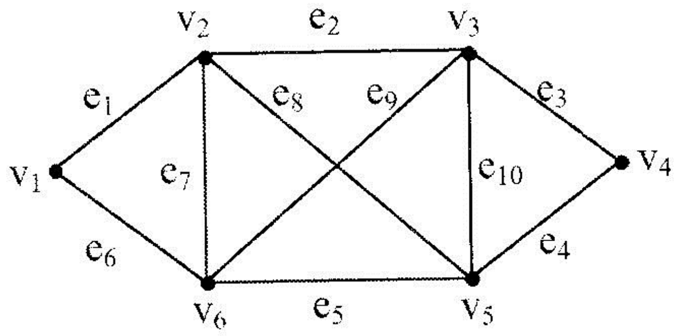
3ª Série de exercícios – Teoria dos Grafos
Passeios, Trilhas, Caminhos e Caminhadas Aleatórias

1) Caracterize passeios, trilhas e caminhos em grafos.

2) Para o grafo a seguir, encontre:

a) Quatro caminhos diferentes de v_1 a v_4.
b) Quatro diferentes trilhas de v_1 a v_4 que não sejam caminhos.
c) Quatro diferentes passeios de v_1 a v_4 que não sejam trilhas.



3) Seja G um grafo conectado com o conjunto de vértices V.

i) Para cada v ϵ V, a excentricidade de v, denotada por e(v), é definida como:

$$e(v) = \max\{d(u,v) | u \in V, u \neq v\}$$

ii) O raio de G, denotado por r(G), é definido como:

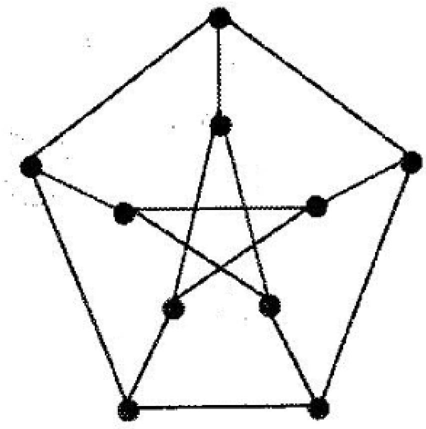
$$r(G) = \min\{e(v) | v \in V\}$$

iii) O diâmetro de G, denotado por d(G), é definido como:

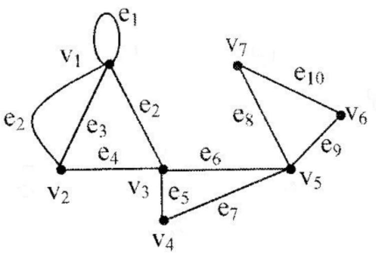
$$d(G) = \max\{e(v) | v \in V\}$$

Assim, o diâmetro de um grafo é a máxima distância entre dois vértices. Responda as questões:

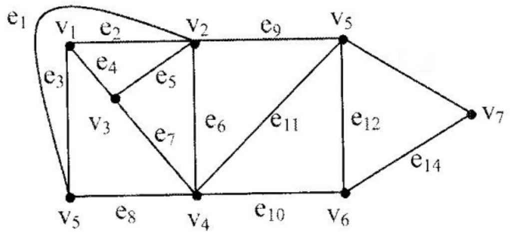
a) Encontre o raio e o diâmetro do grafo abaixo, conhecido como grafo de Petersen.



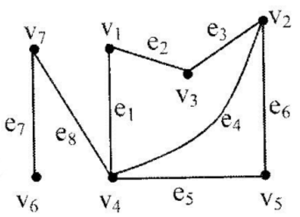
b) Encontre o raio e o diâmetro dos grafos abaixo



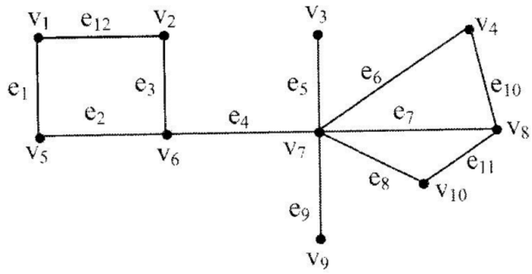
(a)



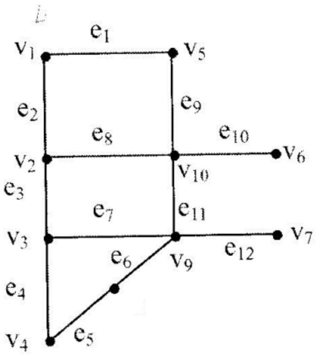
(b)



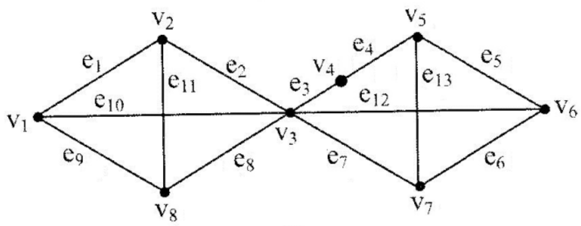
(c)



(d)



(e)



(f)

c) Dê um exemplo de grafo cujo diâmetro é igual a 1. Que importante classe de grafos básicos simples possuem essa característica?

5) Explique como podemos determinar se um grafo G de n vértices é conexo ou não a partir de sua matriz de adjacência.

6) Explique como podemos computar o número de possíveis passeios de tamanho n entre os vértices vi e vj.

7) Sabe-se que num grafo básico simples não direcionado G, o número de triângulos existentes em G pode ser computado por $tr(A^3)/6$, onde tr(M) denota o traço da matriz M. Forneça uma explicação lógica para essa expressão.