

6ª LISTA DE EXERCÍCIOS

1) Considere uma linguagem λ cujo alfabeto tem os seguintes símbolos:

Constantes: $\{a, b, c, d\}$

Variáveis: $\{X, Y, Z, W\}$

Símbolos funcionais: $\{f/1, g/1\}$

Símbolos predicados: $\{p/1, q/2, s/1\}$

Quantificadores: \forall, \exists

Conectivos: $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$

Símbolos de pontuação: $() ,$

Seja I a seguinte interpretação:

Domínio: $\{1, 2\}$

Atribuição a constantes:

a	b	c	d
1	2	1	2

Atribuição a variáveis:

X	Y	Z	W
2	1	1	2

Atribuição a símbolos funcionais:

f(1)	f(2)	g(1)	g(2)
2	1	2	1

Atribuição a símbolos predicados

p(1)	p(2)	q(1,1)	q(1,2)	q(2,1)	q(2,2)	s(1)	s(2)
v	f	f	v	v	f	f	v

Avalie cada uma das fórmulas a seguir na interpretação I .

a) $(\forall X(\forall Y(p(X) \vee q(Y, c) \vee \neg q(X, a) \vee s(f(W))))))$

b) $(\exists X(\forall Z(p(X) \rightarrow q(Z, c))))$

c) $(\forall W(\exists Y(\exists Z(p(Y) \vee q(W, W) \vee \neg s(Z))))))$

d) $(\forall X(\exists Y(q(X, Y) \vee s(X)))) \vee (\forall W q(a, W))$

e) $(\exists X(\exists Y((p(X) \vee s(Y)) \rightarrow q(X, X)))) \leftrightarrow (\forall X q(X, W))$

f) $(\exists W p(g(W))) \vee (\forall X(\exists Y q(f(X), Y))) \vee s(g(Z))$

g) $(\exists X(p(X) \leftrightarrow q(X, d))) \rightarrow (\forall X(\exists W q(g(X), f(W))))$

2) Determine, em cada caso, o resultado da aplicação da substituição à fórmula:

	Fórmula	Substituição
a)	$\text{gosta}(X, \text{pai}(Y))$	$\theta = \{\text{mae}(Y)/X, \text{maria}/Y\}$
b)	$\text{gosta}(X, \text{pai}(Y))$	$\theta = \{\text{mae}(\text{maria})/X, \text{maria}/Y\}$
c)	$\text{arvore}(t(X, t(Y, Y)))$	$\theta = \{t(U, U)/X, U/Y\}$
d)	$p(X, Y, a)$	$\theta = \{Z/X, M/Y, K/T, a/N\}$

3) Dada a substituição:

$$\theta = \{f(a, Y)/X, f(b, Z)/Y, c/Z\}$$

determine o menor valor de $n > 0$ para o qual θ^n seja idempotente.

4) Determine a composição $\theta^* = \theta_1 \theta_2$, tal que

$$\theta_1 = \{f(a, Y)/X, f(U, Z)/W\}$$

$$\theta_2 = \{f(a, a)/X, b/Y, c/V\}$$

e confirme que $W\theta^* = (W\theta_1) \theta_2$ para $W = p(V, X, Y, W)$.

5) Discuta se as substituições a seguir são válidas e se satisfazem as propriedades de funcionalidade e idempotência.

- a) $\{\text{mae}(Y)/X, \text{maria}/Y\}$
- b) $\{X/X\}$
- c) $\{2/X, 3/X\}$
- d) $\{2/X, 2/X\}$
- e) $\{Y/X, X/Y\}$
- f) $\{2/X, 2/Y, X/Y\}$
- g) $\{f(X)/f(Y)\}$

6) Uma substituição é idempotente se e somente se $\theta\theta = \theta$. Verifique se a seguinte definição é também válida: uma substituição θ é idempotente se e somente se $\text{dom}(\theta) \cap \text{contradomínio}(\theta) = \emptyset$.

7) Considerando que δ , σ e θ são substituições, quais das seguintes implicações são verdadeiras?

- a) Se $\sigma\theta = \delta\theta$, então $\sigma = \delta$.
- b) Se $\theta\sigma = \theta\delta$, então $\sigma = \delta$.
- c) Se $\sigma = \delta$, então $\sigma\theta = \delta\theta$.