODARAHMI; MAIHAMI, 2023).

$$z_k = Hx_k + v_k \quad (13)$$

Ambas Equações (12) e (13) mostram que o estado  $x_k$  no tempo  $k$  não depende de todos os outros estados e medições dado  $x_{k-1}$  e que a medição  $z_k$  não depende de qualquer estado ou medida, o que torna o sistema um processo Markoviano.

### 3.5.2.2 Características do ruído

Uma característica necessária do ruído para o filtro de Kalman é a independência, que torna o cálculo envolvido na estimativa de estado mais fácil. De acordo com Negenborn (2003) em geral é justo assumir que os ruídos no sistema e medição são independentes.

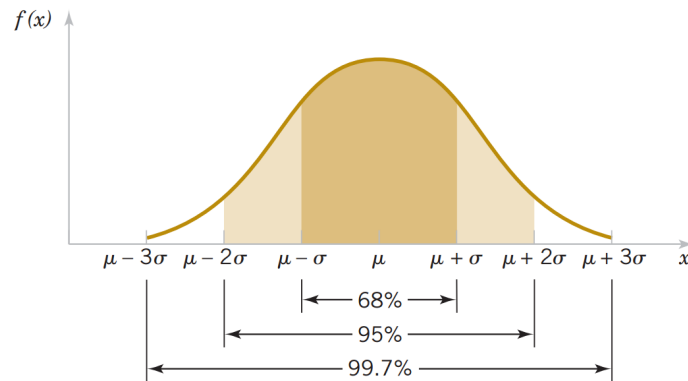
Outra característica que simplifica a matemática envolvida no filtro de Kalman é o ruído branco, este tem poder em todas frequências do espectro e é completamente não correlacionado com ele mesmo em qualquer momento exceto o presente. Ou seja, os erros não se correlacionam

pelo tempo, saber a quantidade de ruído neste momento não ajuda em prever qual será a quantidade de ruído em outro momento.

Uma terceira característica que é assumida é que o ruído possui média zero, o que implica que o erro no sistema e medição é aleatório. Um ruído aleatório significa que ele não é sistemático, ou seja, ele não possui um *bias* constante, algumas horas ele é positivo, outras negativo, mas sempre média zero.

A última característica importante que é assumida pelo filtro de Kalman é que o ruído é gaussiano, que é uma característica que lida com amplitude do ruído, colocando que a quantidade de ruído envolvida pode ser modelada por uma curva conforme a Figura 10, em que o centro do gráfico representa a média  $\mu$  dos valores, já a dispersão (ou largura) do gráfico é representada pelo desvio padrão  $\sigma$  (ou pela variância, que é o desvio padrão elevado ao quadrado). Esta premissa é justificada ao assumir que os ruídos do sistema e medição são causados por diversas fontes pequenas de ruídos que, independente de suas distribuições, a soma delas será distribuída conforme uma gaussiana.

Figura 10 – Exemplo de distribuição gaussiana.



Fonte: Retirado de Zibetti (2022)

Com as premissas da média zero e a distribuição gaussiana, os ruídos podem ser descritos de acordo com  $N(\mu, \Sigma)$ , que denota uma função gaussiana de média  $\mu$  e covariância  $\Sigma$ .

### 3.5.3 Processo a ser estimado

O filtro de Kalman aborda o problema geral de tentar estimar o estado  $x \in \mathbb{R}^n$  de um processo controlado em tempo discreto que é governado pela equação diferencial estocástica linear descrita pela Equação (14) com medição  $z \in \mathbb{R}^m$ , que é representada pela Equação (15).

No caso, as variáveis aleatórias  $w_k$  e  $v_k$  representam os ruídos do processo e das medições, respectivamente.

$$x_k = Ax_{k-1} + Bu_{k-1} + w_{k-1} \quad (14)$$

$$z_k = Hx_k + v_k \quad (15)$$

Assume-se que as variáveis  $w_k$  e  $v_k$  são independentes uma das outras, brancas, e com uma distribuição probabilística normal, segundo as probabilidades definidas na Equação (16).

$$\begin{aligned} p(w) &\sim N(0, Q) \\ p(v) &\sim N(0, R) \end{aligned} \quad (16)$$

Segundo Welch, Bishop et al. (1995), a matriz de covariância do ruído do processo  $Q$  e a matriz de covariância do ruído das medições  $R$  podem variar a cada passo de tempo ou a cada medição, embora nesse caso seja considerado constante.

A matriz  $A$  da Equação (14) possui tamanho  $n \times n$  e relaciona o estado no passo de tempo anterior  $k - 1$  com o estado no passo de tempo atual  $k$  na ausência de uma função ou ruído de processo. Já a matriz  $B$  possui tamanho  $n \times l$  e relaciona a entrada de controle  $u \in \mathbb{R}^l$  ao estado  $x$ . A matriz  $H$  possui tamanho  $m \times n$  na Equação (15) e relaciona o estado com a medição  $z_k$ .

### 3.5.4 Equações

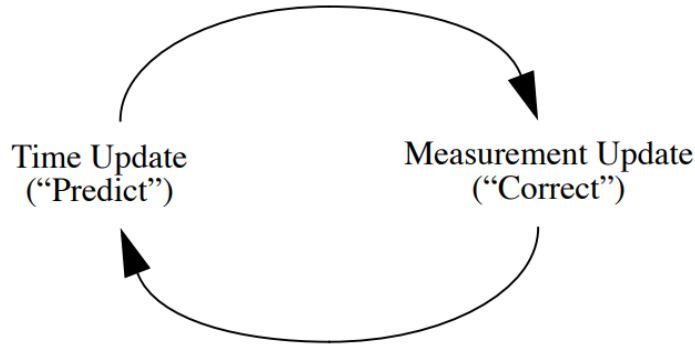
De acordo com Khodarahmi e Maihami (2023), o filtro de Kalman estima um processo utilizando uma forma de controle por meio de feedback, nele o filtro estima o estado do processo em um dado instante e então obtém feedbacks na forma de medições, no caso ruidosas. Como tal, as equações do filtro de Kalman podem ser divididas em dois grupos: as equações de atualização de tempo e as equações de atualização medições. O primeiro grupo é responsável por projetar a frente no tempo as estimativas do estado atual e a covariância do erro para obter a estimativa a priori do próximo período de tempo. Já o segundo grupo é responsável pelo feedback, isto é, por incorporar uma nova medição na estimativa a priori a fim de obter uma melhor estimativa a posteriori.

As equações de atualização no tempo podem ser chamadas como equações de predição, enquanto as equações de atualização de medição podem ser chamadas de equações de correção.



Basicamente o algoritmo de estimativa final se assemelha com um algoritmo predição-correção para solução de problemas numéricos. A Figura 11 mostra o ciclo do filtro de Kalman, em que a predição projeta a estimativa do estado atual a frente no tempo, enquanto a correção ajusta a estimativa projetada por uma medição real naquele instante.

Figura 11 – Ciclo do filtro de Kalman discreto.



Fonte: Retirado de Welch, Bishop et al. (1995)

#### 3.5.4.1 Predição

A cada instante de tempo o sistema pode estar em um estado diferente. Portanto, o KF calcula uma nova crença anterior a cada passo de tempo. As equações de predição (também chamada de atualização por tempo ou propagação) predizem o novo estado do sistema projetando à frente a crença mais recente, ou seja, calculando a crença  $bel(x_k)$  a partir da crença do estado anterior  $bel(x_{k-1})$ .

No caso, de acordo com Thrun (2002),  $bel(x_k) = N(\hat{x}_k^-, P_k^-)$ , em que a média  $\hat{x}_k^-$  e a covariância  $P_k^-$  são definidos segundo a Equação (17).

$$\begin{aligned}\hat{x}_k^- &= A\hat{x}_{k-1} + Bu_k \\ P_k^- &= AP_{k-1}A^T + Q_k\end{aligned}\tag{17}$$

O KF calcula a estimativa de estado  $\hat{x}_k^-$  baseado tanto na última estimativa de estado  $\hat{x}_{k-1}$  quanto no modelo disponível do sistema. A melhor hipótese que o KF pode fazer sobre o estado do sistema depois dele progredir um passo a frente no tempo é a melhor hipótese propagada pelo modelo que o KF possui do sistema.

Além disso, o filtro de Kalman também reconhece que a evolução do sistema está sujeita a ruídos e, assim, possui uma incerteza aumentada  $P_k^-$  na estimativa do estado. O primeiro termo da covariância do erro  $AP_{k-1}A^T$  propaga a incerteza da última estimativa à frente para a estimativa atual do estado. Já o segundo termo  $Q_k$  é o ruído do sistema que corrompe o estado do sistema a cada passo de tempo.

### 3.5.4.2 Correção

As equações de correção (ou atualização da medição) lidam com as medições dos sensores. Elas são utilizadas apenas quando há a atualização da medição dos sensores. As medições providenciam informação direta sobre o estado atual do sistema. As equações desta etapa corrigem a previsão da crença mais recente ao incorporar a informação recebida das medições. Segundo Thrun (2002), as equações dessa fase calculam a crença posterior  $Bel(x_k) = N(\hat{x}_k, P_k)$ , em que  $\hat{x}_k$  e  $P_k$  são definidos segundo a Equação (18).

$$\begin{aligned}\hat{x}_k &= \hat{x}_k^- + K_k(z_k - H\hat{x}_k^-) \\ P_k &= (I - K_kH)P_k^- \\ K_k &= P_k^- H^T (HP_k^- H^T + R_k)^{-1}\end{aligned}\tag{18}$$

A nova crença posterior  $\hat{x}_k$  é utilizada no próximo passo de tempo para calcular a previsão de uma nova crença. A natureza recursiva do filtro de Kalman permite implementações práticas, já que nem todos os dados são necessários para estimar os estados.

O filtro de Kalman calcula a estimativa do estado posterior combinando a previsão da estimativa de estado com o ganho de Kalman  $K_k$  vezes a diferença entre a medição  $z_k$  e a previsão de medição  $H\hat{x}_k^-$ , chamada de inovação.

O termo  $H\hat{x}_k^-$  na Equação (18) é chamado de previsão de medição. Dadas a estimativa do estado anterior  $x_k^-$  e a matriz de medições  $H$  do modelo de medição na Equação (15), o filtro de Kalman prediz qual medição irá receber. Assim, denota-se a previsão de medição segundo a Equação (19).

$$\hat{z}_k = H\hat{x}_k^- + \hat{v}_k\tag{19}$$

No caso, o ruído de medição  $\hat{v}_k$  é zero e a previsão de medição é uma variável aleatória que segue uma distribuição gaussiana, podendo notar isso ao analisar que ela depende linearmente da estimativa anterior do estado  $\hat{x}_k^-$  e do ruído de medição, sendo que ambos são variáveis aleatórias

gaussianas. Então, facilmente deriva-se que a predição de medida  $\hat{z}_k$  segue a distribuição descrita na Equação (20).

$$\hat{z}_k = N_z(H\hat{x}_k^-, HP_k^- H^T + R_k) \quad (20)$$

A diferença entre a medição  $z_k$  e a medição prevista  $\hat{z}_k$  é chamada de inovação da medição ou  $\tilde{z}_k$  residual. A inovação diz quanto uma medida prevista difere de uma medição real, sendo definida segundo a Equação (21). Caso a inovação seja igual a zero, então a medida prevista reflete exatamente a medição real, o que implica que o estado estimado com o qual a predição da medição foi realizada estava muito perto do verdadeiro estado que a medição foi feita. Entretanto, se existir uma diferença entre as medições prevista e observada, então a estimativa do estado anterior precisa ser atualizada com um certo valor.

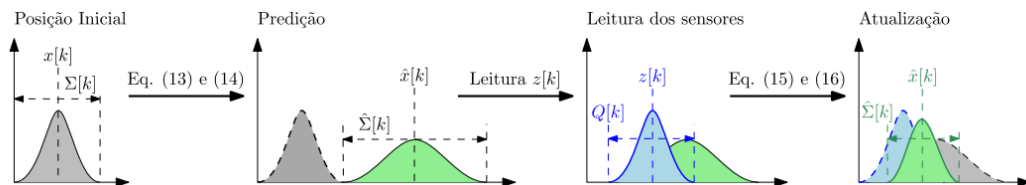
$$\tilde{z}_k = z_k - \hat{z}_k \quad (21)$$

O fator  $K_k$  na Equação (18) é chamado de ganho de Kalman (KG, do inglês *Kalman Gain*), que é o fator que fala até que ponto a inovação deve ser levada em conta na estimativa de estado posterior. Isso é determinado ao olhar a incerteza relativa entre a estimativa de estado anterior e a inovação da medição, como descrito na Equação (18).

A fim de comparar a incerteza da estimativa do estado anterior no espaço de estados com a incerteza da inovação no espaço de medição, o KF converte a incerteza no espaço de medição para o espaço de estados por meio da matriz  $H^T$ .

Em resumo, o ciclo do filtro de Kalman pode ser entendido conforme o Algoritmo 1, em que há o detalhamento das Equações de cada um dos passos do KF, a predição e correção. Já a Figura 12 representa um exemplo em uma dimensão de como o filtro de Kalman realiza a predição e correção em termos de média e covariância.

Figura 12 – Exemplo de predição e atualização das covariâncias do filtro de Kalman.



Fonte: Retirado de Costa e Tonidandel (2023)

Algoritmo 1 – Filtro de Kalman linear

```

1 Entrada: Estado anterior  $x_{k-1}$ ; Covariância anterior  $P_{k-1}$ ; Entrada de controle  $u_k$ ;
   Entrada de medição  $z_k$ 
2 Saída: Estado atual  $\hat{x}_k$ ; Covariância atual  $P_k$ 
3 início
4    $\hat{x}_k^- = A\hat{x}_{k-1} + Bu_k$ 
5    $P_k^- = AP_{k-1}A^T + Q_k$ 
6   se medição disponível então
7      $K_k = P_k^- H^T (HP_k^- H^T + R_k)^{-1}$ 
8      $\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k(z_k - H\hat{x}_k^-)$ 
9      $P_k = (I - K_k H)P_k^-$ 
10  fim
11 fim
12 retorna  $\hat{x}_k, P_k$ 

```

### 3.6 FILTRO DE KALMAN ESTENDIDO

Para sua descrição, o filtro de Kalman possui algumas premissas, tal como a de que as observações são funções lineares dos estados e que o próximo estado é uma função linear do estado anterior, o que é crucial para a correção do filtro (THRUN, 2002). Não só isso, para o desenvolvimento do KF, observa-se que qualquer transformação linear de uma variável aleatória gaussiana resulta em outra variável aleatória gaussiana.

Embora o filtro de Kalman tenha provado sua eficiência e qualidade ao longo dos anos com sua vasta utilização em diversas áreas, infelizmente sistemas mais complicados podem ser não-lineares (KHODARAHMI; MAIHAMI, 2023). Por exemplo, um robô que se move com velocidade de translação e rotação constantes tipicamente realizam uma trajetória circular, que não pode ser descrita por uma transição de estado linear (THRUN, 2002).

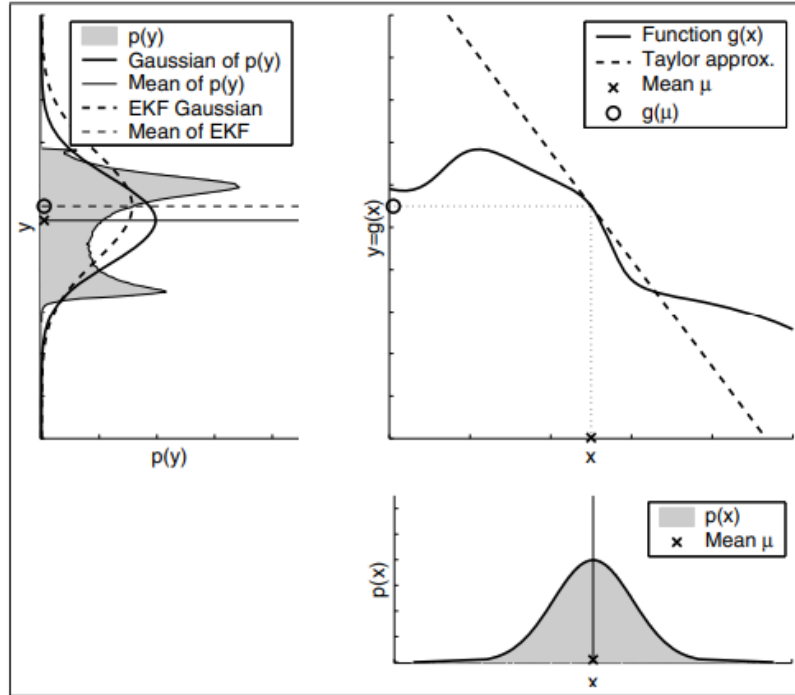
Então, a fim de resolver o problema da linearidade para o filtro de Kalman, foi desenvolvida uma versão dele que leva em conta a não-linearidade dos sistemas, medições e ruídos, que é o filtro de Kalman estendido (EKF, do inglês).

O EKF segue a mesma ideia do filtro de Kalman linear, isto é, com a separação nas etapas de predição, que projeta o sistema a frente para obter uma estimativa no próximo período de tempo, e correção, que incorpora uma nova medição na estimativa da predição a fim de obter uma melhor estimativa. A diferença entre ambos recai na particularidade de que o EKF utiliza séries de Taylor para linearizar o sistema não-linear.

De acordo com Thrun (2002), a ideia da linearização é aproximar uma função não-linear  $g$  por uma função linear que é tangente a  $g$  na média da gaussiana. Assim, projetando a gaussiana

por meio dessa aproximação linear resulta em uma densidade gaussiana, como é demonstrado na Figura 13. O autor coloca que a principal vantagem da linearização recai na sua eficiência.

Figura 13 – Exemplo de predição e atualização das covariâncias do filtro de Kalman.



Fonte: Retirado de Thrun (2002)

As predições lineares no filtro de Kalman são substituídas pelas generalizações não-lineares no filtro de Kalman estendido. Além de que o EKF utiliza de Jacobianas  $G_k$  e  $C_k$  ao invés das matrizes lineares do sistema  $A_k$ ,  $B_k$  e  $H_k$  no KF.

Assim, a etapa de predição no filtro de Kalman estendido é descrita conforme a Equação 22. É possível notar que a estimativa do estado é dada por uma função não-linear que depende do estado anterior  $x_{k-1}$  e da entrada de controle naquele instante  $u_k$ . Além disso, como dito anteriormente,  $G_k$  é a matriz Jacobiana com relação ao estado. No caso, uma matriz Jacobiana é formada pelas derivadas parciais de primeira ordem de uma função.

$$\begin{aligned}
 \hat{x}_k^- &= f(x_{k-1}, u_k) \\
 P_k^- &= G_k P_{k-1} G_k^T + Q_k \\
 G_k &= \frac{\partial f(x_{k-1}, u_k)}{\partial x_{k-1}}
 \end{aligned}
 \tag{22}$$

A etapa de correção no filtro de Kalman estendido é, então, descrita conforme a Equação 23. No caso, a estimativa do sensor também é uma função não-linear. Assim,  $C_k$  representa a matriz Jacobiana do sensor com relação ao estado, já  $h(x_k^-)$  representa a linearização do sensor.

$$\begin{aligned}
 z_k &= h(x_k) \\
 \hat{x}_k &= \hat{x}_k^- + K_k(z_k - h(x_k^-)) \\
 P_k &= (I - K_k C_k) P_k^- \\
 K_k &= P_k^- C_k^T (C_k P_k^- C_k^T + R_k)^{-1} \\
 C_k &= \frac{\partial h(x_k)}{\partial x_k}
 \end{aligned} \tag{23}$$

As equações que representam o filtro de Kalman estendido pode ser entendidas em conjunto segundo o Algoritmo 2.

#### Algoritmo 2 – Filtro de Kalman estendido

```

1 Entrada: Estado anterior  $x_{k-1}$ ; Covariância anterior  $P_{k-1}$ ; Entrada de controle  $u_k$ ;
   Entrada de medição  $z_k$ 
2 Saída: Estado atual  $\hat{x}_k$ ; Covariância atual  $P_k$ 
3 início
4    $\hat{x}_k^- = f(x_{k-1}, u_k)$ 
5    $P_k^- = G_k P_{k-1} G_k^T + Q_k$ 
6   se medição disponível então
7      $K_k = P_k^- C_k^T (C_k P_k^- C_k^T + R_k)^{-1}$ 
8      $\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k(z_k - h(x_k^-))$ 
9      $P_k = (I - K_k C_k) P_k^-$ 
10  fim
11 fim
12 retorna  $\hat{x}_k, P_k$ 

```

## 4 METODOLOGIA

Neste capítulo serão apresentados o domínio de teste do projeto proposto, os testes a serem realizados, como os sensores serão combinados, a calibração dos sensores e quais métricas serão analisadas para avaliação dos testes propostos.

### 4.1 DOMÍNIO DE TESTES

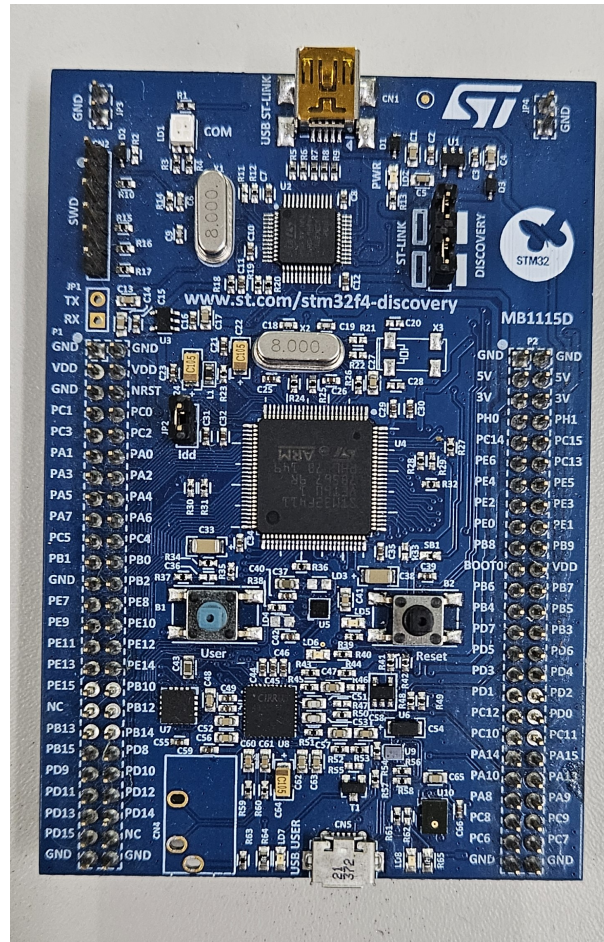
Neste trabalho será utilizado o domínio de teste da categoria SSL de futebol de robôs da RoboCup (ROBOCUP, 2020), descrito na Seção 3.1.1. Nele, todas combinações de sensores serão testadas e comparadas. Para a realização dos testes propostos, será utilizado o campo do laboratório da equipe RoboFEI, que possui 4,3 X 3,6m, o que possibilita uma boa estimativa da movimentação do robô em um campo oficial da competição.

O que torna a SSL um interessante campo de teste para as combinações dos sensores são algumas características dos robôs e das partidas, como:

- a) Velocidade alta dos robôs: A dinamicidade das partidas se dá muito por conta da alta velocidade atingida pelos robôs, sendo necessário um bom sistema de controle de posição;
- b) Altas penalidades para colisões: as regras da competição punem severamente os times que causam muitas colisões, podendo levar a diversos cartões amarelos (um robô deve ficar fora do campo por 2 minutos), e até cartões vermelhos (o robô é expulso pelo resto da partida);
- c) Alta precisão necessária para realização de jogadas: por conta do pequeno tamanho tanto dos robôs e da bolinha, para realizar jogadas rápidas que evitem a chegada de robôs adversários, faz-se necessário uma alta precisão de posicionamento dos robôs.

Sobre o robô utilizado na equipe RoboFEI, os sensores giroscópio e acelerômetro estão presentes na placa de desenvolvimento STM32F411E-Disco, que é a placa onde está alocada o microcontrolador do robô. É possível observar uma imagem deste componente na Figura 14. Esta placa fica alocada numa placa eletrônica chamada de principal, que também contém os *drivers* de ativação dos motores do robô e o módulo de comunicação via rádio frequência.

Figura 14 – Placa de desenvolvimento STM32F411E-Disco utilizada.



Fonte: Autor

## 4.2 COMBINAÇÃO DOS SENSORES

Nesta seção serão definidos os sensores a serem utilizados e como eles serão combinados para realizar a predição e correção do filtro de Kalman.

Os sensores que serão utilizados no testes são os descritos ao longo da Seção 3.2, que são: IMU(Giroscópio + Acelerômetro), encoders, sistema de câmeras utilizado na SSL, além do modelo do robô omnidirecional (apresentado na Seção 3.1.1. Todos eles serão combinados a fim de encontrar a melhor configuração para realizar o controle de posição utilizando filtro de Kalman, como está descrito na Tabela 1 entre as etapas de predição e correção.

No caso, os três primeiros testes serão utilizando o modelo do sistema na fase de predição, variando qual sensor será utilizado na fase de correção. Estes primeiros testes servirão como uma introdução para o desenvolvimento do filtro de Kalman. No caso, o modelo do sistema leva em conta a dinâmica de um robô da categoria SSL e o comando de velocidade enviado para ele.



Tabela 1 – Combinações dos sensores na predição e correção do Filtro de Kalman.

Teste	Predição	Correção
Teste 1	Modelo do sistema	Câmera
Teste 2	Modelo do sistema	Encoders
Teste 3	Modelo do sistema	IMU
Teste 4	IMU	Câmera
Teste 5	IMU	Encoders
Teste 6	Encoders	Câmera
Teste 7	Encoders	IMU

Fonte: o Autor

Os dois próximos testes serão realizados com a IMU na fase de predição, enquanto na fase de correção serão utilizados os outros dois sensores respectivamente. Os próximos dois testes terão a mesma ideia dos testes 4 e 5, mas na fase de predição serão utilizados os encoders e na fase de correção os outros dois sensores.

### 4.3 CALIBRAÇÃO DOS SENSORES

Como descrito na Seção 3.2.2, há a necessidade da calibração dos sensores giroscópio e acelerômetro presentes neste estudo. Toda a calibração será realizada com a placa eletrônica posicionada no robô, visto que posteriormente a ideia é realizar uma calibração individual dos sensores de cada um dos robôs.

Assim, a primeira calibração a ser descrita é a do acelerômetro, que utiliza do método de Menezes Filho et al. (2020). No caso, serão tomadas amostras da aceleração nos 3 eixos em 9 posições diferentes para realização do método, as posições estão descritas na Figura . Basicamente, a ideia é pegar amostras nas posições em que há os valores máximo e mínimo de aceleração em cada um dos eixos, e mais 3 posições de equilíbrio do robô. Em cada uma das posições serão lidas 4000 amostras e, assim, será feita a média delas.

Já para o giroscópio, a ideia é realizar a calibração em uma só posição, diferente do giroscópio. Para isso serão tomadas 30000 amostras de velocidade angular nos 3 eixos e, assim, será feita a média dessas amostras.

Para validar a calibração de ambos os sensores, serão tomadas 10000 amostras nos 3 eixos antes e depois da calibração e a comparação será feita utilizando um gráfico do tipo *box plot*. A ideia é que, para o giroscópio, em todos os eixos a média dos dados fique bem próxima

do zero, tal como para o acelerômetro nos eixos X e Y, enquanto para o Z espera-se que fique em torno de  $9.81m/s^2$ .

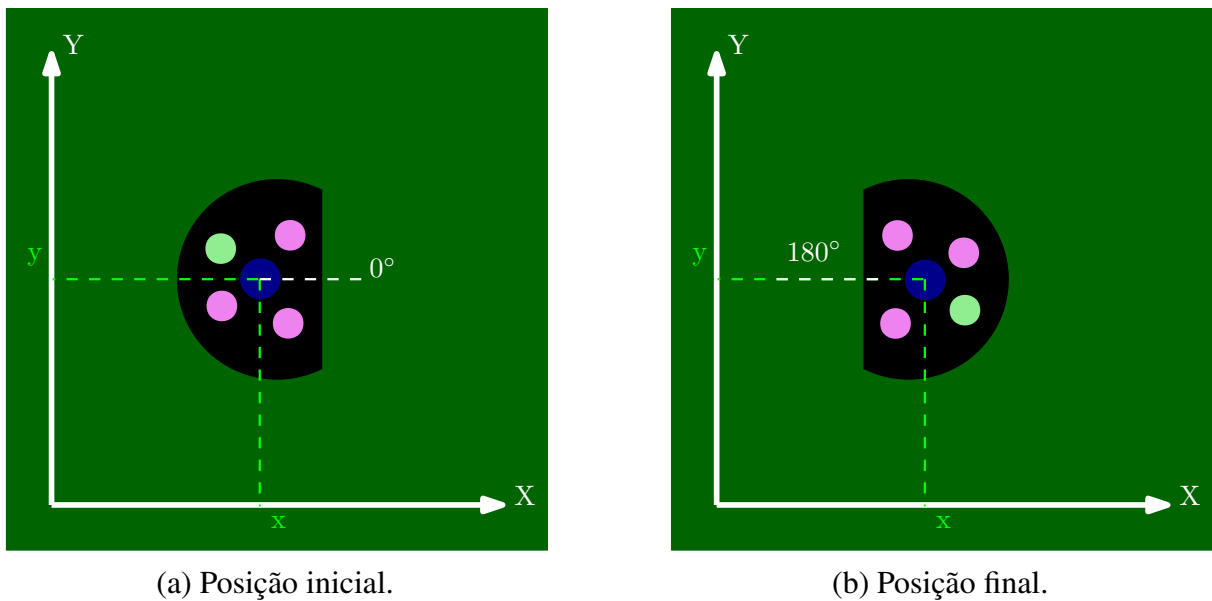
#### 4.4 TESTES

Nesta seção serão definidos os testes a serem realizados a fim de obtenção de dados relevantes para análise posterior das técnicas e combinações de sensores implementadas neste trabalho.

A fim de verificar qual a melhor combinação de sensores para realização do controle de posição utilizando filtro de Kalman de robôs da SSL, serão realizados três testes que buscam verificar pontos fortes e fracos de cada combinação.

O primeiro teste a ser realizado será a resposta do sinal de controle do sistema dado uma entrada degrau a fim de analisar a qualidade das combinações de sensores propostas em relação à orientação do robô. No caso, o robô estará com sua orientação em  $0^\circ$  e receberá um sinal para que ele se posicione nas mesmas coordenadas  $x$  e  $y$ , mas com uma orientação de  $180^\circ$ . Este teste servirá para validar as combinações dos sensores no que tange a orientação do robô, ou seja, para isolar a análise no que diz respeito à orientação  $\theta$  e não à posição  $(x, y)$ . A ilustração do teste pode ser observada na Figura 15.

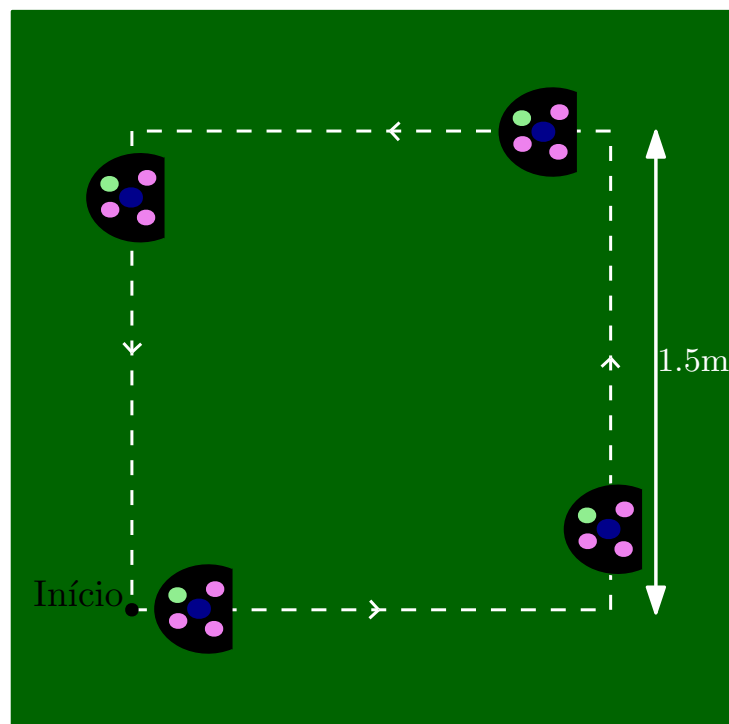
Figura 15 – Ilustração do primeiro teste.



Fonte: o Autor

O segundo cenário de teste a ser considerado é um quadrado com lado de tamanho  $1.5m$  em que o robô deverá seguir seus lados com uma orientação fixa de  $0^\circ$ . O cenário quadrado é bastante difundido para validação de controle de posição (ROSTAMI et al., 2018; GONÇALVES; LIMA; COSTA, 2008; SANTINI; NICOSIA; NANNI, 1997). Este teste servirá para validar as combinações de sensores no que diz respeito à coordenadas  $x$  e  $y$  do robô, ou seja, a fim de isolar a análise no que diz respeito à posição  $(x, y)$  e não à orientação  $\theta$ . A ilustração do trajeto a ser realizado pode ser verificada na Figura 16.

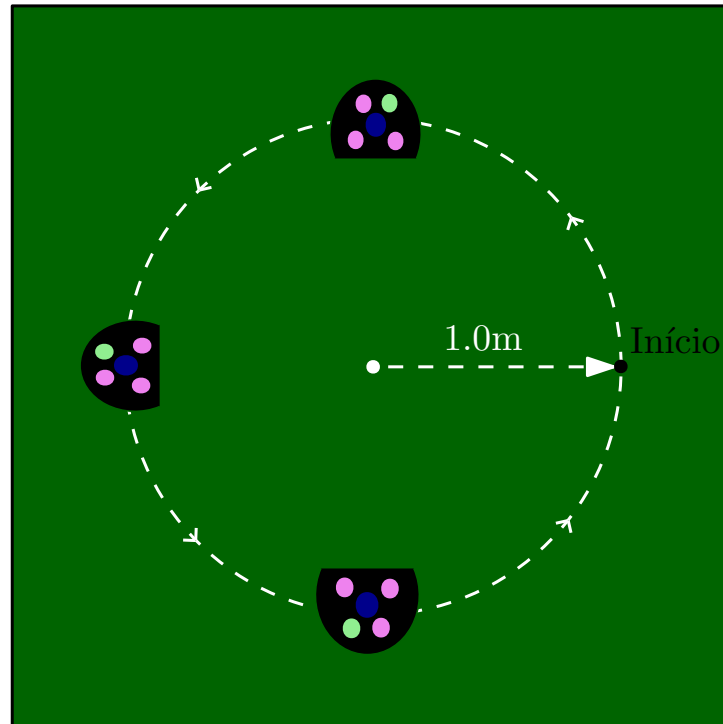
Figura 16 – Ilustração do segundo teste.



Fonte: o Autor

O terceiro teste para analisar as combinações de sensores escolhidas será um círculo de raio  $1m$  em que o robô deverá seguir sempre apontado para o centro do círculo. O cenário circular também é bastante difundido para validação de controle de posição (SULIMAN; CRUCERU; MOLDOVEANU, 2009; MÁRTON; GYÖRGY, 2013; RIGATOS, 2010; EMAN; RAMDANE, 2020). Este teste servirá para validar as combinações tanto para a questão da orientação  $\theta$  quanto para a posição  $(x, y)$  do robô. A ilustração do trajeto a ser realizado pode ser verificada na Figura 17.

Figura 17 – Ilustração do terceiro teste.



Fonte: o Autor

#### 4.5 AVALIAÇÃO

Nesta seção serão descritos os critérios de avaliação que serão utilizados para validar as diferentes combinações de sensores a fim de encontrar a melhor entre elas para realizar o controle de posição.

O primeiro critério de avaliação será a comparação da posição  $(x, y)$  e orientação  $\theta$  preditas e a real, que será medida pela câmera utilizada. A fim de diminuir o erro de posição da câmera, a ideia é fazer os testes logo abaixo da câmera a fim de evitar problemas, como distorção focal da imagem ao ir para as bordas do campo e *overlap* entre duas câmeras. A segunda avaliação é o erro médio das coordenadas  $(x, y)$  e da orientação  $\theta$ . No caso, será analisado a diferença do que é medido pelo sistema de câmeras da SSL e o trajeto proposto em cada um dos testes. O terceiro critério de avaliação será o tempo gasto para completar os percursos propostos

A fim de aumentar a confiabilidade maior dos dados a serem extraídos, cada teste será realizado 10 vezes. A partir deles, serão extraídos a média e o desvio padrão, o valor máximo e o valor mínimo de cada uma das métricas para uma análise concisa.

Ao fim dos experimentos, os dados serão avaliados e, então, o melhor sistema de controle de posição para os robôs da categoria *Small Size* de futebol de robôs da RoboCup será escolhido avaliando os testes comentados acima. Assim, um sistema de controle de posição ótimo é o que possui o menor erro médio nas coordenadas  $(x, y)$  e na orientação  $\theta$  e que realiza o percurso no menor tempo possível.

## 5 CRONOGRAMA

Na Tabela 2 é apresentado o cronograma do projeto durante os dois anos.

Tabela 2 – Cronograma do desenvolvimento do projeto durante os dois anos.

Ano 1	Meses											
Atividades	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1) Disciplinas												
2) Estudo bibliográfico												
3) Aquisição de dados dos sensores												
5) Escolha da combinação dos sensores												
6) Implementação												
7) Testes e aquisição de dados												
7) Análise dos resultados												
7) Qualificação												
9) Escrita da dissertação												

Ano 2	Meses											
Atividades	1	2	3	4	5*	6	7	8	9	10	11	12
1) Disciplinas												
2) Estudo bibliográfico												
3) Aquisição de dados dos sensores												
4) Escolha da combinação dos sensores												
5) Implementação												
6) Testes e aquisição de dados												
7) Análise dos resultados												
8) Qualificação												
9) Escrita da dissertação												
10) Defesa												

\*: Mês atual - Agosto

Durante o primeiro ano do mestrado foram concluídas as disciplinas necessárias do programa de Mestrado. Além disso, também foi realizado o estudo bibliográfico que gerou o conteúdo apresentado nos Capítulos 2 e 3. Durante os últimos 3 meses desse primeiro ano também iniciou-se a escrita da dissertação.

Já durante o segundo ano do mestrado, até o presente momento, foi realizada a aquisição de dados dos sensores que serão utilizados para o desenvolvimento do trabalho. Além disso, também foi realizada a escolha da combinação de sensores, descrita na Seção 4.2. Houve também

o início da implementação do algoritmo base do filtro de Kalman a ser utilizado. Ademais, durante os 4 primeiros meses do segundo ano também continuou-se a escrita da dissertação.

Os próximos passos para o segundo ano seguem a partir do mês 5, que será o mês da qualificação. No caso, continua-se a implementação do algoritmo, mas também levando em conta a implementação dos algoritmos para as diferentes combinações dos sensores, que deve seguir até o mês 8.

Ao longo da implementação já é possível a realização de testes e aquisição de dados, estes que serão analisados para obtenção dos resultados deste trabalho. Entende-se que ambas etapas devem durar até o mês 10.

Por fim, com os resultados e dados conseguidos a partir dos testes, será finalizada a escrita da dissertação para a conclusão e defesa do trabalho no mês 12.

## **6 RESULTADOS PARCIAIS**

Nesta seção serão apresentados os resultados obtidos até o momento da banca de qualificação desse trabalho. No caso, será apresentado a questão da calibração dos sensores, parte fundamental para a aquisição de dados para a fusão de sensores, tal como a implementação.



## REFERÊNCIAS

AGUIAR, João Victor Lourenço; DA SILVA COSTA, Leonardo; TONIDANDEL, Flavio. Linear Quadratic Regulator Path Tracking for Omnidirectional Robots in High-Dynamic Environments. In: 2023 Latin American Robotics Symposium (LARS), 2023 Brazilian Symposium on Robotics (SBR), and 2023 Workshop on Robotics in Education (WRE). [S.l.: s.n.], 2023. P. 266–271. DOI: 10.1109/LARS/SBR/WRE59448.2023.10332958.

AGUIAR, João Victor Lourenço et al. Reformulação do Sistema de Deslocamento de Robôs Omnidirecionais. **Simpósio de Iniciação Científica, Didática e de Ações Sociais de Extensão da FEI**, p. 48, 2022.

ALATISE, Mary B; HANCKE, Gerhard P. A review on challenges of autonomous mobile robot and sensor fusion methods. **IEEE Access**, IEEE, v. 8, p. 39830–39846, 2020.

BCC. **Sensors: Technologies and Global Markets**. Acesso em 06 jun. 2024 as 16:18. Mar. 2024. Disponível em: <https://www.bccresearch.com/market-research/instrumentation-and-sensors/sensors-technologies-markets-report.html>.

BENARBIA, Taha; KYAMAKYA, Kyandoghere. A Literature Review of Drone-Based Package Delivery Logistics Systems and Their Implementation Feasibility. **Sustainability**, v. 14, n. 1, 2022. ISSN 2071-1050. DOI: 10.3390/su14010360. Disponível em: <https://www.mdpi.com/2071-1050/14/1/360>.

BORENSTEIN, Johann et al. Mobile robot positioning: Sensors and techniques. **Journal of robotic systems**, Wiley Online Library, v. 14, n. 4, p. 231–249, 1997.

BROOKS, Richard R; IYENGAR, Sundararaja S. **Multi-sensor fusion: fundamentals and applications with software**. [S.l.]: Prentice-Hall, Inc., 1998.

CASTANEDO, Federico et al. A review of data fusion techniques. **The scientific world journal**, Hindawi, v. 2013, 2013.

COITO, Francisco et al. Tracking a Mobile Robot Position Using Vision and Inertial Sensor. In: CAMARINHA-MATOS, Luis M.; BARRENTO, Nuno S.; MENDONÇA, Ricardo (Ed.). **Technological Innovation for Collective Awareness Systems**. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2014. P. 201–208. ISBN 978-3-642-54734-8.

COSTA, Leonardo da Silva; TONIDANDEL, Flavio. **Análise de técnicas de navegação de robôs autônomos em ambientes dinâmicos e incertos**. Set. 2023. Dissertação de Mestrado – Centro Universitário FEI, São Bernardo do Campo. <https://repositorio.fei.edu.br/handle/FEI/5194>.

DADAFSHAR, Majid. Accelerometer and gyroscopes sensors: operation, sensing, and applications. **Maxim Integrated [online]**, 2014.

DASARATHY, Belur V. Sensor fusion potential exploitation-innovative architectures and illustrative applications. **Proceedings of the IEEE**, IEEE, v. 85, n. 1, p. 24–38, 1997.

DINGMAN, Jeremy. **What Is A Gyroscope?** Acesso em 16 mar. 2024 as 15:32. Set. 2020. Disponível em: [https://aerospace.honeywell.com/us/en/about-us/blogs/what-is-a-gyroscope?utm\\_source=google%5C&utm\\_medium=cpc%5C&utm\\_campaign=23-aero-ww-dsa-blogs%5C&utm\\_content=dyn-en-lp%5C&gad\\_source=1%5C&gclid=Cj0KCQjwwMqvBhCtARIsAIXsZpb80B5mORQKLlaGBbWRu0O5pSudNu1Xfje7I3ofgDTiBVRPTMROtyR4aAiK-EALw\\_wcB](https://aerospace.honeywell.com/us/en/about-us/blogs/what-is-a-gyroscope?utm_source=google%5C&utm_medium=cpc%5C&utm_campaign=23-aero-ww-dsa-blogs%5C&utm_content=dyn-en-lp%5C&gad_source=1%5C&gclid=Cj0KCQjwwMqvBhCtARIsAIXsZpb80B5mORQKLlaGBbWRu0O5pSudNu1Xfje7I3ofgDTiBVRPTMROtyR4aAiK-EALw_wcB).

DOORNKAMP, Cas et al. RoboTeam Twente 2018 Team Description Paper. In.

DURRANT-WHYTE, Hugh F. Sensor models and multisensor integration. **The international journal of robotics research**, Sage Publications Sage CA: Thousand Oaks, CA, v. 7, n. 6, p. 97–113, 1988.

ELMENREICH, Wilfried. An introduction to sensor fusion. **Vienna University of Technology, Austria**, v. 502, p. 1–28, 2002.

EMAN, Alhamdi; RAMDANE, Hedjar. Mobile robot localization using extended Kalman filter. In: IEEE. 2020 3rd International Conference on Computer Applications & Information Security (ICCAIS). [S.l.: s.n.], 2020. P. 1–5.

FUNG, Man Lok; CHEN, Michael ZQ; CHEN, Yong Hua. Sensor fusion: A review of methods and applications. In: IEEE. 2017 29th Chinese Control And Decision Conference (CCDC). [S.l.: s.n.], 2017. P. 3853–3860.

GONÇALVES, José; LIMA, José; COSTA, Paulo Gomes da. Real-time tracking of an omnidirectional robot: an extended kalman filter approach. In: INTERNATIONAL Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics. [S.l.: s.n.], 2008.

HALL, David L; LLINAS, James. An introduction to multisensor data fusion. **Proceedings of the IEEE**, IEEE, v. 85, n. 1, p. 6–23, 1997.

HASSAN, Mahmood ul; BAO, Qilian. A field calibration method for low-cost mems accelerometer based on the generalized nonlinear least square method. **Multiscale Science and Engineering**, Springer, v. 2, p. 135–142, 2020.

HUANG, Zheyuan et al. ZJUNliet Extended Team Description Paper for Robocup 2020. In.

ISMAIL, Muhammad Azhar; PURWANTO, Djoko; ARIFIN, Achmad. Soccer Robot Localization Based on Sensor Fusion From Odometry and Omnivision. In: IEEE. 2022 International Seminar on Intelligent Technology and Its Applications (ISITIA). [S.l.: s.n.], 2022. P. 273–278.

JAIN, A.; ZHANG, L.; JIANG, L. **High-Fidelity Sensor Calibration for Autonomous Vehicles**. Acesso em 06 jun. 2024 as 16:31. Ago. 2019. Disponível em: <https://medium.com/wovenplanetlevel5/high-fidelity-sensor-calibration-for-autonomous-vehicles-6af06eba4c26>.

KHODARAHMI, Masoud; MAIHAMI, Vafa. A review on Kalman filter models. **Archives of Computational Methods in Engineering**, Springer, v. 30, n. 1, p. 727–747, 2023.

KOROTAJ, Blaž; NOVOSELENIK, Branimir; BAOTIĆ, Mato. Kalman filter based sensor fusion for omnidirectional mechatronic system. In: IEEE. 2021 International Conference on Electrical Drives & Power Electronics (EDPE). [S.l.: s.n.], 2021. P. 183–188.

LI, Xianzhi et al. Data fusion for intelligent crowd monitoring and management systems: A survey. **IEEE Access**, IEEE, v. 9, p. 47069–47083, 2021.

LUIZ R., José. **Como funciona um Encoder**. Acesso em 26 mar. 2024 as 17:13. Mar. 2021. Disponível em: <https://como-funciona.co/un-encoder/>.

LUO, Ren C; CHANG, Chih Chia; LAI, Chun Chi. Multisensor fusion and integration: Theories, applications, and its perspectives. **IEEE Sensors Journal**, IEEE, v. 11, n. 12, p. 3122–3138, 2011.

LUO, Ren C; KAY, Michael G. A tutorial on multisensor integration and fusion. In: IEEE. [PROCEEDINGS] IECON'90: 16th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics Society. [S.l.: s.n.], 1990. P. 707–722.

LV, Jiajun et al. Targetless calibration of lidar-imu system based on continuous-time batch estimation. In: IEEE. 2020 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). [S.l.: s.n.], 2020. P. 9968–9975.

MACKWORTH, Alan K. On Seeing Robots, 1982.

MÁRTON, Lőrinc; GYÖRGY, Katalin. Two-Stage Kalman Filtering for Indoor Localization of Omnidirectional Robots. **Electrical and Mechanical Engineering**, v. 5, p. 44–60, 2013.

MAXON GROUP. **EC 45 brushless 50W with sensor hall**. [S.l.], abr. 2019.

MELO, João G; BARROS, Edna. An embedded monocular vision approach for ground-aware objects detection and position estimation. In: ROBOT World Cup. [S.l.]: Springer, 2022. P. 100–111.

MENDES JR., José Jair Alves et al. Sensor Fusion and Smart Sensor in Sports and Biomedical Applications. **Sensors**, v. 16, n. 10, 2016. ISSN 1424-8220. DOI: 10.3390/s16101569. Disponível em: <https://www.mdpi.com/1424-8220/16/10/1569>.

MENEZES FILHO, Rogério P et al. Triaxial accelerometer calibration using an extended two-step methodology. In: IEEE. 2020 Latin American Robotics Symposium (LARS), 2020 Brazilian Symposium on Robotics (SBR) and 2020 Workshop on Robotics in Education (WRE). [S.l.: s.n.], 2020. P. 1–6.

NAGLA, KS; UDDIN, Moin; SINGH, Dilbag. Multisensor data fusion and integration for mobile robots: A review. **IAES International Journal of Robotics and Automation**, IAES Institute of Advanced Engineering e Science, v. 3, n. 2, p. 131, 2014.

NEGENBORN, R.R. **Robot Localization and Kalman Filters. On finding your position in a noisy world**. Jan. 2003. Tese (Doutorado).

NISTLER, Jonathan R.; SELEKWA, Majura F. Gravity compensation in accelerometer measurements for robot navigation on inclined surfaces. **Procedia Computer Science**, v. 6, p. 413–418, 2011. Complex adaptive systems. ISSN 1877-0509. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.procs.2011.08.077>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877050911005424>.

OLIVEIRA, Bruno Queres de et al. Tipos e aplicações de sensores na robótica. **Caderno de Graduação-Ciências Exatas e Tecnológicas-UNIT-ALAGOAS**, v. 4, n. 1, p. 223–223, 2017.

PANIGRAHI, Prabin Kumar; BISOY, Sukant Kishoro. Localization strategies for autonomous mobile robots: A review. **Journal of King Saud University - Computer and Information Sciences**, v. 34, 8, Part B, p. 6019–6039, 2022. ISSN 1319-1578. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jksuci.2021.02.015>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1319157821000550>.

PAPAFOTIS, Konstantinos; SOTIRIADIS, Paul P. Exploring the Importance of Sensors' Calibration in Inertial Navigation Systems. In: 2020 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS). [S.l.: s.n.], 2020. P. 1–4. DOI: 10.1109/ISCAS45731.2020.9181212.

PAREKH, Darsh et al. A review on autonomous vehicles: Progress, methods and challenges. **Electronics**, MDPI, v. 11, n. 14, p. 2162, 2022.

PASSARO, Vittorio M. N. et al. Gyroscope Technology and Applications: A Review in the Industrial Perspective. **Sensors**, v. 17, n. 10, 2017. ISSN 1424-8220. DOI: 10.3390/s17102284. Disponível em: <https://www.mdpi.com/1424-8220/17/10/2284>.

PERSSON, Anders. How do we understand the Coriolis force? **Bulletin of the American Meteorological Society**, American Meteorological Society, v. 79, n. 7, p. 1373–1386, 1998.

RAJ, Ravi; KOS, Andrzej. A Comprehensive Study of Mobile Robot: History, Developments, Applications, and Future Research Perspectives. **Applied Sciences**, v. 12, n. 14, 2022. ISSN 2076-3417. DOI: 10.3390/app12146951. Disponível em: <https://www.mdpi.com/2076-3417/12/14/6951>.

RIGATOS, Gerasimos G. Extended Kalman and particle filtering for sensor fusion in motion control of mobile robots. **Mathematics and computers in simulation**, Elsevier, v. 81, n. 3, p. 590–607, 2010.

ROBOCUP. **A Brief History of RoboCup**. Acesso em 13 mar. 2024 as 14:00. 2020. Disponível em: [https://www.robocup.org/a\\_brief\\_history\\_of\\_robocup](https://www.robocup.org/a_brief_history_of_robocup).

ROBOCUP-SSL. **About the Small Size League**. Acesso em 28 abr. 2024 as 18:18. Set. 2019. Disponível em: <https://ssl.robocup.org/about/>.

ROBOCUP-SSL. **Página das regras da SSL**. Acesso em 1 mar. 2024 as 21:33. Set. 2019. Disponível em: <https://ssl.robocup.org/rules/>.

ROSTAMI, Vahid et al. Localization and Navigation Omni-directional Robots based on Sensors Fusion and Particle Filter. In: IEEE. 2018 9th Conference on Artificial Intelligence and Robotics and 2nd Asia-Pacific International Symposium. [S.l.: s.n.], 2018. P. 65–73.

SANTINI, A; NICOSIA, S; NANNI, V. Trajectory estimation and correction for a wheeled mobile robot using heterogeneous sensors and Kalman filter. **IFAC Proceedings Volumes**, Elsevier, v. 30, n. 20, p. 11–16, 1997.

SASIADEK, J.Z.; HARTANA, P. Sensor data fusion using Kalman filter. In: PROCEEDINGS of the Third International Conference on Information Fusion. [S.l.: s.n.], 2000. v. 2, wed5/19–wed5/25 vol.2. DOI: 10.1109/IFIC.2000.859866.

SIEGWART, R.; NOURBAKHSI, I.R.; SCARAMUZZA, D. **Introduction to Autonomous Mobile Robots, second edition**. [S.l.]: MIT Press, 2011. (Intelligent Robotics and Autonomous Agents series). ISBN 9780262015356. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=4of6AQAAQBAJ>.

SINGHAL, Amit. Issues in autonomous mobile robot navigation. **Computer Science Dept, U. of Rochester**, Citeseer, p. 74, 1997.

STATISTA. **Robotics - Worldwide**. Acesso em 09 jun. 2024 as 22:54. Ago. 2023. Disponível em: <https://www.statista.com/outlook/tmo/robotics/worldwide?currency=USD#revenue>.

STMICROELECTRONICS. **MEMS motion sensor: three-axis digital output gyroscope**. [S.l.], fev. 2013. Rev. 2.

STMICROELECTRONICS. **Ultra-compact high-performance eCompass module: 3D accelerometer and 3D magnetometer**. [S.l.], nov. 2013. Rev. 2.

SULIMAN, Caius; CRUCERU, Cristina; MOLDOVEANU, Florin. Mobile robot position estimation using the Kalman filter. **Acta Marisiensis. Seria Technologica**, De Gruyter Poland, v. 6, p. 75, 2009.

TECHNEXION. **Vision-guided Robotics - How Cameras are Transforming Robotics**. Acesso em 19 mar. 2024 as 20:14. Abr. 2023. Disponível em: <https://www.technexion.com/resources/vision-guided-robotics-how-cameras-are-transforming-robotics/#:~:text=Role%20of%20a%20Camera%20in%20Perception%20Enhancement&text=Robots%20can%20learn%20much%20about,their%20environment%20in%20greater%20depth..>

THRUN, Sebastian. Probabilistic robotics. **Communications of the ACM**, ACM New York, NY, USA, v. 45, n. 3, p. 52–57, 2002.

THRUN, Sebastian et al. Robust Monte Carlo localization for mobile robots. **Artificial intelligence**, Elsevier, v. 128, n. 1-2, p. 99–141, 2001.

URREA, Claudio; AGRAMONTE, Rayko. Kalman filter: historical overview and review of its use in robotics 60 years after its creation. **Journal of Sensors**, Wiley Online Library, v. 2021, n. 1, p. 9674015, 2021.

US DIGITAL. **E4T Miniature Optical Kit Encoder**. [S.l.], jan. 2024.

VAKIL, Asad et al. A survey of multimodal sensor fusion for passive RF and EO information integration. **IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine**, IEEE, v. 36, n. 7, p. 44–61, 2021.

VISSER, A; GROEN, FCA. Organisation and design of autonomous systems. Textbook, Faculty of Mathematics. **Computer Science, Physics and Astronomy, University of Amsterdam, Kruislaan**, v. 403, 1999.

WANG, Li et al. An Efficient Calibration Method for Triaxial Gyroscope. **IEEE Sensors Journal**, v. 21, n. 18, p. 19896–19903, 2021. DOI: 10.1109/JSEN.2021.3100589.

WELCH, Greg; BISHOP, Gary et al. An introduction to the Kalman filter. Chapel Hill, NC, USA, 1995.

WHITE, Franklin E et al. Data fusion lexicon. **Joint Directors of Laboratories, Technical Panel for C**, v. 3, p. 19, 1991.

ZIBETTI, Andre. **Distribuição Normal (Gaussiana)**. Acesso em 23 jun. 2024 as 15:45. Jul. 2022. Disponível em: <https://www.inf.ufsc.br/~andre.zibetti/probabilidade/normal.html>.

ZICKLER, Stefan et al. SSL-Vision: The Shared Vision System for the RoboCup Small Size League. In: BALTES, Jacky et al. (Ed.). **RoboCup 2009: Robot Soccer World Cup XIII**. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2010. P. 425–436. ISBN 978-3-642-11876-0.