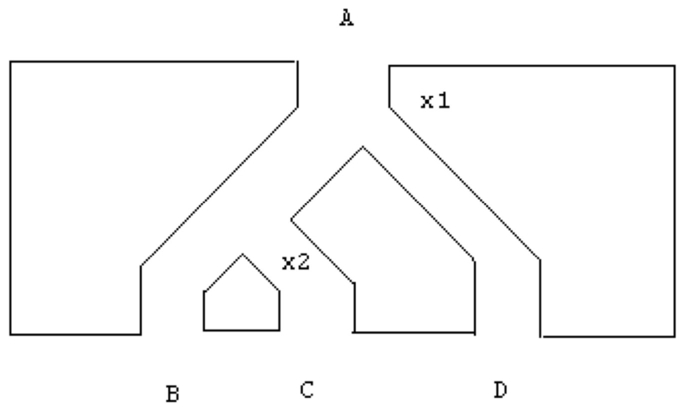
Linguagens Formais e Autômatos - 2ª Lista de Exercícios
Linguagens Regulares

1. Descreva os conjuntos denotados pelas expressões regulares sobre o alfabeto $\Sigma = \{0,1\}$.
   a- 0 | 10*
   b- (0 | 1)0*
   c- (0011)*
   d- (0 | 1)* 1(0 | 1)*
   e- 0*11*0
   f- 0(0 | 1)*0
   g- ∅*
   h- (ε | 0) (ε | 1)
   i- (000* | 1)*
   j- (0* | 0*11 (1 | 00*11)*) (ε | 00*)

2. Determine para cada linguagem sobre o alfabeto $\Sigma = \{0,1\}$ abaixo, uma expressão regular que a denote. Admita a convenção $| x |_0$ como sendo o número de símbolos 0 que ocorrem na cadeia $x \in \Sigma^*$.
   a- $\{0\}\ \Sigma^*\ \{1\}$
   b- $\Sigma^*\ \{01\}$
   c- $\{ x \in \Sigma^* \mid |x|_0 \geq 3\}$
   d- $\{ x \in \Sigma^* \mid |x|_1$ é par$\}$
   e- $\{ x \in \Sigma^* \mid$ x não possui dois 0's e não possui dois 1's consecutivos$\}$

3. Construa um autômato finito que reconhece as sentenças das linguagens abaixo sobre o alfabeto $\Sigma = \{0,1\}$.
   a- $L = \{ x \in \{0,1\}^* \mid$ x não possui três 1's consecutivos$\}$
   b- $L = \{ 0^m1^n \mid m \geq 0, n > 0\}$
   c- $L = \{ 0^*\, x\, 1^* \mid x \in \{0,1\}^*$ e $x \neq 101\}$
   d- $L = \{ 0^{2n} \mid n > 0\}$
   e- $L = \{ 0^i1^j \mid i, j > 0$ e $i * j$ é um número par $\}$

4. Considere o brinquedo abaixo:



Bolinhas são jogadas em A . As alavancas x_1 e x_2 causam o desvio da bolinha para a esquerda ou para a direita. Quando uma bolinha atinge a alavanca, causa alteração no estado da alavanca, sendo que a próxima bolinha a atingir a alavanca pegará o caminho oposto.

Pede-se:

a- Modele este brinquedo por um autômato finito, considerando que pode-se denotar uma bolinha em A como entrada 1 e uma seqüência de entrada será aceita se a última bolinha cair na saída C.

b- Qual é a linguagem aceita por este autômato finito?

5. Seja o autômato finito não determinístico (af-nd) M = < $\{q_0, q_1, q_2\}$, {0,1}, δ, q_0, $\{q_2\}$ >, com o mapeamento δ dado por:

$\delta(q_0,0) = \{q_1,q_2\}$ $\delta(q_0,1) = \{q_0\}$

$\delta(q_1,0) = \{q_0,q_1\}$ $\delta(q_1,1) = \{\ \}$

$\delta(q_2,0) = \{q_0,q_2\}$ $\delta(q_2,1) = \{q_1\}$

Pede-se:

a- encontre um autômato finito determinístico equivalente ao af-nd M dado.

b- encontre um autômato finito determinístico com um número mínimo de estados que seja equivalente ao af-nd dado.

c- descreva L(M) por uma expressão regular.

6. Prove que a linguagem L definida abaixo é uma linguagem regular. L é a linguagem sobre o alfabeto {0,1} constituída pelas seqüências x tais que:

- o primeiro símbolo de x é igual ao último, e
- x contém pelo menos uma ocorrência do símbolo 1.

7. Seja o af-nd M = < Q, Σ, δ,q_0, F >, onde

$Q = \{ q_0, q_1, q_2, q_3 \}$

$\Sigma = \{ 0,1 \}$

$F = \{ q_3 \}$

e o mapeamento δ é dado por:

$\delta(q_0,0) = \{q_0\}$ $\delta(q_0,1) = \{q_1\}$

$\delta(q_1,0) = \{q_2\}$ $\delta(q_1,1) = \{q_1,q_3\}$

$\delta(q_2,0) = \{\ \}$ $\delta(q_2,1) = \{q_2,q_3\}$

$\delta(q_3,0) = \{q_3\}$ $\delta(q_3,1) = \{\ \}$

Pede-se:

a- Construa um af-d M’, a partir de M, tal que L(M) = L(M’)

b- Descreva por uma expressão regular a linguagem L(M).

8. Construa um autômato finito determinístico a partir do af não determinístico M=<{a,b,c,d}, {0,1}, δ,a,{a}> , onde o mapeamento δ é dado por:

	0	1
a	{a,b}	a
b	c	c
c	d	---
d	d	d

9. Construa um autômato finito não determinístico que reconhece todas as sentenças sobre o alfabeto {a,b,c} que possuem o mesmo valor quando tais sentenças forem avaliadas da esquerda para a direita ou da direita para a esquerda, de acordo com a tabela de multiplicação não associativa, dada a seguir.

	a	b	c
a	a	a	c
b	c	a	b
c	b	c	a

10. Seja o autômato finito com movimento vazio (ε) M, dado por $M = < Q,\Sigma,\delta,q_0,F >$, onde:

   $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$
   $\Sigma = \{0, 1\}$
   $F = \{q_3\}$

e o mapeamento δ é dado por:

	0	1	ε
q_0	{ }	$\{q_0\}$	$\{q_1\}$
q_1	$\{q_3\}$	$\{q_1\}$	$\{q_0\}$
q_2	$\{q_2\}$	{ }	{ }
q_3	$\{q_2\}$	$\{q_3\}$	{ }

Pede-se:

a- Construa um af-dn M’ sem movimento vazio que seja equivalente a M.
b- A partir do af-nd M’, construa um af-d M’ ’ que seja equivalente a M.
c- A partir do af-d M’ ’, construa um af-d M’ ’ ’ que seja equivalente a M e que tenha um número mínimo de estados.
d- Escreva a expressão regular que denota L(M).

11. Construa autômatos finitos que reconhecem as sentenças denotadas pelas seguintes expressões regulares:

a- 10 | (0 | 11) 0*1
b- 01 (((10)* | 111)* | 0)* 1
c- 1* | 1* (011)* (1* (011)*)*
d- (0 | 01 | 10)*
e- (11 | 0)* (00 | 1)*

12. Encontre as expressões regulares dos autômatos finitos descritos a seguir:

a- $M_a = (\{a,b,c\}, \{0,1\}, \delta_a, a, \{a\})$

δ_a	0	1
a	a	b
b	c	b
c	a	b

b- M_b = ({a,b,c}, {0,1}, δ_b, a, {b,c})

δ_b	0	1
a	b	c
b	a	c
c	b	a

c- M_c = ({a,b}, {0,1}, δ_c, a, {b})

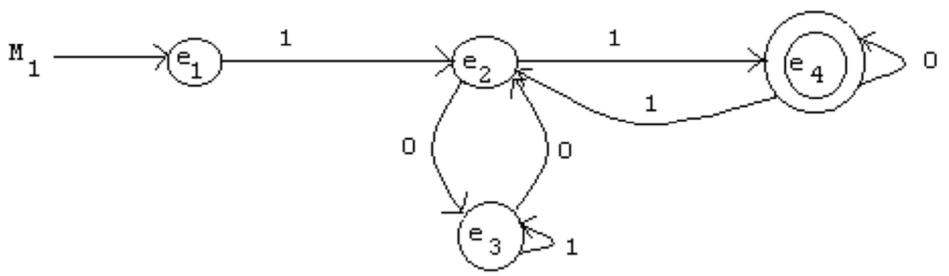
δ_c	0	1
a	b	a
b	a	b

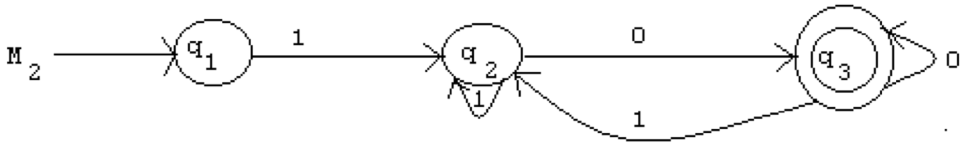
13. Para as expressões regulares obtidas no exercício anterior, encontre expressões regulares mais simples que sejam equivalentes.

14. Construir uma gramática regular que gere a linguagem L descrita por:
    $L = \{x \in \{0,1\}^* \mid |x|_0 \bmod 2 = 0 \text{ e } |x|_1 \bmod 2 = 1\}$
    Utilizando as propriedades das linguagens regulares, construa, a partir desta gramática, um autômato finito que reconhece as sentenças da linguagem L.

15. Descreva um autômato finito determinístico que aceite todas as cadeias sobre o alfabeto {0,1}, tal que toda ocorrência do símbolo 0 na sentença tenha o símbolo 1 imediatamente a sua direita. A partir deste autômato finito, construa a gramática regular que gera esta mesma linguagem.

16. Sejam os af-d M_1 e M_2 descritos pelos diagramas de transição de estados a seguir:

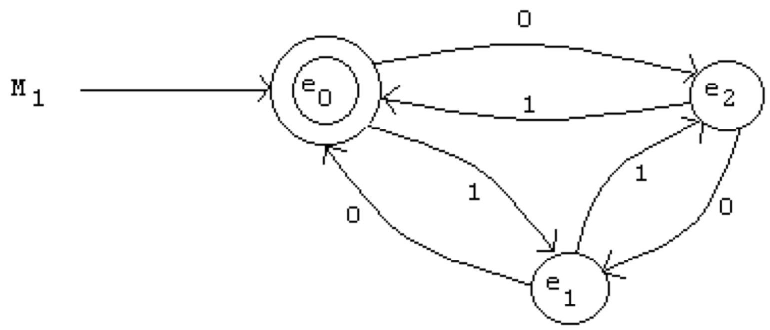


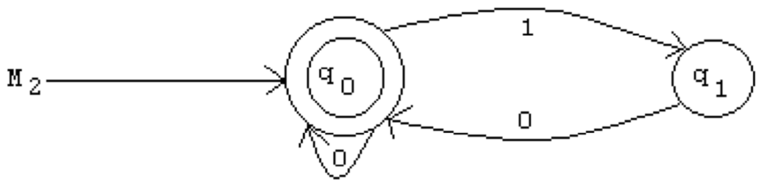


Sabendo-se que:
$L(M_1)$ = { $x \in \{0,1\}^*$ | x é um número binário maior que zero sem sinal e múltiplo de 3 } e
$L(M_2)$ = { $x \in \{0,1\}^*$ | x é um número binário maior que zero sem sinal e par }
Utilizando as propriedades das linguagens regulares, pede-se para construir um autômato finito M, a partir de M_1 e M_2, que reconheça a linguagem:

$L = \{ x \in \{0,1\}^* \mid x$ é um número binário ímpar, maior que zero sem sinal e múltiplo de 3$\}$

17. Sejam os autômatos finitos:





que aceitam as linguagens:

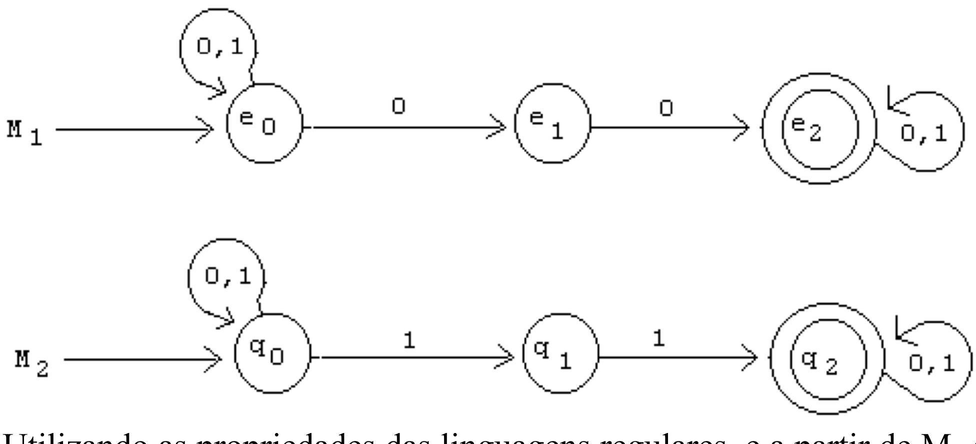
$L(M_1) = \{x \in \{0,1\}^* \mid\ |x|_0 \bmod 3 = |x|_1 \bmod 3\}$

$L(M_2) = \{x \in \{0,1\}^* \mid\ |x|$ não contém dois 1's consecutivos$\}$

Utilizando as propriedades das linguagens regulares, pede-se para construir um autômato finito M, a partir de M_1 e M_2, que aceite a linguagem L, dada por:

$L = \{x \in \{0,1\}^* \mid\ |x|_0 \bmod 3 = |x|_1 \bmod 3$ e x deve conter dois 1's consecutivos$\}$

18. Considere os autômatos finitos M_1 e M_2 a seguir:



Utilizando as propriedades das linguagens regulares, e a partir de M_1 e M_2, construa os autômatos finitos descritos a seguir:

a- M_3 tal que $L(M_3) = L(M_1)^*$

b- M_4 tal que $L(M_4) = L(M_1) . L(M_2)$

c- M_5 tal que $L(M_5) = L(M_1) \cup L(M_2)$

d- M_6 tal que $L(M_6) =$ (complemento $(L(M_1)) \cup L(M_2))^*$

e- M_7 tal que $L(M_7) = L(M_1) \cap L(M_2)$

19. Mostre que:
Se L é uma linguagem regular então
$L^R = \{ x \mid$ a cadeia reversa de x está em L $\}$ também é uma linguagem regular.
A reversa de uma cadeia x, que denotaremos por x^r, é a cadeia formada pelos símbolos de x em reverso. Por exemplo: $(011)^r = 110$.

20. Mostre que:
Se L é uma linguagem regular, então
$INIC(L) = \{ x \mid xy \in L \}$ também é uma linguagem regular.

21. Mostre que:
Se L é uma linguagem regular, então
$FIM(L) = \{ y \mid xy \in L \}$ também é uma linguagem regular.

22. Mostre que:
Se L é uma linguagem regular, então
$L' = \{ a_2a_1a_4a_3a_6a_5. . .a_na_n\text{-}1 \mid a_1a_2a_3. . .a_n \in L\}$ também é uma linguagem regular.

23. Prove que as linguagens a seguir não são linguagens regulares:
a- $L_a = \{ 0^n1^n \mid n \geq 0 \}$
b- $L_b = \{ 0^n \mid n \geq 0$ é um número primo$\}$
c- $L_c = \{x x^r \mid x \in \{0,1\}^*$ e x^r é a cadeia reversa de x $\}$
d- $L_d = \{ x x \mid x \in \{0,1\}^* \}$
e- $L_e = \{ x \in \{0,1\}^* \mid |x|_0 = |x|_1 \}$