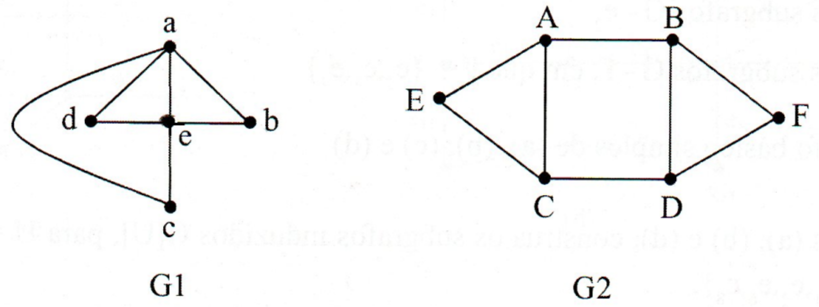
2ª Série de exercícios – Teoria dos Grafos
O Problema do Isomorfismo

1) O que são grafos isomorfos? Explique o problema do isomorfismo entre grafos.

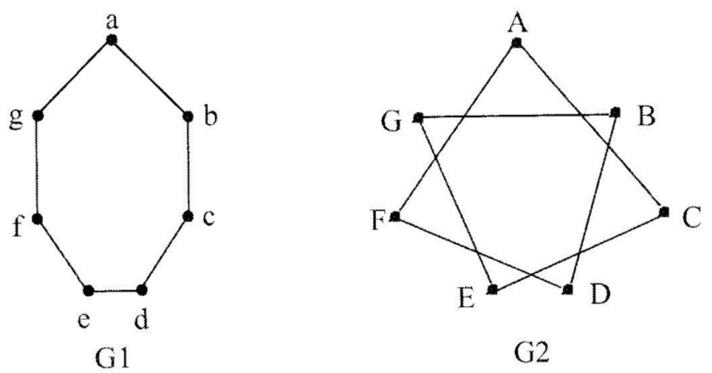
2) Se dois grafos são isomorfos então ambos tem o mesmo número de vértices e arestas. Mostre, através de um exemplo, que a recíproca é falsa.

3) Determine se cada par de grafos G1 e G2 a seguir é um isomorfismo. Em caso positivo, escreva as funções f e g que estabelecem o isomorfismo. Caso contrário, forneça um invariante que os grafos não compartilham. Lembre-se também que mesmo no caso de grafos não isomorfos, eles podem compartilhar as propriedades invariantes. Nesse caso, para justificar o não isomorfismo descreva qual a alteração na topologia que caracteriza a transformação não-isomorfica (“quebra”).

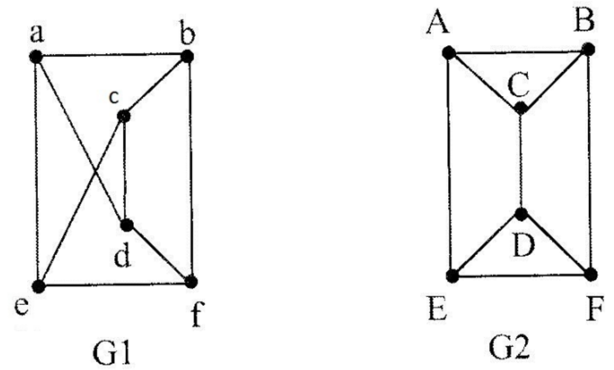
a)



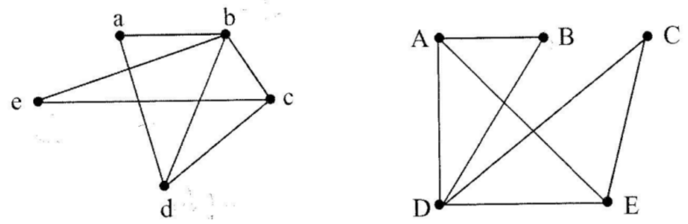
b)



c)

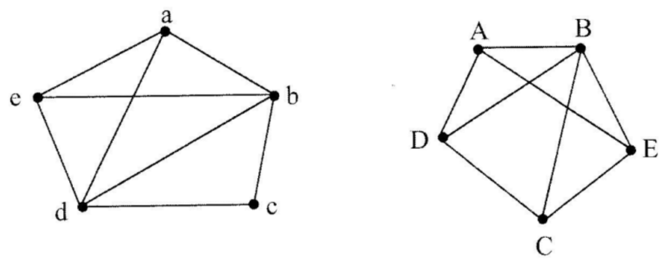


d)



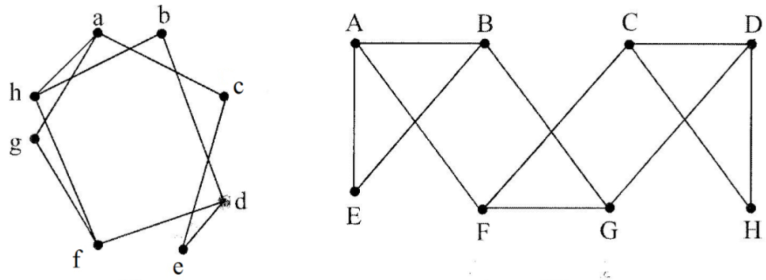
G1 G2

e)



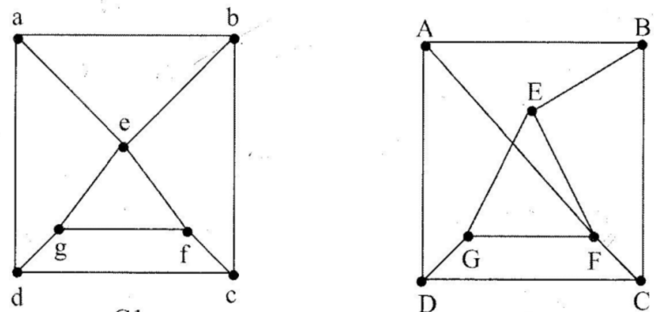
G1 G2

f)



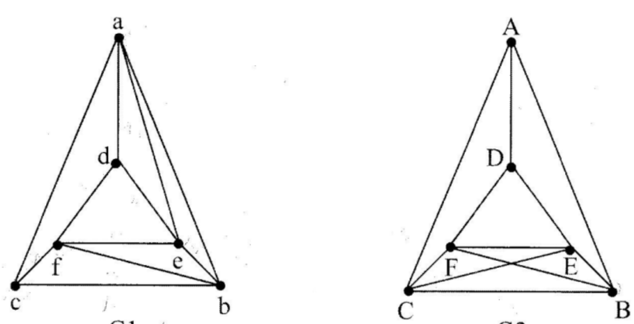
G1 G2

g)



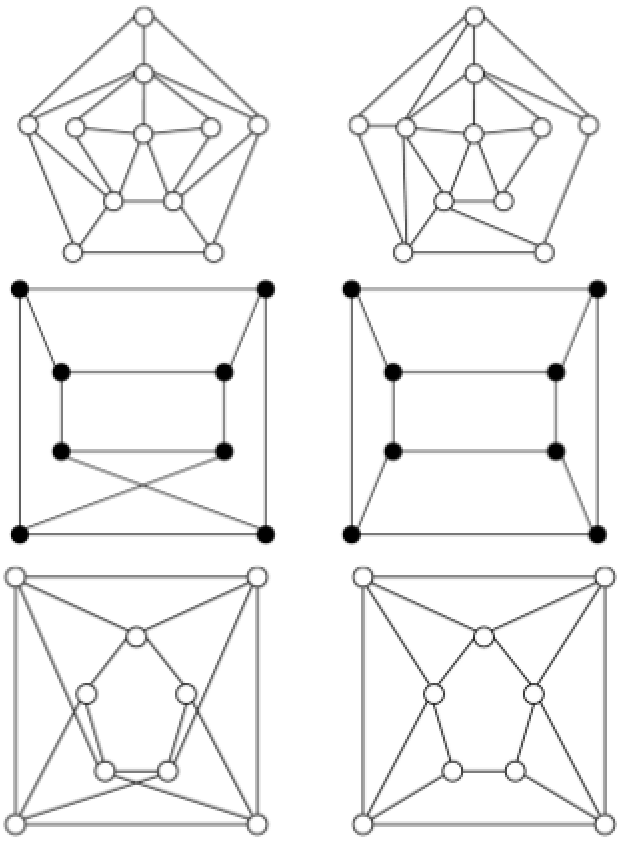
G1 G2

h)

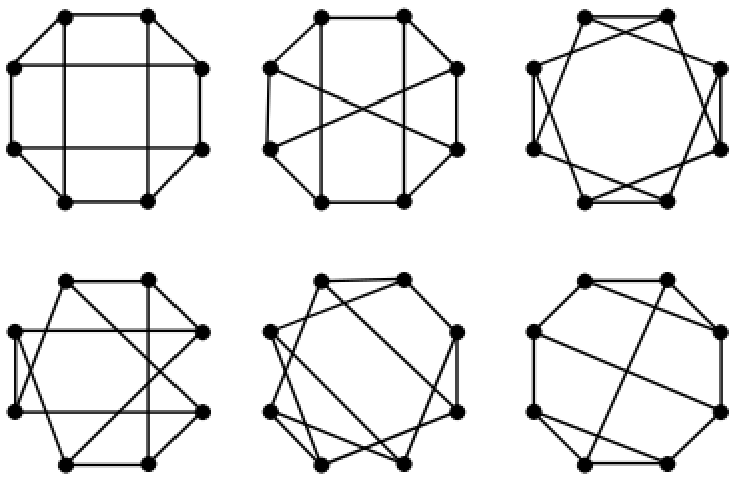


G1 G2

4) Abaixo estão listados pares de grafos. Indique se cada par é isomorfo. Prove sua resposta.



5) Os seis grafos a seguir consistem de três pares isomorfos. Quais são esses pares?

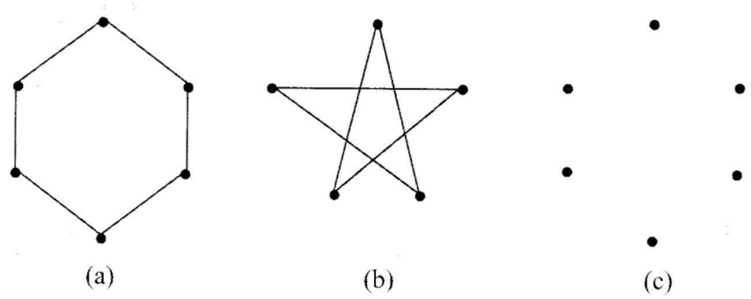


6) Se você lançar um moeda três vezes, existem 8 combinações possíveis de cara (K) e coroa (C): KKK, KKC, KCK, CKK, etc. Suponha um grafo com 8 vértices em que cada vértice representa uma das referidas combinações. Haverá uma aresta entre os vértices que diferirem ente si em apenas uma posição. Desenhe esse grafo e determine em relação aos grafos do exercício anterior qual é isomorfo.

7) Construa dois grafos de 5 vértices e 8 arestas que não sejam isomorfos. Prove que ambos não são isomorfos.

8) Um grafo simples é chamado de autocomplementar se for isomorfo ao seu próprio complemento.

a) Quais dos grafos a seguir são autocomplementares?



b) Prove que, se G é um grafo autocomplementar com n vértices, então n = 4t ou n = 4t + 1, para algum inteiro t (dica: considere o número de arestas do K_n).