Lista 01 de Exercícios - Geometria Analítica

Leia atentamente a lista. Respostas sem justificativas (cálculos) não serão aceitos, bem como não será tirado dúvidas destes exercícios.

Observações: Como fora explicado na primeira aula, esta lista é parte de um conjunto de 12 listas de exercícios. Este conjunto de listas será a avaliação A1 de cada aluno e valerá 30% da nota total do aluno. Esta lista deverá SER FEITA À MÃO, de forma clara e organizada, e deverá ser entregue a cada quinta-feira da semana imediata a ela, logo no início da aula, contendo o nome e RA do aluno(a), bem como o número do grupo, e em papel sulfite (branco). Se não tiver me procurem que eu disponibilizo. Não serão aceitos as listas entregues por outros alunos e não serão aceitos listas entregues atrasadas. A lista poderá ser entregue antes, nunca depois. Além destes exercícios obrigatórios há dezenas de outros nas referências do curso e em outras listas adicionais. **Só haverá correção de um trabalho por grupo, mas todos os membros do grupo devem entregar**, pois a redação do trabalho também é uma forma de aprendizagem. Bom trabalho.

1. Considere as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 6 & 4 & 2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(a) Calcule $3(A - \frac{1}{2}B) + C$

(b) Encontre uma matriz X tal que $\frac{1}{2}(X + A) = 3(X + (B - A)) - C$

2. Sejam A e B matrizes tais que

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -4 & -4 & -4 \\ 5 & 6 & 7 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & -5 & 1 \\ 0 & 3 & -2 \\ 1 & 2 & -4 \end{bmatrix}$$

(a) Calcule AB, BA e $A^2 = AA$.

(b) Calcule $(AB)^t$.

3. Nas matrizes A e B abaixo complete as entradas ausentes para fazer sentido o produto das matrizes AB.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ \ldots & -1 & \ldots \\ 9 & -13 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -2 & 4 \\ 1 & -3 & \ldots \\ 5 & 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11 & \ldots & 12 \\ 28 & 4 & 11 \\ 15 & 23 & -51 \end{bmatrix}$$

4. Seja α um número real e defina a matriz T_α por

$$T_\alpha = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\text{sen}\,(\alpha) \\ \text{sen}\,(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix}.$$

Mostre que

(a) $T_\alpha \cdot T_\beta = T_{\alpha+\beta}$. (*sugestão*: pesquise sobre $\cos(\alpha+\beta) = \ldots$, e $\text{sen}\,(\alpha+\beta) = \ldots$)

(b) $T_{-\alpha} = {T_\alpha}^t$. (*sugestão*: pesquise sobre função par e função impar e faça um resumo aqui)

5. Verifique se cada uma das proposições seguintes é verdadeira ou falsa, justificando sua resposta. Se for verdadeiro prove, se for falso mostre com um exemplo, **PARA MATRIZES 2 × 2**, que a propriedade não se verifica

(a) Sejam $A_{n\times n}$ e $B_{n\times n}$ matrizes quadradas. Então $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$.

(b) Se $AB = \mathbf{0}$ então ou a matriz $A = \mathbf{0}$ ou $B = \mathbf{0}$ (aqui $\mathbf{0}$ significa a matriz nula).