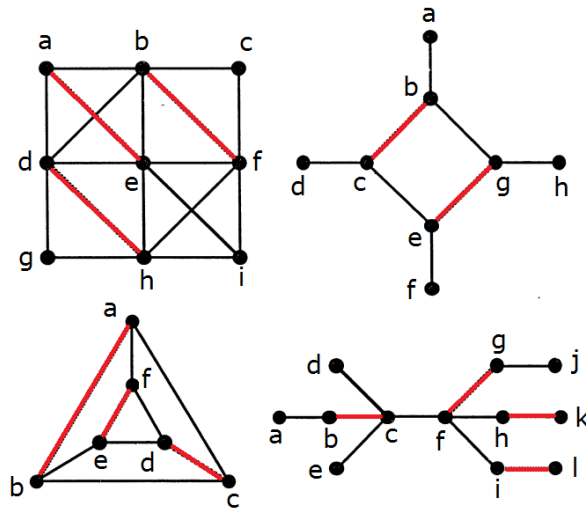


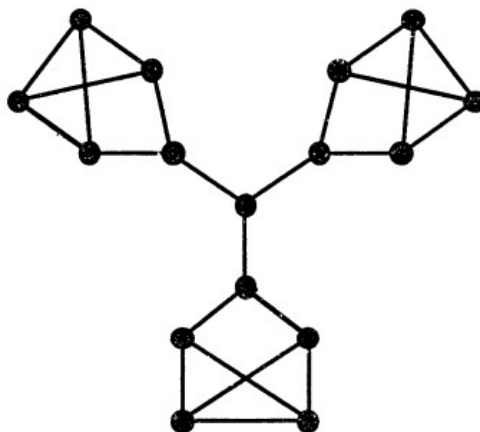
15ª Série de exercícios – Teoria dos Grafos
Emparelhamentos e o Algoritmo Húngaro

1) Para os grafos a seguir, em que os emparelhamentos M são dados pelas arestas destacadas em vermelho, encontre

- Um caminho M -alternado que não seja M -aumentado.
- Um caminho M -aumentado se existir, e, caso exista, use-o para obter um emparelhamento maior.



- Para que valores de $n > 1$, o grafo K_n possui um emparelhamento perfeito ? Explique.
- Quantos emparelhamentos perfeitos existem no grafo $K_{n,n}$? Explique.
- Quantos emparelhamentos perfeitos uma árvore pode ter ? Explique.
- Encontre um emparelhamento máximo M no grafo a seguir? Quantas arestas M tem ? Ele é perfeito ? Porque ?



6) As afirmações a seguir são verdadeiras ou falsas? Prove suas respostas.

a) Seja M um emparelhamento máximo em $G = (V, E)$. Então, G não possui caminho M -aumentado.

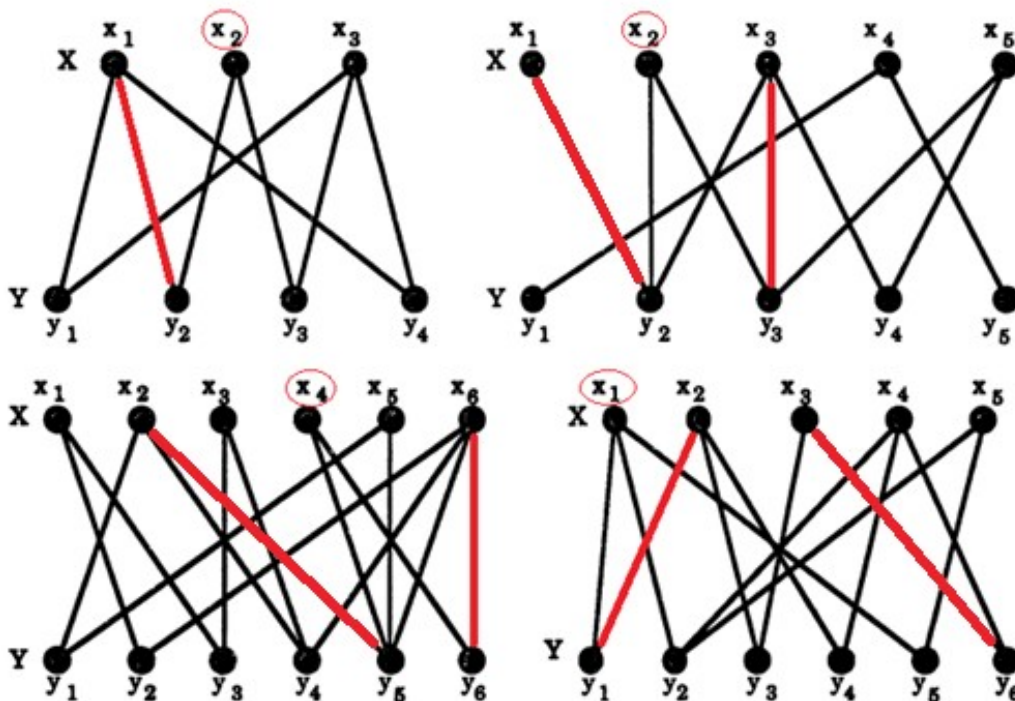
b) Seja $G = (V, E)$ um grafo e M um emparelhamento. Se G não possui caminho M -aumentado então M é um emparelhamento máximo.

7) Sobre emparelhamentos em grafos bipartidos, responda:

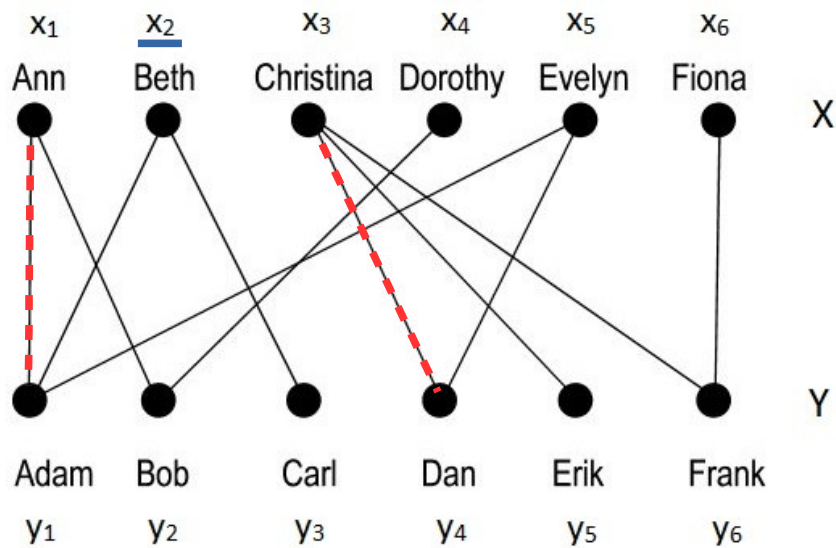
a) Dado um emparelhamento M definido num grafo G , o que é um caminho M -aumentado? Explique como podemos melhorar M encontrando tais caminhos num grafo G . Que operação é essa?

b) A operação definida no item acima é a base do algoritmo Húngaro para encontrar um emparelhamento máximo (que satura todos vértices de X) num grafo bipartido. Existe uma condição de parada do algoritmo em que esse emparelhamento máximo não pode ser obtido. Explique que condição é essa, discutindo qual o teorema associado a ela.

8) Aplique o algoritmo húngaro para determinar se os grafos a seguir possuem emparelhamentos que saturam todos os vértices do conjunto X . As arestas em vermelho denotam os emparelhamentos iniciais e o vértice circundado denota o vértice M -não-saturado inicial.



9) O grafo bipartido a seguir representa a associação entre um conjunto de moças e um conjunto de rapazes em um site de relacionamentos. Utilizando o algoritmo Húngaro é possível encontrar um emparelhamento tal que todas as moças do conjunto X encontrem um parceiro? Se sim, defina o emparelhamento final (escreva M). Caso contrário, explique o que acontece.



10) Dada a rede de relacionamentos a seguir deseja-se definir um conjunto de 9 casais. Utilizando o algoritmo Húngaro é possível encontrar um emparelhamento perfeito M ? Se sim, defina o emparelhamento final (escreva M). Caso contrário, explique o que acontece (porque não há solução). Execute o algoritmo passo a passo e considere inicialmente dado abaixo.

