Lista 03 - GRAFOS

1) Caracterize passeio, trilho e caminho

Passeio: Sequência de vértices e arestas sem restrição.

Trilho: Passeio sem repetição de arestas

Caminho: Trilho sem repetição de vértices

2)

a) 4 caminhos diferentes de v_1 a v_4.

$(v_1 \xrightarrow{e_1} v_2 \xrightarrow{e_2} v_3 \xrightarrow{e_3} v_4)$, $(v_1 \xrightarrow{e_6} v_6 \xrightarrow{e_5} v_5 \xrightarrow{e_4} v_4)$, $(v_1 \xrightarrow{e_1} v_2 \xrightarrow{e_8} v_5 \xrightarrow{e_4} v_4)$, $(v_1 \xrightarrow{e_6} v_6 \xrightarrow{e_9} v_3 \xrightarrow{e_3} v_4)$

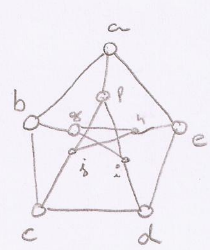
b) 4 trilhos de v_1 a v_4 que não sejam caminhos

$(v_1, v_2, v_5, v_6, v_2, v_3, v_4)$, $(v_1, v_2, v_3, v_5, v_6, v_3, v_4)$, $(v_1, v_6, v_2, v_3, v_6, v_5, v_4)$,
$(v_1, v_6, v_3, v_2, v_6, v_5, v_4)$

c) 4 passeios de v_1 a v_4 que não sejam trilhos.

$(v_1, v_2, v_1, v_2, v_3, v_4)$, $(v_1, v_2, v_1, v_6, v_5, v_4)$, $(v_1, v_6, v_1, v_6, v_5, v_4)$, $(v_1, v_6, v_1, v_2, v_3, v_4)$

3) a) $r(G) = ?$ $d(G) = ?$



$e(a) = 2$ $e(d) = 2$ $e(g) = 2$ $r(G) = 2$

$e(b) = 2$ $e(e) = 2$ $e(h) = 2$ $d(G) = 2$

$e(c) = 2$ $e(f) = 2$ $e(i) = 2$

b) $r(G) = ?$ $d(G) = ?$

a- $e(v_1) = 3$ $e(v_4) = 2$ $e(v_7) = 3$

$e(v_2) = 3$ $e(v_5) = 2$ $r(G) = 2$

$e(v_3) = 2$ $e(v_6) = 3$ $d(G) = 3$

b- $e(v_1) = 3$ $e(v_4) = 2$ $e(v_7) = 3$

$e(v_2) = 2$ $e(v_5) = 2$ $r(G) = 2$

$e(v_3) = 3$ $e(v_6) = 3$ $d(G) = 3$

c- $e(v_1) = 3$ $e(v_4) = 2$ $e(v_7) = 3$

$e(v_2) = 3$ $e(v_5) = 3$ $r(G) = 2$

$e(v_3) = 4$ $e(v_6) = 4$ $d(G) = 4$

d. $e(v_1) = 4$ $e(v_4) = 4$ $e(v_7) = 3$ $e(v_{10}) = 4$

$e(v_2) = 3$ $e(v_5) = 3$ $e(v_8) = 4$ $r(G) = 2$

$e(v_3) = 4$ $e(v_6) = 2$ $e(v_9) = 4$ $d(G) = 4$

e- $e(v_1) = 4$ $e(v_7) = 4$

$e(v_2) = 3$ $e(v_8) = 4$

$e(v_3) = 3$ $e(v_9) = 3$

$e(v_4) = 4$ $e(v_{10}) = 3$

$e(v_5) = 4$ $r(G) = 3$

$e(v_6) = 4$ $d(G) = 4$

f) $e(v_1) = 3$ $e(v_6) = 2$

$e(v_2) = 3$ $e(v_7) = 2$

$e(v_3) = 2$ $e(v_8) = 3$

$e(v_4) = 2$ $r(G) = 2$

$e(v_5) = 3$ $d(G) = 3$

c) Dê exemplo de grafo cujo diâmetro é igual a 1.

Grafos completos (K_n) têm diâmetro 1. É importante para achar o complemento de um grafo.

5) Como determinar se um grafo é conexo, a partir da matriz de adjacência.

$$A = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{array}$$

Se G é conexo, então $B = \sum_{i=1}^{n-1} A^i$ não possui elementos nulos.

6) Como computar o número de possíveis passeios de tamanho n entre os vértices v_i e v_j.

Ao fazer a matriz de adjacência A^n, temos obtemos o número de passeios de tamanho n, portanto, para saber o número de passeios entre v_i e v_j, basta olhar o valor de a_{ij}.

7) nº de Δ é dado por $tr(A^3)/6$. Explique.

Como A^3 indica o número de passeios de tamanho 3, o elemento a_{ij}, onde $i = j$, indica o número de passeios que começaram em v_i e terminaram em v_i. Além disso é necessário remover as repetições, por isso $\frac{1}{6}$.