

**Universidade Federal de São Carlos – Departamento de Computação**  
**Estruturas Discretas – Profa. Márcia Agüena**

**Primeira Lista de Exercícios – Técnicas de Demonstração de Teoremas B**

Quando nenhuma prova específica for pedida, pode ser escolhida qualquer tipo.

1. Prove que a diferença entre dois cubos consecutivos nunca é divisível por 3. (P. direta)
2. Prove por contraposição que “para um inteiro  $n$ ,  $n^3+5$  é ímpar se  $n$  é par” por contraposição.
3. Prove por absurdo que “ para um inteiro  $n$ ,  $n^3+5$  é ímpar se e somente se  $n$  é par”.
4. 3) Prove que “Se  $x$  é positivo então  $x+1$  é positivo”:
  - a) por contraposição
  - b) por contradição (absurdo)
5. Prove por indução que “para todo  $n$  inteiro positivo temos que  $5 \mid (7n-2n)$ ”
6. Prove por indução que “para todo  $n$  inteiro positivo temos que  $3 \mid n^3+2n$ ”
7. Prove por indução que “para todo  $n$  inteiro positivo  $n^2 = (n-1)^2 + (2n-1)$ ”
8. Prove por indução que “para todo inteiro positivo:
9. Prove por exaustão que  $(n + 1)^2 \geq 2^n$  para todo inteiro  $0 \leq n \leq 5$ .
10. Prove por indução que para todo  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $1 + 2 + \dots + n = n(n + 1)/2$
11. Prove por indução que para todo  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $1.1! + 2.2! + \dots + n.n! = (n+1)! - 1$
12. Prove por indução que para todo  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{(n+1)}$
13. Prove que  $x < y$  se e somente se  $x^2 < y^2$  (prove a ida de forma direta e a volta por absurdo).
14. Prove por exaustão que os conectivos lógicos  $\rightarrow$ (implica),  $\leftrightarrow$ (equivale) e  $\oplus$ (ou exclusive) podem ser substituídos por combinações de  $\wedge$  (e),  $\vee$ (ou) e  $\sim$ (não)
15. Prove por absurdo que :
  - a. O (zero) é o único elemento neutro da adição
  - b. 1 (um) é o único elemento neutro da multiplicação
  - c.  $a + 0 = b$  se e somente se  $a=b$
  - d.  $a.1=b$  se e somente se  $a=b$