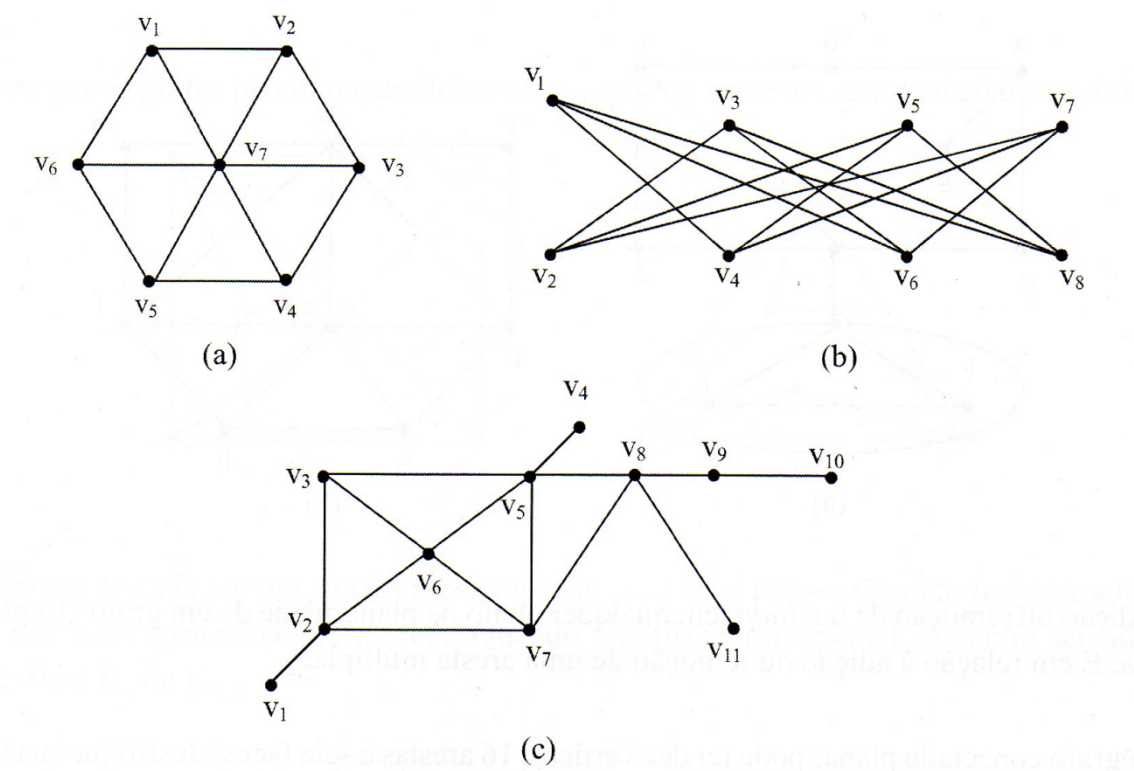


14ª Série de exercícios – Teoria dos Grafos
 Coloração de vértices

1) Determine a coloração dos grafos abaixo utilizando o algoritmo de Welsh & Powell. Qual é o resultado obtido?



2) Uma empresa deseja armazenar sete produtos químicos diferentes: C1, C2, C3, C4, C5, C6 e C7. Uma vez que alguns desses produtos não podem ser armazenados juntos, por problema de segurança, diferentes locais de armazenamento são necessários. A tabela a seguir mostra (com um asterisco) quais pares de produtos químicos não podem ser armazenados em um mesmo local. Use coloração de vértices para encontrar o número mínimo de locais necessários e identifique os produtos que podem ser alocados a esses locais, respectivamente.

| | C1 | C2 | C3 | C4 | C5 | C6 | C7 |
|----|----|----|----|----|----|----|----|
| C1 | | * | | | | * | * |
| C2 | * | | * | * | | | |
| C3 | | * | | * | * | | |
| C4 | | * | * | | * | * | |
| C5 | | | * | * | | * | * |
| C6 | * | | | * | * | | * |
| C7 | * | | | | * | * | |

3) Uma empresa de telecomunicações possui 9 antenas de transmissão em uma região do interior do estado. Visando otimizar os custos de operação do sistema, a empresa quer minimizar o número de frequências necessárias para a transmissão dos dados. A Tabela a seguir mostra o grafo de incompatibilidade entre as antenas que compõem o sistema. Um X na tabela indica que existe interferência entre as antenas daquela linha e coluna. Pergunta-se:

Qual é o menor número de frequências necessárias para a correta operação do sistema? Qual é a alocação de frequências resultante, ou seja, quais antenas devem operar em quais frequências?

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | | x | x | x | | | | | |
| B | x | | | x | | | | | |
| C | x | | | | x | | | x | x |
| D | x | x | | | x | x | | | |
| E | | | x | x | | x | x | | |
| F | | | | x | x | | x | | |
| G | | | | | x | x | | x | |
| H | | | x | | | | x | | x |
| I | | | x | | | | | x | |

4) Uma nova empresa aérea irá começar a operar com 7 aeronaves seguindo a programação de vôos (de A a G) definida pela tabela abaixo, sendo que todos os vôos partem de São Paulo e visitam cada uma das cidades listadas nas rotas na sequência em que elas aparecem:

| Vôo | Rota |
|-----|---|
| A | Florianópolis – Rio de Janeiro – Natal – Fortaleza |
| B | Curitiba – Campinas – Ribeirão Preto – Fortaleza |
| C | Belo Horizonte – Natal – Fortaleza – Manaus |
| D | Belo Horizonte – São José do Rio Preto – Rio de Janeiro |
| E | Belo Horizonte – Recife – Natal |
| F | Brasília – Ribeirão Preto – Fortaleza |
| G | Brasília – Presidente Prudente – Campinas |

Devido ao número limitado de aeronaves, o diretor da companhia não quer mais de um vôo por dia visitando uma determinada cidade, ou seja, se dois vôos passam pela cidade X eles devem obrigatoriamente não estar alocados para o mesmo dia. Sendo assim, modelando o problema com um grafo, e utilizando o **algoritmo Welsh & Powell**, determine o número mínimo de dias necessários para que a empresa opere de acordo com a sua política de funcionamento.

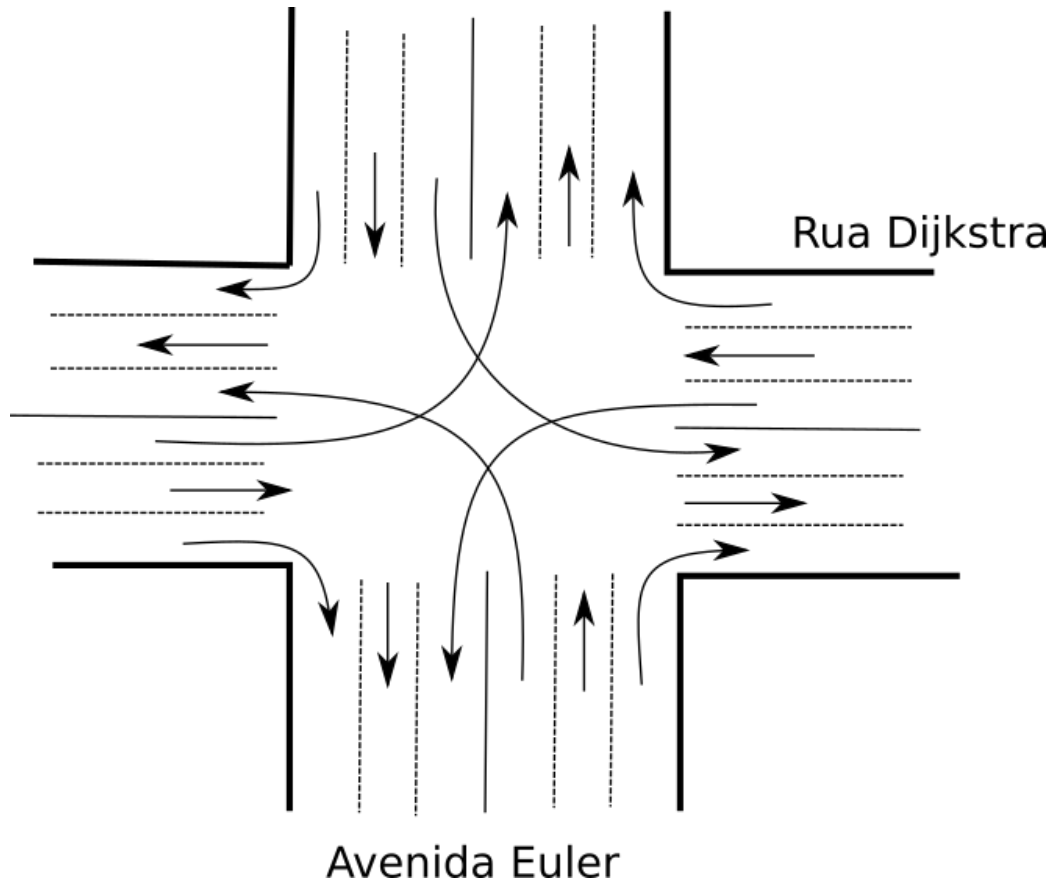
5) Numa escola, uma turma de alunos do terceiro colegial é composta por 16 estudantes. A grade curricular é composta por 8 disciplinas: Matemática, Português, Inglês, Geografia, História, Física, Química e Biologia. No problema de programação de horários, dadas as matrículas dos alunos nas disciplinas, o objetivo consiste em determinar o menor número de horários das disciplinas para que todos os alunos assistam as aulas sem que haja conflito de horários. A Tabela a seguir mostra a matrícula de cada um dos alunos nas disciplinas escolhidas.

Dica: os vértices representam vértices e se há um aluno matriculado em mais de uma disciplina então deve haver uma aresta.

| D.A. | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|--------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|
| Mat. | • | | | | | | | • | | | | • | | | • | |
| Port. | • | | | • | | | | | | | • | | | | | • |
| Inglês | | | | | | • | • | | | • | | | | | • | |
| Geo. | | | | • | • | | • | | • | | | | • | | | |
| Hist. | | | • | | | | | | | • | | • | | • | | • |
| Fís. | | | • | | • | | | | | | | | • | | | |
| Qui. | | • | | | | | | • | • | | • | | | • | | |
| Bio. | | • | | | | • | | | | | | | | | | |

Responda: Qual é o menor número de horários necessários? Qual a programação obtida, ou seja, quais disciplinas devem ser agrupadas em quais horários?

6) Na cidade de Grafolandia, existe um cruzamento entre a rua Dijkstra e a avenida Euler em que é permitido aos motoristas seguir em frente, virar a esquerda ou virar a direita em todos os sentidos, conforme indica o fluxo de tráfego a seguir. Desenvolva um padrão de semáforo para o cruzamento de modo a evitar que colisões aconteçam. (Sugestão: relacione os caminhos que se cruzam com o grafo de incompatibilidade).



7) Justifique: O número cromático é invariante sob isomorfismo, ou seja, se G e H são isomorfos então $\chi(G) = \chi(H)$