UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ

Estatística Básica

Probabilidade

Professora Ma. Tainara Volan
tainaravolan@gmail.com

2022

Probabilidade

Embora o cálculo das probabilidades pertença ao campo da Matemática, sua inclusão nesta apostila se justifica pelo fato de a maioria dos fenômenos de que trata a Estatística ser de natureza aleatória ou probabilística. Consequentemente, o conhecimento dos aspectos fundamentais do cálculo de probabilidades é uma necessidade essencial para o estudo da Estatística Indutiva ou Inferencial.

Experimento aleatório

Em quase tudo, em maior ou menor grau, vislumbramos o acaso. Assim, da afirmação ”é provável que o meu time ganhe a partida de hoje” pode resultar:

a. que, apesar do favoritismo, ele perca;
b. que, como pensamos, ele ganhe;
c. que empate.

O resultado final depende do acaso. Fenômenos como esse, são chamados fenômenos aleatórios ou experimentos aleatórios.

Experimento aleatório

Experimentos ou fenômenos aleatórios são aqueles que, mesmo repetidos várias vezes sob condições semelhantes, apresentam resultados imprevisíveis.

Espaço amostral

A cada experimento correspondem, em geral, vários resultados possíveis. Assim, ao lançarmos uma moeda, há dois resultados possíveis: ocorrer cara ou ocorrer coroa.

Já ao lançarmos um dado há seis resultados possíveis: 1, 2, 3, 4, 5 ou 6.

Ao conjunto desses resultados possíveis damos o nome de **espaço amostral** ou conjunto universo, representado por S.

Espaço amostral

Os dois experimentos citados anteriormente têm os seguintes espaços amostrais:

– lançamento de uma moeda: S = (Ca, Co);
– lançamento de um dado: S = (1, 2, 3, 4, 5, 6).

Do mesmo modo, como em dois lançamentos sucessivos de uma moeda podemos obter cara nos dois lançamentos, ou cara no primeiro e coroa no segundo, ou coroa no primeiro e cara no segundo, ou coroa nos dois lançamentos, o espaço amostral é:

S = {(Ca, Ca), (Ca, Co), (Co, Ca), (Co, Co)}.

Cada um dos elementos de S que corresponde a um resultado recebe o nome de ponto amostral. Assim:

$2 \in S$: 2 é um ponto amostral de S.

UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ

Eventos

Chamamos de evento qualquer subconjunto do espaço amostral S de um experimento aleatório.

Assim, qualquer que seja E, se $E \subset S$ (E está contido em S), então E é um evento de S.

Se $E = S$, E é chamado **evento certo.**

Se $E \subset S$ e E é um conjunto unitário, E é chamado de **evento elementar.**

Se $E = \emptyset$, E é chamado **evento impossível.**

Eventos - exemplo

No lançamento de um dado, onde S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}, temos:

A = {2, 4, 6} ⊂ S; logo, A é um evento de S.

B = {1, 2, 3, 4, 5, 6} ⊂ S; logo B, é um evento certo de S (B = S).

C = {4} ⊂ S; logo, C é um evento elementar de S.

D = ∅ ⊂ S; logo, D é um evento impossível de S.

Um evento é sempre definido por uma sentença. Assim, os eventos acima podem ser definidos pelas sentenças:

”Obter um número par na face superior.”

”Obter um número menor ou igual a 6 na face superior.”

”Obter o número 4 na face superior.”

”Obter um número maior que 6 na face superior.”

UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ

Probabilidade

As decisões nos negócios são frequentemente baseados na análise de incertezas tais como as seguintes:

a) Quais são as chances de as vendas decrescerem se aumentarmos os preços?

b) Qual a plausibilidade de um novo método de montagem aumentar a produtividade?

c) Qual a probabilidade de o projeto terminar no prazo?

d) Quais são as chances de um novo investimento ser lucrativo?

Probabilidade

A probabilidade é uma medida numérica da plausibilidade de que um evento ocorrerá. Assim, as probabilidades podem ser usadas como medidas do grau de incerteza associado aos quatro eventos previamente listados. Se as probabilidades estiverem disponíveis, poderemos determinar a plausibilidade de cada evento ocorrer.

Os valores da probabilidade são sempre atribuídos numa escala de 0 a 1. A probabilidade próxima de zero indica um evento improvável de ocorrer; uma probabilidade próxima de 1 indica um evento quase certo.

Probabilidade

PROBABILIDADE CLÁSSICA OU "A PRIORI"

Se um evento pode ocorrer de h maneiras diferentes, em um total de n maneiras possíveis (todas igualmente prováveis), então a probabilidade do evento é h/n.

Suponha-se que desejamos determinar a probabilidade do aparecimento de 1 cara em uma jogada de uma moeda. Como há dois resultados igualmente prováveis, a saber, "cara" e "coroa" (admite-se que a moeda não se detenha sobre seu bordo), e como só há uma maneira de aparecer "cara", dizemos que a probabilidade do evento "cara" na jogada de uma moeda é ½. Naturalmente, para que tal conclusão seja válida, é preciso que a moeda seja "honesta", ou "não-viciada".

UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ

Probabilidade

PROBABILIDADE CLÁSSICA OU “A PRIORI”

Dado um experimento aleatório, sendo S o seu espaço amostral, vamos admitir que todos os elementos de S tenham a mesma chance de acontecer, ou seja, que S é um conjunto equiprovável.

Chamamos de **probabilidade de em evento a** ($A \subset S$) o número real P(A), tal que:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

Onde:
n(A) é o número de elementos de A;
n(S) é o número de elementos de S.

UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ

Probabilidade

Considerando o lançamento de uma moeda e o evento A ”obter cara”, temos:

S = (Ca, Co) -> n(S) = 2

A = (Ca) -> n(A) = 1

Logo:

$$P(A) = \frac{1}{2}$$

O resultado acima nos permite afirmar que, ao lançarmos uma moeda equilibrada, temos 50% de chance de que apareça cara na face superior.

Probabilidade

Considerando o lançamento de um dado, vamos calcular:

- A probabilidade do evento A “obter um número par na face superior”.

Temos:

S = {1, 2, 3, 4, 5, 6} -> n(S) = 6

B = {2, 4, 6} -> n(B) = 3

Logo:

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Probabilidade

Considerando o lançamento de um dado, vamos calcular:

- A probabilidade do evento B “obter um número menor ou igual a 6 na face superior”.

Temos:

S = {1, 2, 3, 4, 5, 6} -> n(S) = 6

B = {1, 2, 3, 4, 5, 6} -> n(B) = 6

Logo:

$$P(A) = \frac{6}{6} = 1$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ

Probabilidade

Considerando o lançamento de um dado, vamos calcular:

- A probabilidade do evento C “obter um número 4 na face superior”

Temos:

S = {1, 2, 3, 4, 5, 6} -> n(S) = 6

B = {4} -> n(B) = 1

Logo:

$$P(A) = \frac{1}{6}$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ

Probabilidade

Considerando o lançamento de um dado, vamos calcular:

- A probabilidade do evento D "obter um número maior que 6 na face superior"

Temos:

S = {1, 2, 3, 4, 5, 6} -> n(S) = 6

B = Ø -> n(B) = 0

Logo:

$$P(A) = \frac{0}{6}$$

Probabilidade

Podemos concluir que, sendo n(S) = n:

- A probabilidade do **evento certo** é igual a 1: P(S) = 1;
- A probabilidade do **evento impossível** é igual a zero: P(∅) = 0;
- A probabilidade de **um evento E qualquer** (E ⊂ S) é um número real P(E), tal que: $0 \leq P(E) \leq 1$;
- A probabilidade de um **evento elementar E qualquer** é, lembrando que n(E)1

$$P(E) = \frac{1}{n}$$

Eventos complementares

Sabemos que um evento pode ocorrer ou não. Sendo **p** a probabilidade de que ele ocorra (sucesso) e **q** a probabilidade de que ele não ocorra (insucesso), para um mesmo evento existe sempre a relação:

$$p + q = 1$$

$$q = 1 - p$$

Assim, se a probabilidade de se realizar um evento é $p = \frac{1}{5}$, a probabilidade de que ele não ocorra é:

$$q = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

Eventos independentes

Dizemos que dois eventos são independentes quando a realização ou a não realização de um dos eventos não afeta a probabilidade da realização do outro e vice-versa.

Por exemplo, quando lançamos dois dados, o resultado obtido em um deles independe do resultado obtido no outro.

Se dois eventos são independentes, a probabilidade de que eles se realizem **simultaneamente** é igual ao produto das probabilidades de realização dos dois eventos.

$$p = p_1 \times p_2$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ

Eventos independentes

Exemplo:

Lançamos dois dados. A probabilidade de obtermos 1 no primeiro dado é:

$$p_1 = \frac{1}{6}$$

A probabilidade de obtermos 5 no segundo dado é:

$$p_2 = \frac{1}{6}$$

Logo, a probabilidade de obtermos simultaneamente, 1 no primeiro e 5 no segundo é:

$$p = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ

Eventos mutuamente exclusivos

Dizemos que dois ou mais eventos são **mutuamente exclusivos** quando a realização de um exclui a realização do(s) outro(s).

Assim, no lançamento de uma moeda, o evento “tirar cara” e o evento “tirar coroa” são mutuamente exclusivos, já que, ao se realizar um deles, o outro não se realiza.

Se dois eventos são mutuamente exclusivos, a probabilidade de que um **ou** outro se realize é igual à soma das probabilidades de que cada um deles se realize:

$$p = p_1 + p_2$$

Eventos mutuamente exclusivos

Lançamos um dado. A probabilidade de se tirar 3 ou 5 é:

$$p = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Pois como vimos, os dois eventos são mutuamente exclusivos.