

Na aula de hoje iremos exercitar o processo de demonstração de argumentos na lógica de predicados através do princípio da Resolução. A aula será baseada em exemplos para que vocês possam entender como realizar o procedimento estudado por vocês na tarefa pedagógica de pesquisa realizada na última aula.

Exercício 31. Demonstre, através do princípio da resolução os seguintes argumentos:

- a) Premissas: $(\forall X p(X) \rightarrow q(x))$. $(\forall X r(X) \rightarrow \neg q(x))$. $(\exists X r(X) \wedge S(X))$. Então pode-se concluir que $(\exists X s(X) \wedge \neg p(X))$.

Handwritten resolution proof for Exercise 31a:

$$\begin{array}{ll}
 C_1: \neg p(x) \vee q(x) & \text{premissa} \\
 C_2: \neg r(y) \vee \neg q(y) & \text{premissa} \\
 C_3: r(a) & \text{premissa} \\
 C_4: s(a) & \text{premissa} \\
 C_5: \neg s(z) \vee p(z) & \text{premissa} \\
 \hline
 C_6: \neg s(a) \vee p(a) & C_5\theta_1, \theta_1 = \{a/z\} \\
 C_7: p(a) & C_4 + C_6 \\
 C_8: \neg p(a) \vee q(a) & C_1\theta_2, \theta_2 = \{a/x\} \\
 C_9: q(a) & C_7 + C_8 \\
 C_{10}: \neg r(a) \vee \neg q(a) & C_2\theta_3, \theta_3 = \{a/y\} \\
 C_{11}: \neg r(a) & C_9 + C_{10} \\
 C_{12}: \text{nil} & C_3 + C_{11} \therefore \text{o argumento original é válido.}
 \end{array}$$

- b) Considerando-se que todos possuem uma mãe, e que a avó de X é a mãe da mãe de X, pode-se concluir que todos possuem avó.

- i) $(\forall X (\exists Y \text{ mae}(Y, X)))$
colocando na forma clausal, temos:
 $\text{mae}(f(X), X)$.

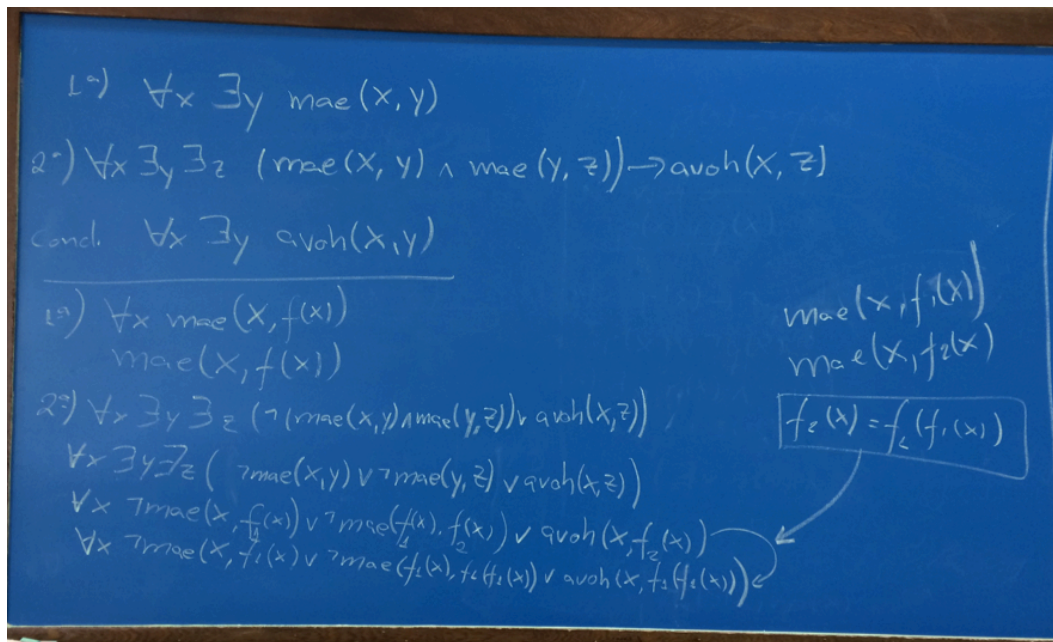
ii) $(\forall X (\exists Y (\exists Z \text{mae}(Y,X) \wedge \text{mae}(Z,Y) \rightarrow \text{avoh}(Z,X))))$

colocando na forma clausal, temos:

$(\text{mae}(f(X),X) \wedge \text{mae}(f(f(X)),f(X))) \rightarrow \text{avoh}(f(f(X)),X)$

$\neg(\text{mae}(f(X),X) \wedge \text{mae}(f(f(X)),f(X))) \vee \text{avoh}(f(f(X)),X)$

$\neg \text{mae}(f(X),X) \vee \neg \text{mae}(f(f(X)),f(X)) \vee \text{avoh}(f(f(X)),X)$



iii) conclusão: $(\forall X (\exists Y \text{avoh}(Y,X)))$

negando a conclusão:

$\neg(\forall X (\exists Y \text{avoh}(Y,X)))$

$(\exists X \neg(\exists Y \text{avoh}(Y,X)))$

$(\exists X (\forall Y \neg \text{avoh}(Y,X)))$

colocando na forma clausal, temos:

$\neg \text{avoh}(Y,a).$

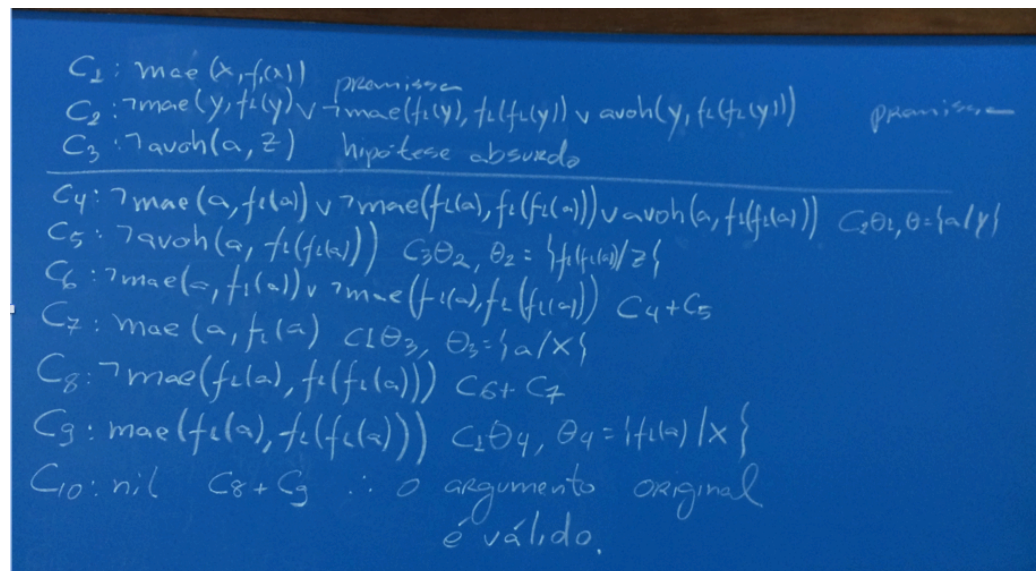
Assim o argumento já na forma clausal é:

C1: $\text{mae}(f(X),X)$

C2: $\neg \text{mae}(f(X),X) \vee \neg \text{mae}(f(f(X)),f(X)) \vee \text{avoh}(f(f(X)),X)$

C3: $\neg \text{avoh}(Y,a)$

E busca-se uma contradição



- c) Todos os cães uivam à noite. Quem tem gato não tem rato. Quem tem o sono leve, não tem nada que uive à noite. Bia tem um gato ou um cão. Pode-se concluir que se Bia tem sono leve, então Bia não tem rato.

$$i) \forall X \text{ cão}(X) \rightarrow \text{uiva}(X)$$

$$\neg \text{cão}(X) \vee \text{uiva}(X)$$

$$ii) (\forall X(\forall Y (\text{tem}(X,Y) \wedge \text{gato}(Y)) \rightarrow (\neg \exists Z (\text{tem}(X,Z) \wedge \text{rato}(Z))))))$$

$$\neg \text{tem}(X,Y) \vee \neg \text{gato}(Y) \vee \neg \text{tem}(X,Z) \vee \neg \text{rato}(Z)$$

$$iii) (\forall X (\text{sonoLeve}(X) \rightarrow (\neg \exists Y \text{ tem}(X,Y) \wedge \text{uiva}(Y))))$$

$$\neg \text{sonoLeve}(X) \vee \neg \text{tem}(X,Y) \vee \neg \text{uiva}(Y)$$

$$iv) (\exists X \text{ tem}(\text{bia},X) \wedge (\text{gato}(X) \vee \text{cão}(X)))$$

$$\text{tem}(\text{bia},a) \wedge (\text{gato}(a) \vee \text{cão}(a))$$

$$\text{Conclusão) } \text{sonoLeve}(\text{bia}) \rightarrow (\neg \exists X \text{ tem}(\text{bia},X) \wedge \text{rato}(X))$$

- d) Resolva os exercícios 5, 6, 7, 8 e 9 da 7ª lista de exercícios do nosso livro-texto (A Cartilha da Lógica).
Exercício 5)