

Aula 11 – Circuitos Aritméticos

Prof. Dr. Emerson Carlos Pedrino

024376 – Circuitos Digitais

DC/UFSCar

www.dc.ufscar.br/~emerson

Circuitos Somadores

- Circuitos que realizam operações aritméticas com números binários;
- Geralmente operação de soma e subtração;
- Utilizados na ALU (*Arithmetic/Logic Unit*) dos microprocessadores;

Meio Somador

- O meio somador (*Half-Adder*) possibilita a soma de 2 números binários de 1 bit;
- Possui 2 bits de entrada e 2 bits de saída (soma + *Carry*).

Meio Somador

TABELA VERDADE

A	B	S	C _{out}
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

$$S = \bar{A}B + A\bar{B} = A \oplus B$$

$$C_{out} = AB$$

Meio Somador

TABELA VERDADE

A	B	S	C _{out}
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

S →

Porta X-OR

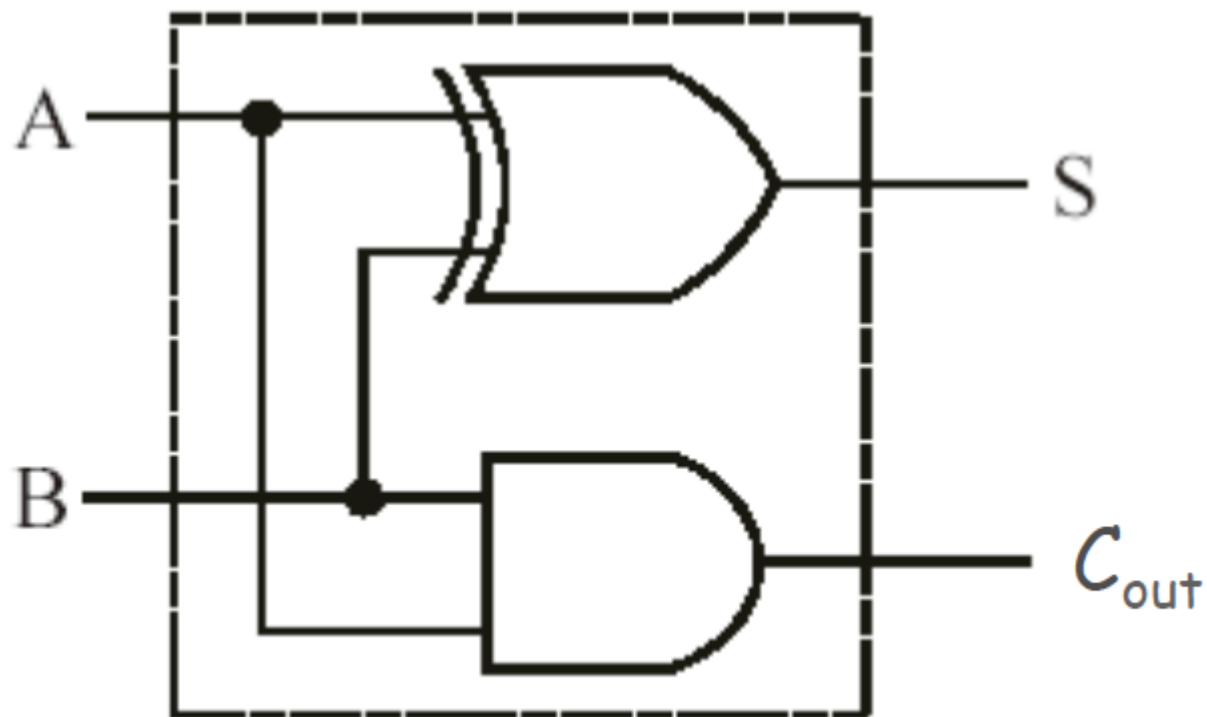
A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

C_{out} →

Porta AND

A	B	S
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Circuito: Meio Somador



Somador Completo

- O somador completo (*Full-Adder*) possibilita a soma de 2 números binários de 1 bit + o *carry* anterior;
- Possui 3 bits de entrada ($A + B + \text{Carry}$) e 2 bits de saída (Soma + *Carry*).

Somador Completo

A	B	C_{in}	S	C_{out}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

S

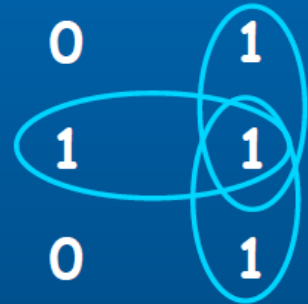
AB \ C_{in}	0	1
00	0	1
01	1	0
11	0	1
10	1	0

$$S = A \oplus B \oplus C_{in}$$

Somador Completo

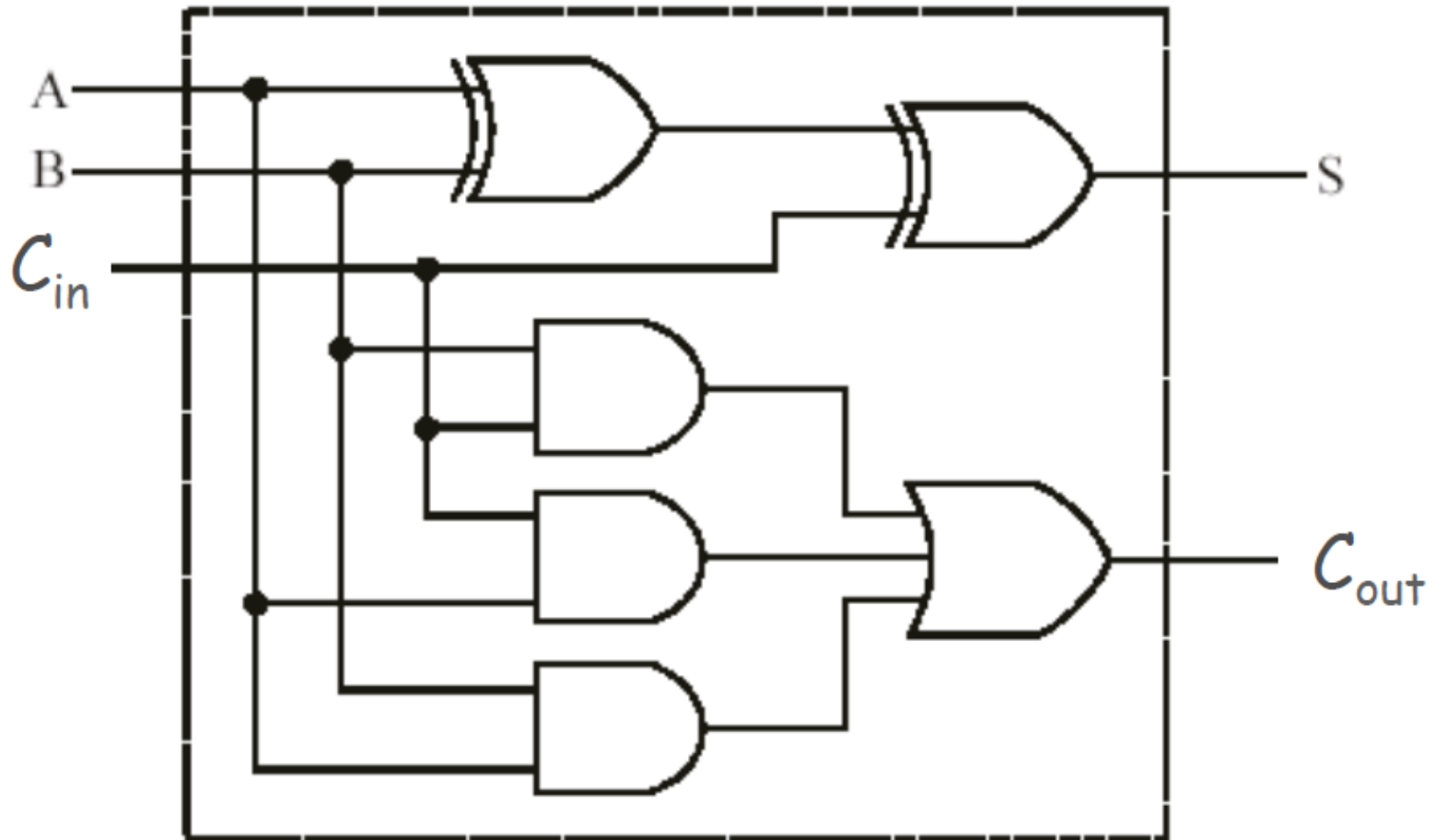
A	B	C _{in}	S	C _{out}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

		C _{out}	
AB \ C _{in}		0	1
00		0	0
01		0	1
11		1	1
10		0	1



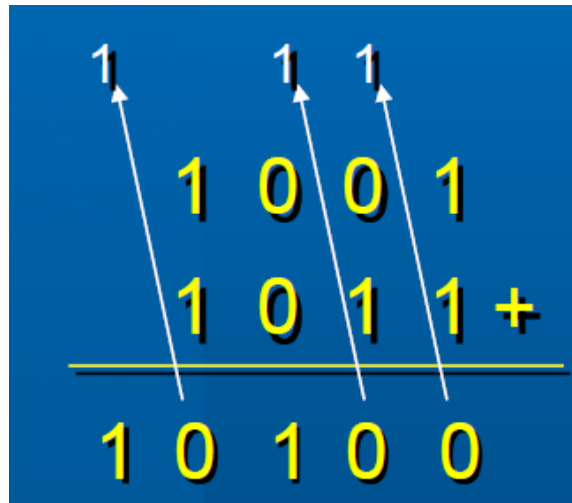
$$C_{out} = AB + AC_{in} + BC_{in}$$

Somador Completo

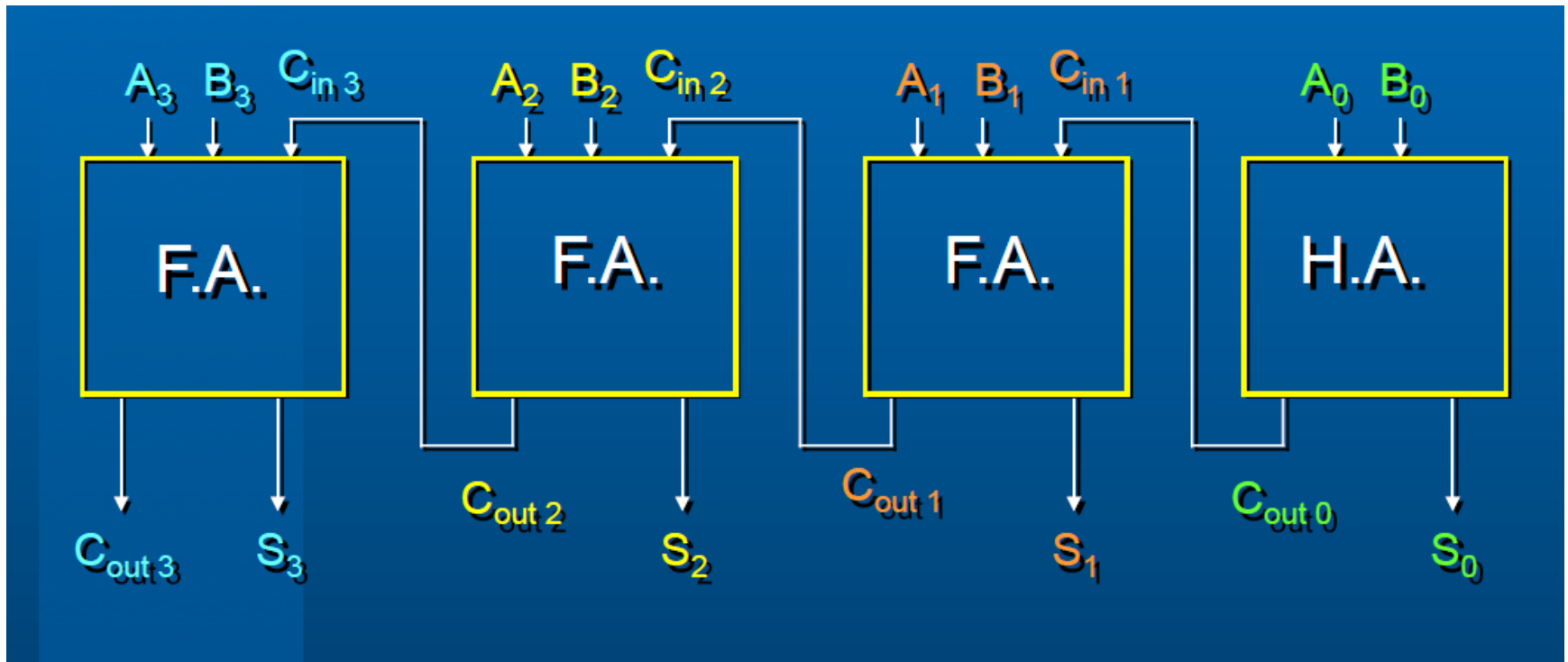


Somador de n bits

- Exemplo: $n=4$. Utilizam-se 4 somadores completos, um para cada *bit*; conecta-se cada C_{out} no C_{in} do próximo *bit*; Para o LSB pode ser utilizado um meio somador.



Somador de 4 *bits*



Somador Completo usando dois Meio Somadores

$$C_{out} = AB + AC_{in} + BC_{in}$$

$$C_{out} = \bar{A}BC_{in} + A\bar{B}C_{in} + AB$$

AB \ C _{in}	0	1
00	0	0
01	0	1
11	1	1
10	0	1

$$C_{out} = (\bar{A}B + A\bar{B})C_{in} + AB = (A \oplus B)C_{in} + AB$$

Somador Completo usando dois Meio Somadores

Meio-Somador

$$S = A \oplus B$$

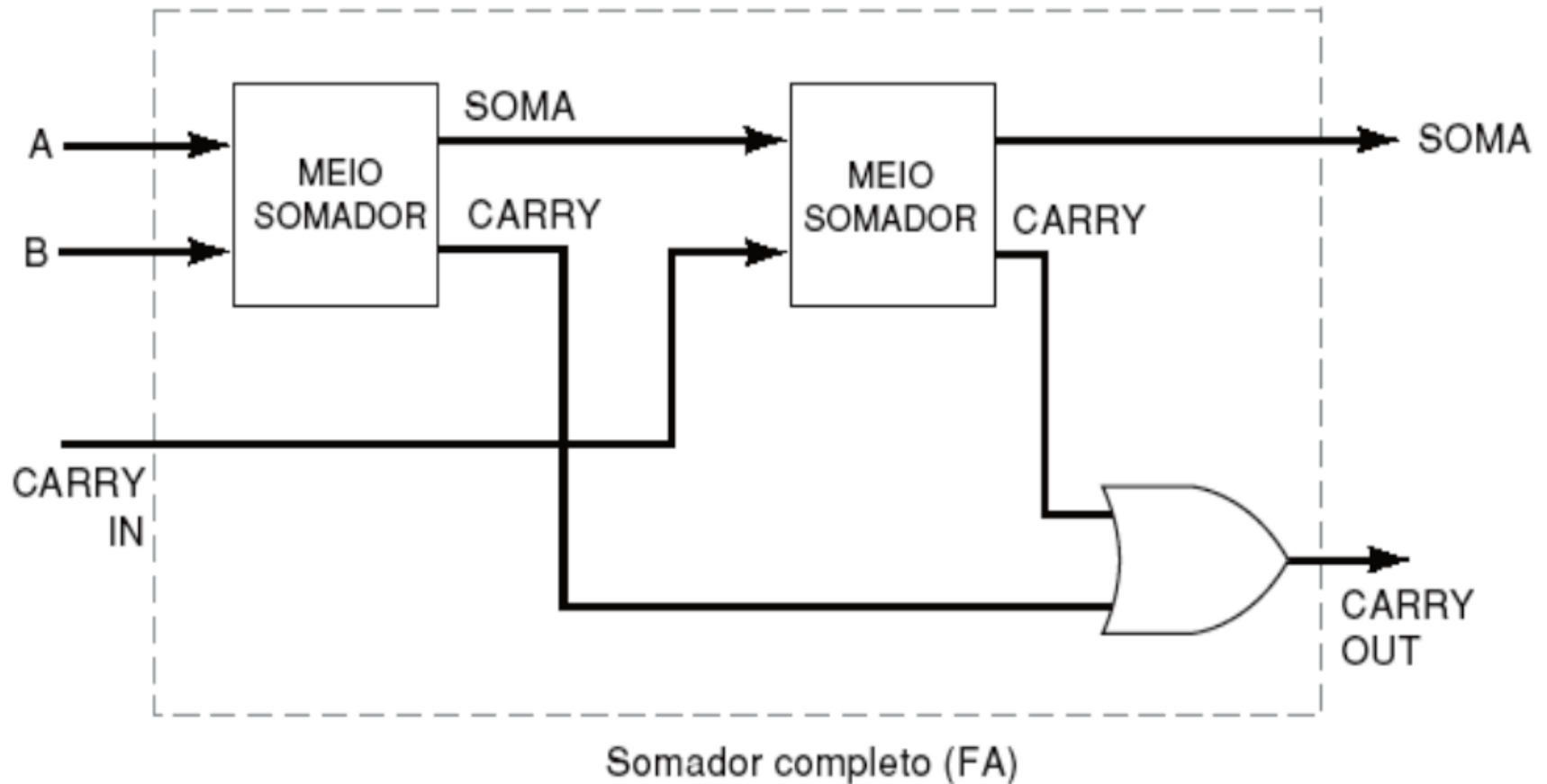
$$C_{out} = AB$$

Somador Completo

$$S = A \oplus B \oplus C_{in}$$

$$C_{out} = (A \oplus B)C_{in} + AB$$

Somador Completo usando dois Meio Somadores



Meio Subtrator

- O meio subtrator (*Half-Subtractor*) possibilita a subtração de 2 números binários de 1 bit;
- Possui 2 bits de entrada e 2 bits de saída (Subtração + *Borrow*).

Meio Subtrator

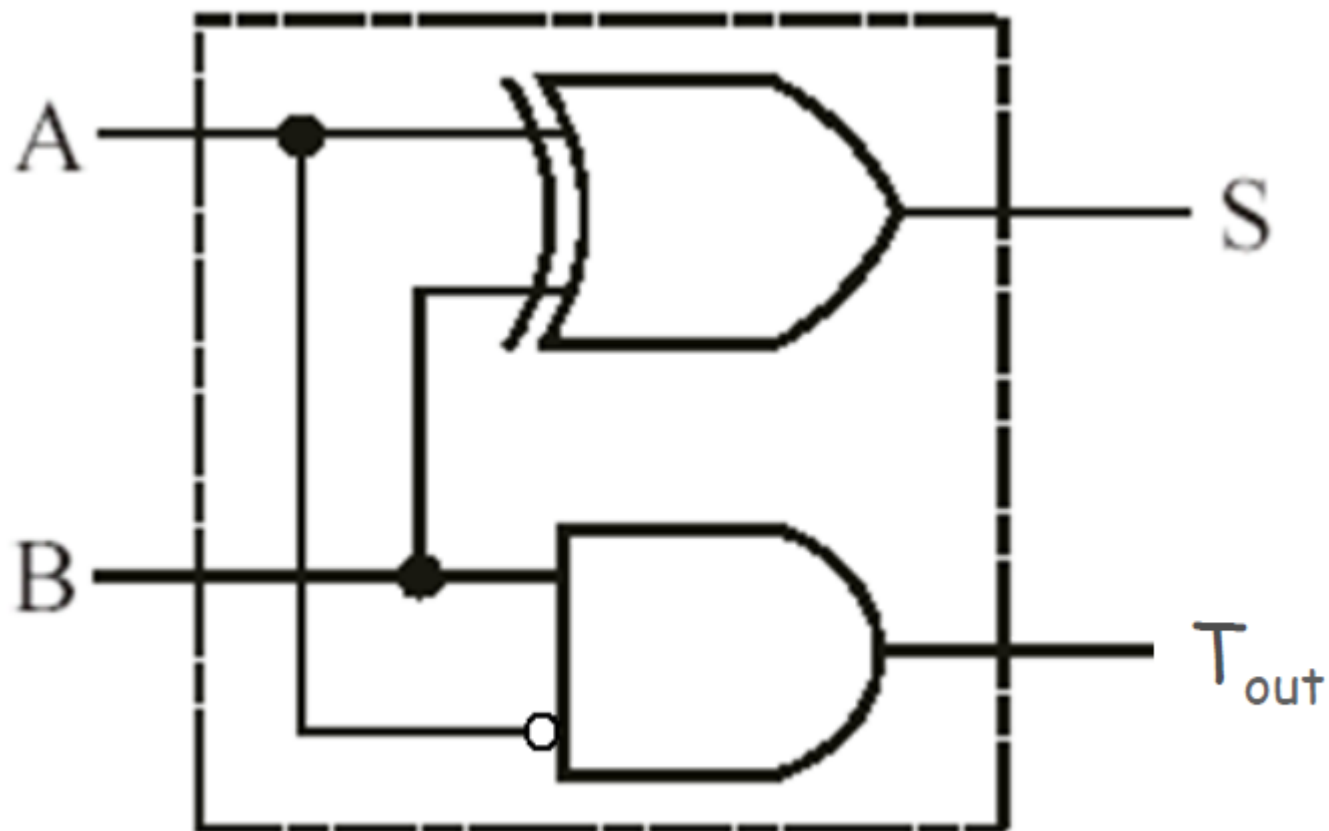
TABELA VERDADE

A	B	S	T _{out}
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	0

$$S = \bar{A}B + A\bar{B} = A \oplus B$$

$$T_{out} = \bar{A}B$$

Circuito: Meio Subtrator



Subtrator Completo

- O subtrator completo (*Full-Subtractor*) possibilita a subtração de 2 números binários de 1 bit + o *borrow* anterior;
- Possui 3 bits de entrada ($A + B + \text{Borrow}$) e 2 bits de saída (Subtração + *Borrow*).

Subtrator Completo

A	B	T _{in}	S	T _{out}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

S

AB \ T _{in}	0	1
00	0	1
01	1	0
11	0	1
10	1	0

$$S = A \oplus B \oplus T_{in}$$

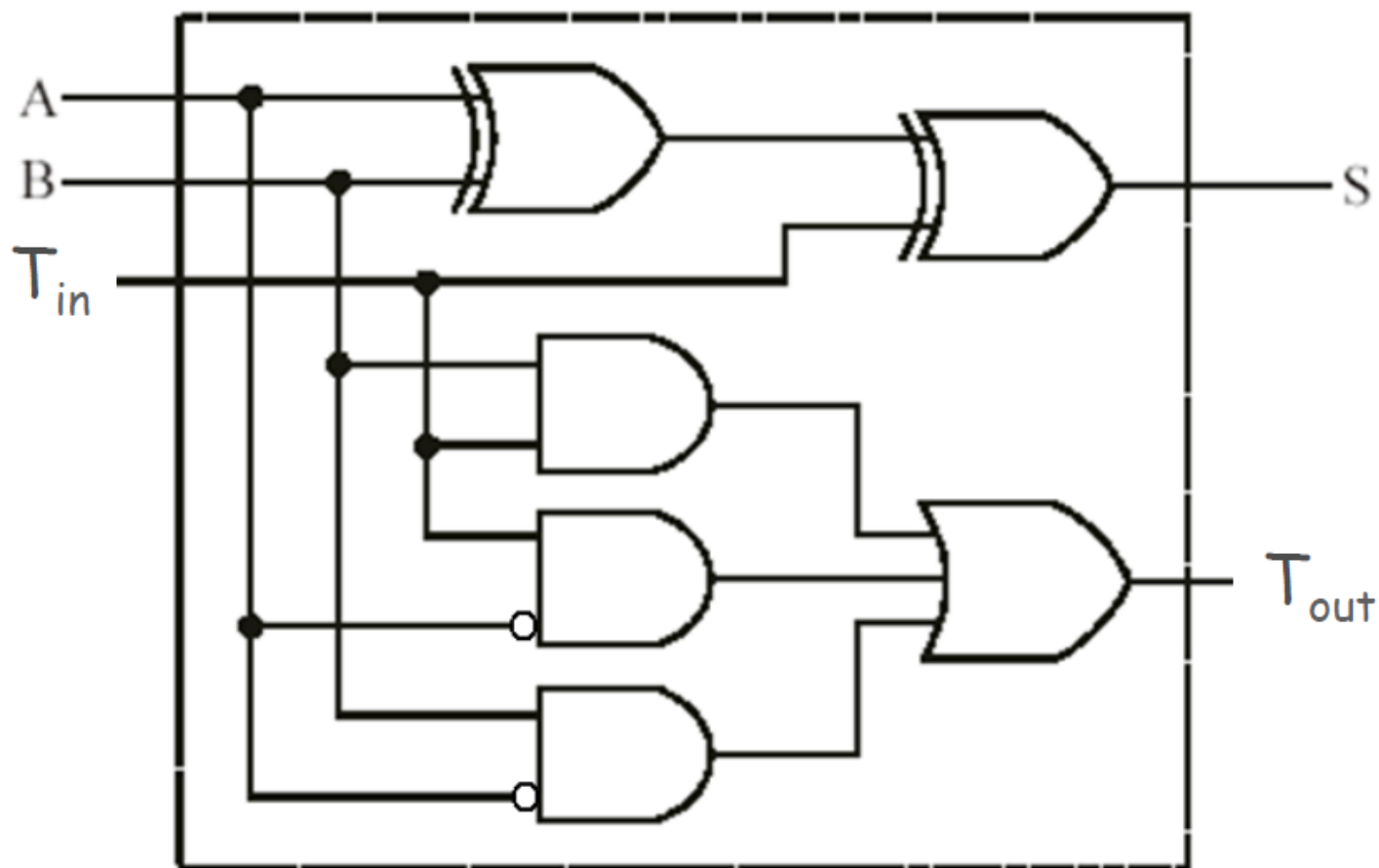
Subtrator Completo

A	B	T _{in}	S	T _{out}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

		T _{out}	
		0	1
AB	T _{in}		
	0	0	1
	1	1	1
	0	0	1
	1	0	0

$$T_{out} = \bar{A}B + \bar{A}T_{in} + BT_{in}$$

Subtrator Completo

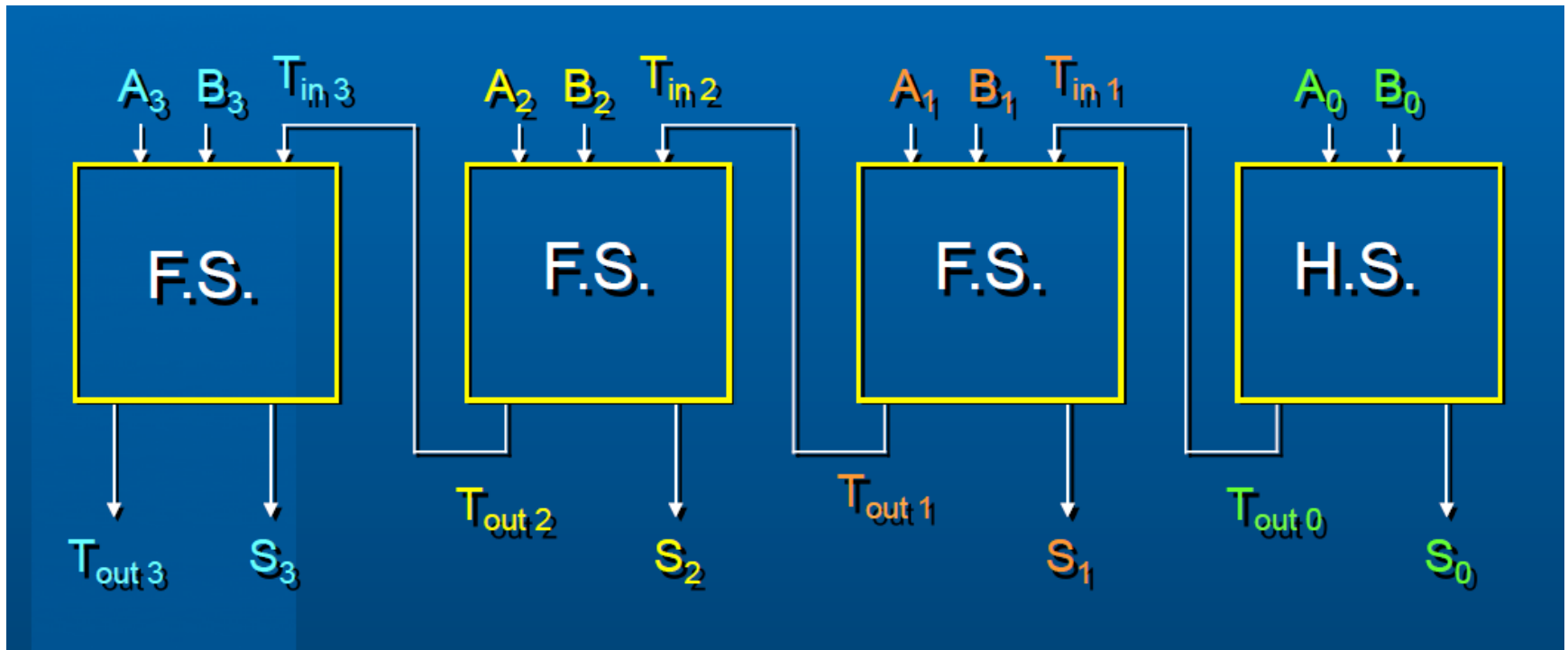


Subtrator de n bits

- Exemplo: $n=4$. Utilizam-se 4 subtratores completos, um para cada *bit*; conecta-se cada T_{out} no T_{in} do próximo *bit*; Para o LSB pode ser utilizado um meio subtrator.

$$\begin{array}{r} 1 \leftarrow 0 \leftarrow 0 \quad 1 \\ 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 - \\ \hline 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \end{array}$$

Subtrator de 4 *bits*



Subtrator Completo usando dois Meio Subtratores

$$T_{out} = \bar{A}B + \bar{A}T_{in} + BT_{in}$$

$$T_{out} = \bar{A}\bar{B}T_{in} + ABT_{in} + \bar{A}B$$

AB \ T _{in}	0	1
00	0	1
01	1	1
11	0	1
10	0	0

$$T_{out} = \blacksquare (\bar{A}\bar{B} + AB)T_{in} + \bar{A}B = (\overline{A \oplus B})T_{in} + \bar{A}B$$

Subtrator Completo usando dois Meio Subtratores

Meio-Subtrator

$$S = A \oplus B$$

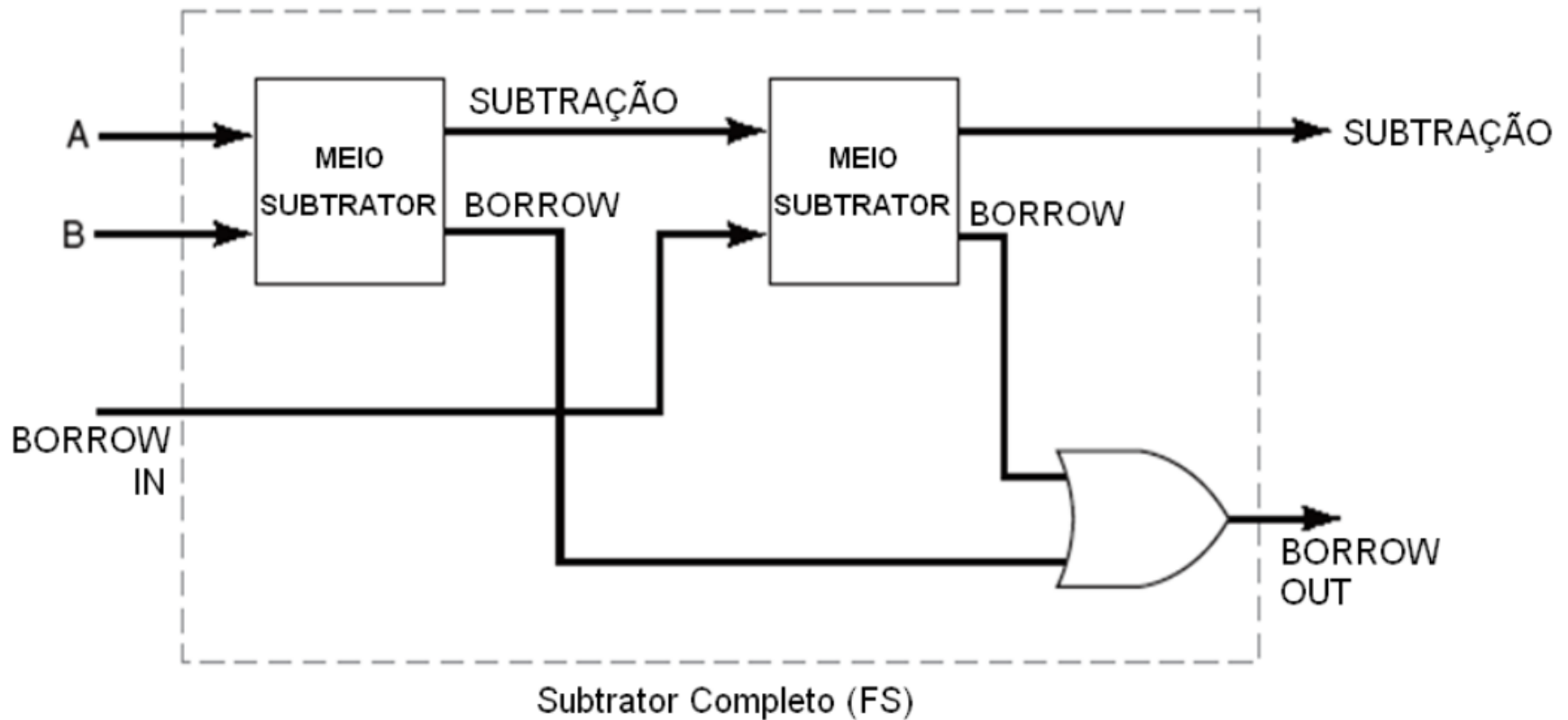
$$T_{\text{out}} = \bar{A}B$$

Subtrator Completo

$$S = A \oplus B \oplus T_{\text{in}}$$

$$T_{\text{out}} = (\overline{A \oplus B})T_{\text{in}} + \bar{A}B$$

Subtrator Completo usando dois Meio Subtratores



Circuito Somador/Subtrator

- Pode-se construir um circuito único que seja somador/subtrator, utilizando-se uma entrada extra M para definir qual operação será realizada. Note que a saída S é a mesma para as duas operações.

Somador Completo

$$S = A \oplus B \oplus C_{in}$$

Subtrator Completo

$$S = A \oplus B \oplus C_{in}$$

Circuito Somador/Subtrator

- Essa entrada “extra” deve ser de um inversor para a entrada **A** no cálculo do **Borrow** na subtração.
- Esse inversor deve ser “controlado”, pois no caso de soma, a entrada **A** não deve ser invertida (**Carry**).

Somador Completo

$$S = A \oplus B \oplus C_{in}$$

$$C_{out} = AB + AC_{in} + BC_{in}$$

Subtrator Completo

$$S = A \oplus B \oplus C_{in}$$

$$T_{out} = \bar{A}B + \bar{A}T_{in} + BT_{in}$$

Inversor Controlado – Porta Xor

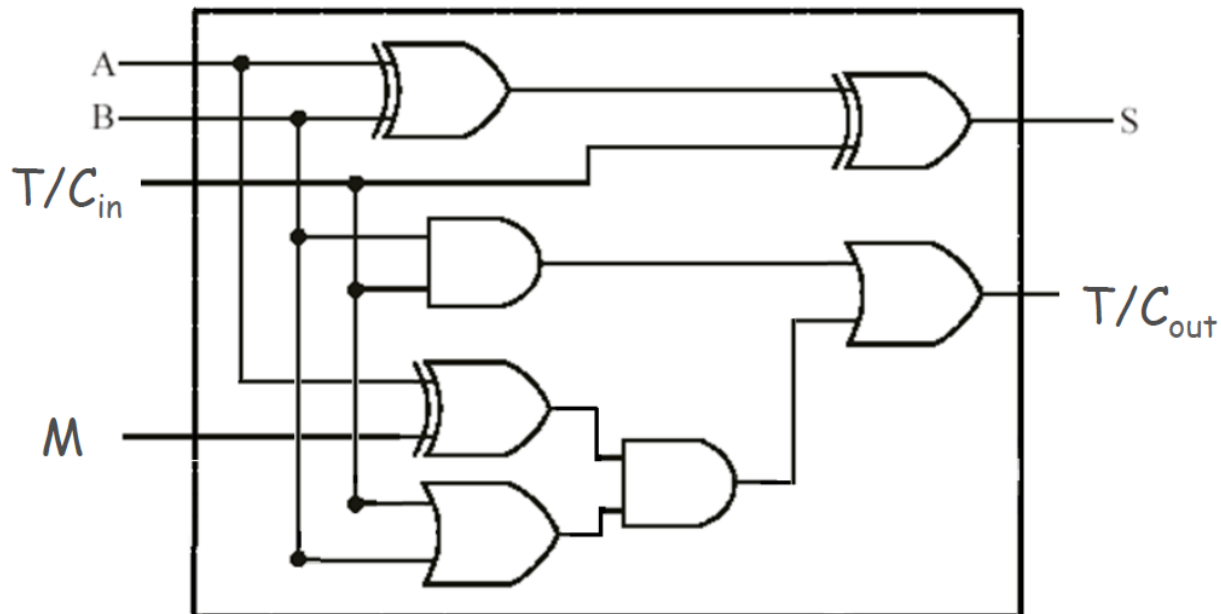
TABELA VERDADE

A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

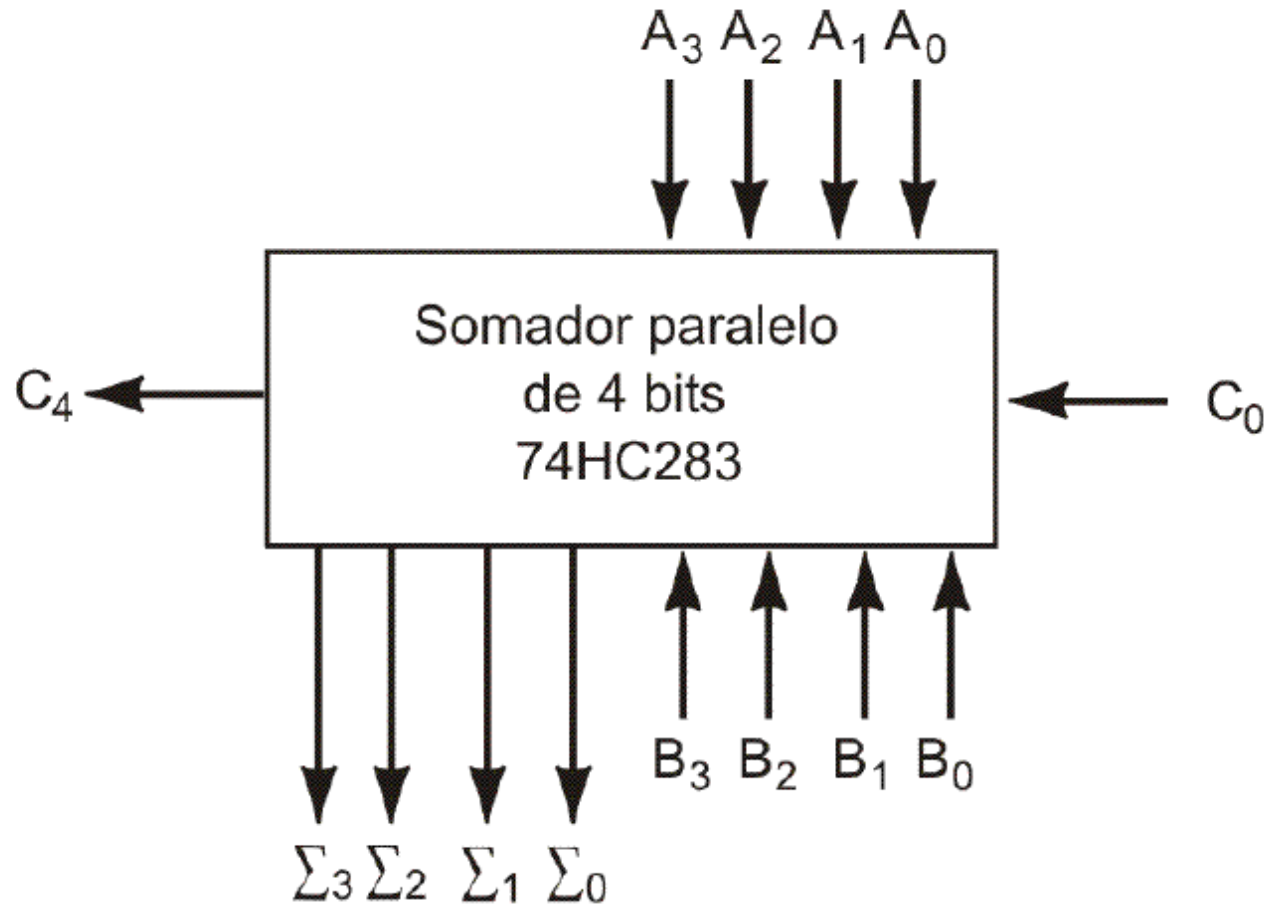
$$S = A \oplus B$$

Circuito Somador/Subtrator

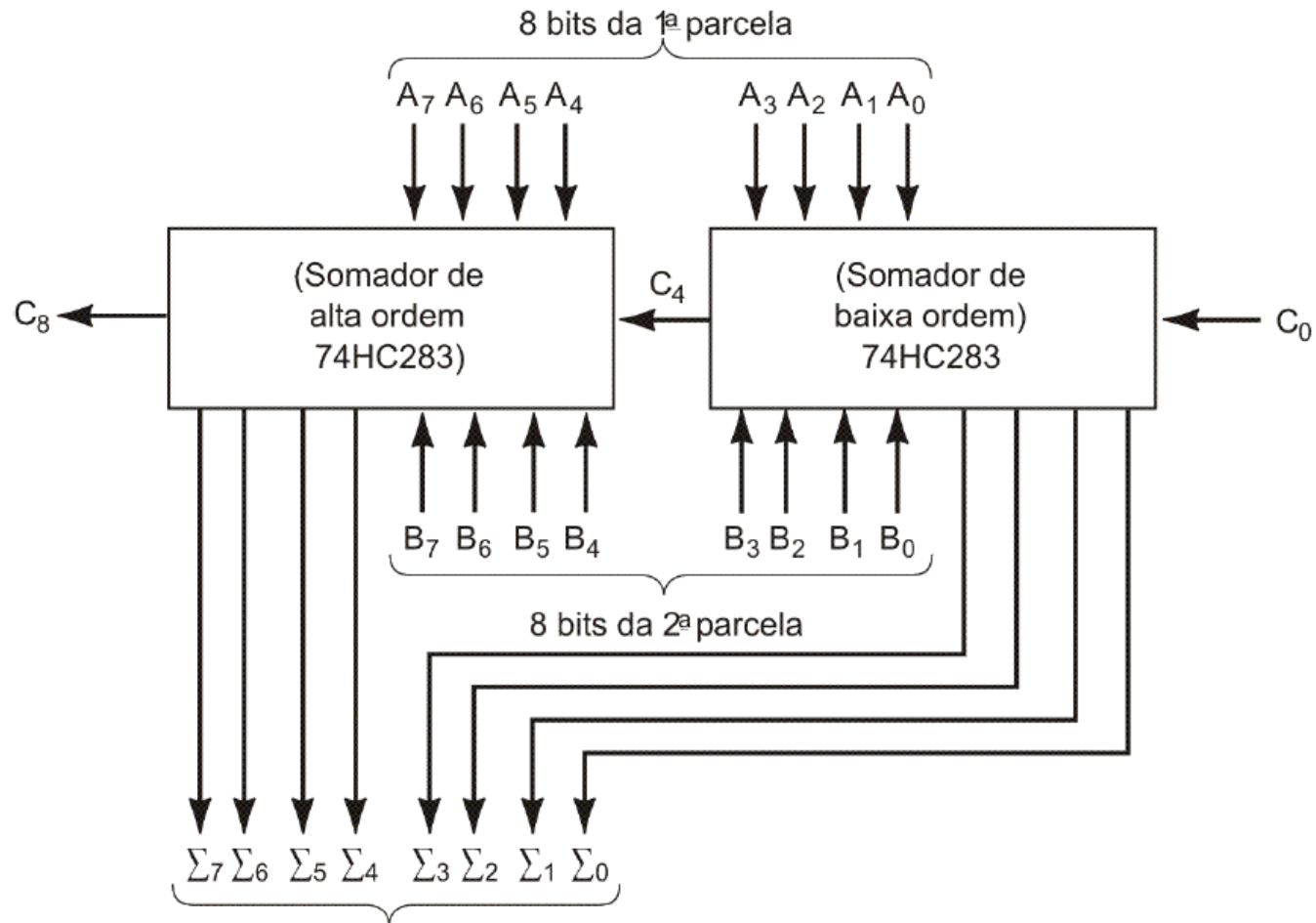
- $M=0 \rightarrow$ soma; $M=1 \rightarrow$ subtração.



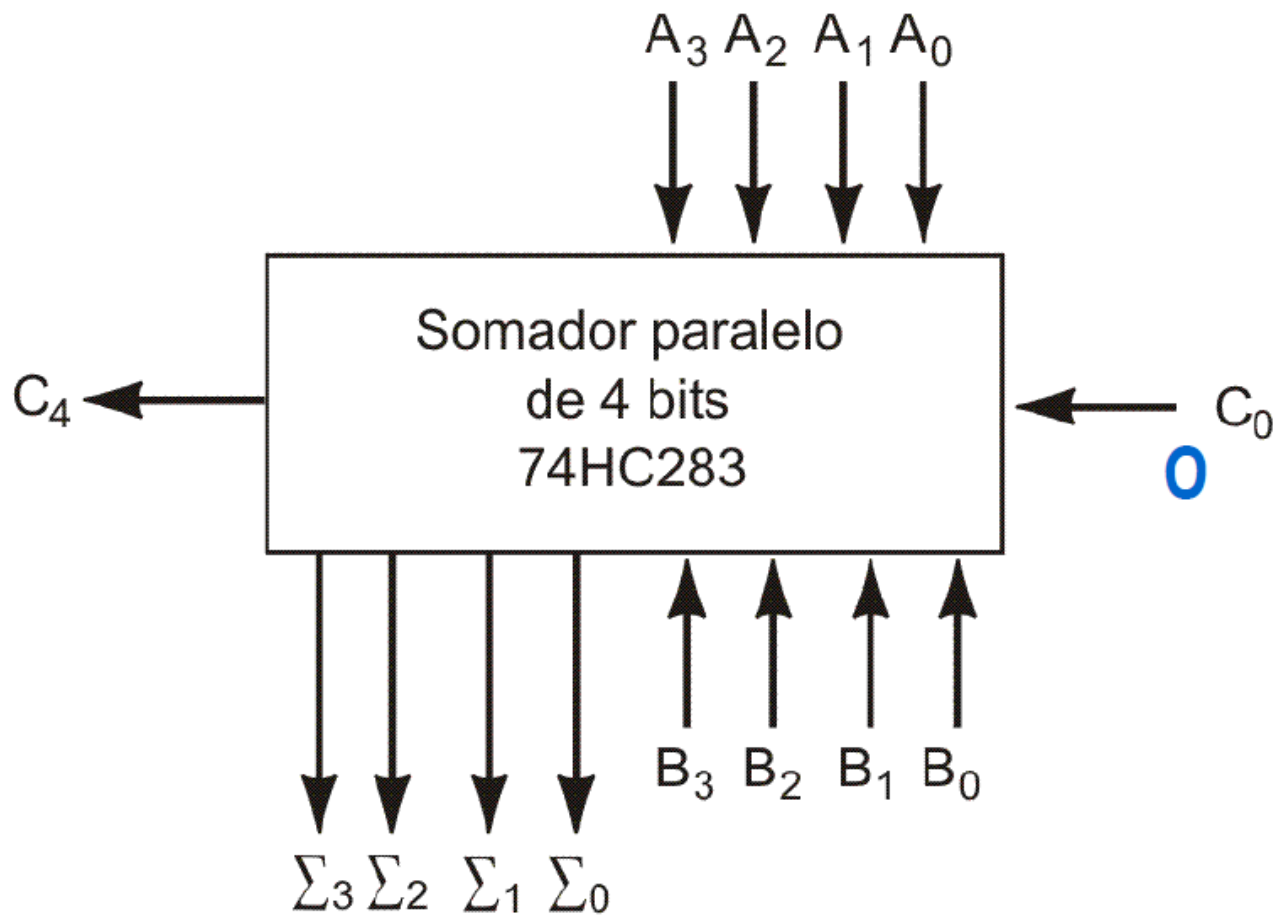
Circuito Somador/Subtrator de 4 *bits*



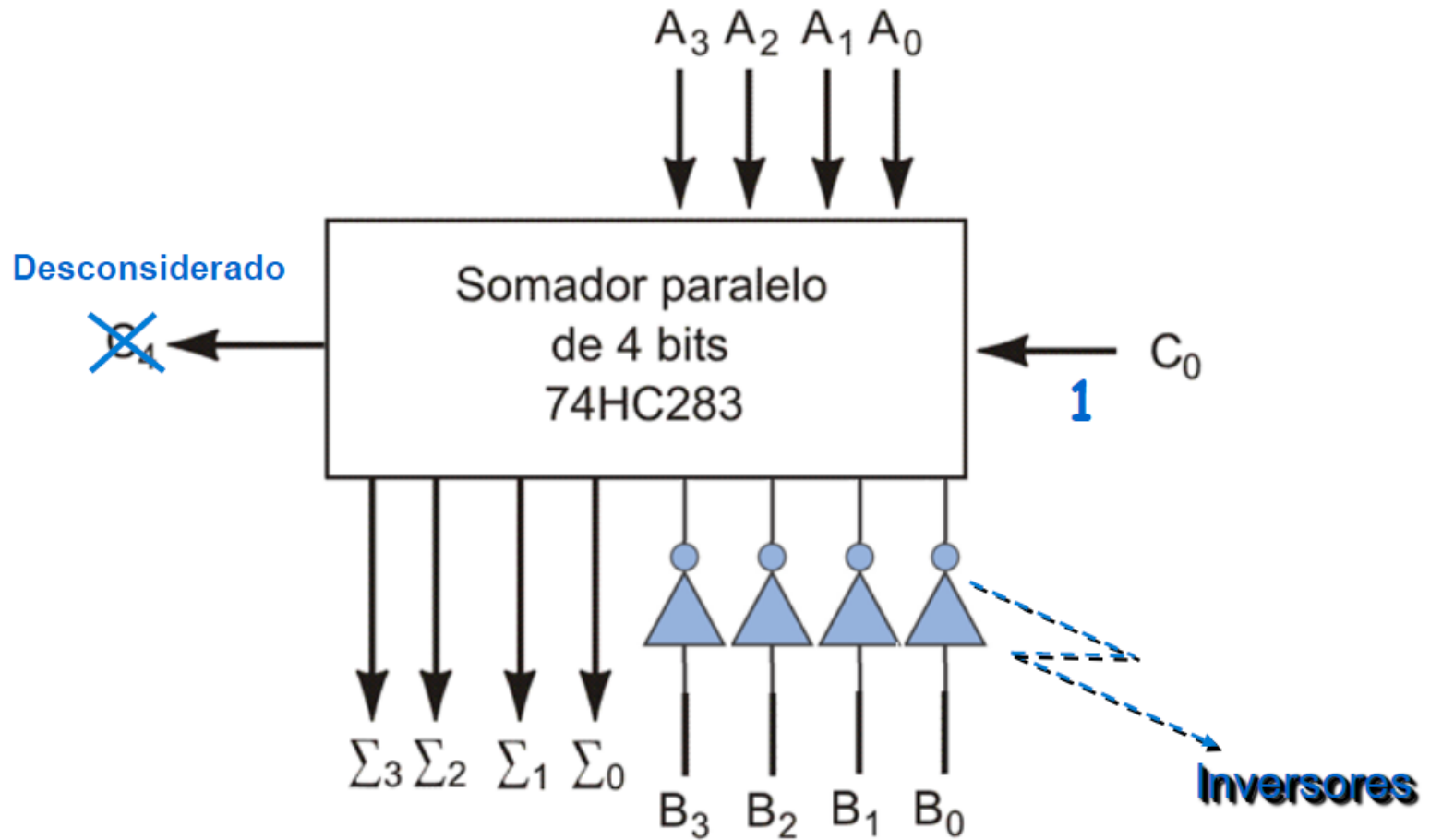
Circuito Somador/Subtrator de 8 *bits*



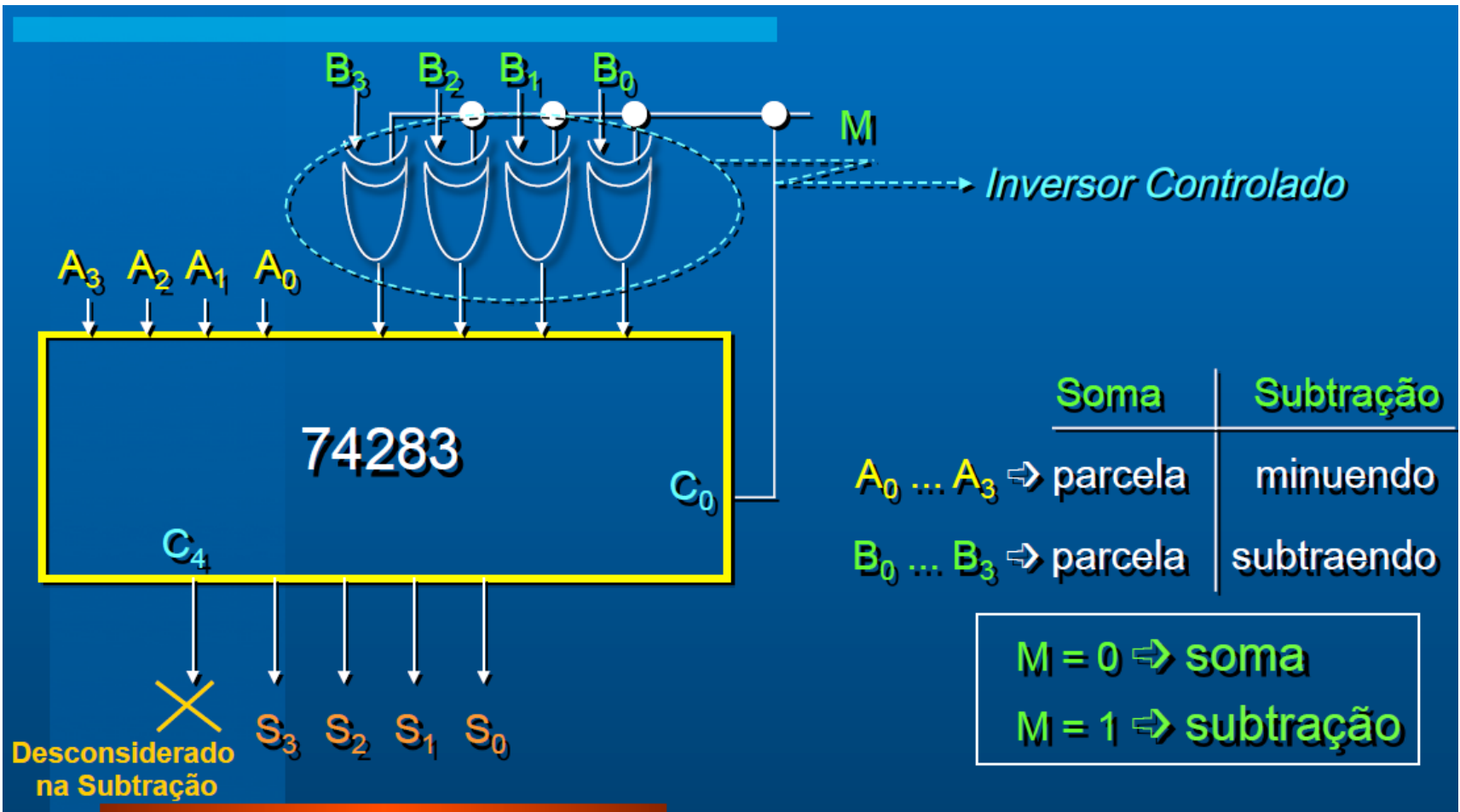
Soma



Subtração



Soma e Subtração



ULA (Unidade Lógica e Aritmética)

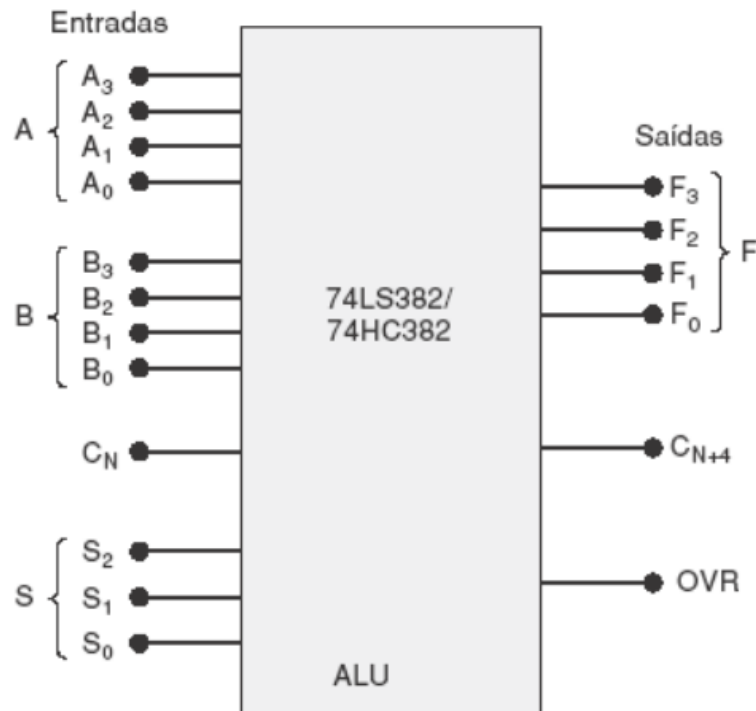


Tabela de funções

S_2	S_1	S_0	Operação	Comentários
0	0	0	CLEAR	$F_3F_2F_1F_0 = 0000$
0	0	1	B menos A	}Necessariamente $C_N = 1$
0	1	0	A menos B	
0	1	1	A mais B	Necessariamente $C_N = 0$
1	0	0	$A \oplus B$	Exclusive-OR
1	0	1	$A + B$	OR
1	1	0	AB	AND
1	1	1	PRESET	$F_3F_2F_1F_0 = 1111$

Notas: Entradas S selecionam a operação
OVR = 1 para overflow de número com sinal.

(b)

A = número de entrada de 4 bits
 B = número de entrada de 4 bits
 C_N = carry na posição LSB
 S = entradas de seleção de 3 bits
 F = número de saída de 4 bits
 C_{N+4} = carry de saída da posição MSB
 OVR = indicador de overflow

Exercícios*😊

- 1. Provar:

S		
AB \ C _{in}	0	1
00	0	1
01	1	0
11	0	1
10	1	0

$$S = A \oplus B \oplus C_{in}$$

Exercícios*😊

- 2. Para a ULA anterior, determine F , OVR e C_{n+4} nas seguintes condições:
 - a. $S=010$; $A=0100$; $B=0001$; $C_n=1$.
 - b. $S=011$; $A=0100$; $B=0001$; $C_n=1$.
- Obs.: Faça comentários.

Referências

- Tocci, R. J. et al. Sistemas Digitais (princípios e aplicações), 10a Edição. Pearson, 2007.
- Vieira, M. A. C. SEL-0414-Sistemas Digitais, EESC-USP.