

## **“Circuitos Lógicos Combinacionais – Cont.”**

Prof. Dr. Emerson Carlos Pedrino  
emerson@dc.ufscar.br  
DC/UFSCar

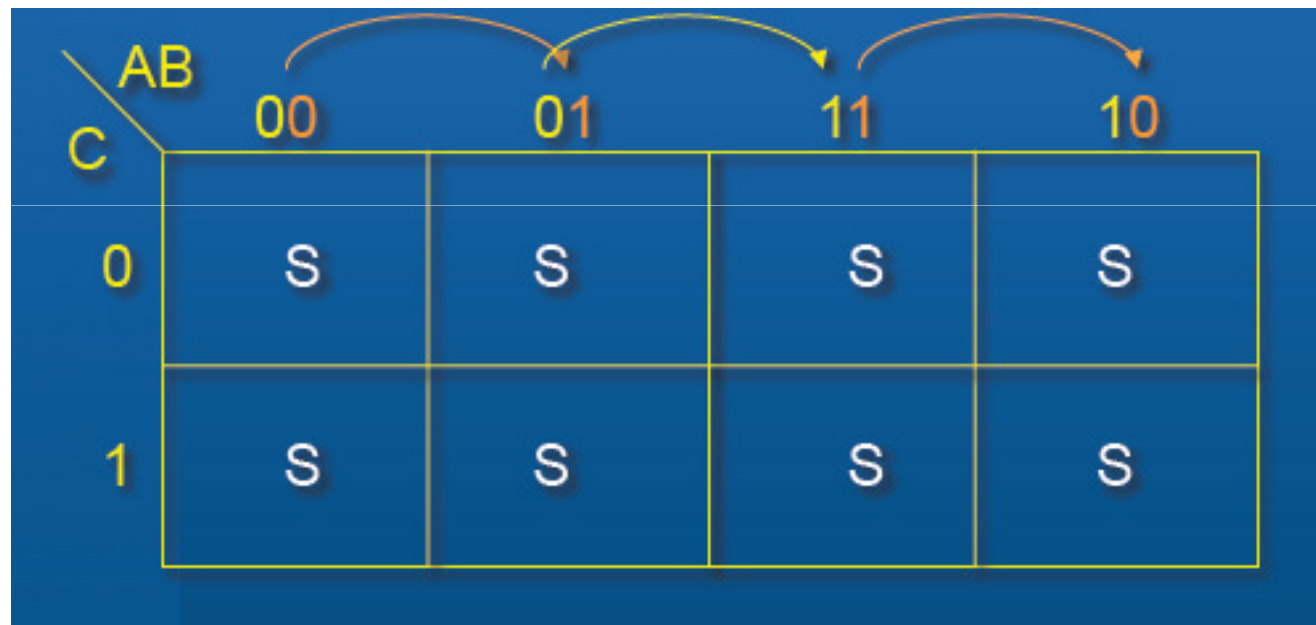
# Mapas de Karnaugh ou Mapas K

- É uma exposição visual de produtos fundamentais necessários para uma solução de uma soma de produtos.
- Para duas variáveis:



A		0	1
B	0	S	S
	1	S	S

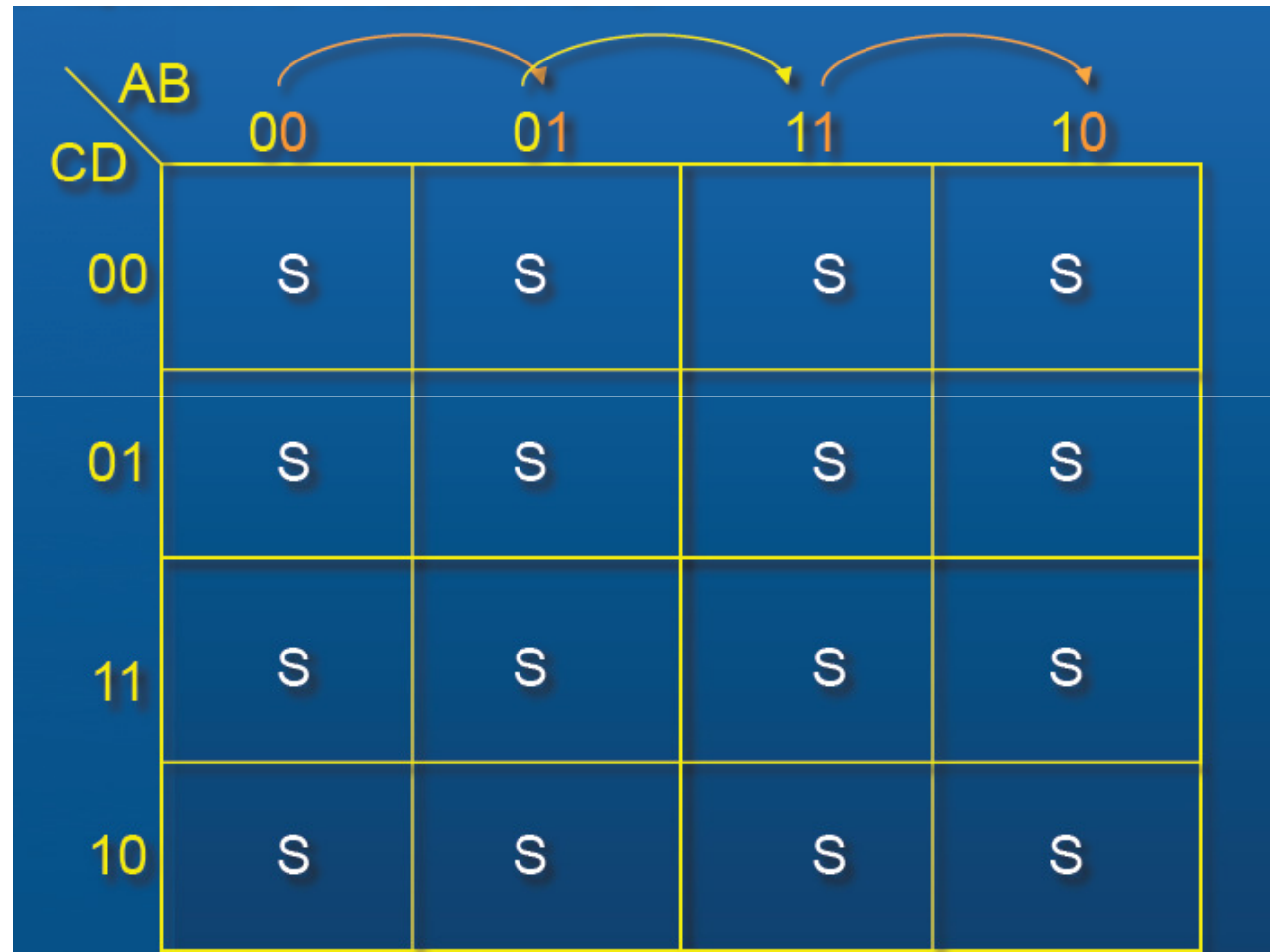
# Mapa K: 3 variáveis



A Karnaugh map for 3 variables (A, B, C) is shown. The map is a 2x4 grid with columns labeled AB (00, 01, 11, 10) and rows labeled C (0, 1). All cells contain the value 'S'. There are four curved arrows above the grid, each spanning two columns: from 00 to 01, from 01 to 11, from 11 to 10, and from 10 to 00. These arrows indicate groupings of adjacent cells.

AB \ C	00	01	11	10
0	S	S	S	S
1	S	S	S	S

# Mapa K: 4 variáveis



A Karnaugh map for 4 variables (AB and CD) showing a function that is 1 (represented by 'S') for all possible combinations of the variables. The map is a 4x4 grid with columns labeled AB (00, 01, 11, 10) and rows labeled CD (00, 01, 11, 10). All cells contain the letter 'S'. Three curved arrows at the top indicate wrap-around: from 00 to 01, from 01 to 11, and from 11 to 10.

AB \ CD	00	01	11	10
00	S	S	S	S
01	S	S	S	S
11	S	S	S	S
10	S	S	S	S

# Tabela Verdade x Mapa K

Tabela Verdade

A	B	S
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	1

Mapa K

A \ B	0	1
0	0	0
1	1	1

# Mapa K: Exemplo com 3 variáveis

A	B	C	S
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

AB \ C	0	1
00	0	0
01	1	0
11	1	1
10	0	0

## Mapa K: Exemplo com 4 variáveis

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	0	0
11	0	0	1	1
10	0	0	0	0

# Obtenção e Simplificação de Expressões por Mapas K

- Baseia-se no fato de que:  $X + X' = 1$ .
- No exemplo a seguir, a entrada C se torna irrelevante:

$$S = ABC + AB\bar{C} = AB(C + \bar{C}) = AB$$



# Exemplo para duas variáveis

A	B	S
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	1

$$S = A\bar{B} + AB$$



$$S = A$$

A \ B	0	1
0	0	0
1	1	1

# Obtenção da Expressão

- Unir blocos de 1's adjacentes.
- Deve-se buscar a formação de blocos com a maior quantidade possível de 1's (respeitando-se a regra de  $N=2^n$ , onde  $N$  é quantidade de 1's no bloco).
- Expressão final -> Soma das expressões de cada bloco.

# Simplificação

- Usar o menor número de blocos possível.
- Na expressão de cada bloco, eliminam-se as variáveis que mudam de estado dentro do bloco.
- As variáveis que não mudam de estado são mantidas na expressão, representando o seu respectivo valor fixo no bloco:  $A=1 \rightarrow A$  e  $A=0 \rightarrow A'$ .

# Simplificação

- Quanto maior o bloco, maior o número de variáveis eliminadas e mais simplificada fica a expressão final.
  - Unidade: nenhuma variável eliminada.
  - Par: uma variável eliminada.
  - Quadra: duas variáveis eliminadas.
  - Oitava: três variáveis eliminadas.

# Agrupamentos

A	B	S
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	1

		B	0	1
A				
0			0	0
1			1	1

$$S = A$$

# Agrupamentos

ABC	S
000	0
001	1
010	0
011	1
100	1
101	1
110	0
111	0

AB \ C	0	1
00	0	1
01	0	1
11	0	0
10	1	1

$$S = A\bar{B} + \bar{A}C$$

# Exemplos

- Pares: uma variável eliminada.

AB \ C	0	1
00	1	1
01	1	0
11	0	0
10	0	1

$S = \bar{A}\bar{C} + CB$

AB \ C	0	1
00	0	1
01	1	0
11	1	1
10	0	0

$S = \bar{A}\bar{B}C + \bar{C}B + AB$



# Exemplos

- Quadras: duas variáveis eliminadas.

AB \ C	0	1
00	1	0
01	1	0
11	1	0
10	1	0

$S = \bar{C}$

AB \ C	0	1
00	1	1
01	0	0
11	0	0
10	1	1

$S = \bar{B}$



# Exemplos

- Quadras e Pares:

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	1	1	1
01	0	1	1	0
11	0	1	1	0
10	0	0	0	1

$S = \bar{A}D + BD + C\bar{D}\bar{B}$

# Exemplos

- Quadras:

AB \ CD	CD			
	00	01	11	10
00	1	1	0	0
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	1	1	0	0

$S = \bar{C}\bar{B}$

# Exemplos

- Quadras:

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	0	1	1
01	0	0	1	0
11	0	0	1	0
10	1	0	1	1

$S = \bar{D}\bar{B} + CD$

# Exemplos

- Oitavas: três variáveis eliminadas.

AB \ CD	CD			
	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	1	1	1	1
11	1	1	1	1
10	0	0	0	0

**S = B**

# Exemplos

- Octetos e Quartetos:

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	0	1	0	0
11	0	1	0	0
10	1	1	1	1

**$S = \bar{B} + \bar{C}D$**

# Exercício I

- Encontre a equação simplificada, por mapa K, da tabela dada a seguir:

A	B	C	S
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

## Exercício 2

- Idem ao Exercício 1.

A	B	C	D	S	A	B	C	D	S
0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
0	0	0	1	1	1	0	0	1	1
0	0	1	0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	1	0	1	0	1	1	0
0	1	0	0	0	1	1	0	0	1
0	1	0	1	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1	1	0	0
0	1	1	1	0	1	1	1	1	0

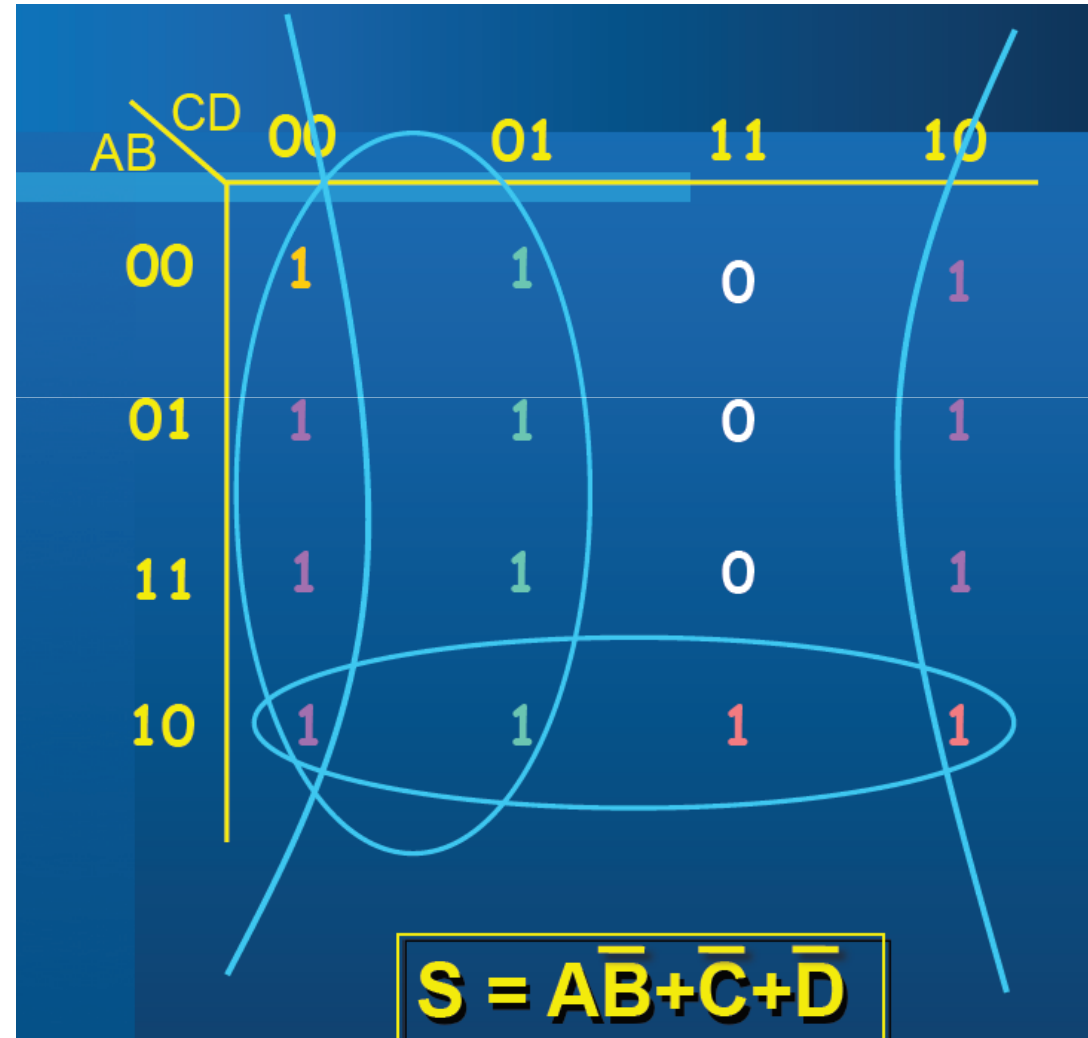
## Exercício 3

- Use o mapa K para simplificar a expressão dada a seguir:

$$S = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{C}D + A\bar{B}C + \bar{D}$$



## Exercício 3 - Solução





## Para mais de 4 variáveis

- Normalmente não se usa Mapa de Karnaugh para problemas envolvendo mais que 6 variáveis.
- Para 5 e 6 variáveis, usa-se a Teoria da Superposição.

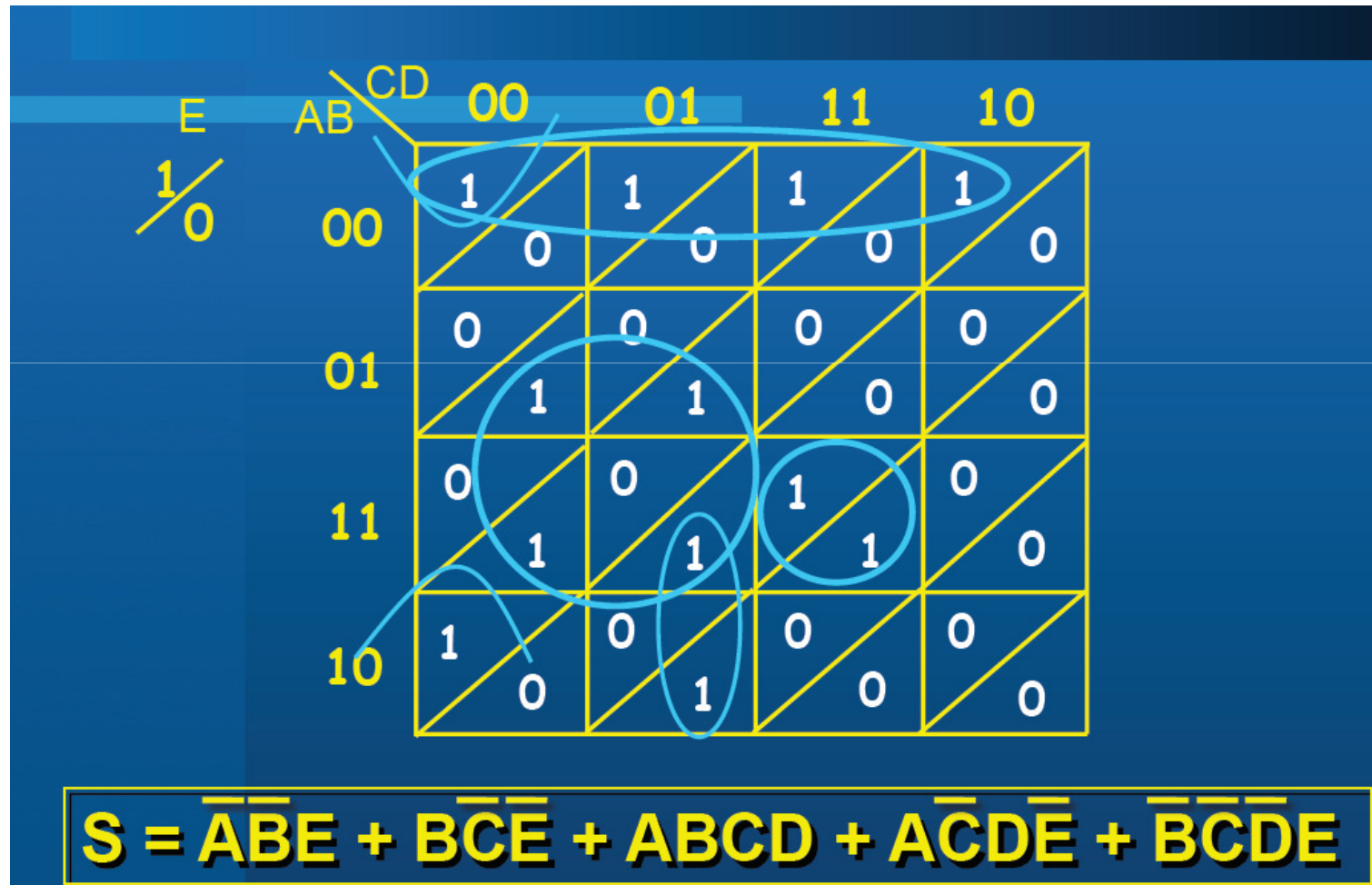
## Para 5 variáveis

- Mapa final -> sobreposição de 2 mapas (E0 e E1) de 4 variáveis.
- Mapa E0 -> parte inferior da linha diagonal de divisão das células do mapa final.
- Mapa E1 -> parte superior da linha diagonal de divisão das células do mapa final.
- Cada mapa apresenta a sua leitura individual. Se a leitura em um dos mapas for igual (sobreposta) à leitura do outro mapa, estas duas leituras formam uma única leitura.

# Mapa K – 5 variáveis

		CD			
		00	01	11	10
E 1/0	AB	00	01	11	10
	00				
	01				
	11				
	10				

# Exemplo



## Para 6 variáveis


- O mapa final pode ser visualizado como sendo quatro mapas de quatro variáveis sobrepostos. Um dos mapas, referente a  $EF=00$ , corresponde à parte superior das células do mapa final. O outro mapa, referente a  $EF=01$ , corresponde à parte direita das células do mapa final. O terceiro mapa, referente a  $EF=10$ , corresponde à parte esquerda das células do mapa final. Finalmente, o último mapa, referente a  $EF=11$ , corresponde à parte inferior das células do mapa final.



## Para 6 variáveis

- Cada mapa apresenta a sua leitura individual. Se a leitura em um dos mapas for igual (sobreposta) à leitura de outro mapa vizinho, estas duas leituras formam uma única leitura. Por mapa vizinho, entende-se aquele que tenha somente uma variável diferente. Assim, como exemplo, os vizinhos de  $EF=10$  são  $EF=11$  e  $EF=00$ . Da mesma forma, se as leituras dos quatro mapas estiverem sobrepostas, estas formam uma única leitura.

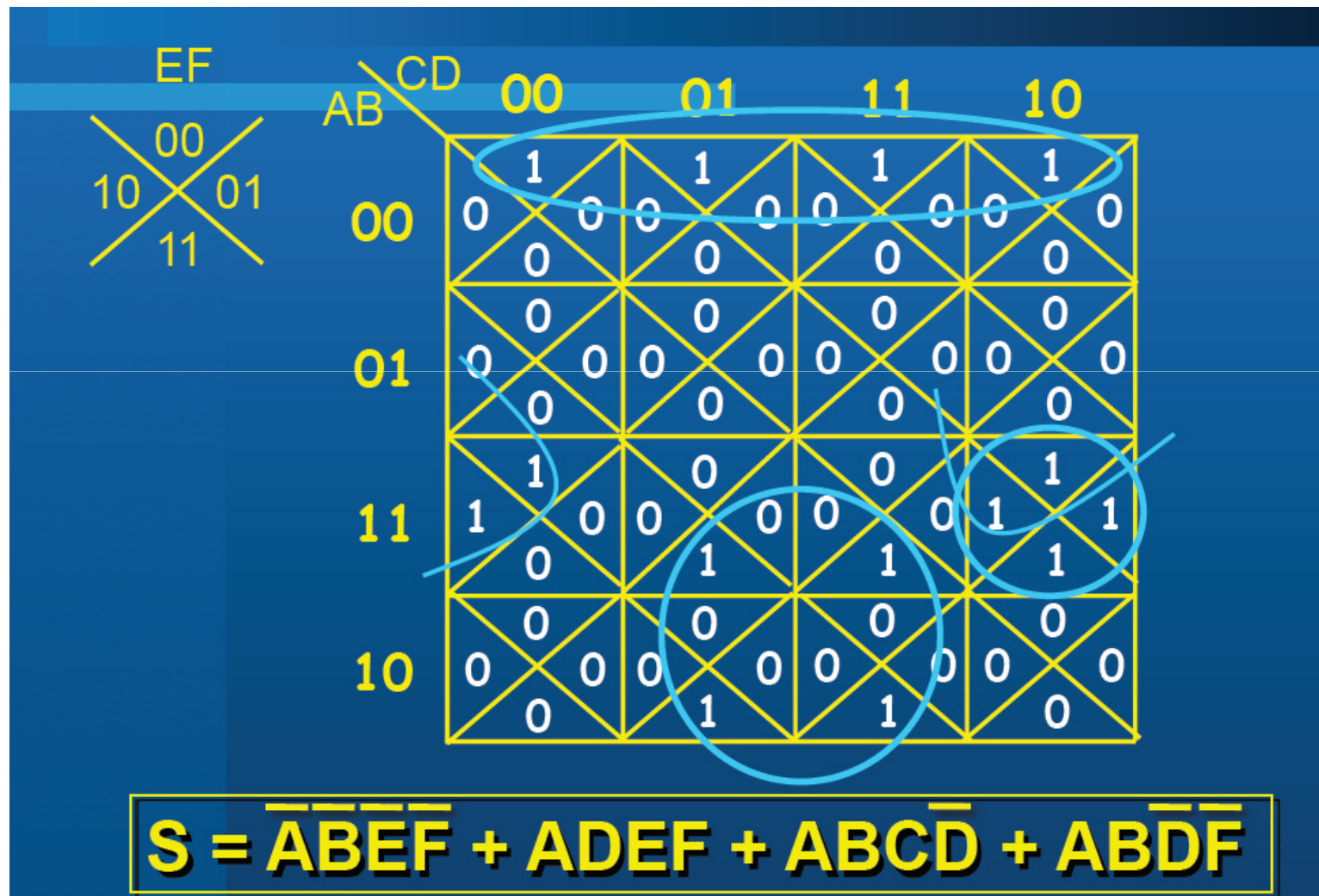
# Mapa K – 6 variáveis



EF		AB \ CD			
00	01	00	01	11	10
		00	01	11	10
10	11	00	01	11	10
		00	01	11	10



# Exemplo



# Condição Irrelevante

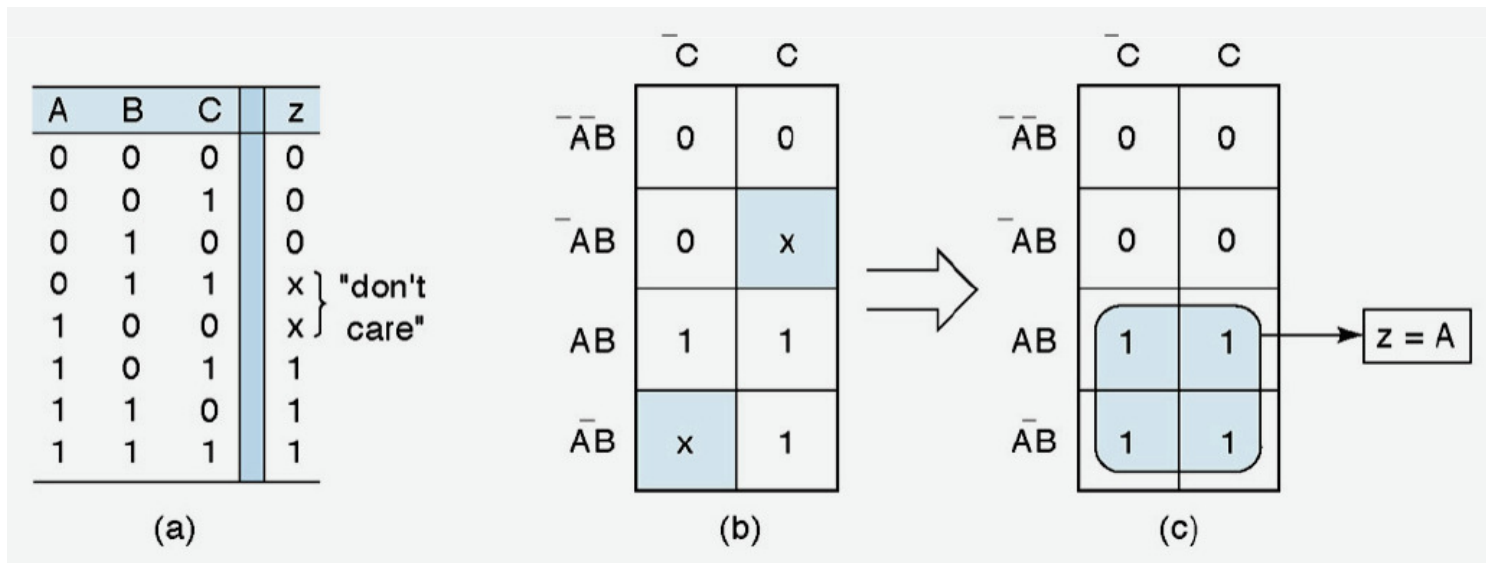
- Condições de entrada para as quais não existem níveis de saída especificados.
- Condições de entrada que nunca ocorrerão.

A	B	C	z
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	x
1	0	0	x
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

} "don't care"

# Condição Irrelevante

- Utiliza-se “X” como “0” ou “1” convenientemente, de modo a tornar a expressão mais simples.



# Exemplos

AB \ C	00	01	11	10
0	X	0	1	1
1	0	0	1	1

$V_A$

AB \ C	00	01	11	10
0	X	1	0	0
1	0	0	0	0

$V_B$

AB \ C	00	01	11	10
0	X	0	0	0
1	1	1	0	0

$V_C$

$V_A = A$

$V_B = \bar{A}\bar{C}$

$V_C = \bar{A}C$

## Exercício 4

- Projetar um circuito lógico para controle da porta de um elevador de um prédio de 2 andares.
- Sinal “M” indica se o elevador está parado ( $M=0$ ) ou se movendo ( $M=1$ ).
- Os sensores F1 e F2 indicam se o elevador está posicionado no andar correspondente (1) ou não (0).
- A porta se abre se a saída do circuito for 1.



## Exercício 4 - Solução

M	F1	F2	S
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	x
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	x

MF1	F2	
	0	1
00	0	1
01	1	x
11	0	x
10	0	0

$$S = \bar{M}(F1 + F2)$$



## Referências

- I. Tocci, R. J. **Sistemas Digitais - Princípios e Aplicações**. Pearson, Prentice Hall, 2011.
- **Mapas de Karnaugh**. SEL 0414 - Sistemas Digitais. Prof. Dr. Marcelo Andrade da Costa Vieira.