

Matemática C
Lista de exercícios - 06

1. Escreva as expressões abaixo na notação de potência e simplifique, se possível.

$$a) \sqrt{3} \qquad c) \sqrt[4]{5^2}$$

$$b) \frac{1}{\sqrt{3}} \qquad d) \sqrt[3]{-2}$$

Respostas:

$$a) 3^{1/2} \quad b) 3^{-1/2} \quad c) 5^{1/2} \quad d) -2^{1/3}$$

2. Escreva as expressões abaixo na notação de raízes.

$$a) 5^{2,5} \qquad c) 3^{-5/2}$$

$$b) (-3)^{5/3} \qquad d) -3^{1/2}$$

Respostas:

$$a) \sqrt{5^5} \quad b) \sqrt[3]{(-3)^5} \quad c) \frac{1}{\sqrt{3^5}} \quad d) -\sqrt{3}$$

3. Simplifique as expressões, eliminando expoentes negativos, caso existam:

$$a) \frac{5^4}{5^6}$$

$$g) \left(-\frac{1}{4}\right)^3$$

$$n) \left(\frac{5}{3}\right)^3 \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$b) \frac{5^4}{5^{-2}}$$

$$h) \frac{3^2}{11^0}$$

$$o) \left(\frac{2}{5}\right)^3 (-5)^4$$

$$c) \frac{5^{-3}}{5^{-7}}$$

$$i) \frac{3^0}{11^2}$$

$$p) \left(\frac{5}{3}\right)^3 \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$$

$$d) \left(\frac{2}{6}\right)^3$$

$$j) \frac{3^{-3}}{4^{-2}}$$

$$q) \left(\frac{3}{4}\right)^2 \left(\frac{3}{2}\right)^{-3}$$

$$e) \left(\frac{1}{8}\right)^{-2}$$

$$k) \frac{3^{-3}}{4^2}$$

$$r) 2^{-1} + 4^{-1}$$

$$f) \left(-\frac{1}{5}\right)^2$$

$$l) \frac{3^3}{4^{-2}}$$

$$s) 4^{51} + 4^{50}$$

$$m) \left(\frac{2}{5}\right)^0 5^{-2}$$

$$t) 3^{101} - 2 \cdot 3^{100}$$

Respostas:

- | | | |
|---------------------|--------------------------|------------------------------|
| a) $\frac{1}{5^2}$ | h) 3^2 | o) 40 |
| b) 5^6 | i) $\frac{1}{11^2}$ | p) $\frac{5^3}{3 \cdot 2^2}$ |
| c) 5^4 | j) $\frac{4^2}{3^3}$ | q) $\frac{1}{6}$ |
| d) $\frac{1}{3^3}$ | k) $\frac{1}{4^2 3^3}$ | r) $\frac{3}{4}$ |
| e) 8^2 | l) $3^3 4^2$ | s) $5 \cdot 4^{50}$ |
| f) $\frac{1}{5^2}$ | m) $\frac{1}{5^2}$ | t) 3^{100} |
| g) $-\frac{1}{4^3}$ | n) $\frac{5^3 2^2}{3^5}$ | |

Fonte: Francisco Magalhães Gomes (2018, p. 70)

4. Identifique as funções exponenciais. Para aquelas que são funções exponenciais da forma $f(x) = c a^x$ determine o valor de c e o valor da base a . Para aquelas que não são, explique por que não.

- | | |
|------------------|--------------------------|
| a) $y = x^{1/3}$ | d) $y = x^{\sqrt{x}}$ |
| b) $y = 3^{-x}$ | e) $y = -2 \cdot 5^{-x}$ |
| c) $y = 2(4^x)$ | f) $y = 2^3$ |

5. Calcule o valor exato da função para o valor de x dado.

- a) $f(x) = 3 \cdot 5^x$ para $x = 0$ b) $f(x) = 6 \cdot 3^x$ para $x = -2$ c) $f(x) = 8 \cdot 4^x$ para $x = -3/2$

6. Esboce o gráfico das seguintes funções e identifique o domínio e a imagem das mesmas.

- a) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x = 2^{-x}$ b) $f(x) = e^x$ c) $f(x) = \left(\frac{1}{e}\right)^x = e^{-x}$ d) $f(x) = \frac{1}{2}e^x$
- e) $f(x) = e^x + 1$ g) $f(x) = -2^x$

Obs.: O número $e = 2,718291...$ (*Número de Euler*) é um número irracional de grande utilidade em cálculos de diferentes áreas do conhecimento. A função exponencial de base e , $f(x) = e^x$ é denominada de função *exponencial natural*. No exercício 3, você pode usar

a tecla da calculadora  ou fazer $e=2,72$

7. Uma bola cai de uma altura de 30 m e salta, cada vez que toca o chão, dois terços da altura da qual caiu. Seja $h(n)$ a altura da bola no salto de número n .

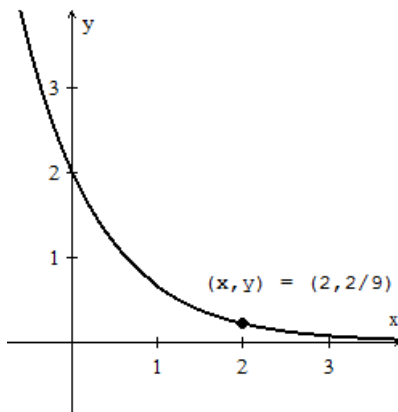
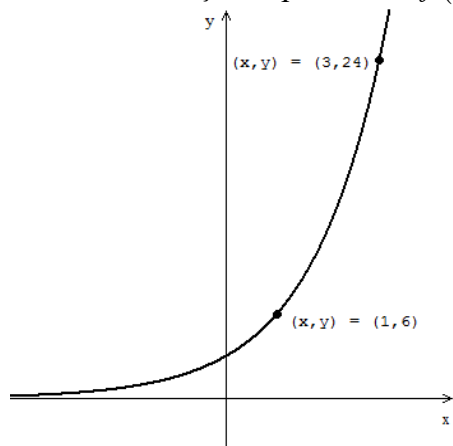
- Determine expressão matemática que descreve a situação.
- Represente geometricamente a situação descrita acima.
- Qual é o número do salto quando a altura da bola for de 20 metros?
- Quando ocorrer o salto de número sete, qual a altura da bola?

8. Ao concluir um dia de trabalho, um corretor da bolsa de valores construiu uma tabela em que cada linha apresentava o preço y , em reais, de cada ação de uma empresa, após x horas de início do pregão. Esse estudo revelou que cada ponto (x, y) pertence à função exponencial $y = (3/2)^x$.

a) Esboce o gráfico da função $y = (3/2)^x$.

b) Sabendo que o pregão teve exatamente 4 horas de duração, calcule o preço mínimo e o preço máximo de cada ação dessa empresa durante esse dia.

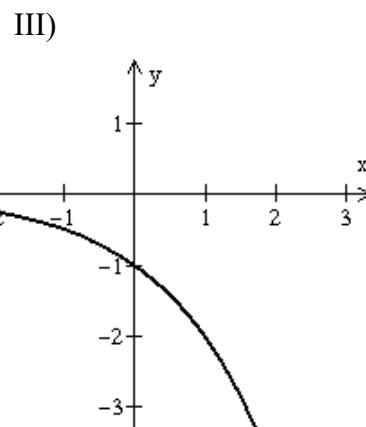
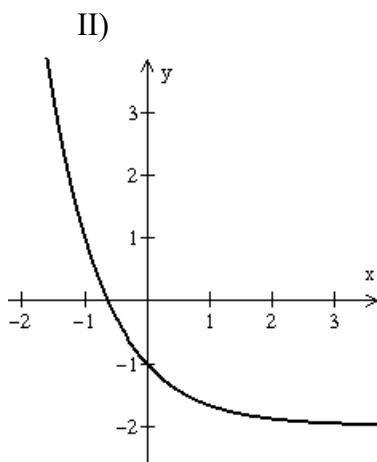
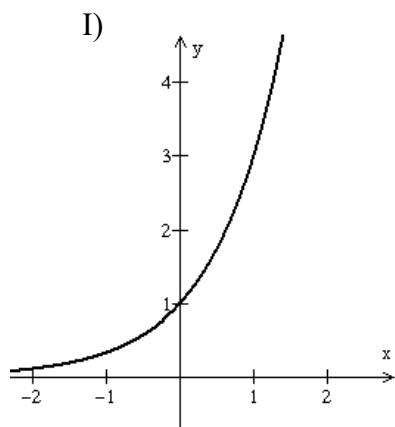
9. Encontre a função exponencial $f(x) = Ca^x$ cujo gráfico é dado abaixo.



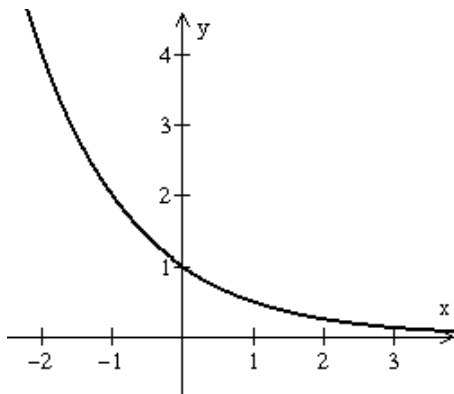
10. Em pesquisa realizada, constatou-se que a população P de determinada bactéria cresce segundo a expressão $P(t) = 25 \cdot 2^t$ em que t representa o tempo em horas. Para atingir uma população de 204800 bactérias, qual será o tempo necessário?

11. a) Associe a função dada a seu gráfico. b) explique como fazer a escolha.

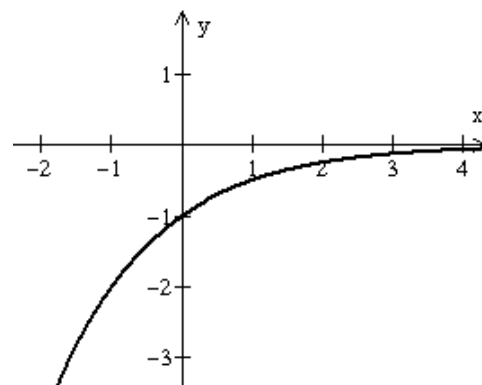
A) $f(x) = 3^x$ B) $f(x) = 2^{-x}$ C) $f(x) = -2^x$ D) $f(x) = -0,5^x$ E) $f(x) = 3^{-x} - 2$



IV)



V)



12. Projeta-se que, daqui a t anos, a população de um certo país será de $P(t) = 50e^{0,02t}$ milhões.

- Qual é a população atual?
- Qual será a população daqui a 30 anos?

13. A quantidade em uma amostra radioativa remanescente após t anos é dada por uma função da forma $Q(t) = Q_0 e^{-0,0001 t}$. Ao fim de 5000 anos, restam 2000 gramas da substância. Quantos gramas havia inicialmente? (Res.: 3 297,44)

14. Determine a função exponencial que satisfaz as condições dadas:

- Valor inicial igual a 5, crescente com taxa de 17% ao ano.
- Valor inicial igual a 52, crescente com taxa de 2,3% ao dia.
- Valor inicial igual a 28900, decrescente com taxa de 2,6% ao ano.
- Valor inicial da massa igual a 592 gramas, caindo pela metade a cada 6 anos.

15. Qual o montante acumulado por um capital de R\$ 6.000,00, aplicados a uma taxa de juros compostos de 4% ao mês, durante 4 meses e 20 dias? Resp.: R\$ 7.205,10

16. Apliquei R\$1.000,00 e após um mês obtive um montante de R\$ 1.300,00. Calcule a taxa mensal de juros compostos utilizada nesta aplicação. R\$ 30%a.m.

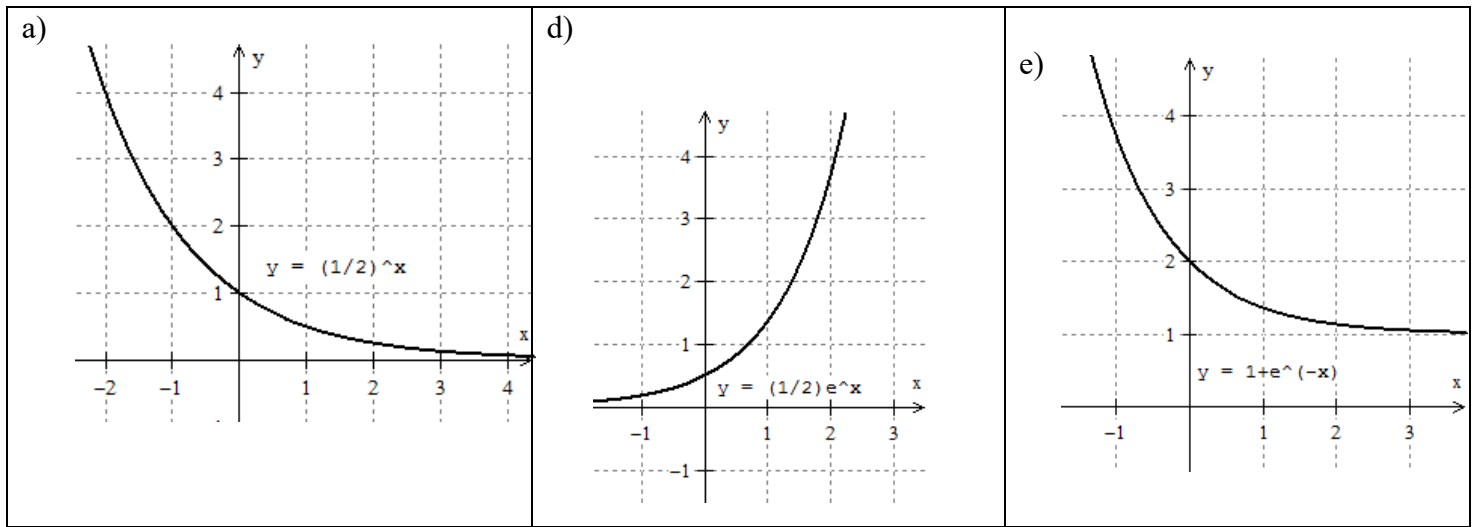
Respostas:

4)

- não é uma função exponencial, pois a base é variável e o expoente é constante. É uma função potência.
- função exponencial
- função exponencial, com valor de $c = 2$ e valor da base igual a 4.
- não é uma função exponencial, pois a base é variável.
- função exponencial, com valor de $c = -2$ e valor da base igual a $1/5$.
- não é uma função exponencial, pois o expoente é constante. É uma função constante.

5)

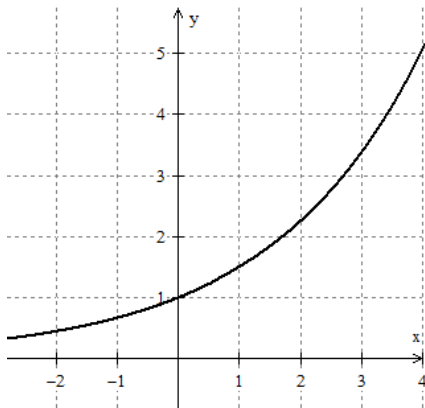
a) $f(0)=3$ b) $f(-2)=2/3$ c) $f(-3/2)=8 \cdot 4^{-3/2} = \frac{8}{4^{3/2}} = \frac{8}{\sqrt{4}^3} = 1$



7) $h(n) = 30(2/3)^n$

8)a)

b) $y_{\text{mínimo}} = 1$ e $y_{\text{máximo}} = 5,06$



9)

a) $f(x) = 3(2^x)$

b) $f(x) = 2(1/3)^x$

10) 13 horas

12)

a) 50 milhões b) 91105940 pessoas

14) a) $f(x) = 5 \cdot (1,17)^x$, (x anos)

b) $f(x) = 52 \cdot (1,023)^x$, (x dias)

c) $f(x) = 28900 \cdot (0,974)^x$, (x anos)

d) $f(x) = 592 \cdot 2^{-x/6}$, (x anos)