Processamento Digital de Sinais - PDS

LAB003 - Python em PDS:

Calculando a DTFT usando Python:

Na DTFT o tempo é discreto e a frequência é continua com os valores de $\omega \in [-\pi,\pi]$. No computador temos que calcular a DTFT de um sinal finito (se o sinal não for finito temos que colocá-lo em uma "janela" de valores). Para representar a DTFT no domínio de frequência em um computador temos que amostrá-la para que a frequência seja discreta. Como anteriormente vamos utilizar a função *fft* (*Fast Fourier Transform*).

A função X=*fft*(x):

- Onde x é um vetor com os valores de $x[n]$, $n = 0,\ldots,L-1$
    - L é o número de elementos de $x[n]$
- X - recebe $X[k]$, $k = 0,\ldots, L-1$
    - É a DTFT - $X(e^{j\omega})$ com freq. discretas [$\omega_k = 2\pi k/L$]

Os valores de $\{k\}$ correspondem a frequências discretizadas que vão de 0 a $2\pi(L-1)/L$ (perto de 2π para grandes valores de L). É uma discretização de frequência com $\omega \in [0, 2\pi]$

Para transformar para DTFT com $\omega \in [-\pi, \pi]$ temos que subtrair por π de $\omega_k = 2\pi k/L$ para conseguir a banda da frequência correta.

$$\tilde{\omega}_k = \omega_k - \pi = \pi \frac{2k-L}{L}, k=0,\ldots,L-1 \quad ou \quad -\pi \le \tilde{\omega}_k \le \pi$$

Por exemplo, o código:

```
L = len(x)

X = fft(x)

wp = np.arange(0,2*pi,2*pi/L)

w = wp-pi
```

Numpy

Ou podemos mostrar o eixo de freq. normalizado por π com:

$w=(wp - \pi)/ \pi$

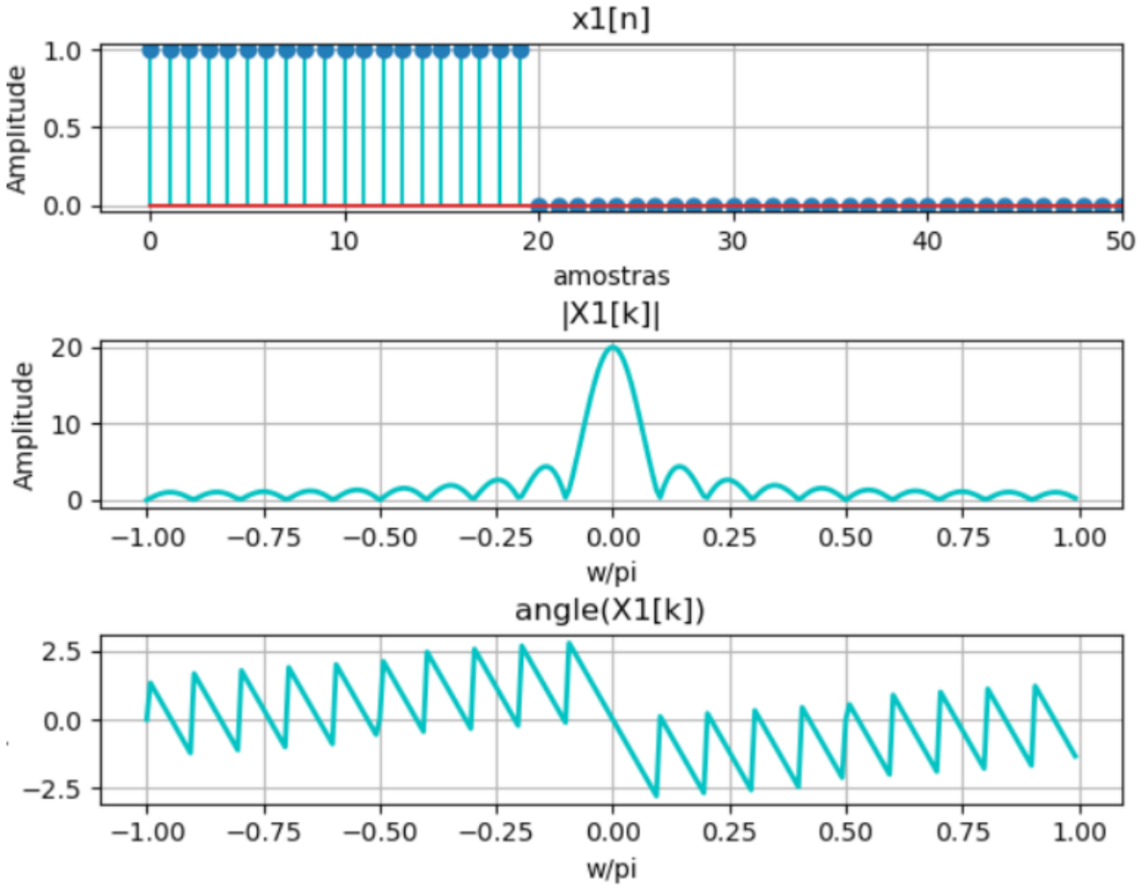
O Python fornece outra função a *fftfreq*(), assim o código fica:

```
L = len(x)

X = fft(x)

wp = fftfreq(len(X1), d=1.0)*(2*pi)

w = w/pi # colocando o eixo das freq. dividido por pi
```

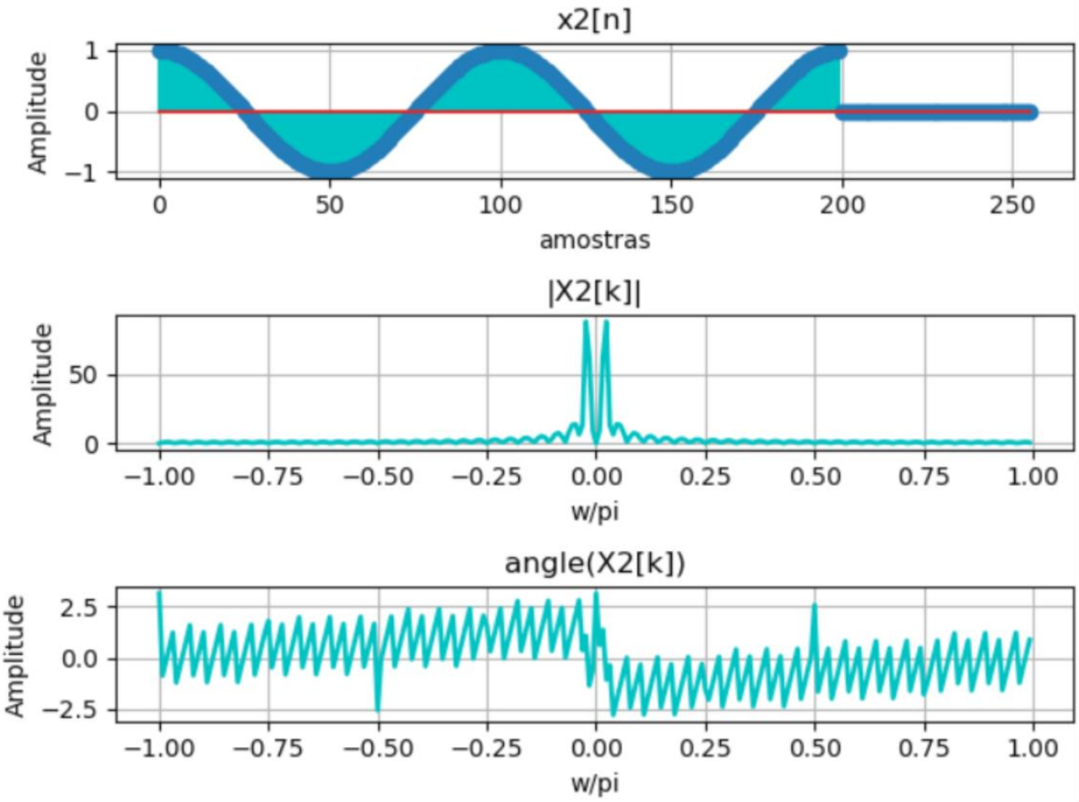
Período de amostragem do sinal no tempo

Como no DTFT o domínio da frequência é contínua vamos utilizar o comando ***plot()*** em vez do comando ***stem()***, para esboçar a magnitude e a fase da representação do sinal na frequência.

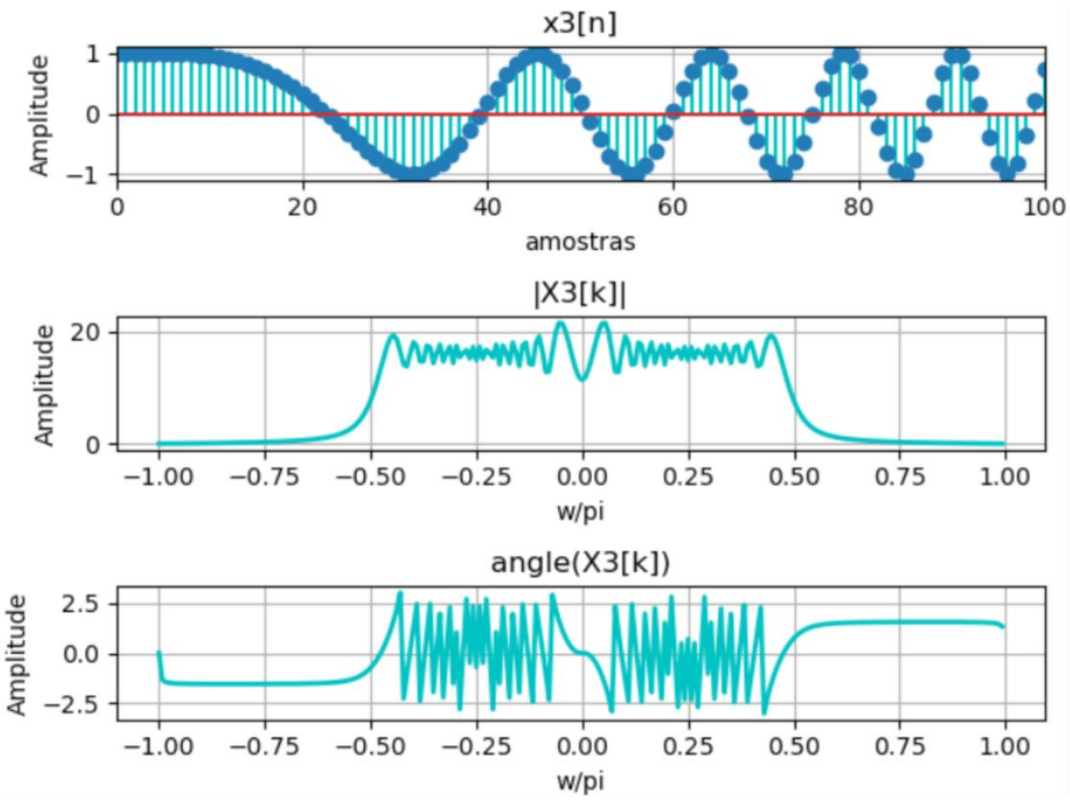
Exemplo: 1 - Pulso retangular:



Exemplo: 2 - Um sinal cossenoidal “Janelado”



Exemplo: 3 - Um sinal *chirpado*

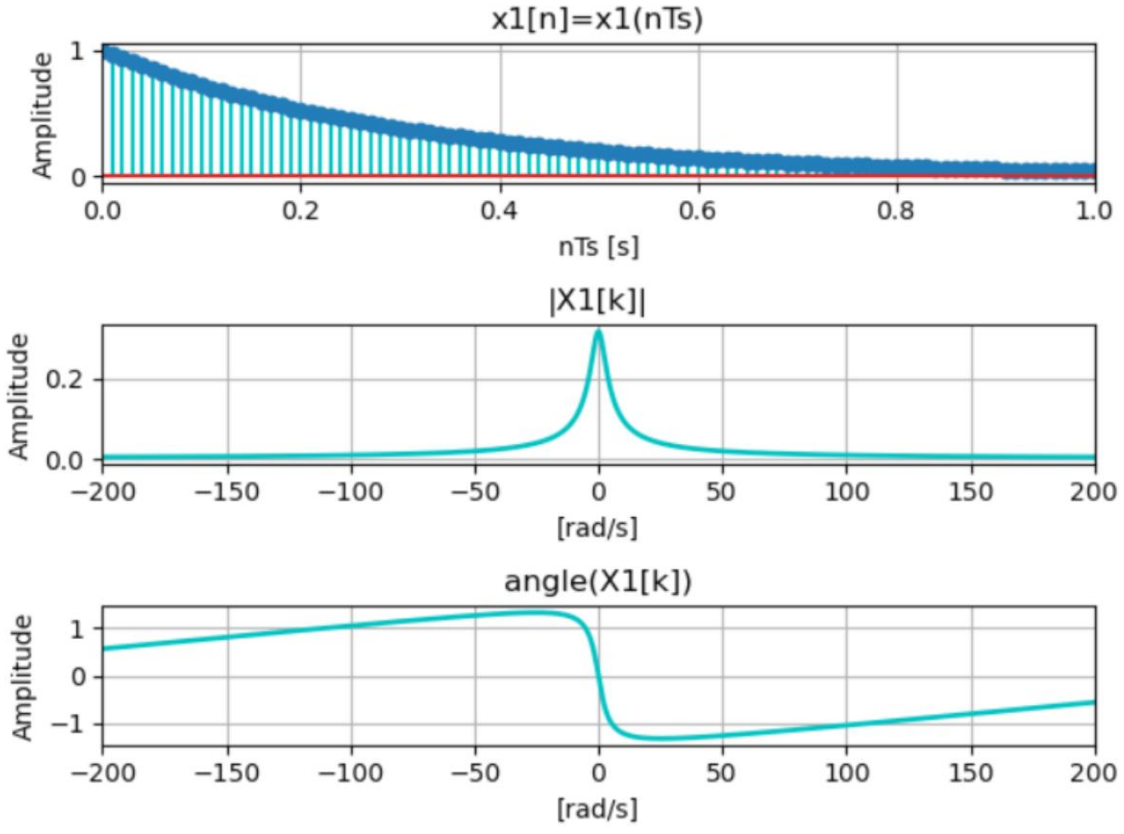


Quando calcularmos a DTFT de um sinal amostrado de um sinal contínuo é importante mostrar o eixo de frequência em rad/s ou em *Hz*. Podemos converter frequência discreta ω (rad) para uma frequência de um sinal de tempo continuo Ω (rad/s) fazendo $\omega=\Omega T_s$, onde T_s é o período de amostragem usado.

$$\Omega = \frac{\omega}{T_s}$$

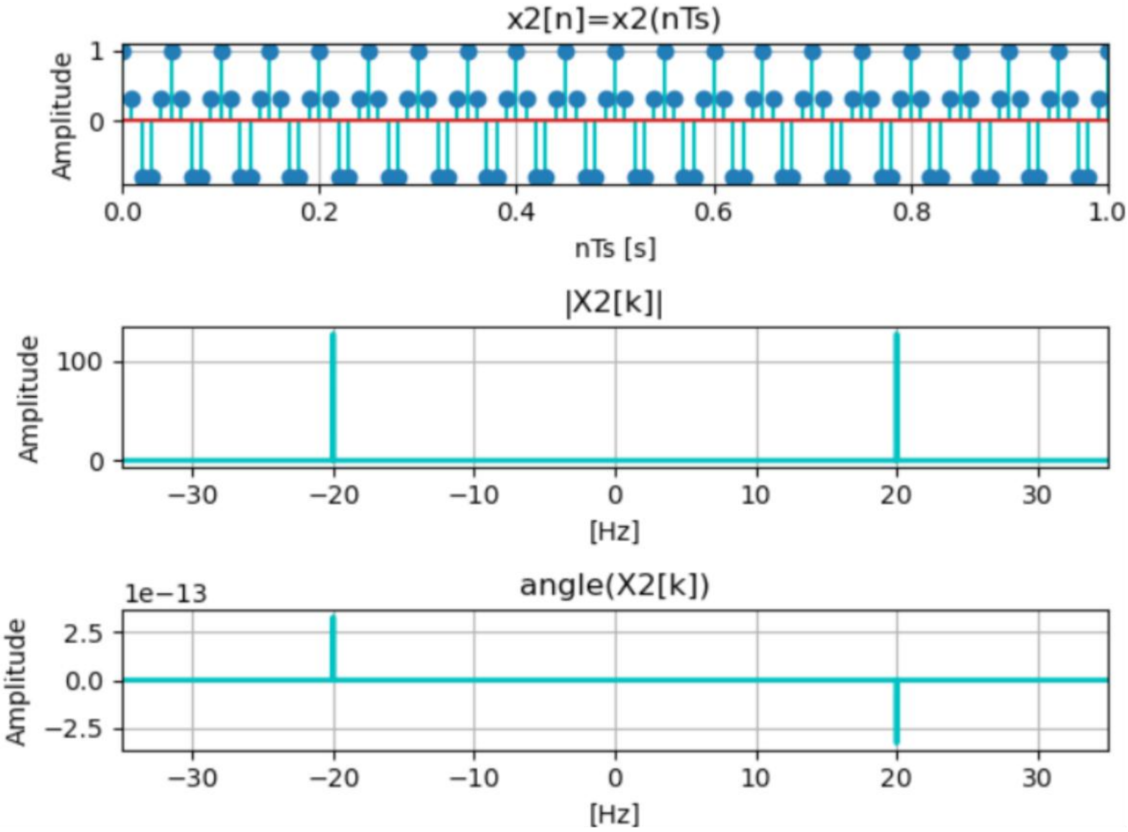
Então $\Omega \in [-\pi/T_s , \pi/T_s]$ ou $[-\Omega_s/2 ,\Omega_s/2]$, onde $\Omega_s/2 \geq \Omega_{máx}$, onde Ω_s é a freq. de amostragem e $\Omega_{máx}$ é freq. máxima do sinal amostrado.

Exemplo: 4 – Sinal $x(t) = 5^{-2t}u(t)$ com T_s=0.01 [s] por amostra e a freq. em [Rad/s]



Processamento Digital de Sinais - PDS

Exemplo: 5 – Sinal x(t) = cos(2π*20t)u(t) com Ts**=0.01 [*****s*****] por amostra e a freq. em [Hz]**



Exercício 1) Esboce x[n] e a magnitude e fase da DTFT de

a) $x[n] = 0.5^n u(n)$

b) $x[n] = 2\left(0.8^{(n+2)}\right)u(n-2)$

c) $x[n] = 5 * (-0.9)^n \cos\,(0.1\pi n)u(n)$

d) $x[n] = \left(0.9e^{j\pi/3}\right)^n u(n)$

Escolha com cuidado os intervalos de tempo e frequência. Plote na frequência em unidades de pi.

Processamento Digital de Sinais - PDS

Exercício 2) Sendo *x*(*t*) o sinal analógico

$$x(t) = 100\cos(2\pi \cdot 100 \cdot t)\, e^{-100t} u(n)$$

a) **Foi amostrado na frequência de Fs = 5000 amostras/segundo para obter $x_1[n]$. Determine e plote** $X_1(e^{j\omega})$

b) **Foi amostrado na frequência de Fs = 1000 amostras/segundo para obter x2[n]. Determine e plote** $X_2(e^{j\omega})$

Escolha com cuidado o intervalo e plote a frequência em [Hz]