CIRCUITO LC EM SÉRIE

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Nas práticas anteriores estudamos os circuitos **RC** e **RL** submetidos à tensão contínua e tensão alternada. Foi observado nestes circuitos que as tensões, a corrente e as cargas variam exponencialmente.

A combinação entre dois elementos que ainda falta abordar é o circuito **LC,** no qual a carga, a corrente e a diferença de potencial não variam exponencialmente, mas senoidalmente (com uma freqüência angular ω). Em outras palavras, o circuito oscila. Pela física, o que ocorre com este circuito?

Consideremos o circuito da figura B.1. Vamos supor que, inicialmente, o capacitor de capacitância **C** esteja carregado com uma carga **Q**, e a diferença de potencial nas suas placas seja **V.**

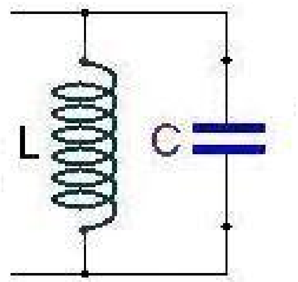

Figura B.1- circuito LC.

Ao ligar este capacitor em um indutor de indutância **L,** no instante **t** = **0,** a energia armazenada no campo elétrico do capacitor é dada pela equação $U_E = \dfrac{q^2}{2C}$, enquanto a energia armazenada no campo magnético do indutor $\left(U_B = \dfrac{L i^2}{2} \right)$ é nula, pois a corrente neste instante **t** = **0** também é nula.

O capacitor começa então a descarregar-se através do indutor. Isto significa que uma corrente **i** $\left(i \equiv \dfrac{dq}{dt} \right)$ é estabelecida no circuito. Adotaremos a seguinte notação: para as grandezas elétricas que variam com o tempo, tais como a carga, a corrente ou a diferença de potencial, representaremos os seus **valores instantâneos** por letras minúsculas (**q** , **i** e **v**) e utilizaremos as letras maiúsculas para designar as **amplitudes** destas grandezas (**Q, I** e **V**)).

À medida que a carga **q** diminui, a energia armazenada no campo elétrico do capacitor também diminui. Esta energia é transferida para o campo magnético que surge em torno do indutor, devido à corrente **i** que aí está crescendo. Num instante posterior, toda a carga do capacitor terá desaparecido. Neste momento, o campo elétrico no capacitor será nulo e a energia, antes lá armazenada, terá sido totalmente transferida para o campo magnético do indutor.

A corrente, que é intensa no indutor, continua a transportar carga positiva da placa superior para a placa inferior do capacitor, e a energia agora flui do indutor de volta ao capacitor, enquanto cresce novamente o campo elétrico. Finalmente, a energia acabará sendo totalmente devolvida ao capacitor. Retornamos a uma situação análoga à inicial, com exceção apenas de que a polaridade do capacitor está invertida. O capacitor começará a se descarregar novamente, mas com a corrente no sentido horário.

Raciocinando como antes, chega-se à conclusão que o sistema retorna finalmente à sua situação inicial e que o processo se repete iniciando um novo ciclo, com uma freqüência determinada **f** à qual corresponde uma freqüência angular **ω**, dada por $\omega = 2\,\pi\,\mathbf{f}$**.** Uma vez iniciadas, essas oscilações **LC** (no **caso ideal** descrito, em que o circuito não possui resistência) continuam indefinidamente, com uma contínua troca de energia entre o campo elétrico do capacitor e o campo magnético do indutor.

Quais as oscilações de um circuito **LC** sem resistência? Vamos analisar a energia total **U** presente em qualquer instante neste circuito.

$$U = U_B + U_E = \frac{L\,i^2}{2} + \frac{q}{2\,C^2} \qquad \text{equação (I)}$$

Esta equação traduz o fato de que, num instante arbitrário, a energia estará armazenada, parte no campo magnético do indutor e parte no campo elétrico do capacitor. Como supõem-se não haver resistência no circuito, não há dissipação de energia sob a forma térmica e **U** permanece constante com o tempo, embora **i** e **q** variem. Numa linguagem mais formal,

$$\frac{d\,U}{d\,t} = 0 \qquad \text{logo,}$$

$$\frac{d\,U}{d\,t} = \frac{d}{d\,t}\left(\frac{L\,i^2}{2} + \frac{q^2}{2\,C}\right) = L\,i\,\frac{d\,i}{d\,t} + \frac{q}{C}\,\frac{d\,q}{d\,t} = 0\,.$$

Mas, lembrando que: $i = \dfrac{d\,q}{d\,t}$ e que: $\dfrac{d\,i}{d\,t} = \dfrac{d^2\,q}{d\,t^2}$ temos que:

$$L\,\frac{d^2\,q}{d\,t^2} + \frac{q}{C} = 0 \qquad \text{equação (II)}$$

Esta é a equação diferencial que descreve as oscilações de um circuito **LC** (sem resistência). Ela poderia ser obtida também pela aplicação a lei de Kirchhoff para as tensões no circuito.

Sua solução geral (verifique!) é: $q = Q_0 \cos(\omega_0\,t + \phi)$

onde $\mathbf{Q_0}$ é a amplitude das variações da carga, ou seja, é a **carga máxima** que se acumula no capacitor. Para checar o resultado, substituímos **q** e $\dfrac{d^2\,q}{d\,t^2}$ na equação (II), que resulta em:

$$-\,\omega_0^{\,2}\,L\,Q_0\,\cos(\omega_0\,t + \phi) + \frac{Q_0}{C}\cos(\omega_0\,t + \phi) = 0$$

que fornece:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{L\,C} \qquad \text{equação (III)}$$

onde ω_0 é a **frequência natural** de **oscilação** do circuito, ou seja, **a frequência na qual a carga elétrica (corrente) oscila naturalmente sem a presença de um agente externo.**

A constante ϕ, denominada fase, é determinada pelas condições iniciais do sistema. Por exemplo, se for adotado o tempo **t** = **0** para quando o capacitor estiver totalmente carregado com a carga **q** = $\mathbf{Q_0}$ **,** então ϕ = **0** e a carga no capacitor será dada por: $q = Q_0 \cos \omega_0 t$.

A solução que chegamos é análoga ao oscilador harmônico mecânico. Soluções similares a esta fazem parte deste interessante problema fundamental da física que encontra aplicações em diversas áreas de estudos, especialmente quando tratamos o fenômeno da ressonância. Exemplos cotidianos são encontrados na acústica, cálculo de edificações, sintonização de frequências em rádio, aquecimento por micro-ondas...

Na prática, não se consegue um circuito **LC** puro, pois o fio que constitui o indutor possui uma resistência **R** (mesmo que pequena) e o circuito será **sempre** um circuito **RLC**. Isto significa que, em um circuito **LC** real, as oscilações não continuam indefinidamente porque sempre existe alguma resistência presente que retira gradualmente energia dos campos elétrico e magnético e a dissipa sob a forma de energia térmica. As oscilações, uma vez iniciadas, vão sendo amortecidas e acabam se extinguindo.

Os efeitos da resistência em um circuito RLC em série serão estudados nos experimentos a seguir. No experimento 9 abordaremos o fenômeno da ressonância e no experimento 10, o amortecimento das oscilações.