Matemática C
Lista de exercícios - 05

1) a) Esboce o gráfico das seguintes funções,
b) indique se o vértice é um ponto de máximo ou de mínimo,
c) indique os intervalos de crescimento, o domínio e a imagem dessas funções,
d) identifique os valores de x para os quais $f(x)=0,\ \ f(x)>0\ e\ f(x)<0$

a) $y = x^2 - 3x + 2$
b) $y = q^2 - 5q + 4$
c) $y = -x^2 + 6x - 10$
d) $y = -x^2 / 5 + 8x$
e) $f(u) = 3u - u^2$
f) $f(x) = -2x^2$
g) $f(t) = 3t^2 - 6t + 4$
h) $f(x) = x^2 - 6x + 9$

2. O lucro de uma empresa é dado por $L(x) = -30x^2 + 360x - 600$, onde x é o número de unidades vendidas. Para que valor de x é obtido o lucro máximo?
Resposta: o lucro é máximo para x = 6 unidades

3. Se $f(x)$ é a função quadrática f: $\mathbf{R} \to \mathbf{R}$, dada por $f(x) = (-m^2 + 1)\,x^2 - x - 2$. Encontre os valores de m para os quais essa parábola possui a concavidade voltada para baixo.

Resposta. $m < -1, m > 1$

4. Ache os valores reais de p para os quais a função $f(x)=(p-1)x^2+(2p-2)x+p+1$ é positiva, para qualquer que seja x. Resposta: p >1

5. Encontre o domínio da função:

a) $f(x)=\sqrt{9-x^2}$ b) $f(x)=\dfrac{x^3-4x^2+5x-7}{\sqrt{3x^2-x-2}}$ c) $f(x)=\dfrac{\sqrt{6-2x}}{\sqrt{x^2+x-2}}$

d) $f(x)=\sqrt{\dfrac{3x^2+x-14}{4x-x^2}}$

Respostas:
a) $D=\{x\in R / -3\le x\le 3\}$ b) $D=\{x\in R / x<-2/3\ ou\ x>1\}$
c) $D=\{x\in R / x<-2\ ou\ 1<x\le 3\}$
$d)\ D=\{x\in R / -7/3\le x<0\ ou\ 2\le x<4\}$

6. A trajetória da bola, num chute a gol, descreve uma parábola. Supondo que sua altura h, em metros, t segundos após o chute, seja dada por $h(t) = -t^2 + 6t$, determine:

a) em que instante a bola atinge a altura máxima.

b) a altura máxima atingida pela bola.
c) quantos segundos depois do lançamento ela toca o solo

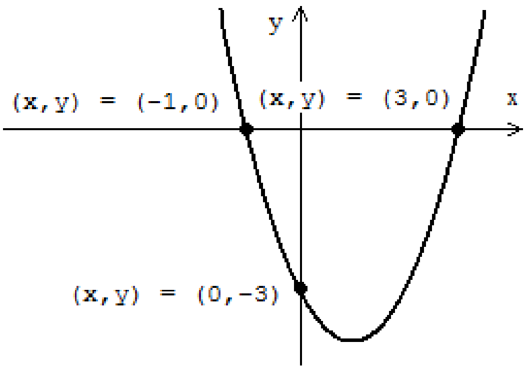
7. Uma indústria pode produzir diariamente x refrigeradores, $20 \leq x \leq 50$, com custo unitário C, em reais, dado pela função $C(x) = x^2 - 80x + 2000$.

a) Qual será o custo unitário de produção se forem fabricados 20 refrigeradores por dia?
b) Qual será o custo unitário de produção se forem fabricados 50 refrigeradores por dia?
c) Quantos refrigeradores devem ser fabricados por dia para que o custo unitário de produção seja mínimo?
d) Qual é o custo unitário mínimo de produção?

Resposta: a) R$ 800,00 b) R$ 500,00 c) 40 d) R$ 400,00

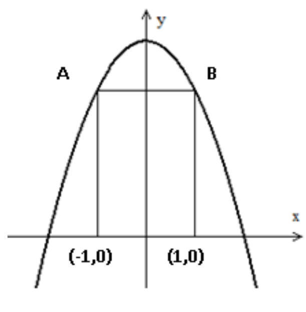
8. O gráfico da função $f(x) = ax^2 + bx + c$ é o apresentado abaixo. Determine:

a) Os valores de a, b e c.
b) O conjunto imagem dessa função



Resposta: a= 1, b= -2, c=-3; Conjunto imagem: $[-4, \infty)$

9. (Cefet-BA) Na figura está representado o gráfico da função $f(x) = 4 - x^2$. Qual é a medida da área do retângulo formado pelos pontos A, B, (-1,0) e (1,0), em unidades de área? Resposta: 6 unidades de área



10. Faça o gráfico das funções abaixo, definidas por mais de uma sentença:

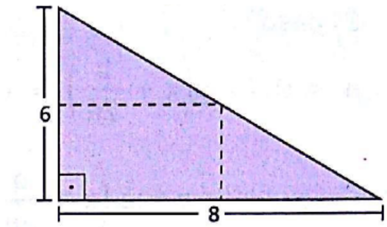
a) $f(x) = \begin{cases} -x^2 - x + 2, & x < 0 \\ 2x + 1, & x \geq 0 \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} 4x - x^2, & x > -1 \\ 1, & x \leq -1 \end{cases}$

b) $f(x)=\begin{cases} x^2+1, & x<1 \\ 3-x, & x\geq 1 \end{cases}$ d) $f(x)=\begin{cases} x-1, & x<3 \\ x^2-10x+23, & x>3 \end{cases}$

11. Sabe-se que o lucro de uma empresa é dado pela fórmula L=R-C, em que L é o lucro total, R é a receita e C é o custo total da produção. Numa empresa que produziu x unidades, verificou-se que $R(x)=6000-x^2$ e $C(x)=x^2-2000x$. Nessas condições, qual deve ser a produção x, para que o lucro da empresa seja máximo?
Resposta: para o lucro da empresa ser máximo a produção deve ser 500 unidades

12. É dada uma folha de cartolina como na figura ao lado. Cortando a folha na linha pontilhada resultará um retângulo. Determine esse retângulo, sabendo que a área é máxima.



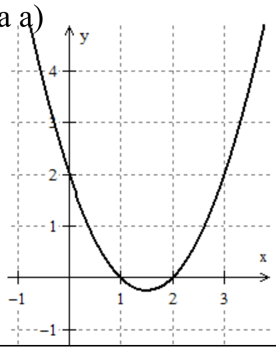
Resposta: retângulo de lados 4 e 3

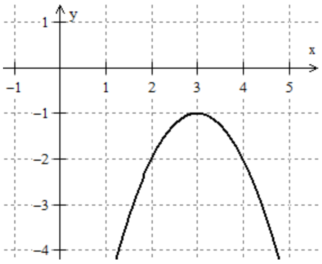
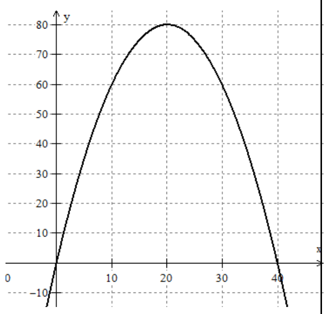
13. Deseja-se construir uma casa térrea de forma regular. O retângulo onde a casa será construída tem 120 m de perímetro. Calcule as dimensões desse retângulo sabendo que a área de sua região deve ser a maior possível. Resposta: quadrado de lado 30 m

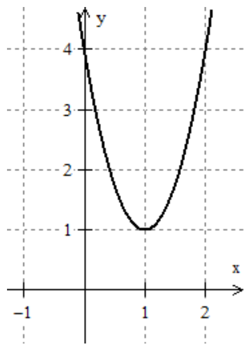
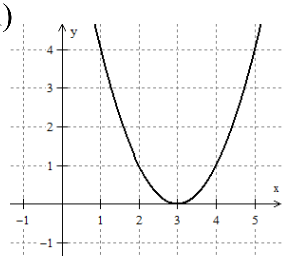
14. (PUC-SP) Um projétil da origem O(0,0), segundo um referencial dado, percorre uma trajetória parabólica que atinge sua altura máxima no ponto (2,4). Escreva a equação dessa trajetória.

15) Uma loja está fazendo uma promoção na venda de bombons: "compre x bombons e ganhe x% de desconto". A promoção é válida para compras de até 60 bombons, caso em que é concedido o desconto máximo de 60%. André, Pedro, Bruno e Milton compraram 10, 15, 30 e 45 bombons, respectivamente. Qual deles poderia ter comprado mais bombons, e gasto a mesma quantia, se empregasse melhor seus conhecimentos de Matemática? Suponha que o bombom custe R$ 3,00.

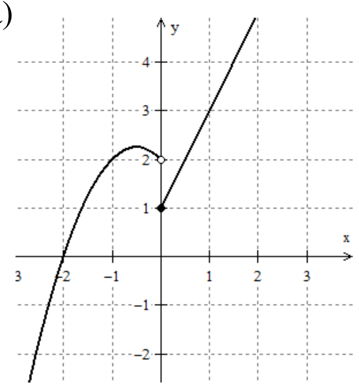
Algumas resposta da questão 1:

Letra a) 	V(3/2, -1/4) ponto de mínimo, a função cresce no intervalo [3/2, ∞) e decresce no intervalo (-∞, 3/2], Imagem: $\{y\in R\,/\,y\geq -1/4\}$.

Letra c) 	V(3, -1) ponto de máximo , a função cresce no intervalo (- ∞, 3] e decresce no intervalo [3, ∞), imagem: $\{y \in R \,/\, y \leq -1\}$. $f(x) < 0$, para todo $x \in R$.
Letra d) 	V(20, 80) ponto de máximo , a função cresce no intervalo (- ∞, 20] e decresce no intervalo [20, ∞), imagem: $\{y \in R \,/\, y \leq 80\}$. $f(x) = 0$, para $x = 0, x = 40$ $f(x) < 0$, para $x < 0, x > 40$ $f(x) > 0$, para $0 < \text{x} < 40$

Letra g) 	V(1, 1) ponto de mínimo, a função cresce no intervalo [1, ∞) e decresce no intervalo (- ∞, 1], Imagem: $\{y \in R \,/\, y \geq 1\}$. $f(x) > 0$, para todo $x \in R$
Letra h) 	V(3, 0) ponto de mínimo, a função cresce no intervalo [3, ∞) e decresce no intervalo (- ∞, 3], Imagem: $\{y \in R \,/\, y \geq 0\}$. $f(x) \geq 0$, para todo $x \in R$

10) a)



d)