



**Universidade Federal da Fronteira Sul**  
**Curso de Ciência da Computação**  
**Campus Chapecó**

---

# **Circuitos Aritméticos**

---

**Prof. Luciano L. Caimi**  
**lcaimi@uffs.edu.br**

## ► Adição Binária

Adição de números sem sinal

A	0	1	0	0	Transporte (carry)
+ B	0	1	0	0	(4)
S	+ 0	1	1	0	(6)
	1	0	1	0	(10) resultado

O maior número binário que podemos representar com 4 bits é 15

## ► Adição Binária

Adição de números sem sinal

**overflow** (red text) points to the first '1' in the carry row.

	1	1	0	0		<b>Transporte (carry)</b>
		1	1	0	0	(12)
+		0	1	1	0	(6)
		0	0	1	0	<b>resultado</b> (18)

# Circuitos Aritméticos



## ► Adição Binária

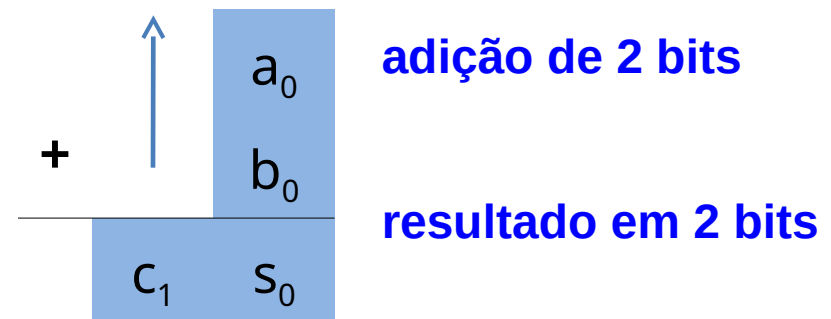
Outro exemplo (8 bits)

	0	1	1	0	1	1	0	0		
		0	1	1	0	1	1	0	1	(109) → <b>A</b>
+		0	1	1	0	0	1	1	0	(102) → <b>+ B</b>
—		1	1	0	1	0	0	1	1	(211) → <b>S</b>

## ► Adição Binária

Adição de números sem sinal

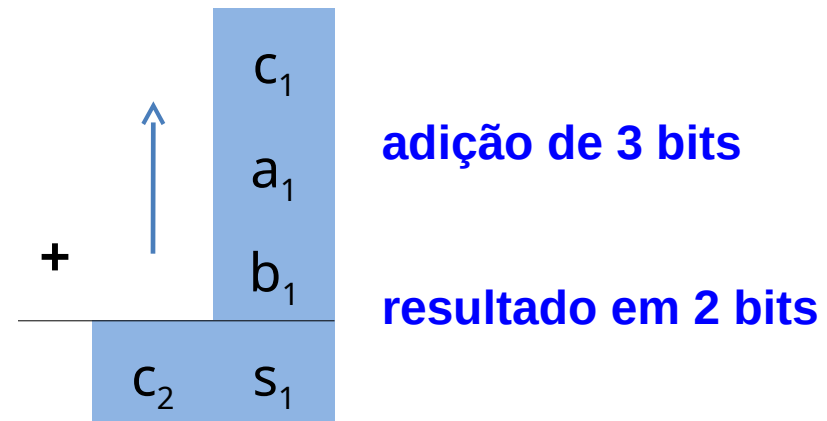
	0	1	1	0	1	1	0	0	
	0	1	1	0	1	1	0	1	(109)
+	0	1	1	0	0	1	1	0	(102)
	1	1	0	1	0	0	1	1	(211)



## ► Adição Binária

A partir do 2º bit

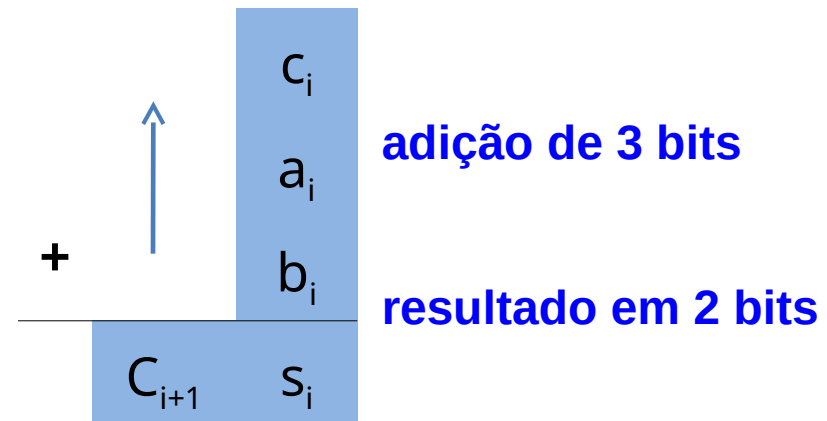
	0	1	1	0	1	1	0	0	
	0	1	1	0	1	1	0	1	(109)
+	0	1	1	0	0	1	1	0	(102)
<hr/>									
	1	1	0	1	0	0	1	1	(211)



## ► Adição Binária

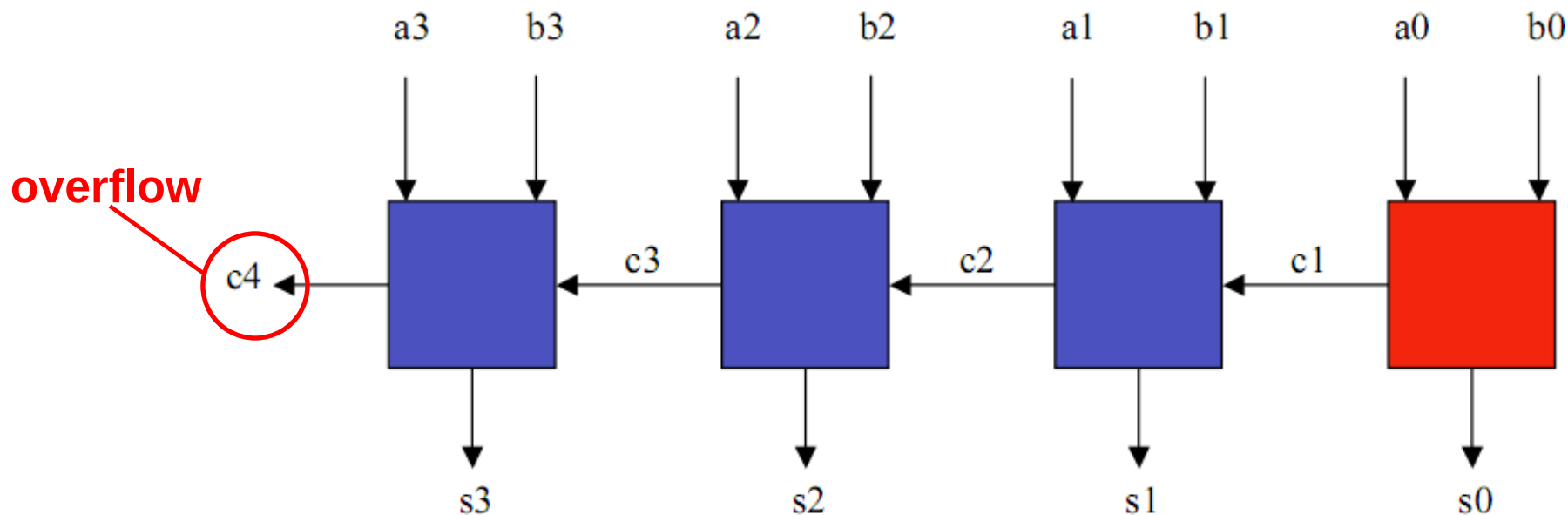
Generalizando, a partir do 2º bit

	0	1	1	0	1	1	0	0	
	0	1	1	0	1	1	0	1	(109)
+	0	1	1	0	0	1	1	0	(102)
<hr/>									
	1	1	0	1	0	0	1	1	(211)



## ► Adição Binária

### Esquema para soma paralela



Observe:

- Existe um elemento para cada coluna da soma
- O sinal de *overflow* será o *carry* mais significativo



## ► Adição Binária

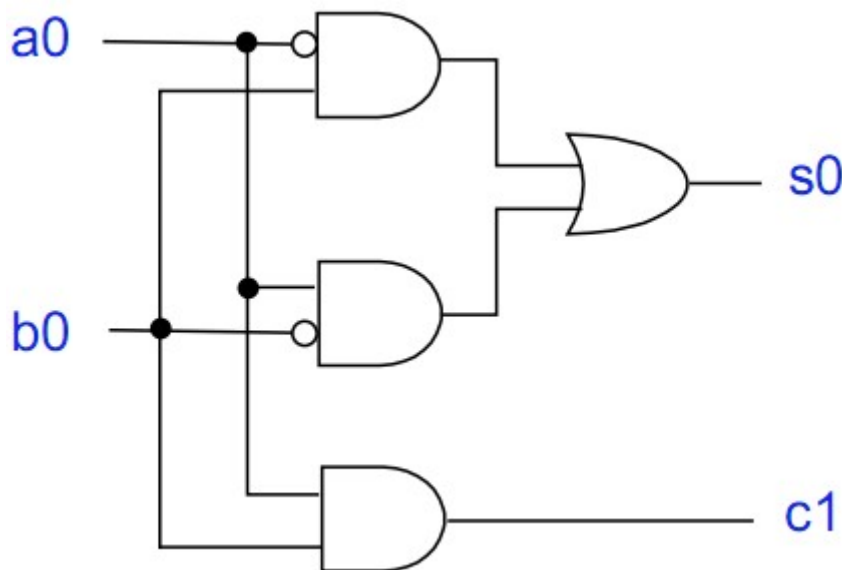
Projetando o circuito para primeira coluna:

### Meio-Somador (Half-Adder)

entradas		saídas	
$a_0$	$b_0$	$c_1$	$s_0$
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

$$s_0 = \overline{a_0} \cdot b_0 + a_0 \cdot \overline{b_0}$$

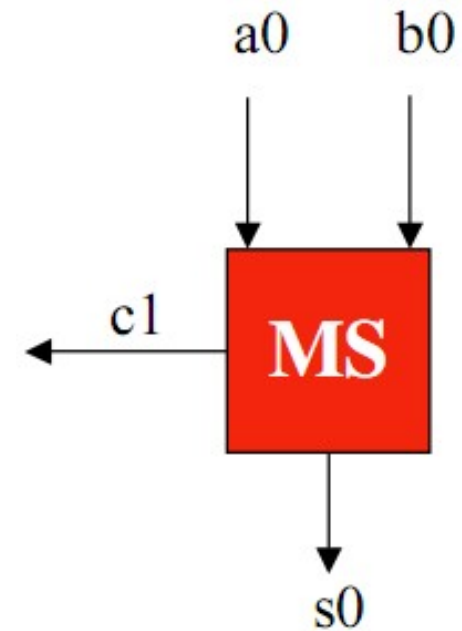
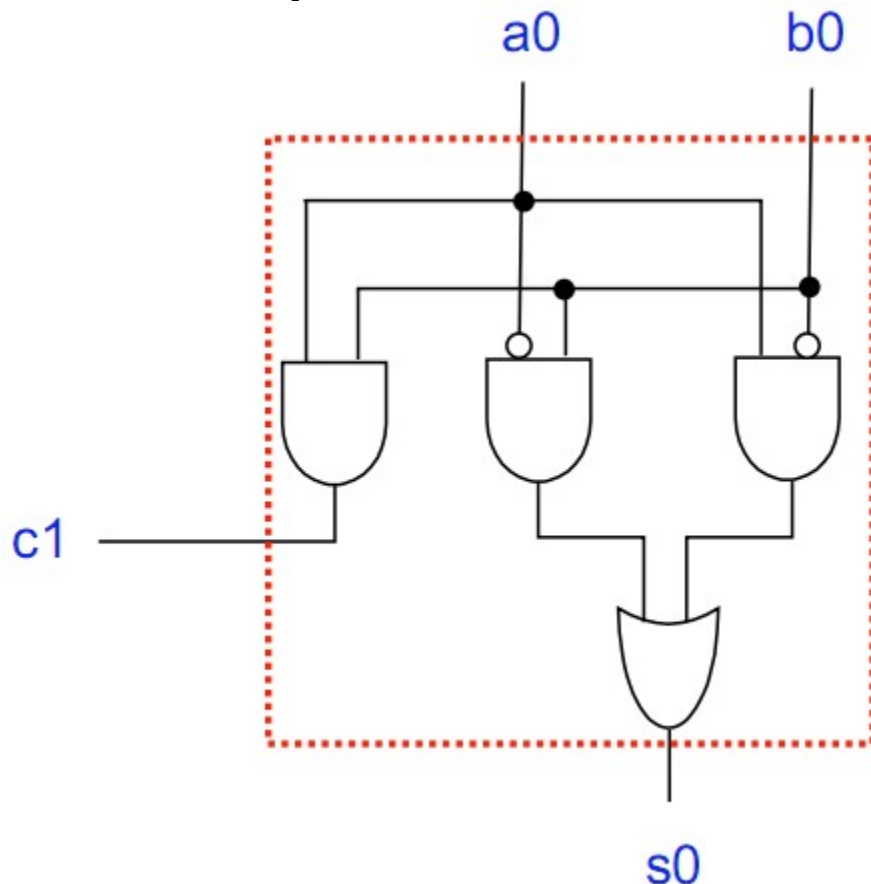
$$c_1 = a_0 \cdot b_0$$



## ► Adição Binária

### Meio-Somador (Half-Adder)

...se preferir



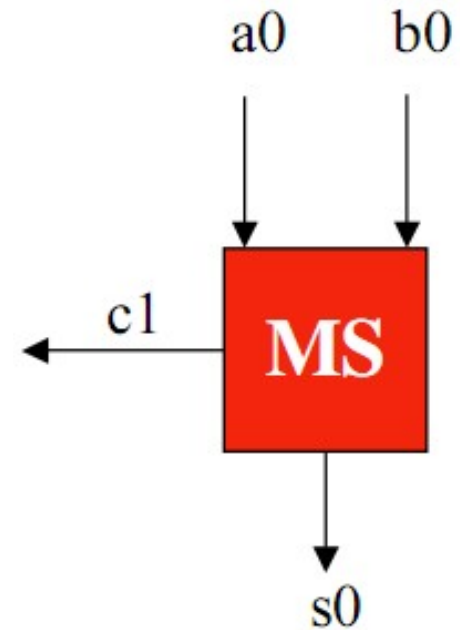
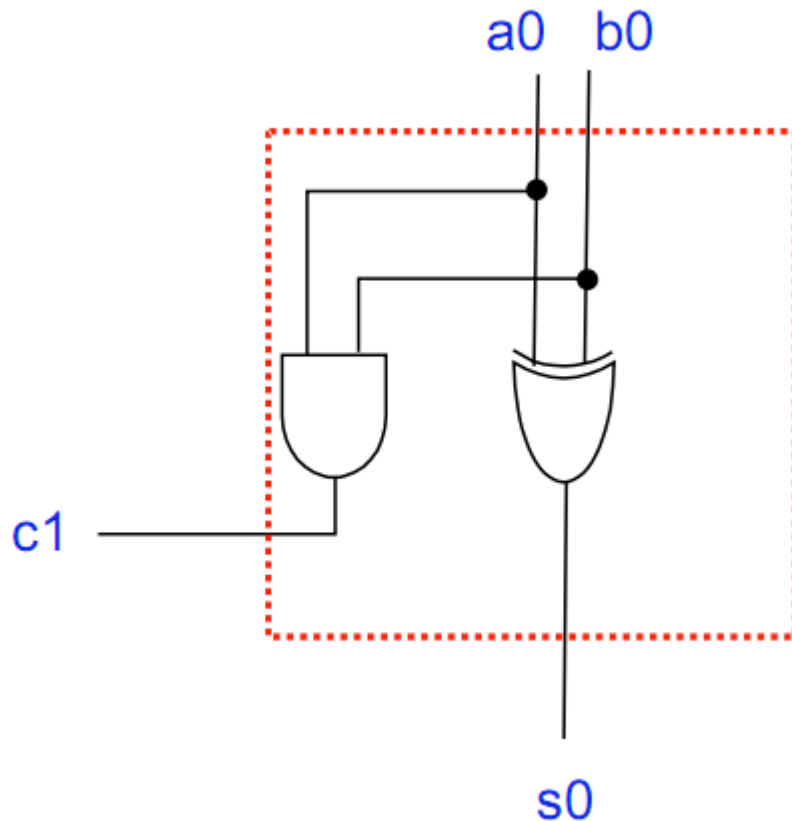
$$s_0 = \overline{a_0} \cdot b_0 + a_0 \cdot \overline{b_0}$$

$$c_0 = a_0 \cdot b_0$$

## ► Adição Binária

### Meio-Somador (Half-Adder)

...ou ainda



$$s_0 = \overline{a_0} \cdot b_0 + a_0 \cdot \overline{b_0}$$

$$\text{ou } a_0 \oplus b_0$$

$$c_0 = a_0 \cdot b_0$$

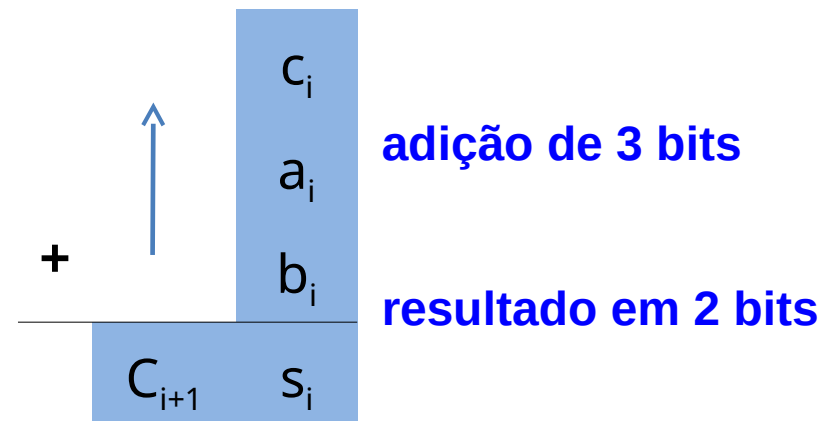
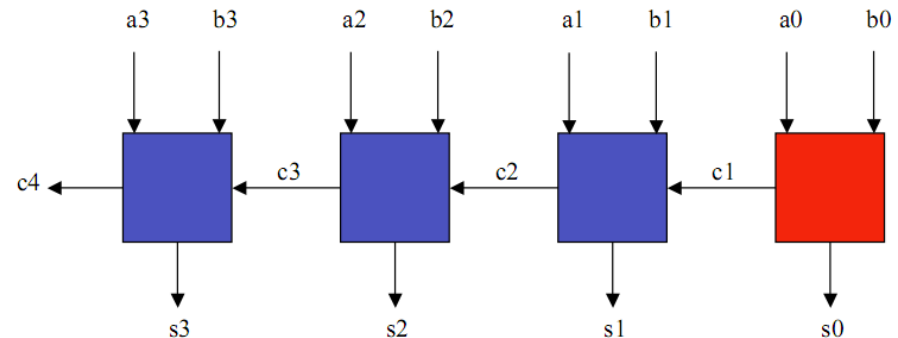
# Circuitos Aritméticos

## ► Adição Binária

Projetando as demais colunas:

### Somador-Completo (Full-Adder)

	0	1	1	0	1	1	0	0	
		0	1	1	0	1	1	0	1
+		0	1	1	0	0	1	1	0
		1	1	0	1	0	0	1	1

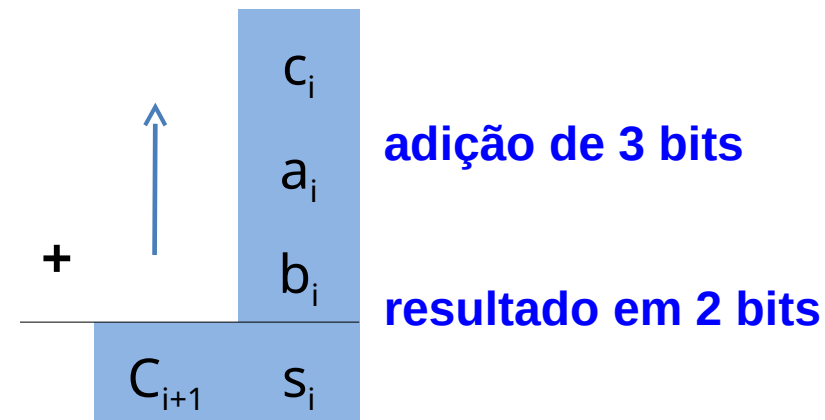
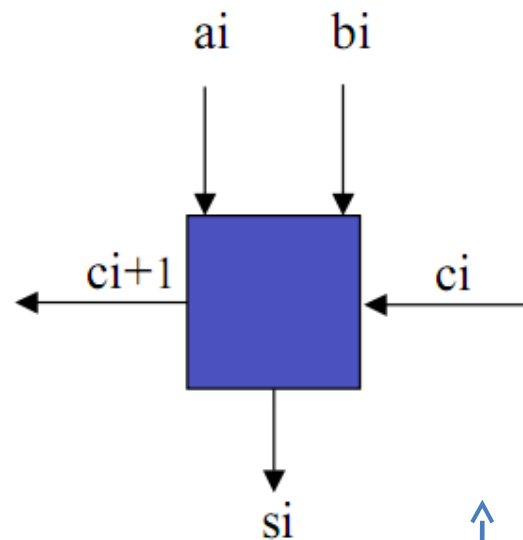


## ► Adição Binária

Projetando as demais colunas:

### Somador-Completo (Full-Adder)

entradas			saídas	
$a_i$	$b_i$	$c_i$	$C_{i+1}$	$s_i$
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1



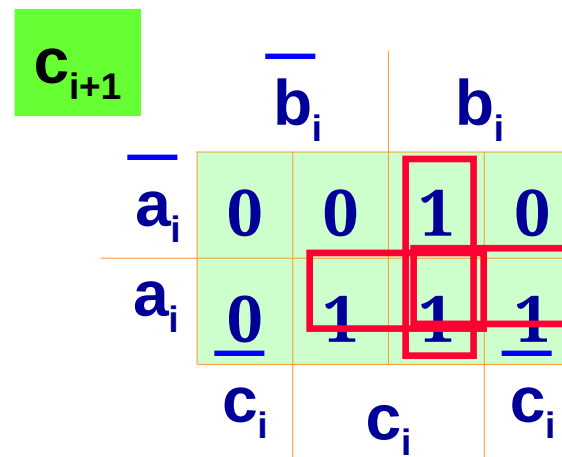
## ► Adição Binária

Projetando as demais colunas:

### Somador-Completo (Full-Adder)

entradas			saídas	
$a_i$	$b_i$	$c_i$	$C_{i+1}$	$s_i$
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

Mapa de Karnaugh para  $c_{i+1}$



$$c_{i+1} = a_i \cdot b_i + a_i \cdot c_i + b_i \cdot c_i$$

## ► Adição Binária

Projetando as demais colunas:

### Somador-Completo (Full-Adder)

entradas saídas

entradas			saídas	
$a_i$	$b_i$	$c_i$	$C_{i+1}$	$s_i$
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

Mapa de Karnaugh para  $s_i$

$s_i$	$\bar{b}_i$		$b_i$	
	$\bar{a}_i$	$a_i$	$\bar{a}_i$	$a_i$
	0	1	0	1
	1	0	1	0
	$c_i$		$c_i$	

Não é possível simplificar, logo:

$$s_i = \bar{a}_i \cdot \bar{b}_i \cdot c_i + \bar{a}_i \cdot b_i \cdot \bar{c}_i + a_i \cdot \bar{b}_i \cdot \bar{c}_i + a_i \cdot b_i \cdot c_i$$

## ► Adição Binária

manipulando através da álgebra de boole:

$$s_i = \bar{a}_i \cdot \bar{b}_i \cdot c_i + \bar{a}_i \cdot b_i \cdot \bar{c}_i + a_i \cdot \bar{b}_i \cdot \bar{c}_i + a_i \cdot b_i \cdot c_i$$

$$s_i = \bar{a}_i \cdot (\bar{b}_i \cdot c_i + b_i \cdot \bar{c}_i) + a_i \cdot (\bar{b}_i \cdot \bar{c}_i + b_i \cdot c_i)$$

$$s_i = \bar{a}_i \cdot (b_i \oplus c_i) + a_i \cdot (\overline{b_i \oplus c_i})$$

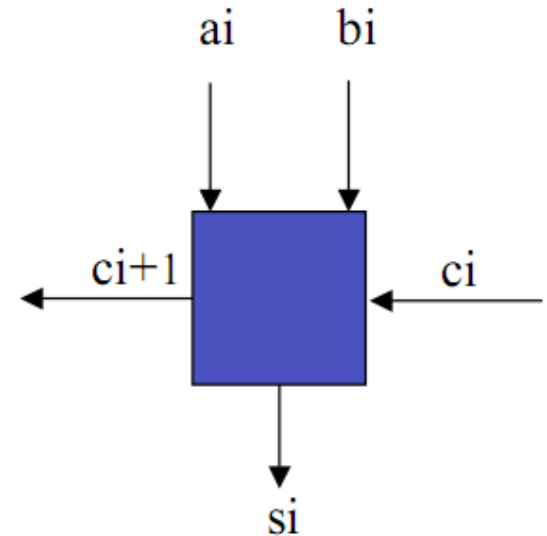
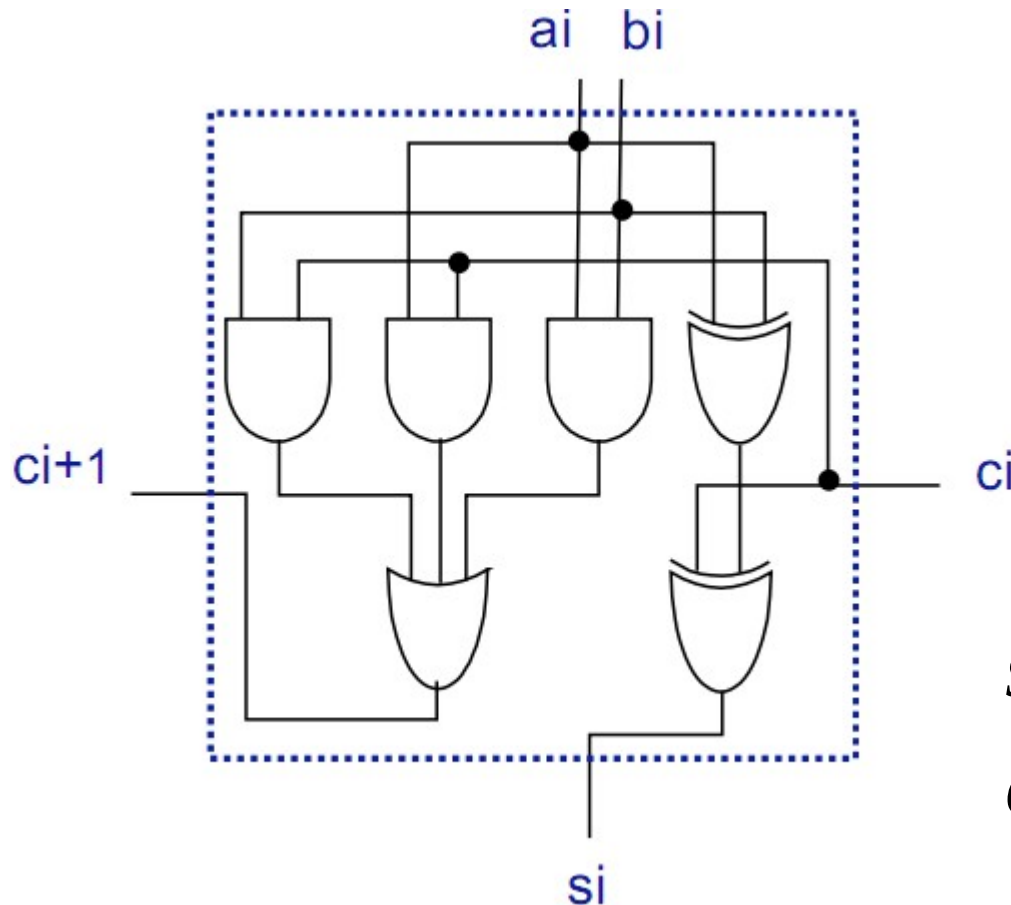
$$s_i = a_i \oplus (b_i \oplus c_i)$$

a	b	xor	$\overline{\text{xor}}$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1



## ► Adição Binária

### Somador-Completo (Full-Adder)

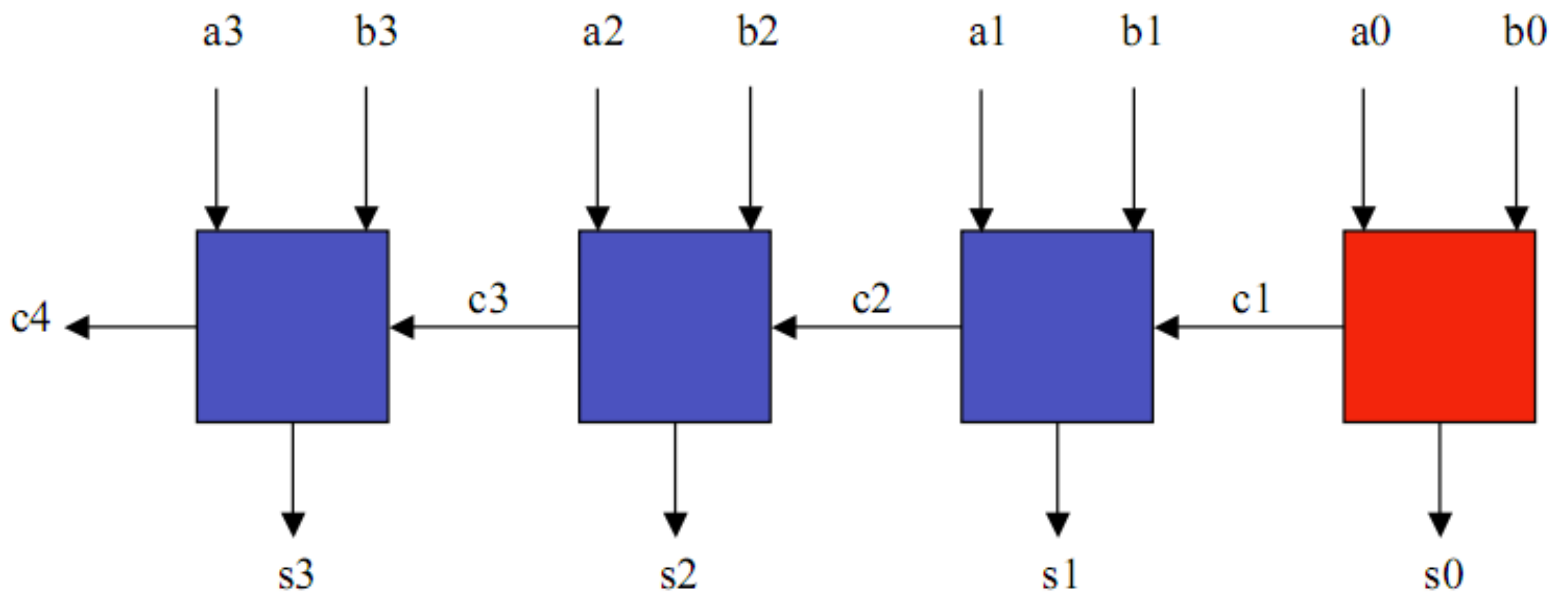


$$s_i = a_i \oplus (b_i \oplus c_i)$$

$$c_{i+1} = a_i \cdot b_i + a_i \cdot c_i + b_i \cdot c_i$$

## ► Adição Binária

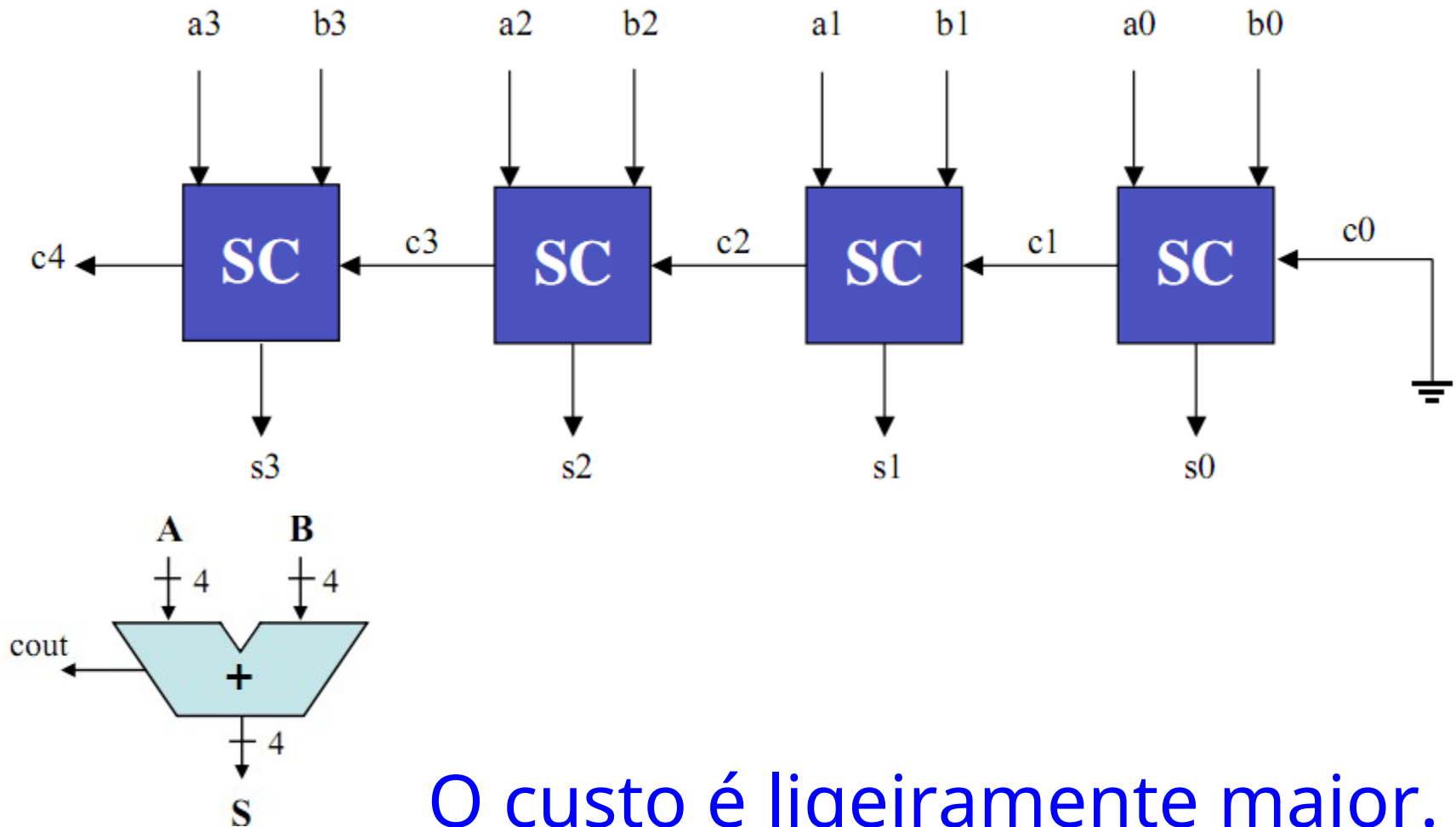
Considerando dois números (A e B) de 4 bits cada



Chamado somador *ripple-carry*

## ► Adição Binária

Versão utilizando somente somador-completo



O custo é ligeiramente maior.

## ► Subtração Binária

Subtração de números sem sinal

A						Transporte	
- B							
S							
						resultado	