

Aula 06 – Resolução de problemas

22705/1001336 - Inteligência Artificial
2019/1 - Turma A
Prof. Dr. Murilo Naldi

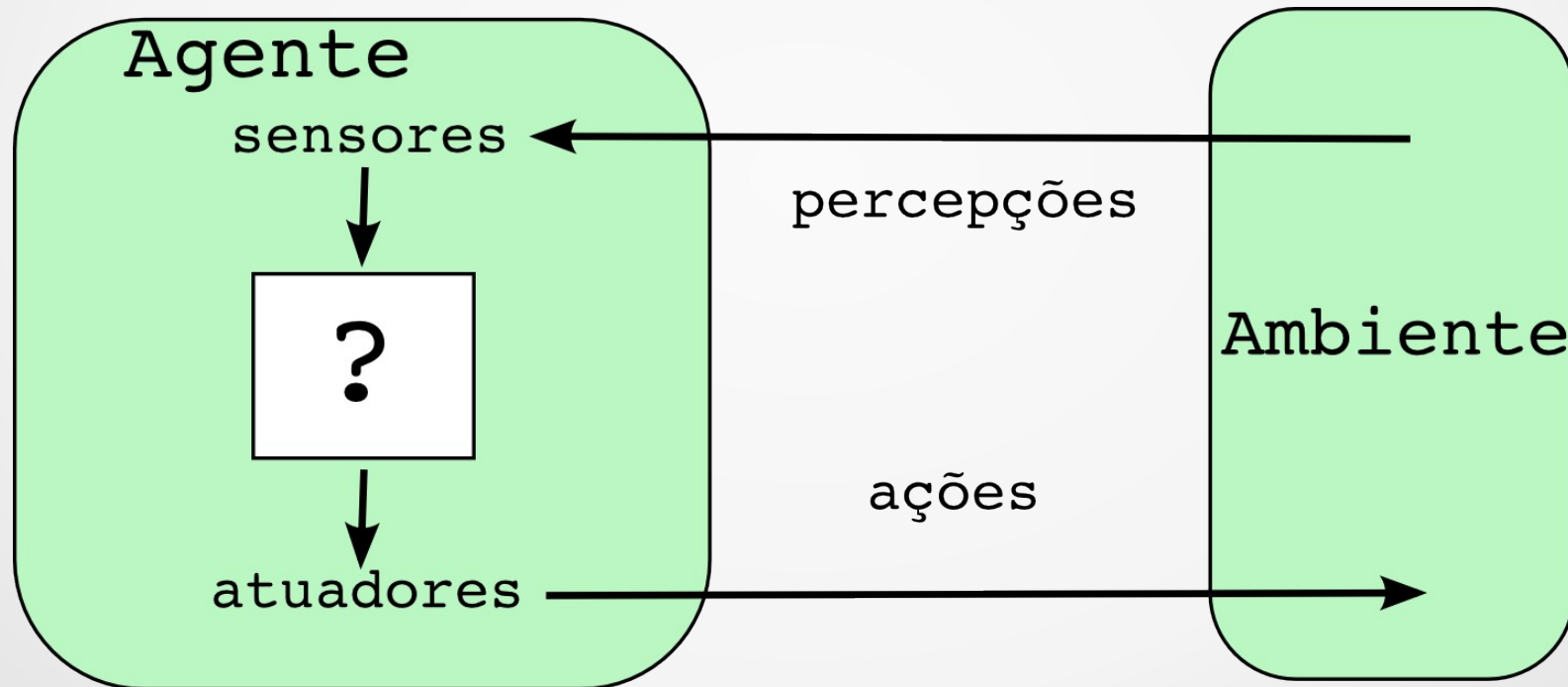
naldi@dc.ufscar.br

Agradecimentos

- Agradecimentos pela base do material utilizado nesta aula foi cedido ou adaptado do material dos professores Andréia Bonfante, Heloísa Camargo, Ricardo Campello e Ricardo Cerri.

Agente Inteligente

- Agente é tudo capaz de perceber seu ambiente e agir sobre esse ambiente.



Tomada de decisão

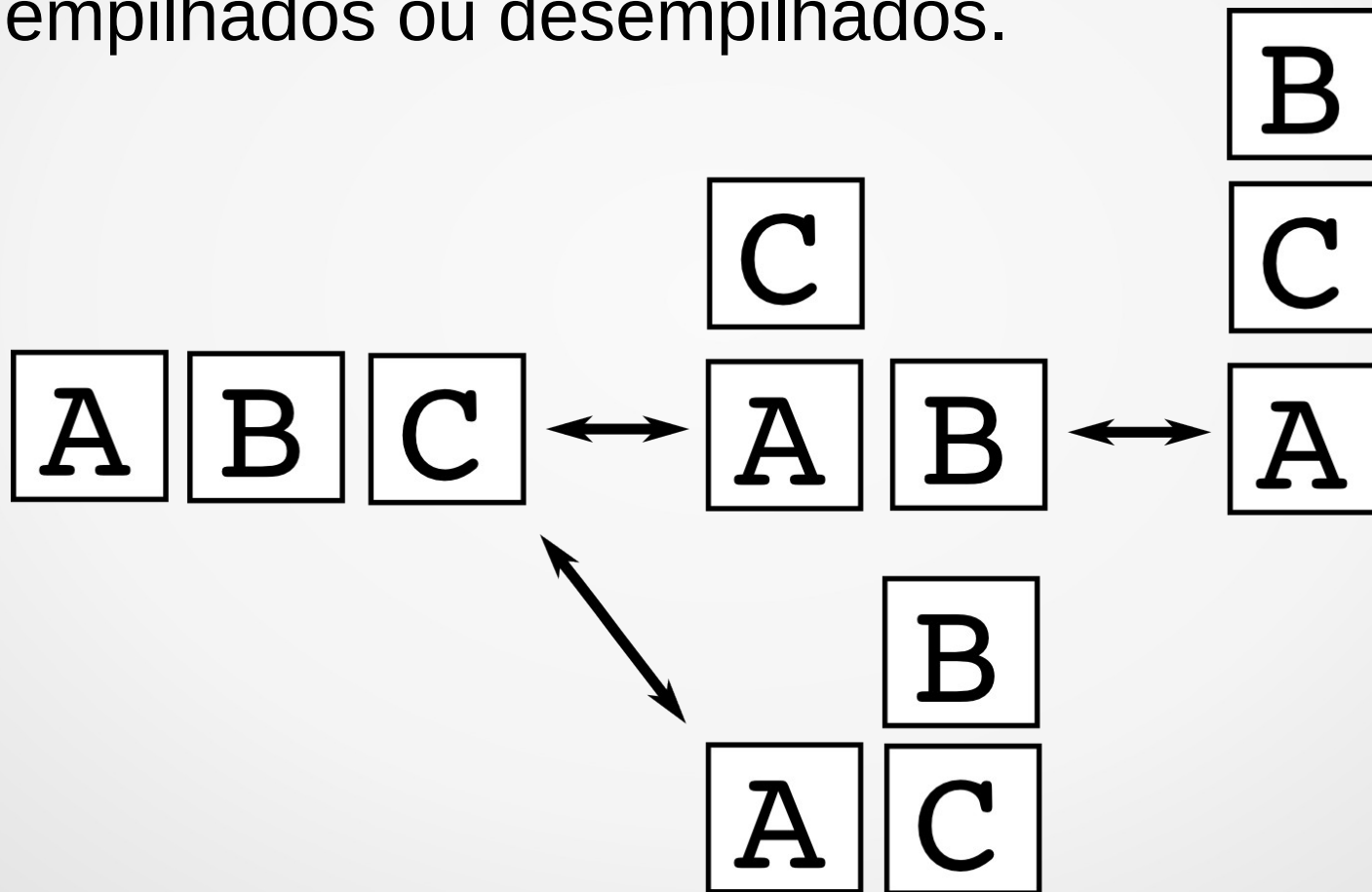
- Dada uma percepção do ambiente, qual ação tomar?
 - Existem diversas formas
 - Motor de inferência lógica (Prolog)
 - Modelo de um classificador
 - ... dentre outros.
- Podemos utilizar o Prolog para solucionar problemas de estado, em que:
 - **Estado** é definido pela percepção do ambiente
 - **Ação** modifica o ambiente

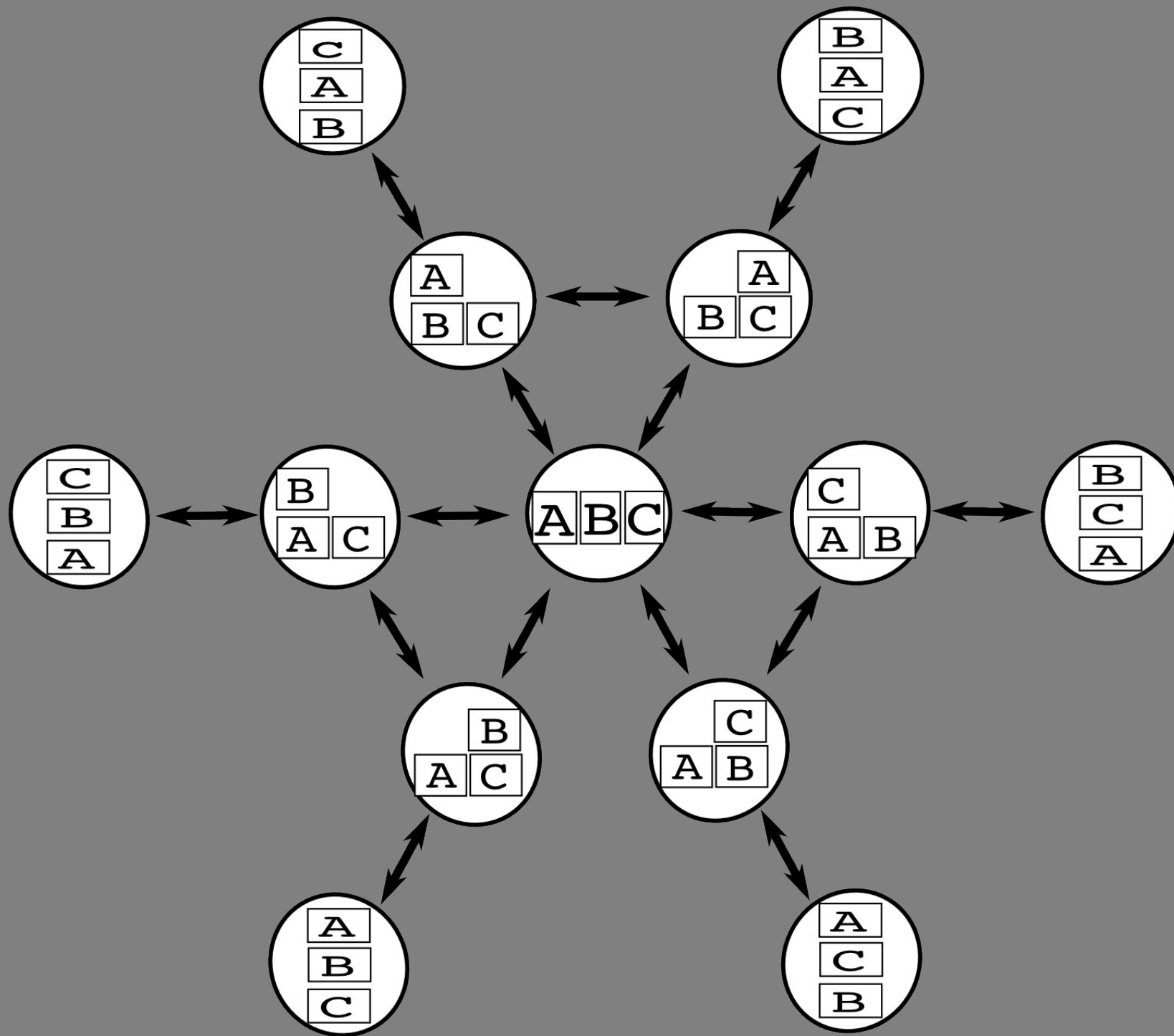
Problemas de estado

- Problemas de estado podem ser representados em um espaço de estados
- Um espaço de estados pode ser visto como um grafo em que:
 - Os nós são os estados do problema
 - As arestas são as ações que causam transições entre esses estados
- O agente deve aplicar as ações necessárias para modificar o ambiente até que ele consiga encontrar o estado objetivo.

Exemplo

- Problema de blocos: três blocos A, B e C podem ser empilhados ou desempilhados.





Definir problema de estados

- Em essência, grafo é apenas uma ilustração
 - Não é prático gerar um grafo do espaço de estados completo para cada problema
- Portanto, os problemas geralmente são representados pelos estados e transições (ações).
 - Estados são representados por objetos
 - Simples ou compostos (funções, listas, etc.)
 - Transições são representadas por ações
 - Predicados de relações entre estados

Definir estados

- Em Prolog, são objetos que contém todas as informações necessárias para definir um estado (ambiente) do problema
- Exemplo:
 - No problema de blocos, temos até três pilhas
 - cuja ordem horizontal é irrelevante
 - As pilhas por sua vez são representadas por listas, dentro de uma lista
 - `[[],[c,a,b],[]]` ou `[[],[a,b],[c]]` ou `[[a],[b],[c]]`

-

Exemplo transições

- A transição do problema dos blocos consiste em remover um bloco do topo de uma pilha e colocar em outra

- Para isso, iremos utilizar a remoção de lista m Prolog (dada na aula anterior):

`retirar_elemento(Elem,[Elem|Cauda],Cauda).`

`retirar_elemento(Elem,[Elem1|Cauda],[Elem1|Cauda1]) :- retirar_elemento(Elem,Cauda,Cauda1).`

Exemplo transições

- No problema dos blocos, uma situação é sucessora de X se houver duas pilhas em X, $L1 = [C1|P1]$ e $L2$, tais que o bloco do topo $C1$ (cabeça) de $L1$ é movido para $L2$
- Em Prolog, desmontamos o estado X e usamos as pilhas para montar seu sucessor, o estado Y

$s(X, [P1, [C1|L2] \mid \text{Resto}]):-$

$\text{retirar_elemento}([C1|P1], X, \text{Outros}), \% \text{acha } P1$

$\text{retirar_elemento}(L2, \text{Outros}, \text{Resto}), \% \text{acha } L2$

$\text{not}((P1 = [], L2 = [])). \% \text{evite formar pilha igual}$

Exemplo consulta

? – $s([a,b],[c],[], [[b],[a,c],[]])$.

Inferência (unificações):

C1 = ?

P1 = ?

Outros = ?

L2 = ?

Resto = ?

Resultado: ?

Exemplo consulta

? – $s([a,b],[c],[], [[b],[a,c],[]])$.

Inferência (unificações):

C1 = a

P1 = ?

Outros = ?

L2 = ?

Resto = ?

Resultado: ?

Exemplo consulta

? – $s([a,b],[c],[], [[b],[a,c],[]])$.

Inferência (unificações):

$C1 = a$

$P1 = [b]$

Outros = ?

$L2 = ?$

Resto = ?

Resultado: ?

Exemplo consulta

? – $s([a,b],[c],[] , [[b],[a,c],[]])$.

Inferência (unificações):

$C1 = a$

$P1 = [b]$

Outros = $[[c],[]]$

$L2 = ?$

Resto = ?

Resultado: ?

Exemplo consulta

? – $s([a,b],[c],[], [[b],[a,c],[]])$.

Inferência (unificações):

$C1 = a$

$P1 = [b]$

$\text{Outros} = [[c],[]]$

$L2 = [c]$

$\text{Resto} = ?$

Resultado: ?

Exemplo consulta

? – $s([a,b],[c],[], [[b],[a,c],[]])$.

Inferência (unificações):

$C1 = a$

$P1 = [b]$

$\text{Outros} = [[c],[]]$

$L2 = [c]$

$\text{Resto} = [[]]$

Resultado: ?

Exemplo consulta

? – $s([a,b],[c],[], [[b],[a,c],[]])$.

Inferência (unificações):

$C1 = a$

$P1 = [b]$

$\text{Outros} = [[c],[]]$

$L2 = [c]$

$\text{Resto} = [[]]$

Resultado: true

Exemplo de consulta

? – $s([[a,b],[c],[]], X)$.

$X = [[b], [a, c], []]$;

Exemplo de consulta

? – $s([[a,b],[c],[]], X)$.

$X = [[b], [a, c], []]$;

$X = [[b], [a], [c]]$;

Exemplo de consulta

? – $s([[a,b],[c],[]], X)$.

$X = [[b], [a, c], []]$;

$X = [[b], [a], [c]]$;

$X = [[], [c, a, b], []]$;

false % não encontra mais soluções

Outra forma?

- Da forma que definimos $s(X,Y)$, Y deve obedecer uma ordem das pilhas: pilha que perde, pilha que recebe, resto.
- Podemos generalizar melhor essa transição, de forma que a ordem das pilhas de Y não importe?

Outra forma?

- Da forma que definimos $s(X,Y)$, Y deve obedecer uma ordem das pilhas: pilha que perde, pilha que recebe, resto.
- Podemos generalizar melhor essa transição, de forma que a ordem das pilhas de Y não importe?

$s(X,Y):-$

$\text{retirar_elemento}([C1|P1], X, \text{Outros}),$

$\text{retirar_elemento}(L2, \text{Outros}, [L3|_]),$

$\text{not}((P1 = [], L2 = [])),$

$\text{pertence}([C1|L2], Y), \text{pertence}(P1, Y), \text{pertence}(L3, Y),$
 $\text{conta}(Y, 3).$

Outra forma?

- Quais as vantagens e desvantagens dessa nova regra de transição em relação a antiga? (teste e resposta)

s(X,Y):-

retirar_elemento([C1|P1], X, Outros),

retirar_elemento(L2, Outros, [L3|_]),

not((P1 = [], L2 = [])),

pertence([C1|L2],Y), pertence(P1,Y), pertence(L3,Y),
conta(Y,3).

Definindo o problema

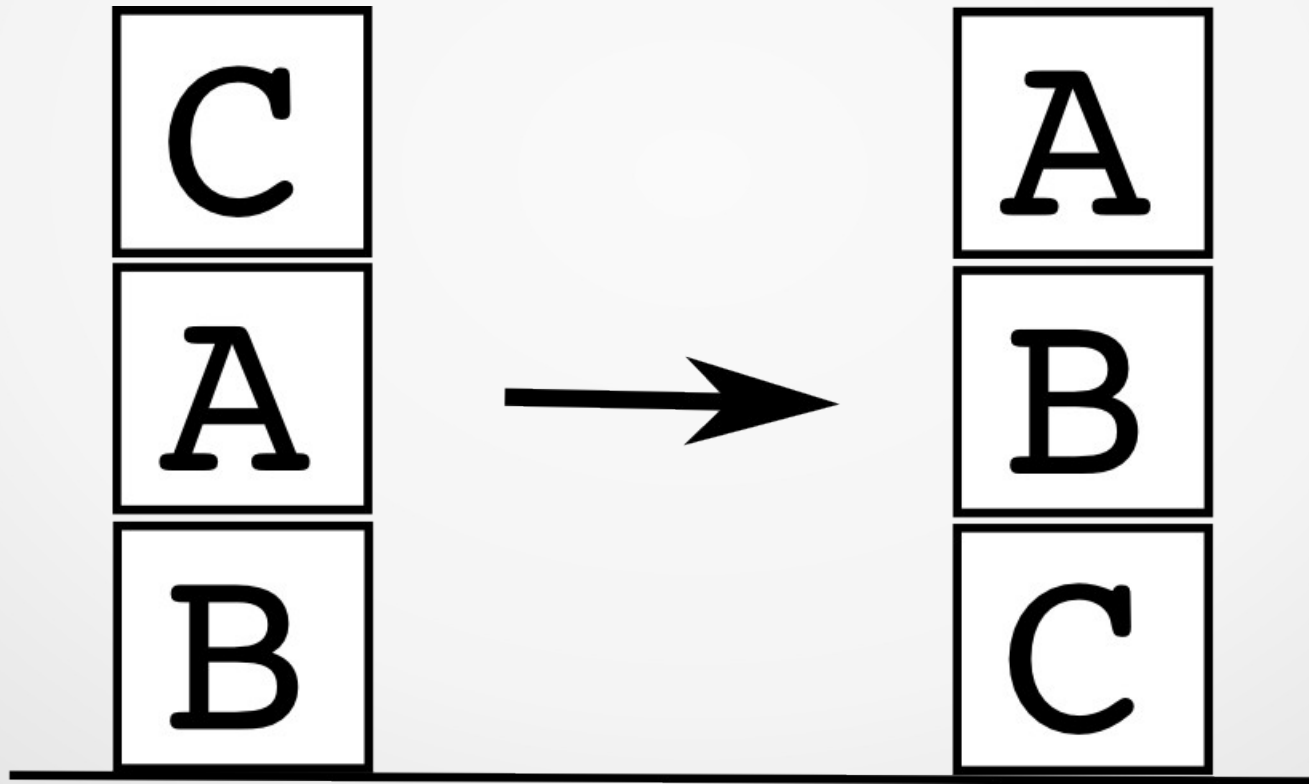
- Uma vez que definimos os estados e suas transições, podemos tentar responder a seguinte questão:
 - Dado um estado inicial, quais ações levam ao estado objetivo?
- Ou seja, desejamos descobrir um conjunto de estados ou/e ações que nos levam a esse objetivo!
 - O que é equivalente a buscar um caminho que vai do estado atual até esse objetivo!

Tipos de problemas

- Problemas podem possuir:
 - Um único estado inicial OU
 - Múltiplos estados iniciais
 - Nesse caso, escolhe-se um deles a cada execução.
 - Um único estado final OU
 - Múltiplos estados finais
 - Encontrar um caminho para qualquer estado final OU
 - Encontrar o melhor caminho para um dos estados finais

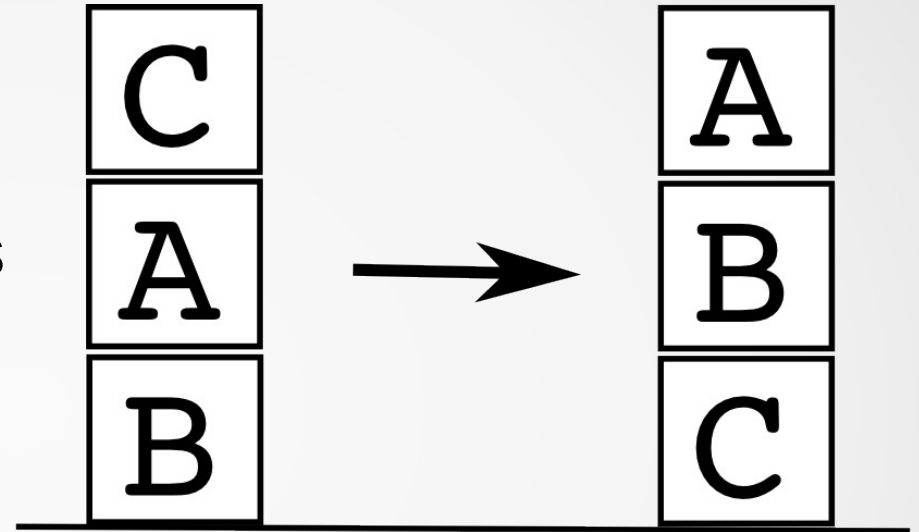
Problema dos blocos...

- Podemos definir os estados inicial e final do nosso problema de blocos da seguinte forma:



Definição do problema

- Estado inicial
 - $[[c,a,b],[],[]]$
- Estados objetivos possíveis
 - $[[a,b,c],[],[]]$
 - $[[],[a,b,c],[]]$
 - $[[],[],[a,b,c]]$
- Os **estados objetivos** podem ser definidos como:
 - $\text{meta}(X) \text{ :- } \text{pertence}([a,b,c],X)$
 - em que `pertence` verifica se um elemento pertence a uma lista (aula anterior)



E agora?

- Pronto, já sabemos como definir um espaço de estados e como definir um estado inicial e um estado final (ou nó no caso do grafo)
- Só falta saber **como encontrar o caminho!?**
- Diferentes estratégias podem ser utilizadas para escolher caminhos

Buscas

- Buscas são estratégias para encontrar caminhos entre o estado inicial e o final de um problema em um espaço de estados.
- Um mesmo problema pode ser resolvido por diferentes tipos de busca.
- Cabe ao programador saber escolher qual a mais apropriada.

Como avaliar?

- Métodos de busca são avaliados por meio das seguintes características:
 - **Completeza:** o algoritmo sempre encontra uma solução se ela existe?
 - **Complexidade de tempo:** número de estados visitados/expandidos
 - **Complexidade de espaço:** número máximo de estados na memória
 - **Admissibilidade:** um algoritmo é admissível se ele garante encontrar uma solução ótima, quando ela existe.

Conceitos importantes

- Os espaço de estados pode ser dividido em três partes durante a busca:
 - **Espaço explorado (E)**: consiste no conjunto de estados explorados durante a busca
 - **Fronteira (F)**: conjunto de estados sucessores aos explorados que não foram explorados ainda
 - **Espaço não explorado**: estados que existem, mas a busca não explorou e nem são sucessores de estados explorados

Métodos de busca

- Métodos de busca podem ser divididos em:
- Busca cega
 - (a seguir)
- Busca heurística
 - (a ser visto)

Busca Cega

- Também conhecida como busca não informada
 - Baseada somente no estado inicial
- É possível apenas conhecer quais estados são sucessores do estado atual
- **Não há nenhuma informação adicional** (ex.: o número de estados ou custo) sobre o caminho até a meta
- Importante para problemas nos quais não há informação adicional ao conjunto de estados explorados!

Alguns tipos de busca cega

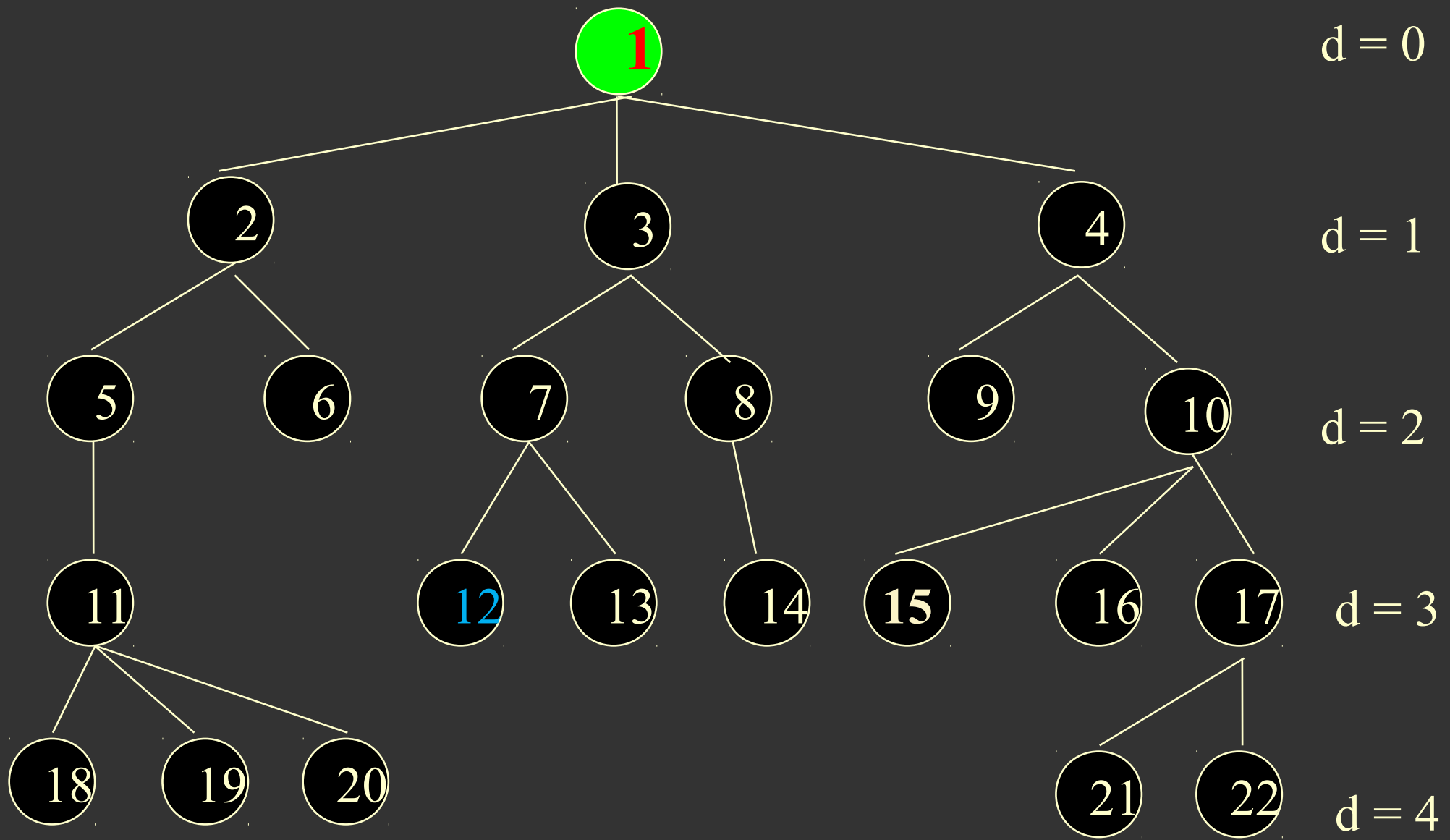
- Busca em Largura
- Busca de Custo Uniforme
- Busca em Profundidade
- Busca em Profundidade Limitada
- Profundidade Iterativa

Busca em largura

- Consiste em explorar pelo(s) objetivo(s) na ordem em que os estados são apresentados ao mecanismo de busca
- Novos estados são inseridos no **final** da lista de estados de fronteira (**F**)
- Para evitar repetição de caminhos, usa lista de espaços explorados (**E**)
- Tem esse nome porque quando aplicado em árvores (grafos conexos e acíclicos), a busca é feita lateralmente da esquerda para a direita!!

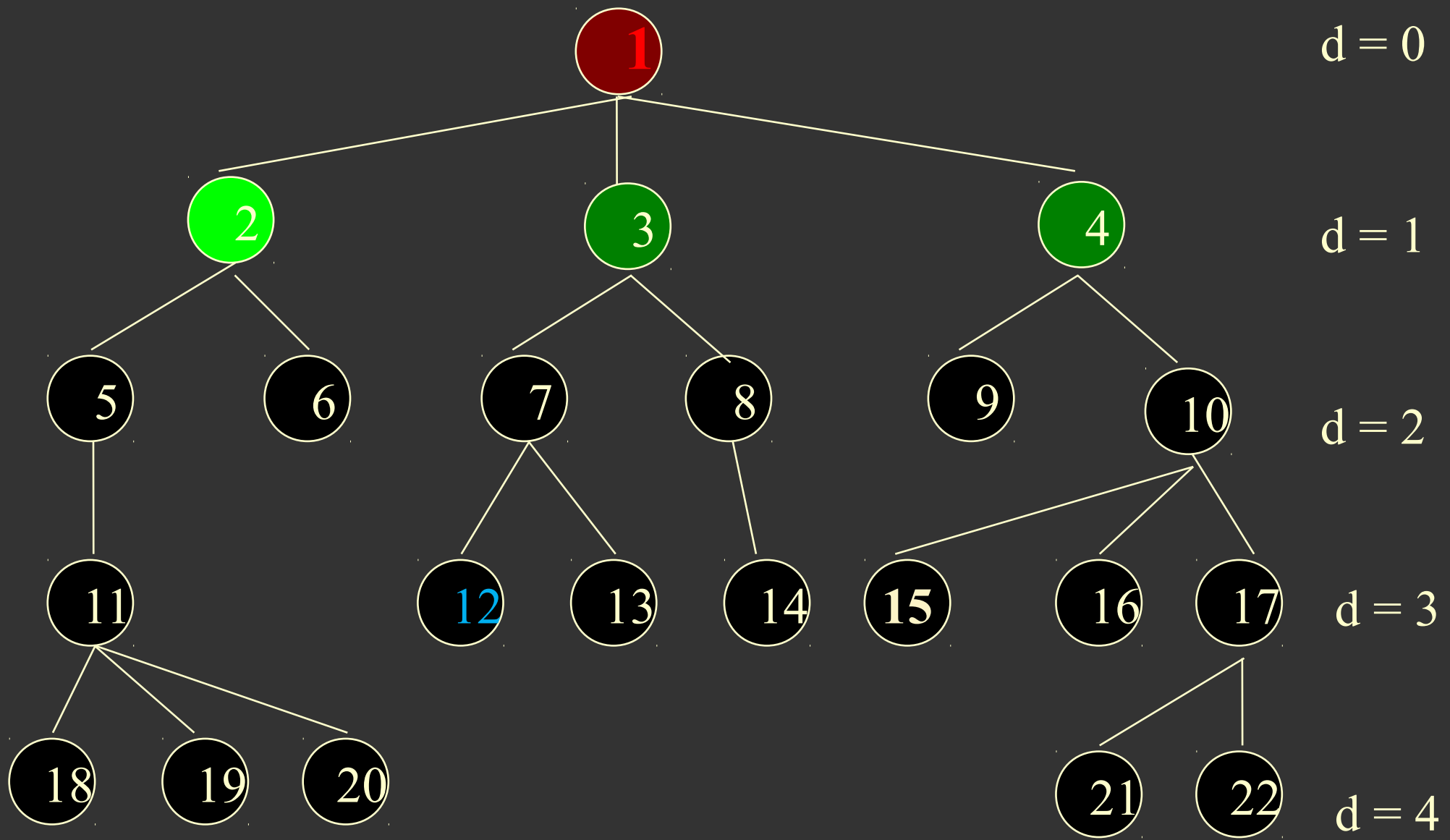
Algoritmo BL

- 1 Inserir os nós iniciais na lista de busca **F % fronteira**
- 2 Se **F** é vazio
 - 2.1 Então a busca não foi bem sucedida
- 3 Senão seja **n** o primeiro estado de **F**
 - 3.1 Se **n** é um estado meta então
 - 3.1.1 Retornar **n**
 - 3.2 Senão
 - 3.2.1 Remover **n** de **F** e inserir em **E % explorados**
 - 3.2.2 **Adicionar ao final de F** todos os sucessores de **n** que não estejam em **F** ou **E**
 - 3.2.3 Voltar ao passo 2



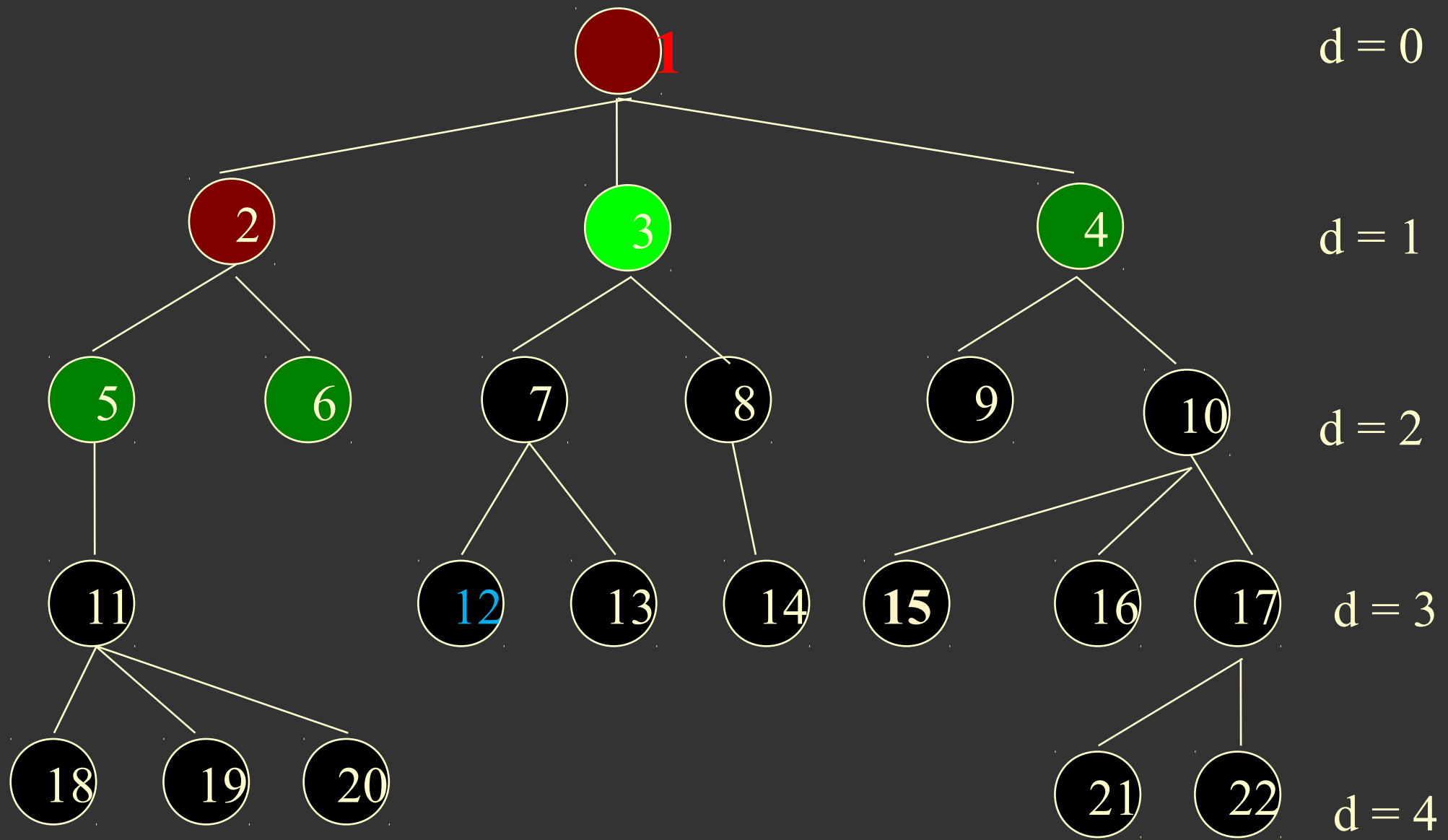
$$F = \{1\}$$

$$E = \{\}$$



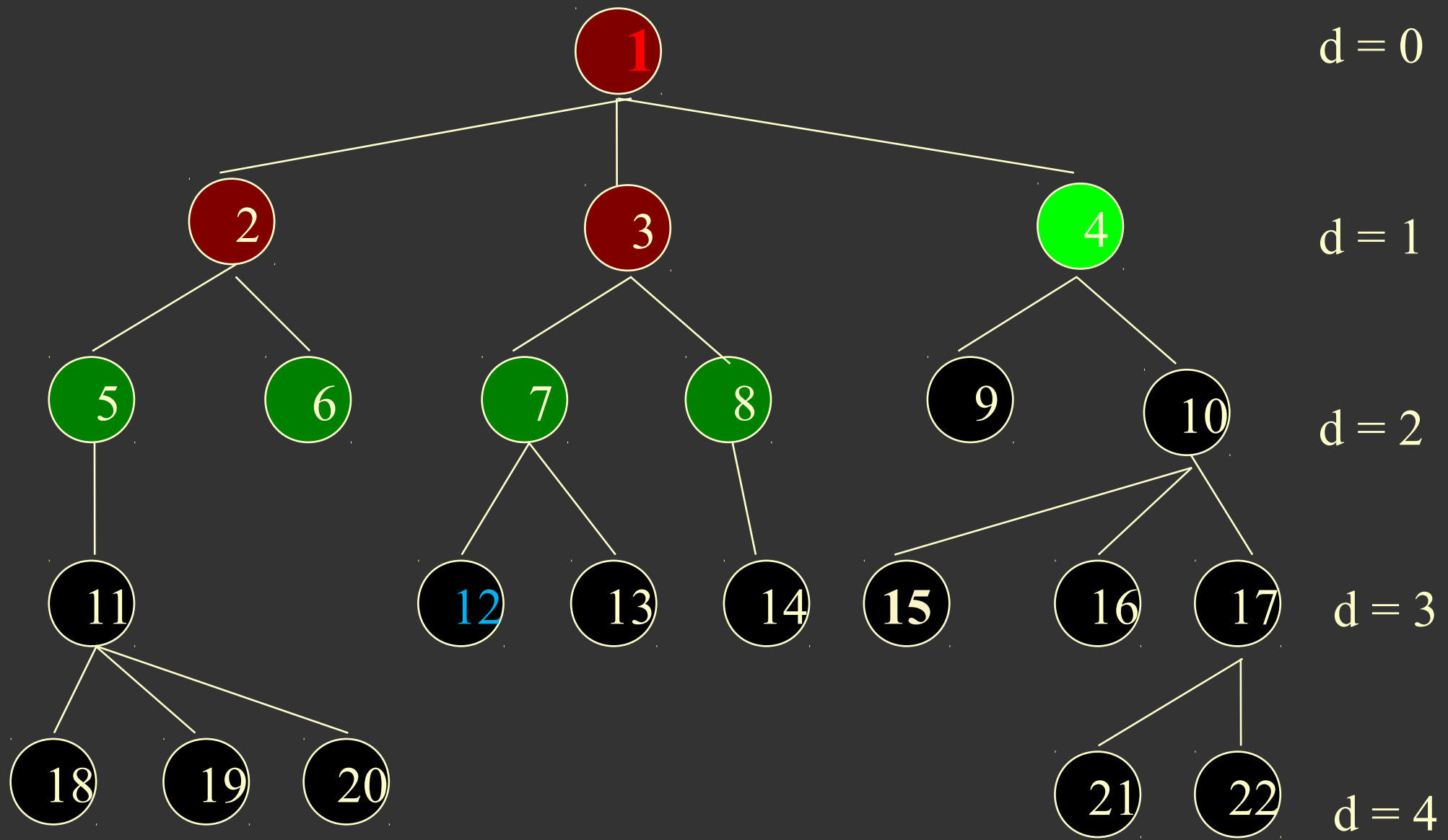
$F = \{2, 3, 4\}$

$E = \{1\}$



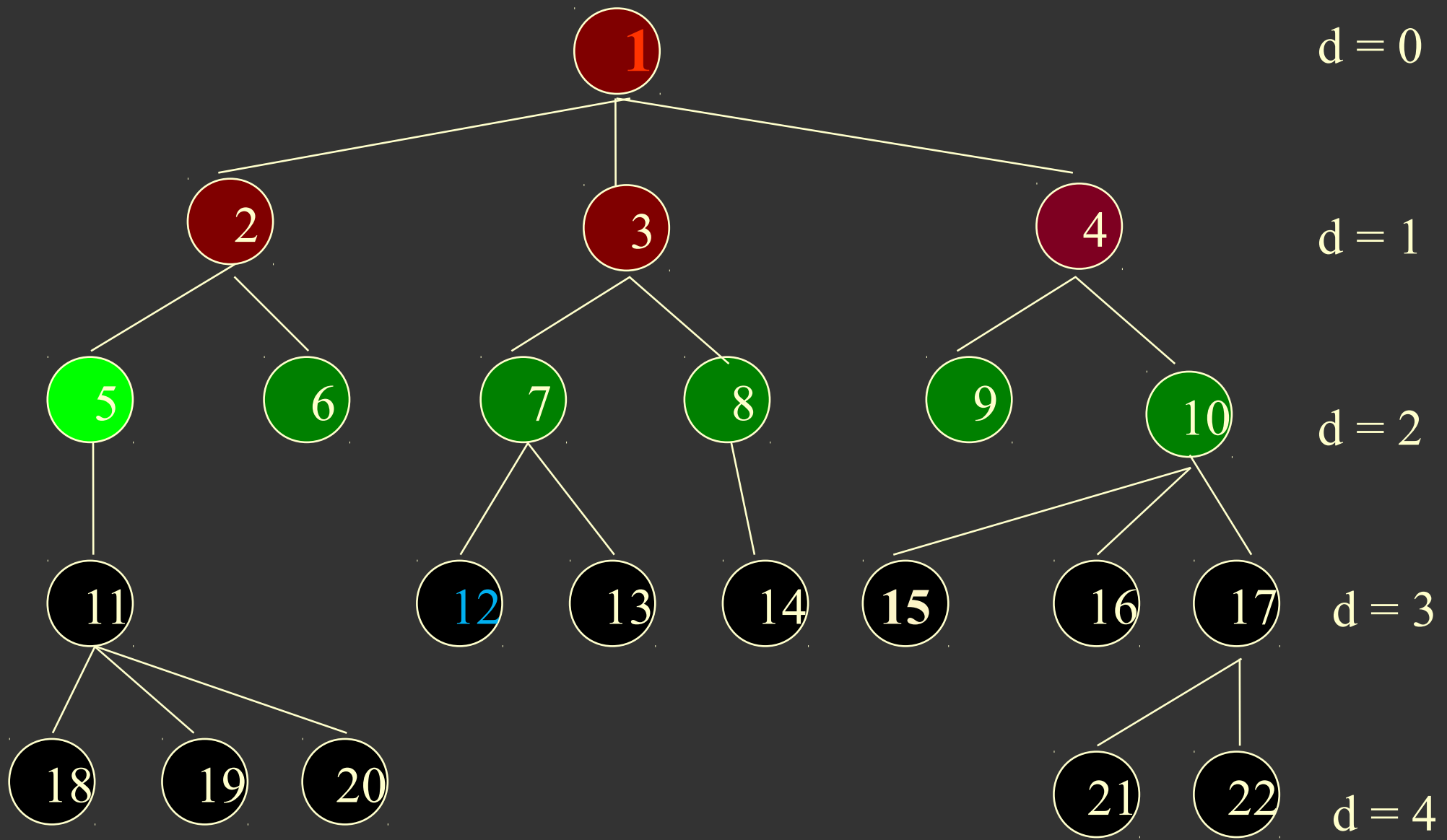
$$F = \{3, 4, 5, 6\}$$

$$E = \{1, 2\}$$



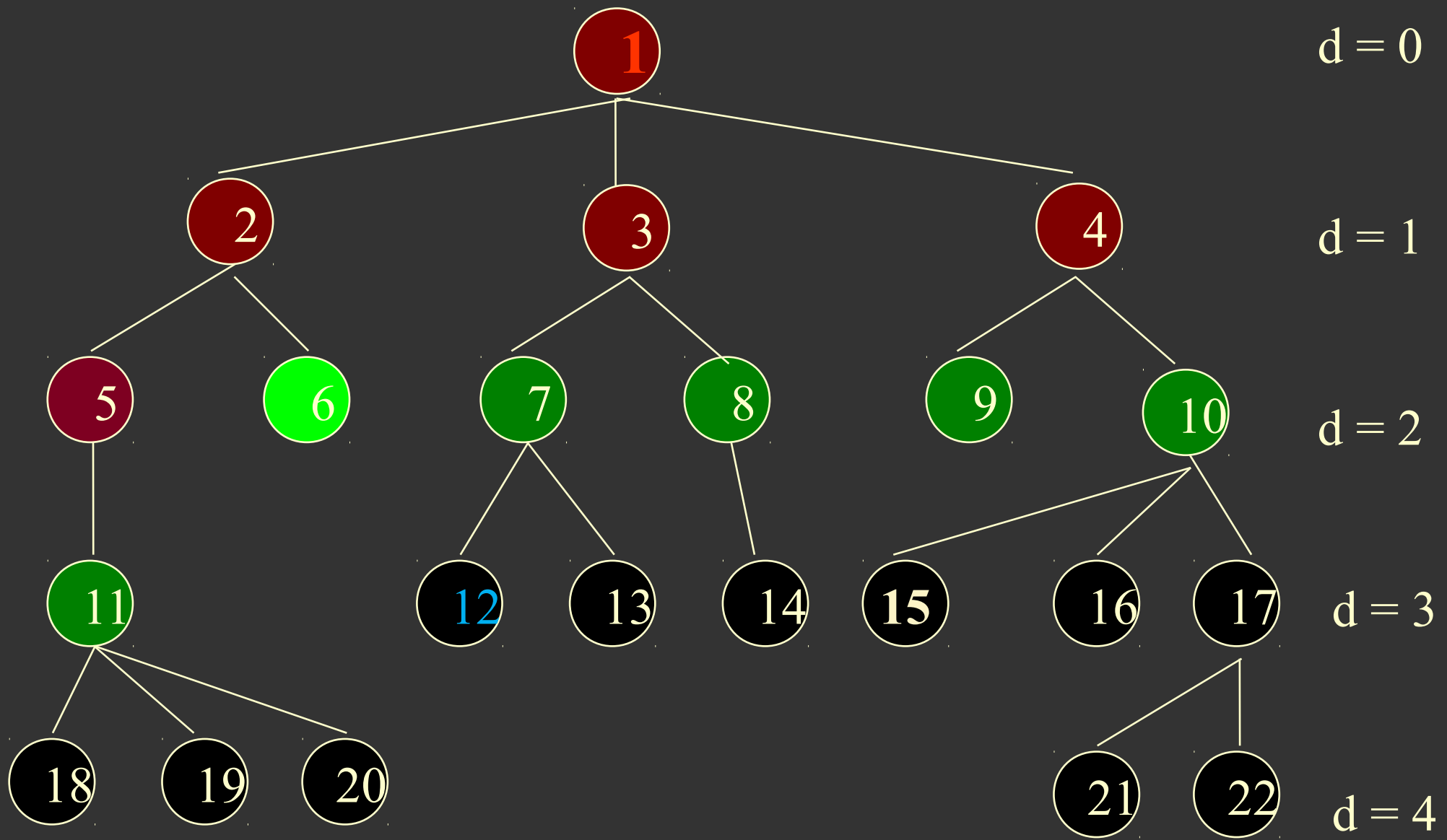
$$F = \{4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$E = \{1, 2, 3\}$$



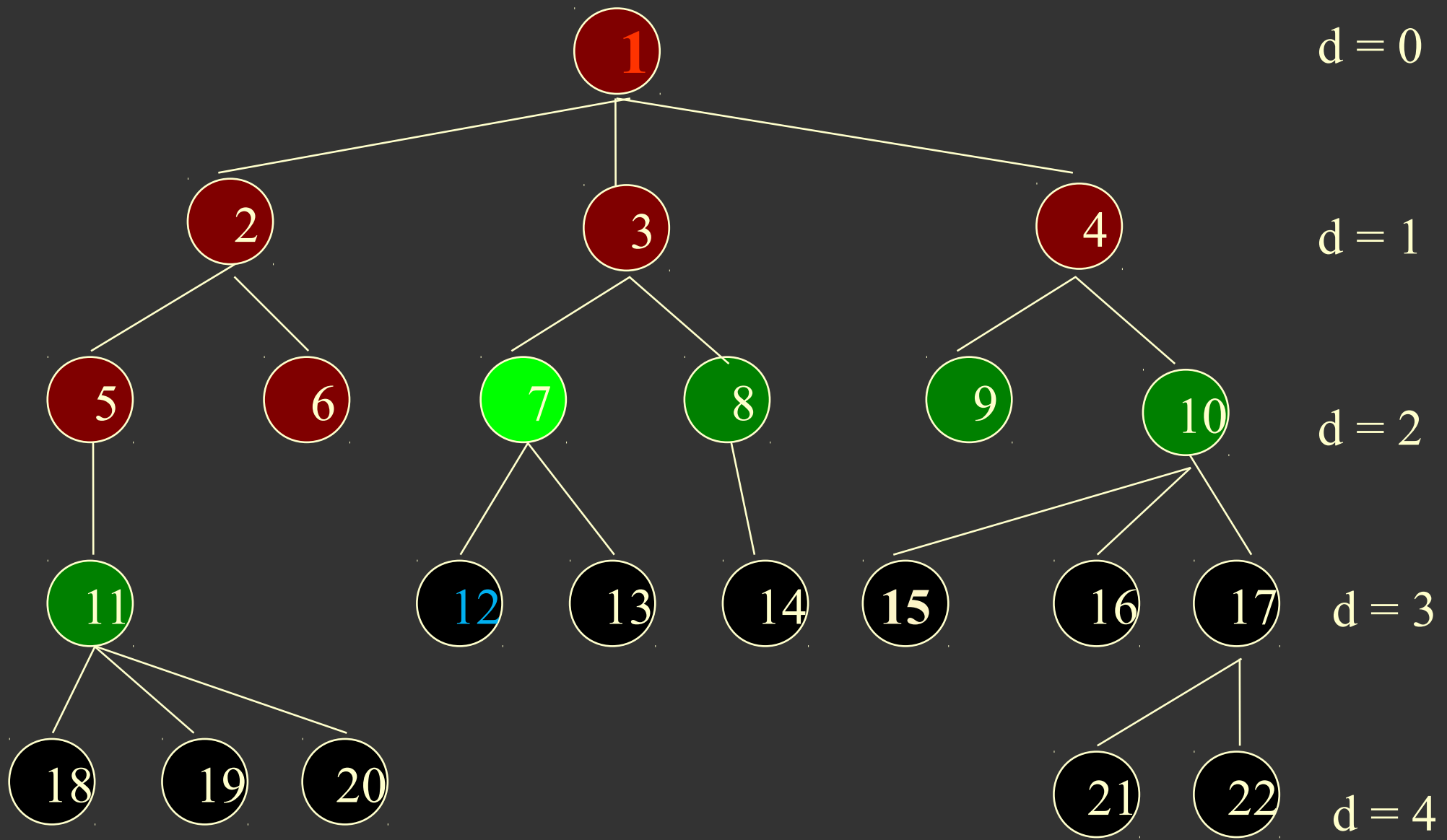
$F = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$E = \{1, 2, 3, 4\}$



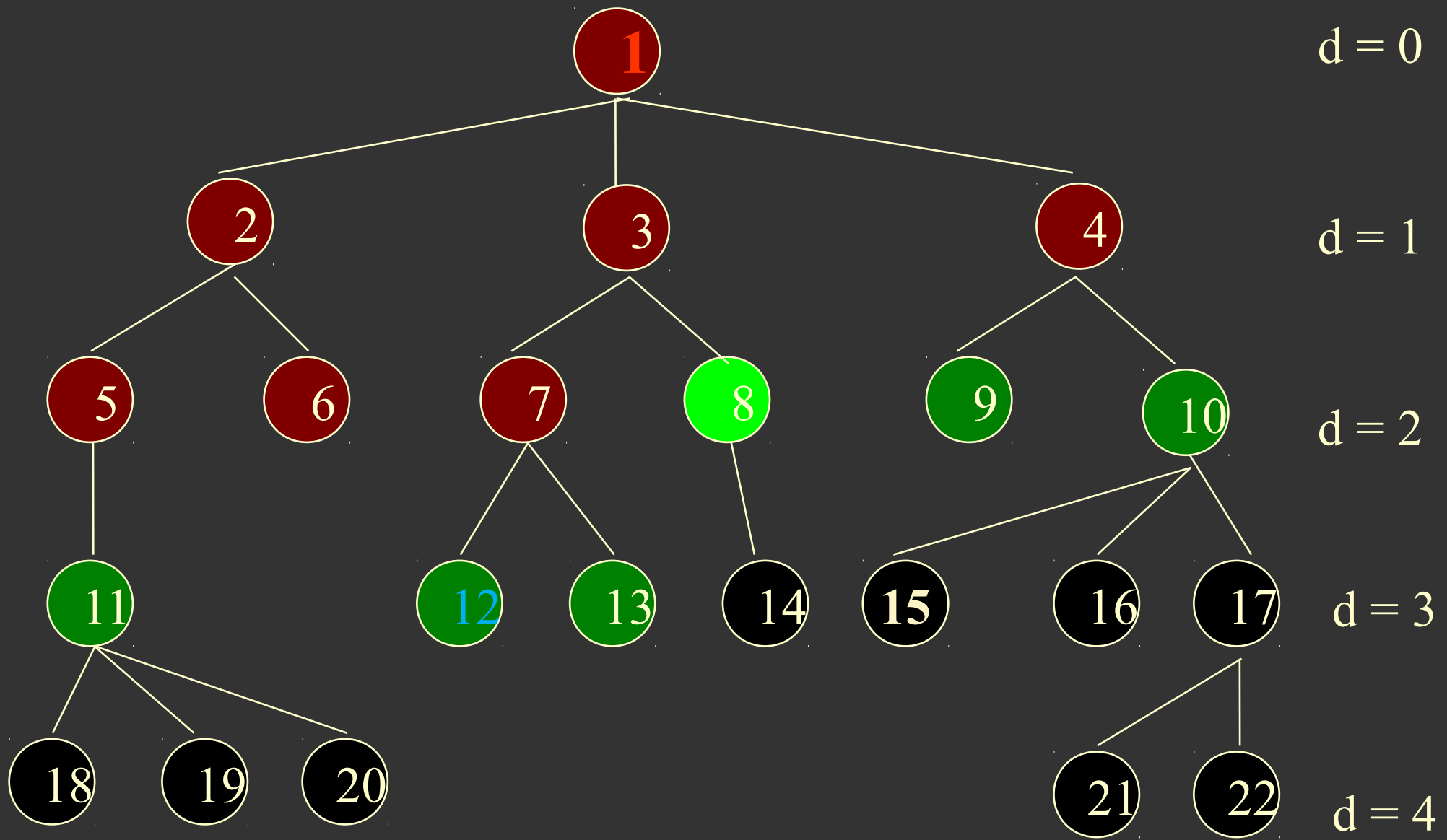
$F = \{6, 7, 8, 9, 10, 11\}$

$E = \{1, 2, 3, 4, 5\}$



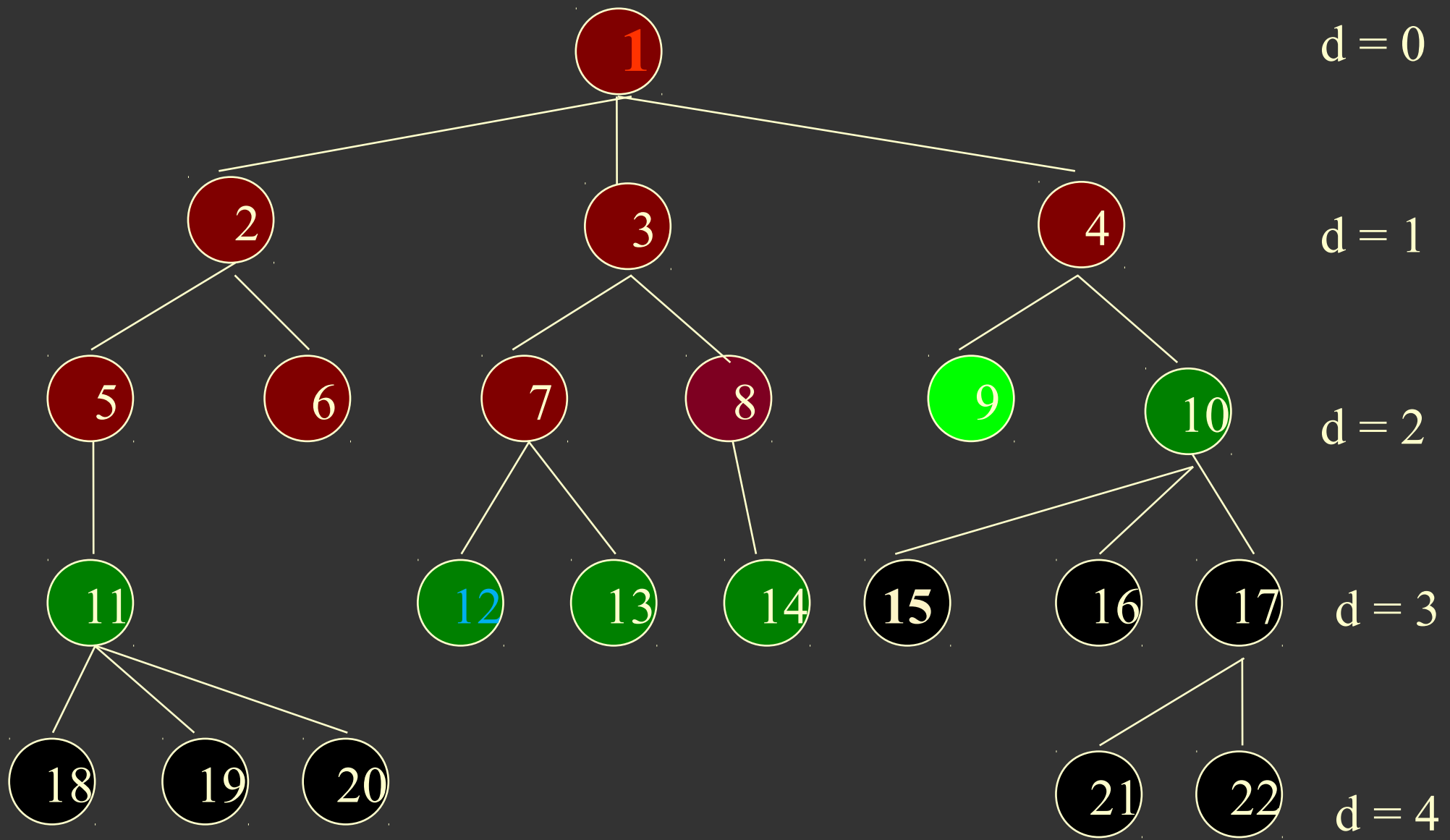
$F = \{7, 8, 9, 10, 11\}$

$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$



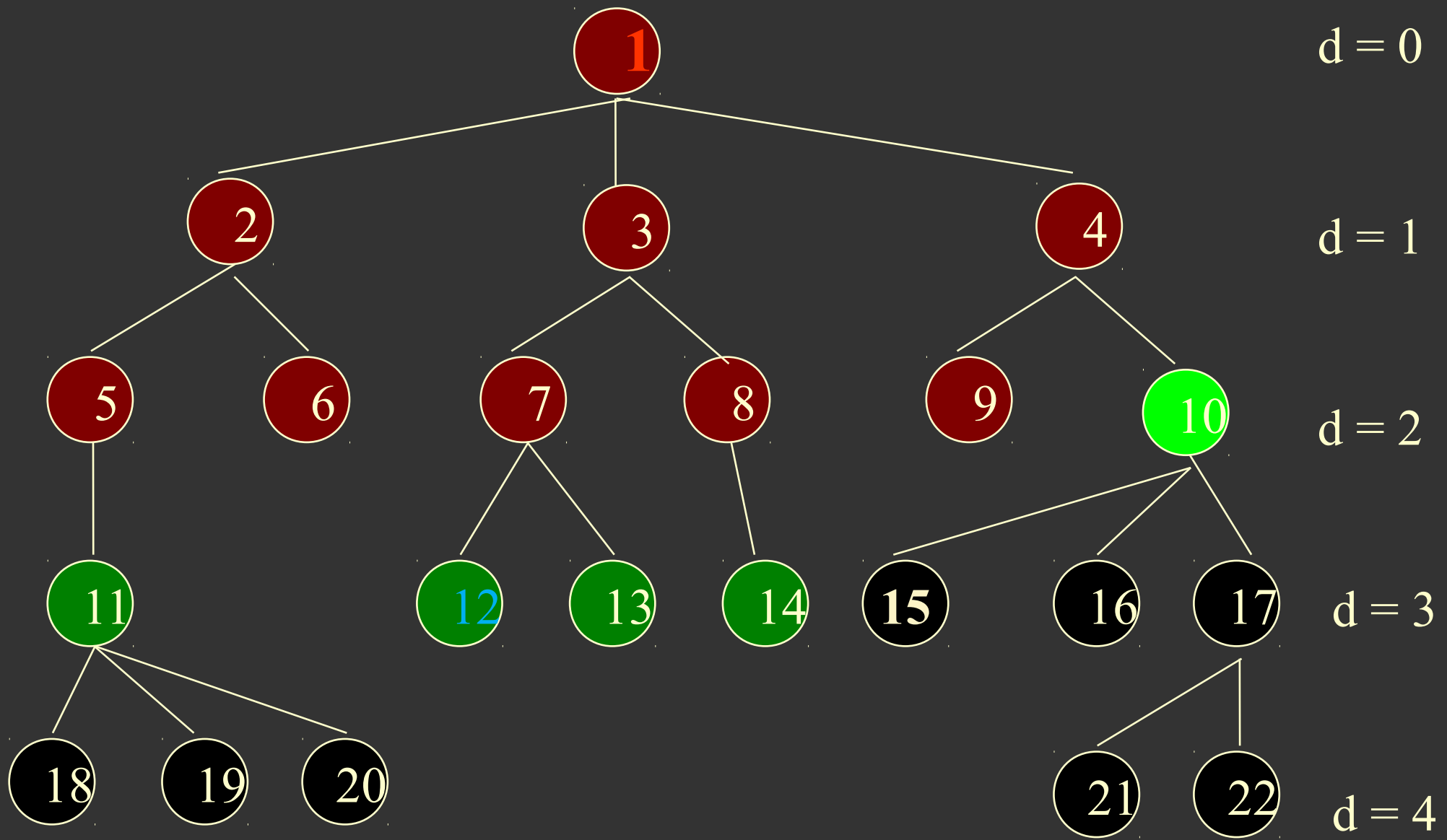
$F = \{8, 9, 10, 11, 12, 13\}$

$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$



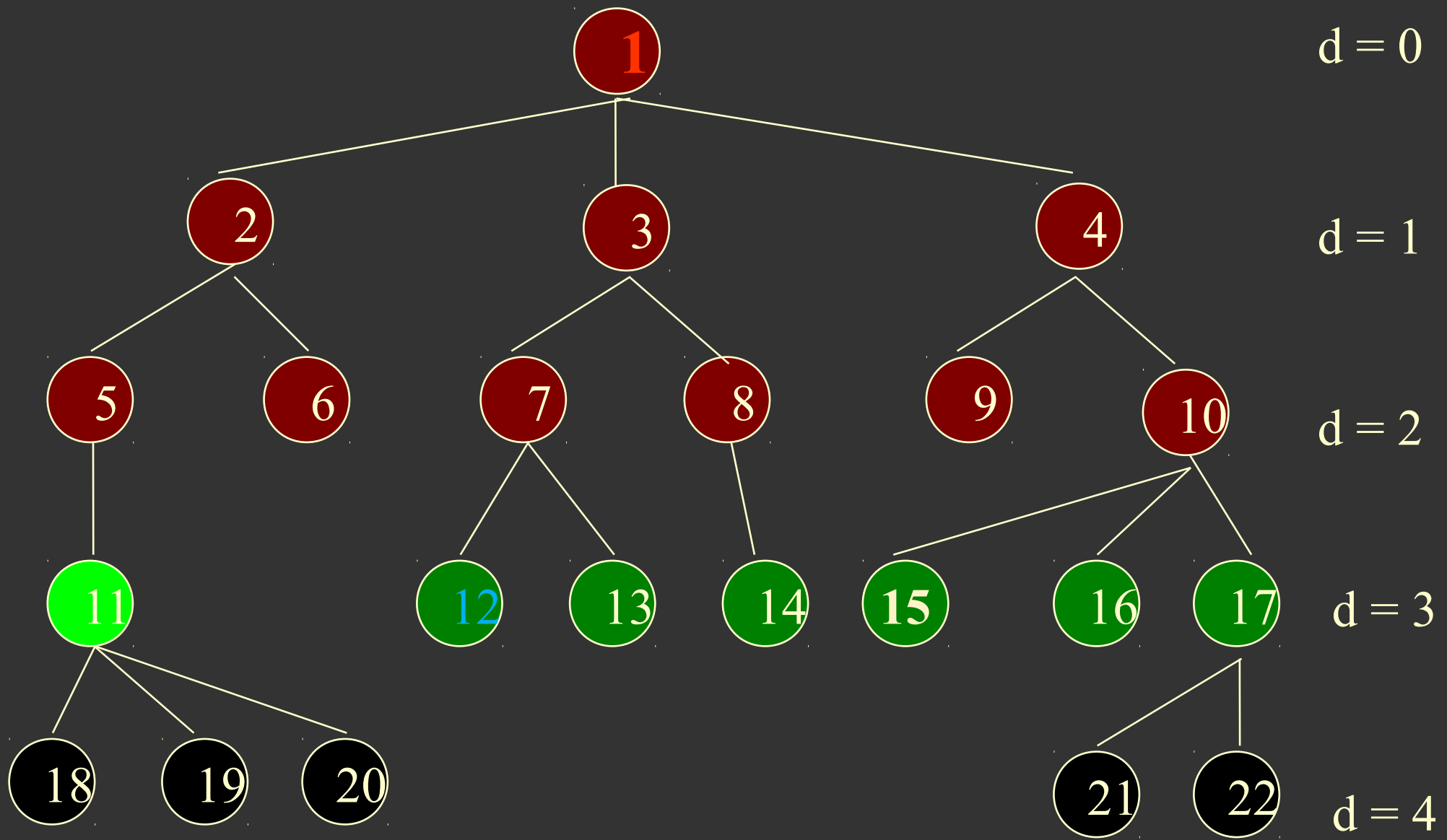
$F = \{9, 10, 11, 12, 13, 14\}$

$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$



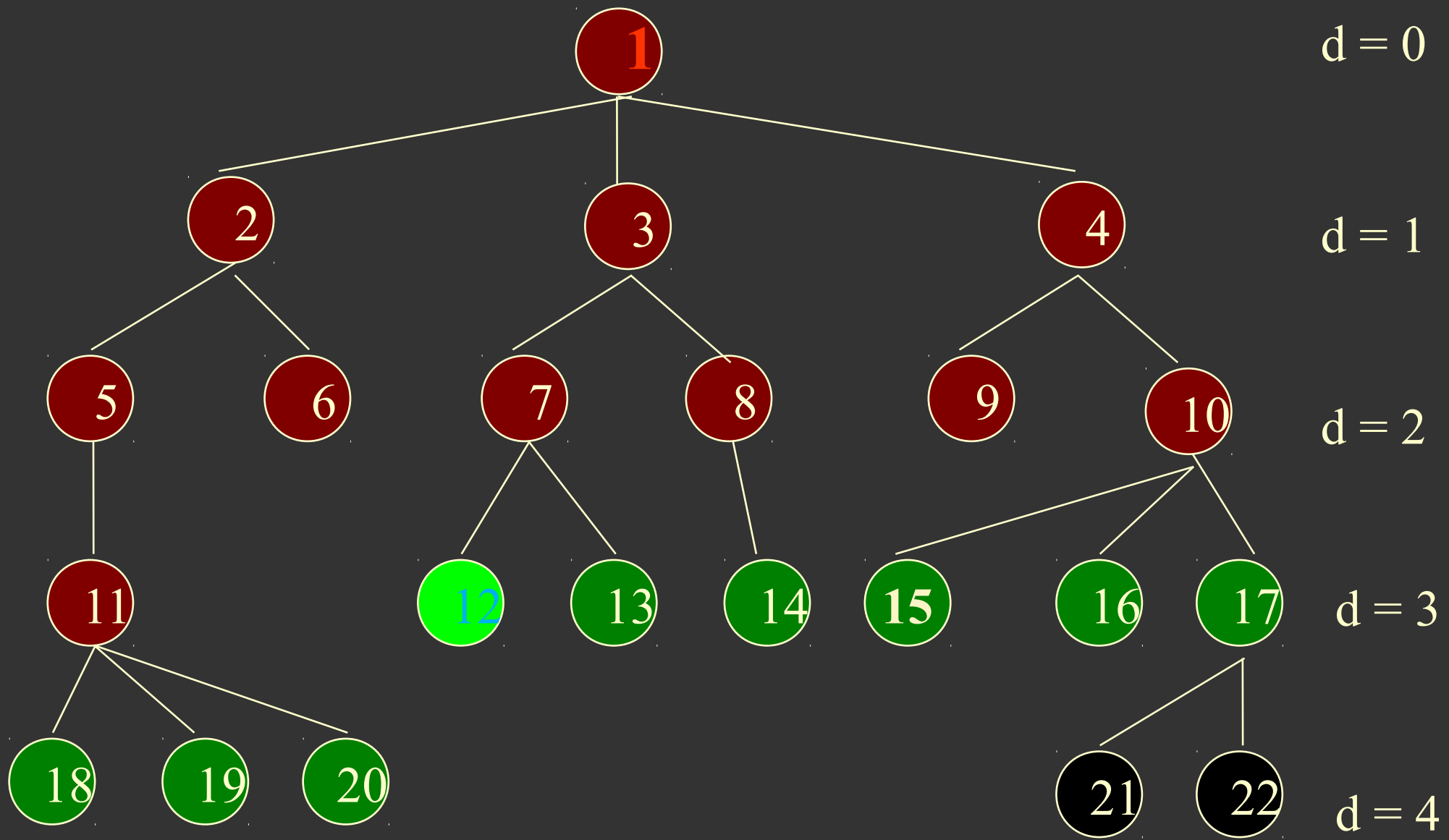
$F = \{10, 11, 12, 13, 14\}$

$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$



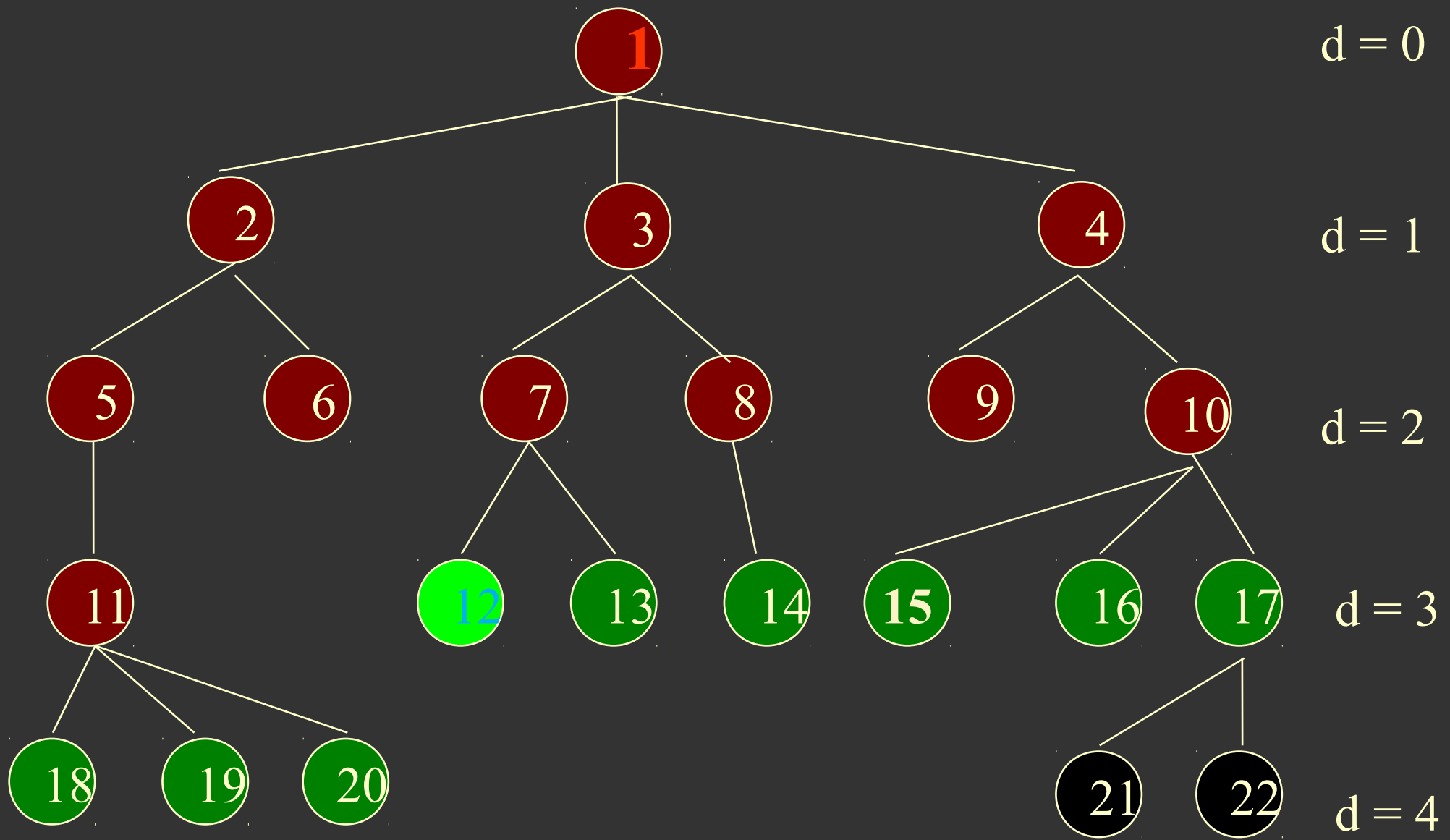
$F = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 17\}$

$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$



$F = \{12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$

$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$



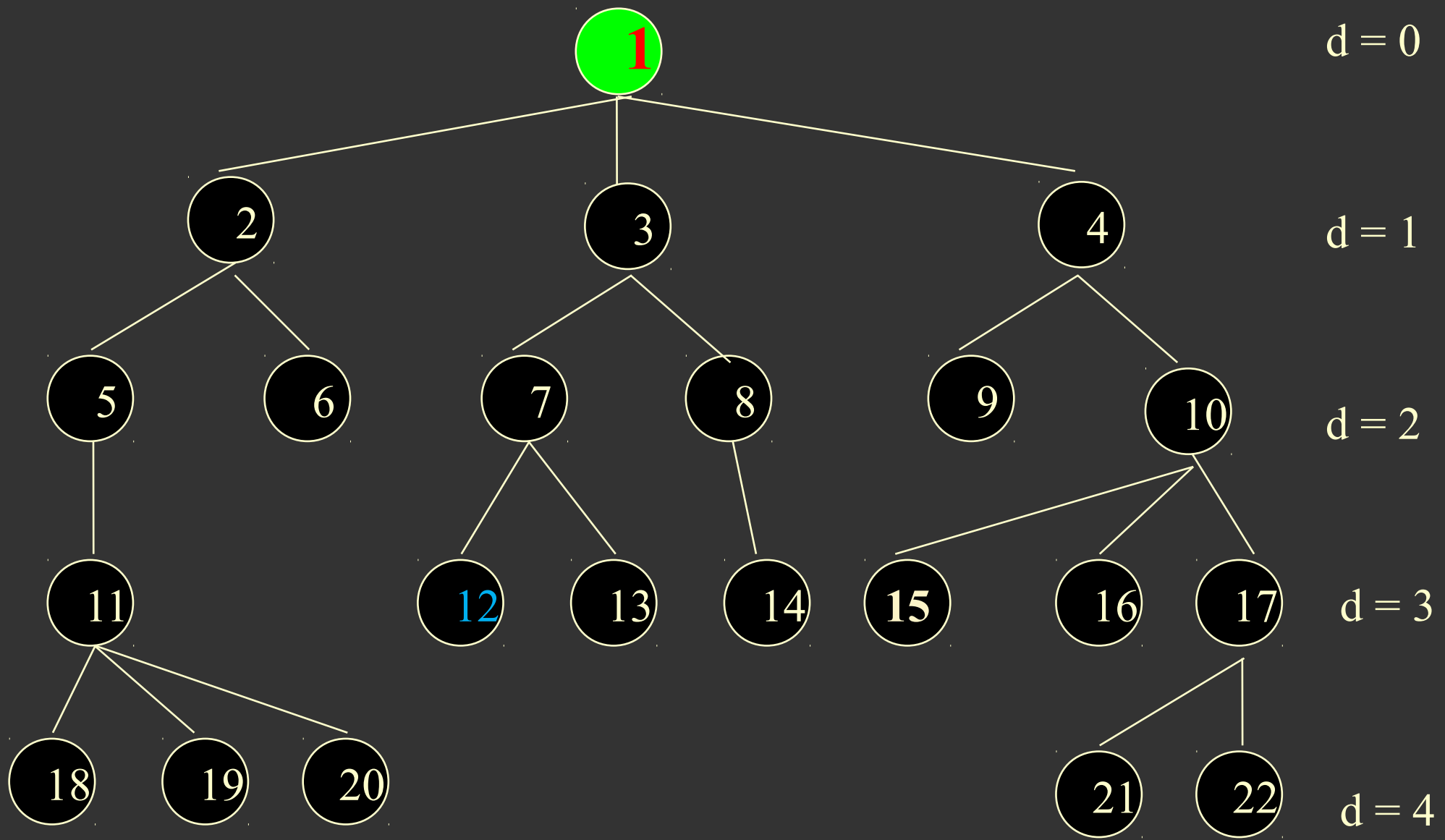
- Meta encontrada, mas cadê o caminho?

Caminho

- Na maioria das aplicações, não basta encontrar o objetivo
 - É preciso encontrar o caminho entre o estado inicial e o estado objetivo
 - Em alguns casos, é preciso armazenar as ações também!
- Para isso, armazenamos listas com os rótulos dos estados explorados que compõem o caminho
- Exemplo:
 - [12,7,3,1] % lista que indica o caminho do no inicial ao no meta

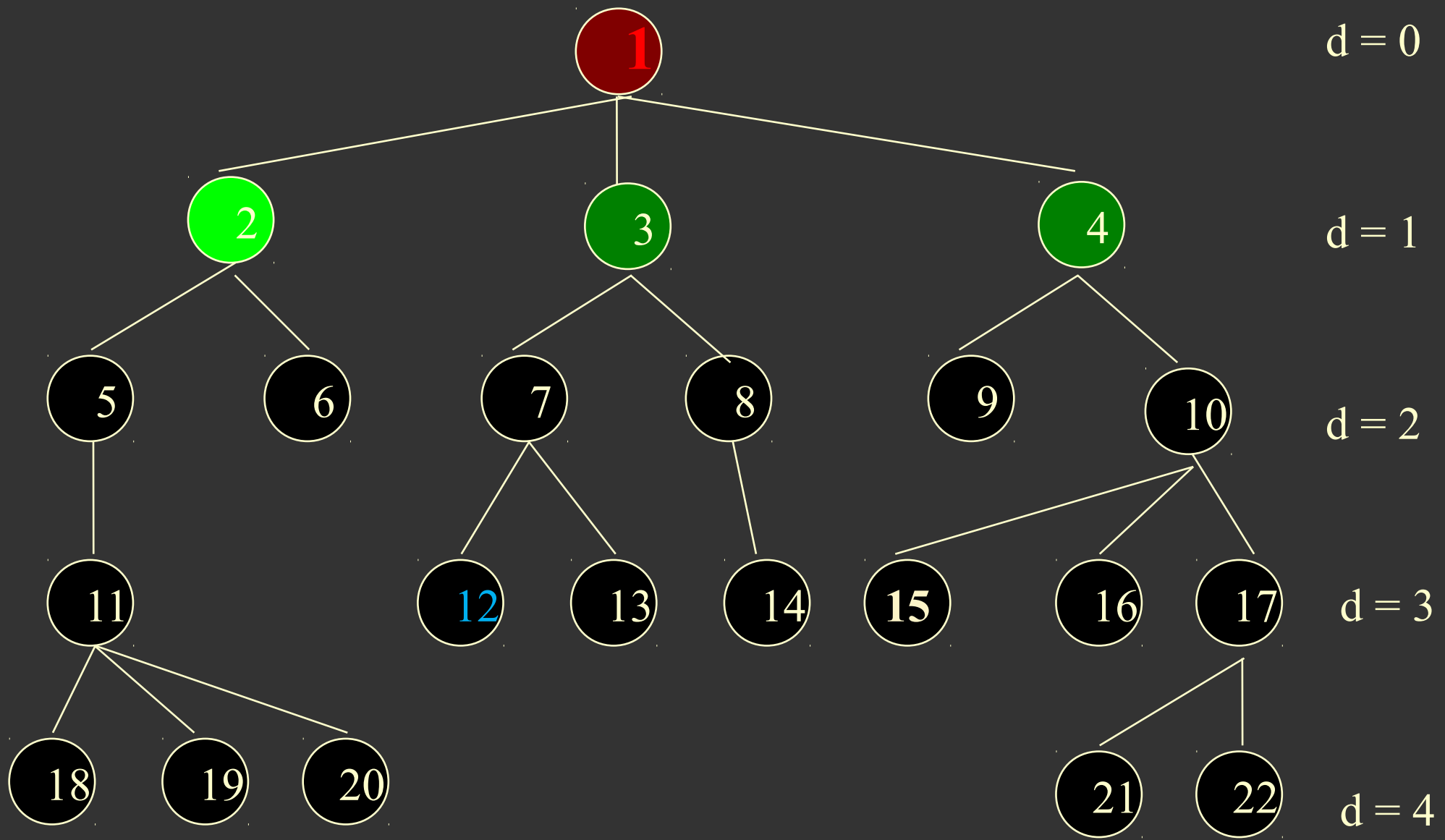
Algoritmo BL

- 1 Inserir os nós iniciais na lista de busca **F % fronteira**
- 2 Se **F** é vazio
 - 2.1 Então a busca não foi bem sucedida
- 3 Senão seja **n** o primeiro estado de **F**
 - 3.1 Se **n** é um estado meta então
 - 3.1.1 Retornar **n**
 - 3.2 Senão
 - 3.2.1 Remover **n** de **F** e inserir em **E % explorados**
 - 3.2.2 **Adicionar ao final de F** todos os sucessores de **n** que não estejam em **F** ou **E** junto com **n** e o caminho até o estado inicial
 - 3.2.3 Voltar ao passo 2



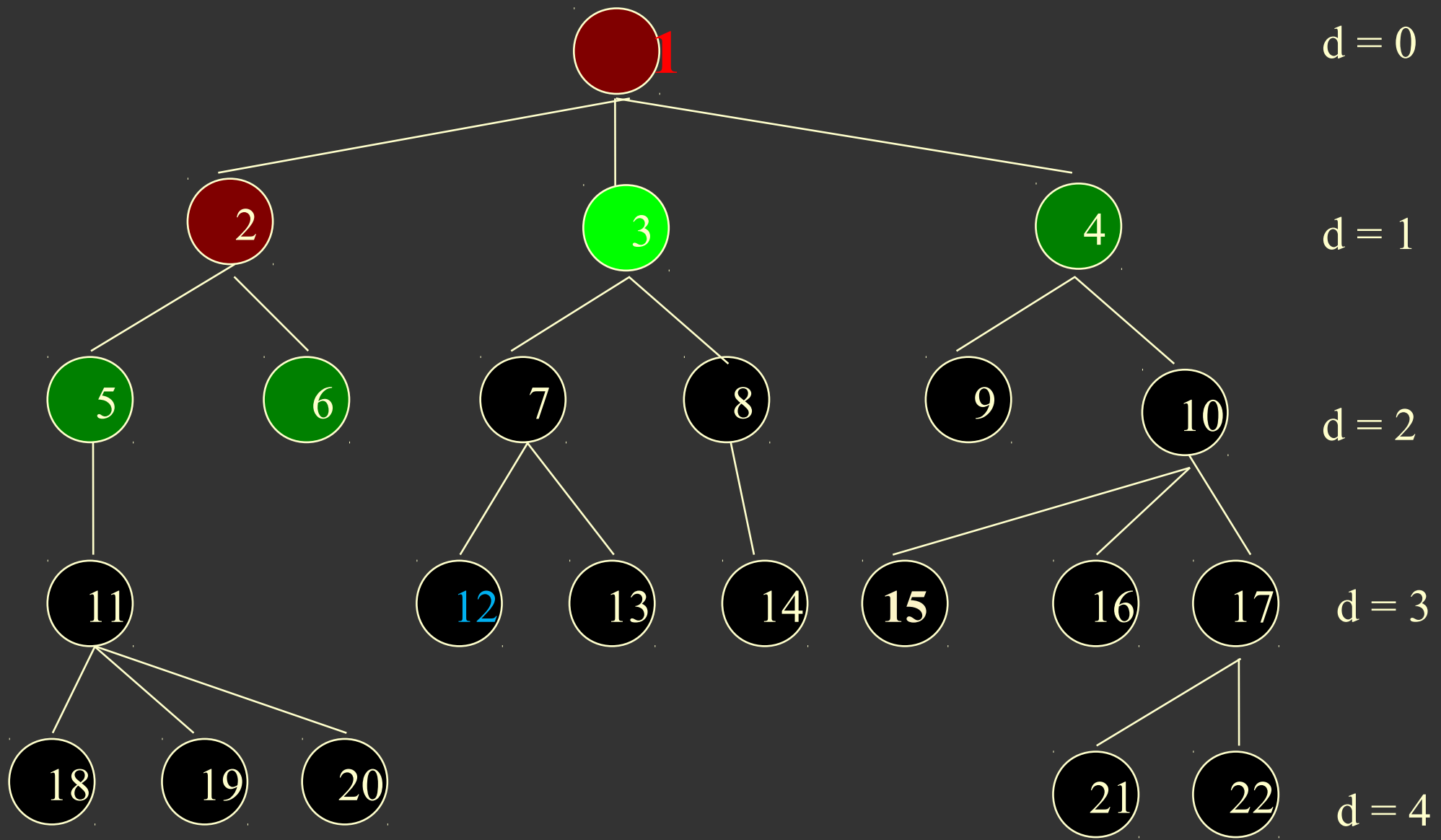
$$F = \{[1]\}$$

$$E = \{\}$$



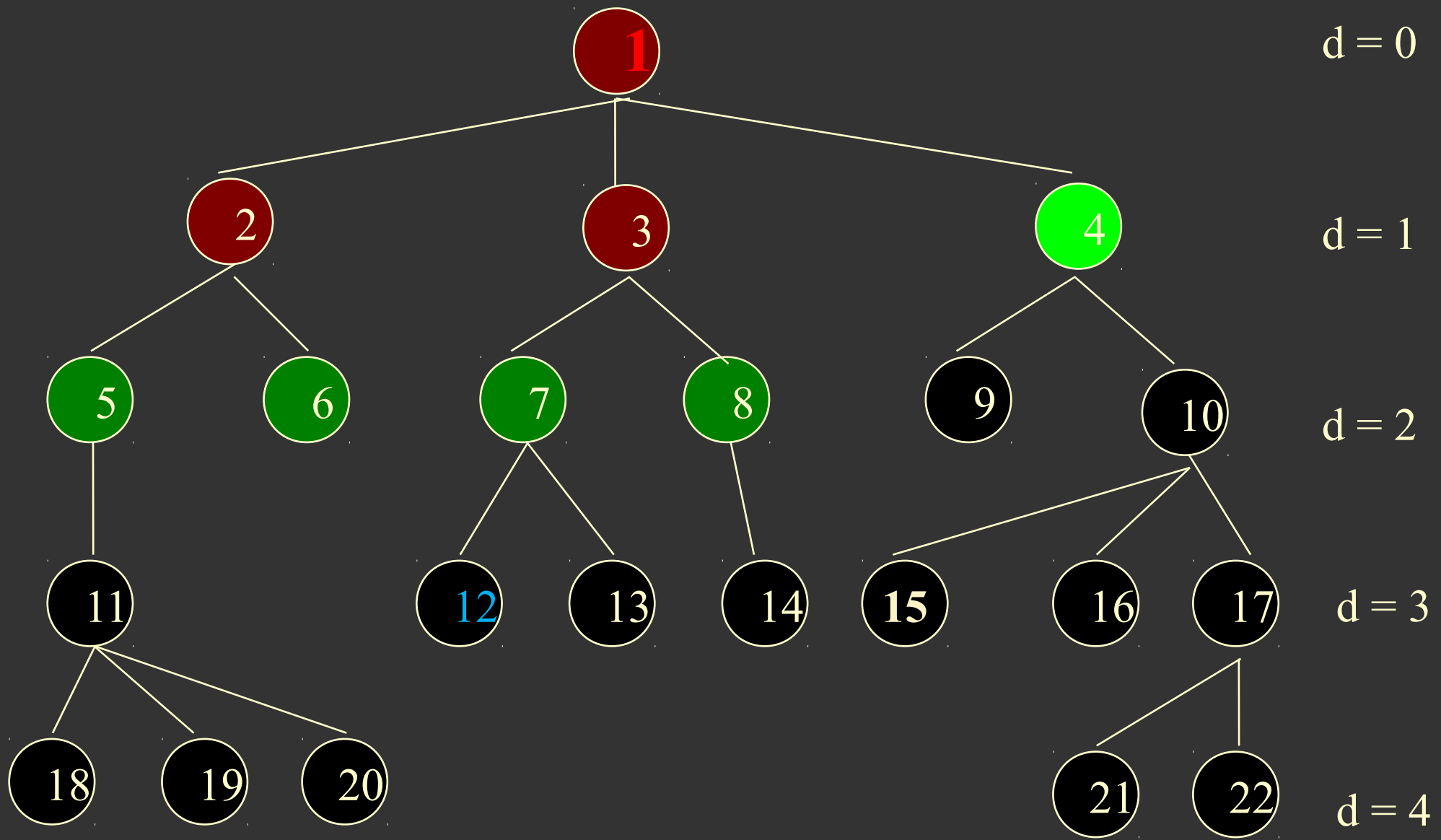
$$F = \{[2,1], [3,1], [4,1]\}$$

$$E = \{1\}$$



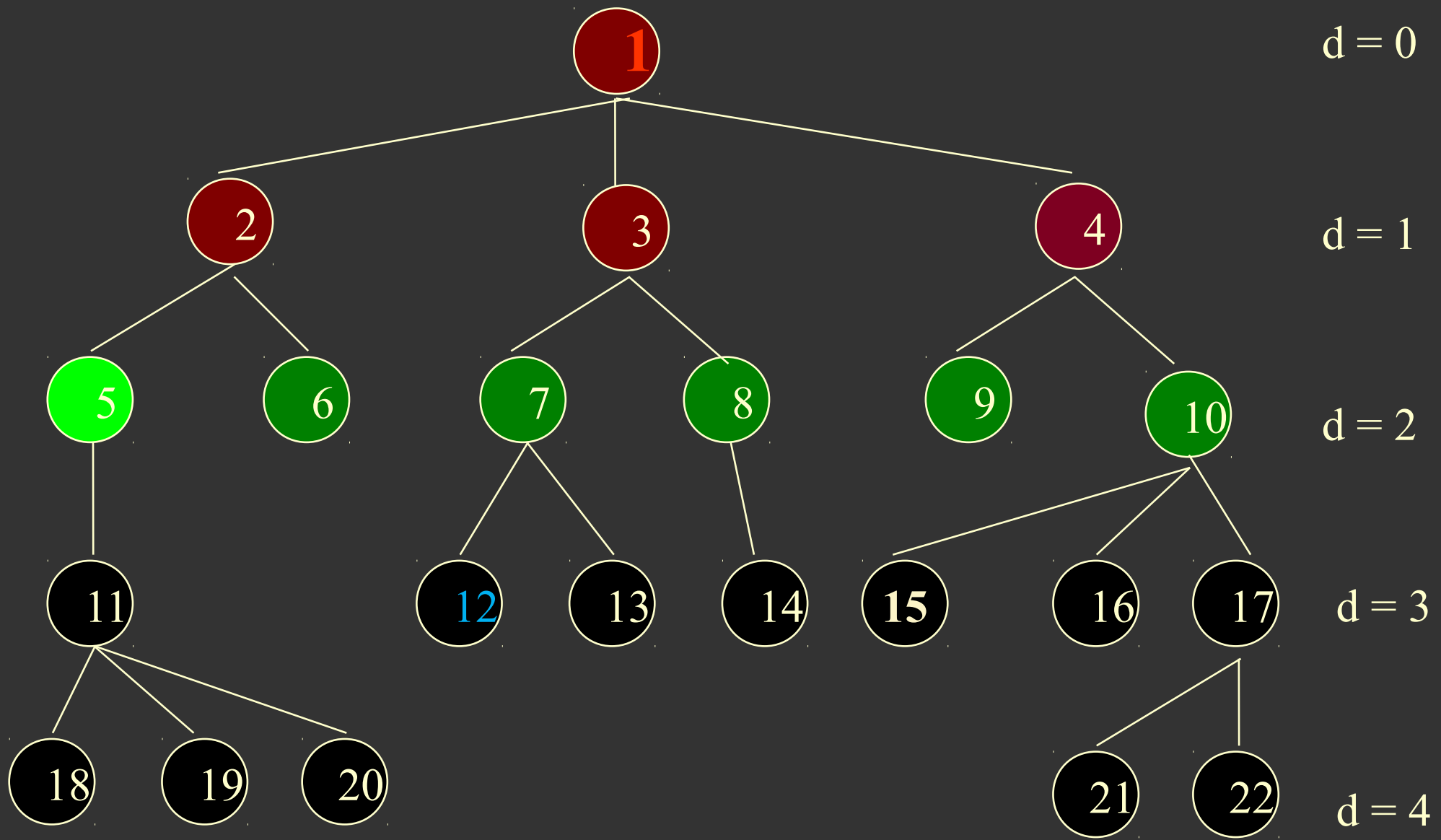
$$F = \{[3, \textcolor{red}{1}], [4, \textcolor{red}{1}], [5, 2, \textcolor{red}{1}], [6, 2, \textcolor{red}{1}]\}$$

$$E = \{\textcolor{red}{1}, 2\}$$



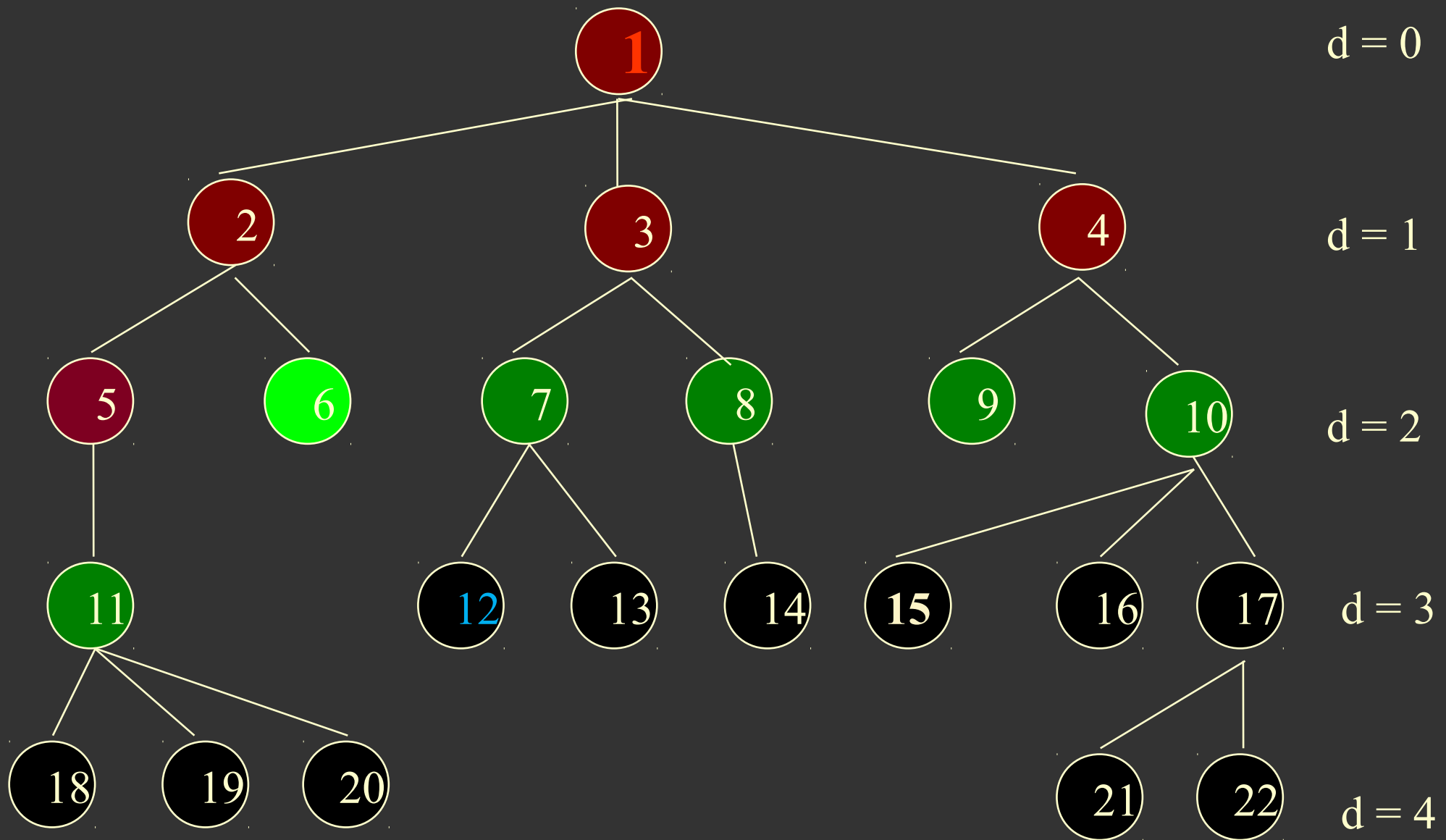
$F = \{[4, \textcolor{red}{1}], [5, 2, \textcolor{red}{1}], [6, 2, \textcolor{red}{1}], [7, 3, \textcolor{red}{1}], [8, 3, \textcolor{red}{1}]\}$

$E = \{\textcolor{red}{1}, 2, 3\}$



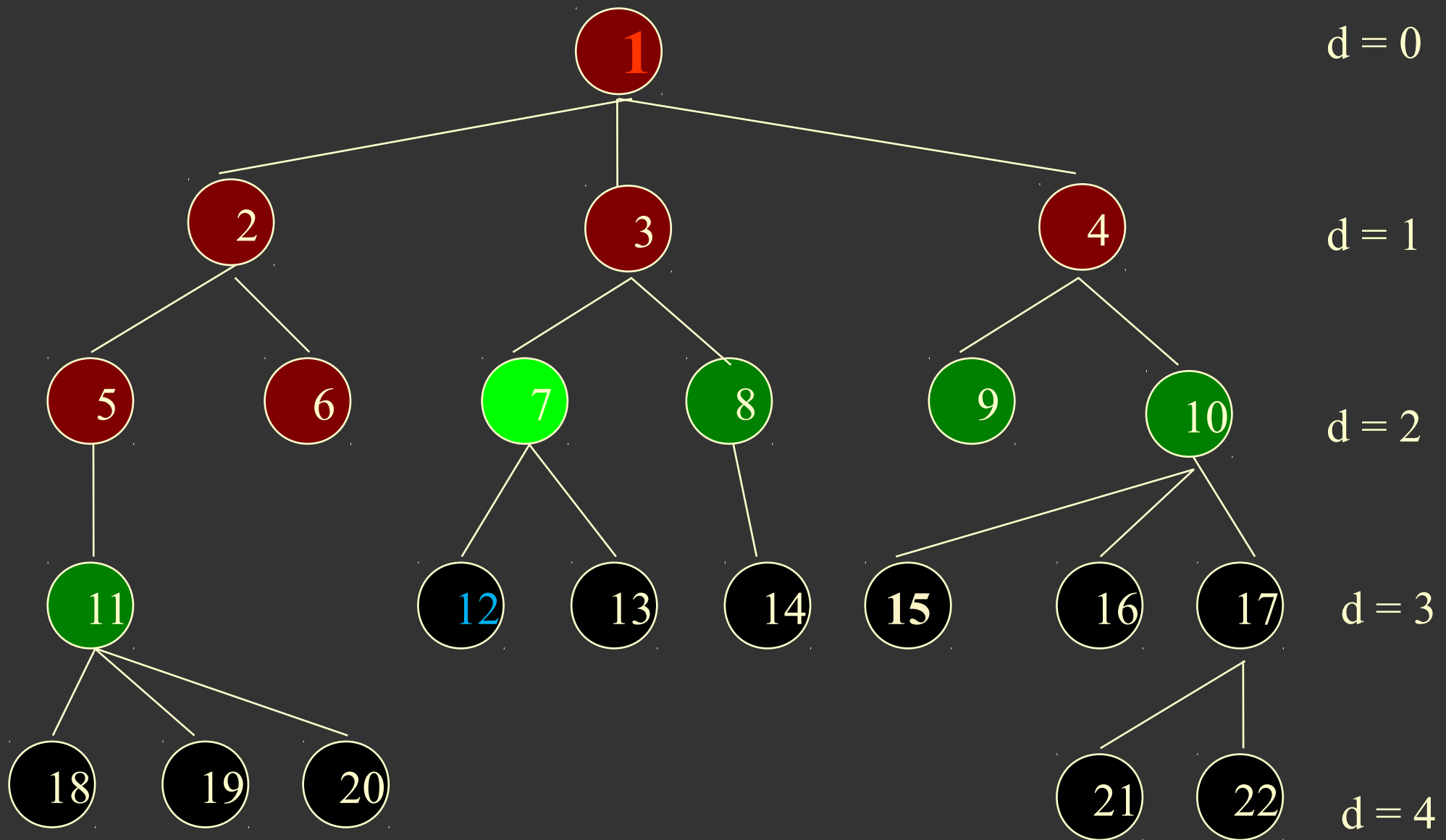
$$F = \{[5, 2, \textcolor{red}{1}], [6, 2, \textcolor{red}{1}], [7, 3, \textcolor{red}{1}], [8, 3, \textcolor{red}{1}], [9, 4, \textcolor{red}{1}], [10, 4, \textcolor{red}{1}]\}$$

$$E = \{\textcolor{red}{1}, 2, 3, 4\}$$



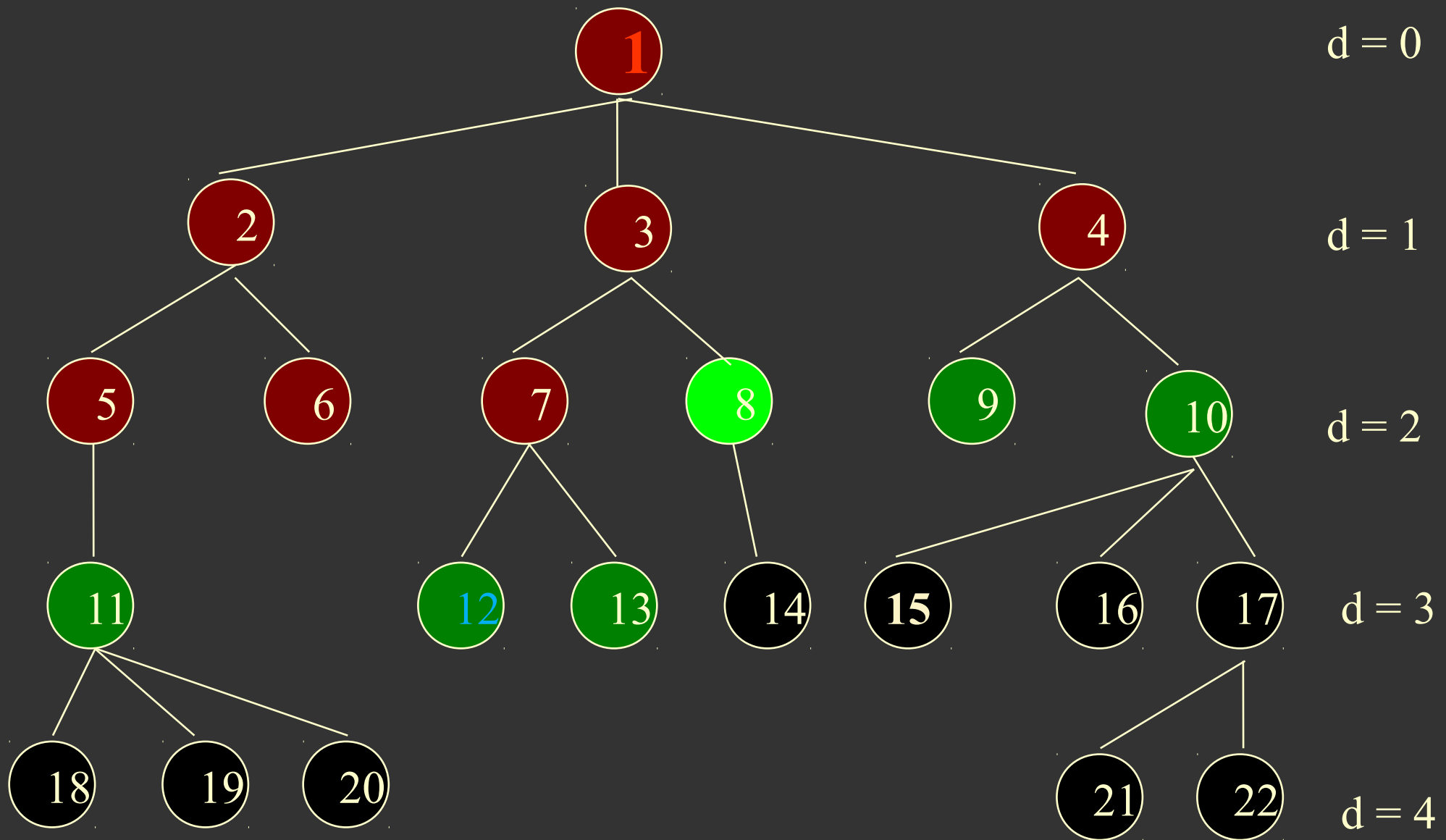
$F = \{[6,2,\mathbf{1}], [7,3,\mathbf{1}], [8,3,\mathbf{1}], [9,4,\mathbf{1}], [10,4,\mathbf{1}], [11,5,2,\mathbf{1}]\}$

$E = \{\mathbf{1}, 2, 3, 4, 5\}$



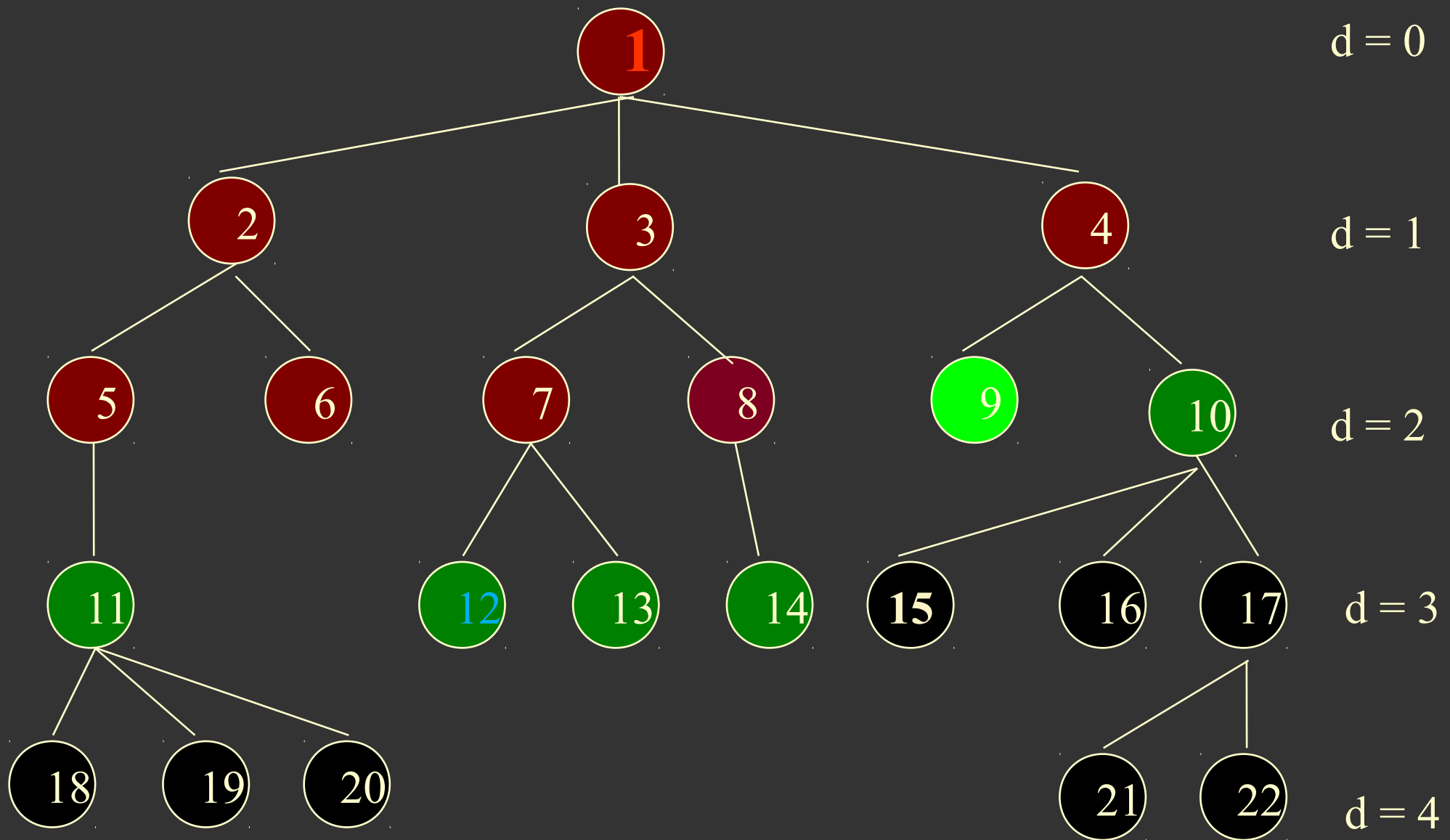
$F = \{[7, 3, \text{red}], [8, 3, \text{red}], [9, 4, \text{red}], [10, 4, \text{red}], [11, 5, 2, \text{red}]\}$

$E = \{\text{red}, 2, 3, 4, 5, 6\}$



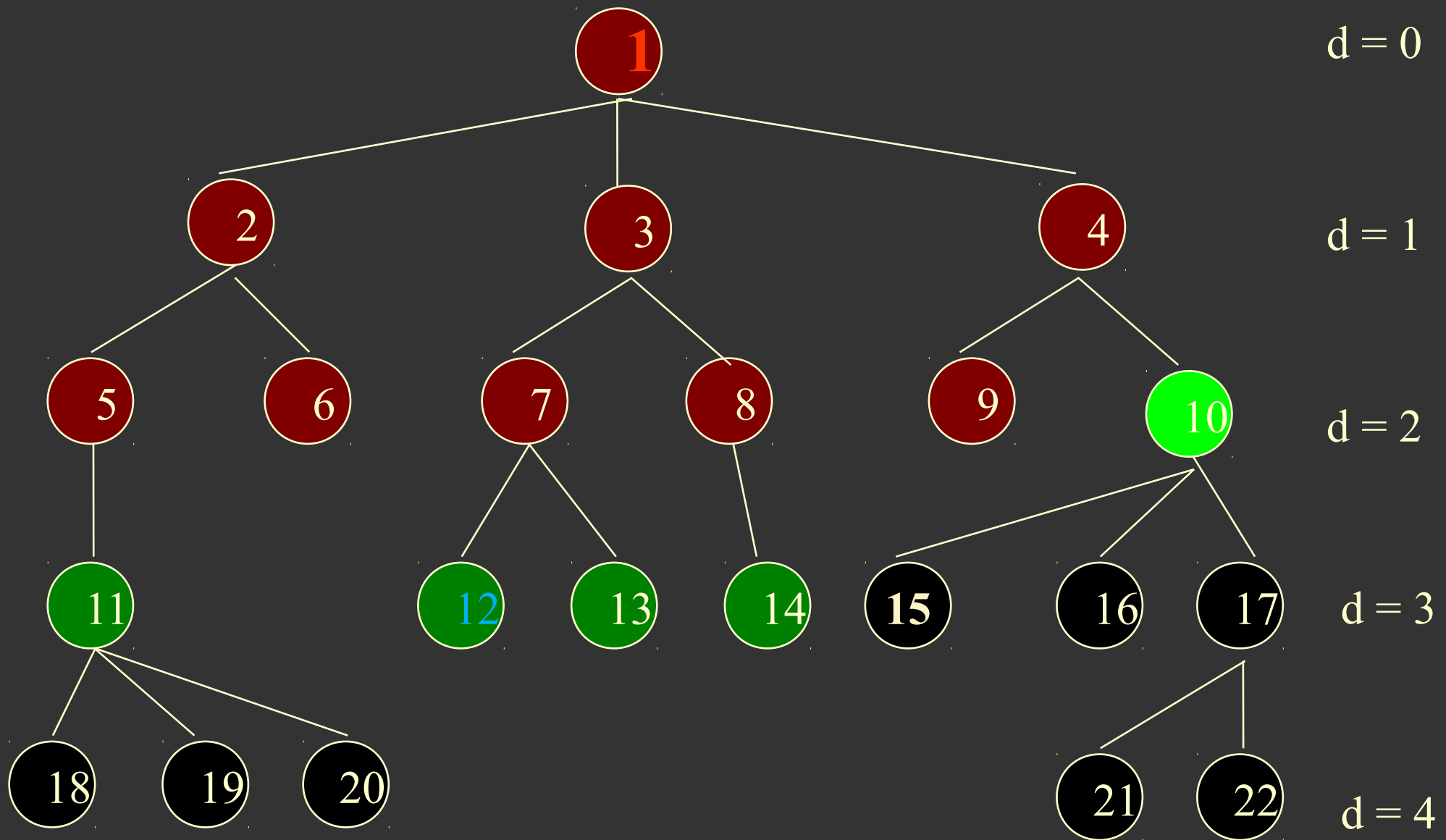
$F = \{[8,3,\mathbf{1}], [9,4,\mathbf{1}], [10,4,\mathbf{1}], [11,5,2,\mathbf{1}], [\mathbf{12},7,3,\mathbf{1}], [13,7,3,\mathbf{1}]\}$

$E = \{\mathbf{1}, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$



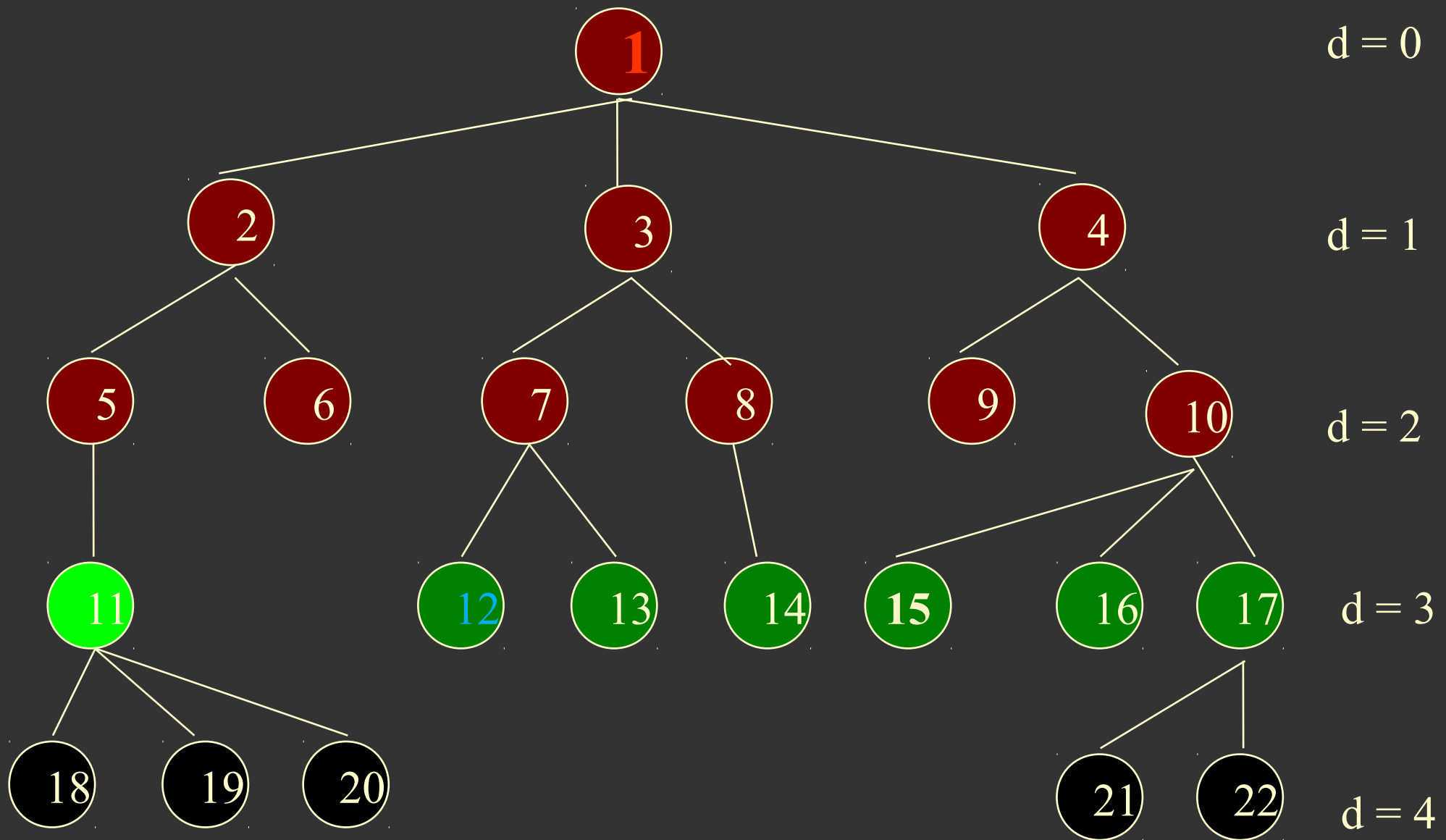
$F = \{[9,4,\mathbf{1}], [10,4,\mathbf{1}], [11,5,2,\mathbf{1}], [\mathbf{12},7,3,\mathbf{1}], [13,7,3,\mathbf{1}], [14,8,3,\mathbf{1}]\}$

$E = \{\mathbf{1}, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$



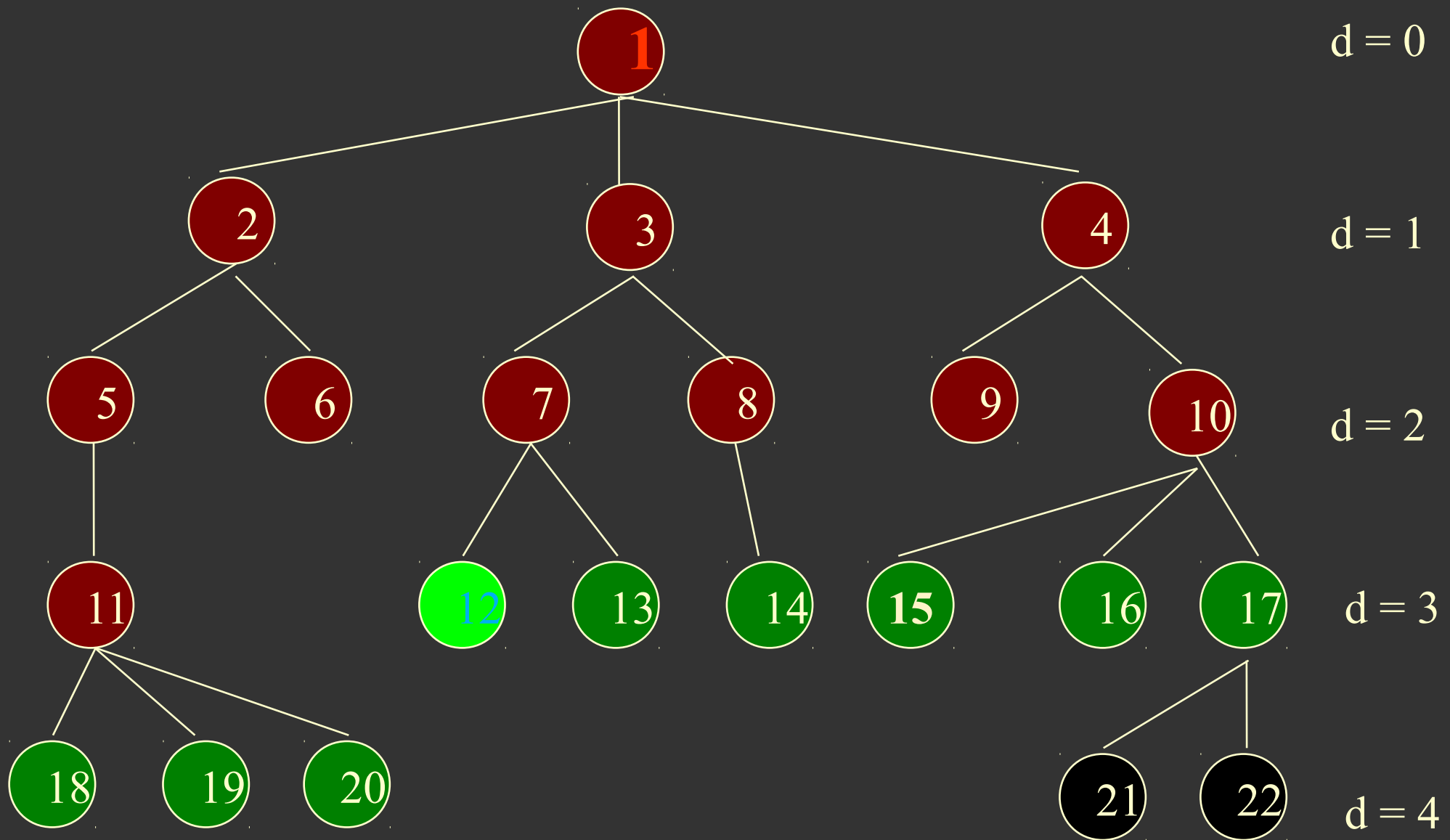
$F = \{[10, 4, \textcolor{red}{1}], [11, 5, 2, \textcolor{red}{1}], [\textcolor{blue}{12}, 7, 3, \textcolor{red}{1}], [13, 7, 3, \textcolor{red}{1}], [14, 8, 3, \textcolor{red}{1}]\}$

$E = \{\textcolor{red}{1}, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$



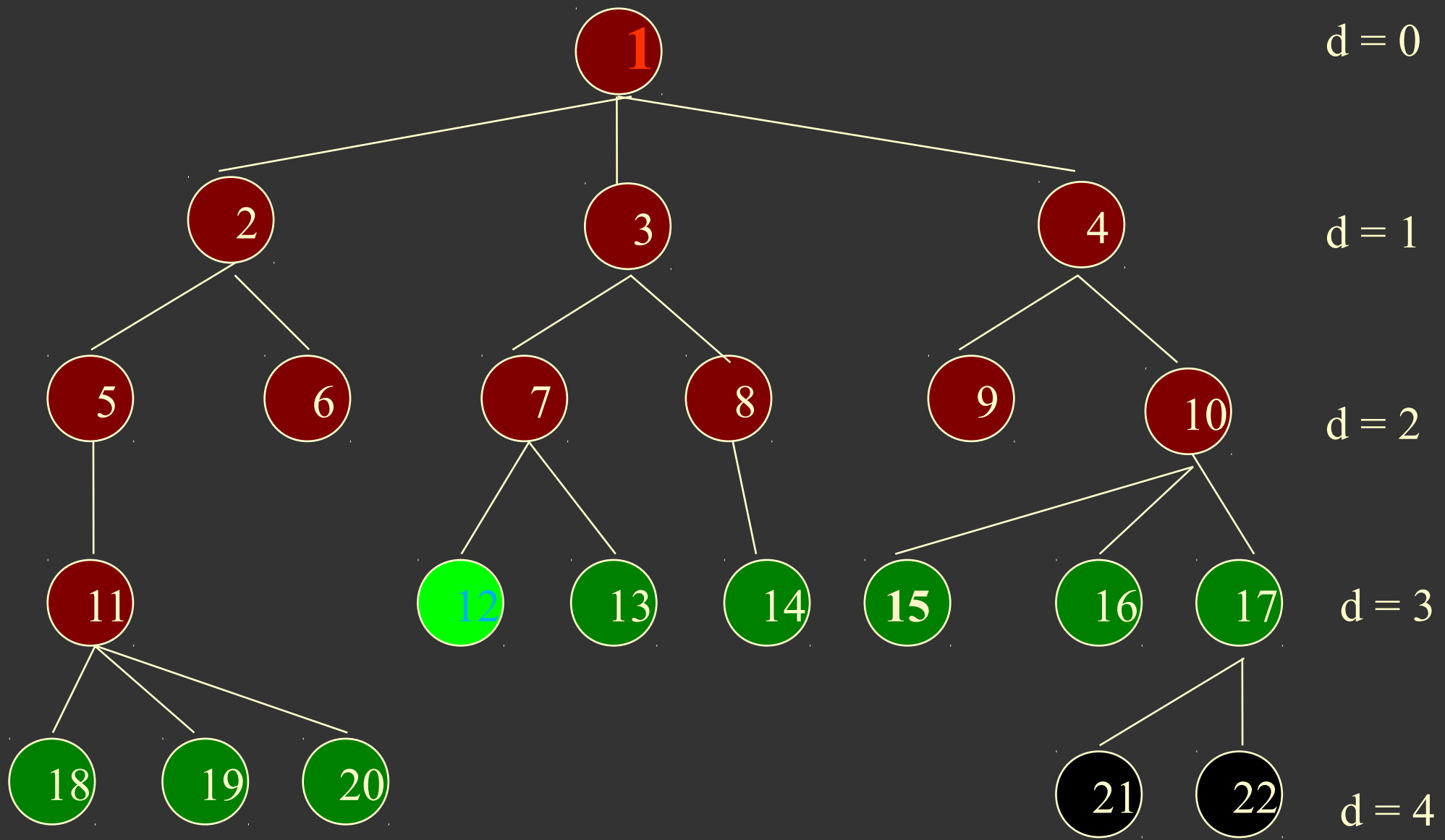
$F = \{[11, 5, 2, \textcolor{red}{1}], [\textcolor{blue}{12}, 7, 3, \textcolor{red}{1}], [13, 7, 3, \textcolor{red}{1}], [14, 8, 3, \textcolor{red}{1}],$
 $[15, 10, 4, \textcolor{red}{1}], [16, 10, 4, \textcolor{red}{1}], [17, 10, 4, \textcolor{red}{1}]\}$

$E = \{\textcolor{red}{1}, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$



$F = \{[12, 7, 3, 1], [13, 7, 3, 1], [14, 8, 3, 1], [15, 10, 4, 1], [16, 10, 4, 1],$
 $[17, 10, 4, 1], [18, 11, 5, 2, 1], [19, 11, 5, 2, 1], [20, 11, 5, 2, 1]\}$

$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$



- $[12, 7, 3, 1]$ % meta encontrada = cabeça
% cauda é o caminho

Propriedades BL

- Seja:
 - b – número máximo (pior caso) de filhos de um nó
 - d - profundidade da solução de custo mínimo
 - m - profundidade máxima do espaço de estados

Propriedades BL

- **Completo??** Sim, se b é finito.
- **Tempo??** $1 + b + b^2 + b^3 + \dots + b^d = O(b^d)$
- **Espaço??** $O(b^d)$ (mantém todos os nós expandidos na memória no pior caso)
- **Admissível??** Sim, sempre encontra o menor caminho.
- Como mostrado, espaço pode ser grande problema, especialmente se d for grande.

Comando Bagof

- Utilizar a função do Prolog bagof
 - `bagof(X,P,L)`
- Ela produz uma lista L com todos os objetos que possam ser unificados com X e que satisfazem P
 - Exemplo:
 - `idade(joao,5)`
 - `idade(ana,4)`
 - `idade(maria,5)`
 - `?- bagof(X,idade(X,5),L)`
 - `L = [joao,maria]`

Código Prolog BL

- Começamos encapsulamento da busca

%solucao por busca em largura (bl)

```
solucao_bl(Inicial,Solucao) :- bl([[Inicial]],Solucao).
```

- que recebe o estado inicial e retorna estado final (solução ou meta)
- Procura a meta no elemento da cabeça da lista de fronteira, descartando o resto

%Se o primeiro estado de F for meta, então o retorna com o caminho

```
bl([[Estado|Caminho]|_],[Estado|Caminho]) :- meta(Estado).
```

Código Prolog BL

- Se a meta não foi encontrada no “Primeiro” da fronteira (regra do slide anterior), então precisamos procurar nos sucessores

%falha ao encontrar a meta, então estende o primeiro estado até seus sucessores e os coloca no final da lista de fronteira

```
bl([Primeiro|Outros], Solucao) :- estende(Primeiro,Sucessores),  
concatena(Outros,Sucessores,NovaFronteira),  
bl(NovaFronteira,Solucao).
```

- Os sucessores e seus caminhos são colocados em “Sucessores”(próximo slide), que é adicionado aos “Outros” estados de fronteira formando uma “NovaFronteira”

Código Prolog BL

- Estender significa encontrar o uma lista com os estados sucessores do primeiro de F

%metodo que faz a extensao do caminho até os nós filhos do estado

```
estende([Estado|Caminho],ListaSucessores):- bagof(  
    [Sucessor,Estado|Caminho],  
    (s(Estado,Sucessor),not(pertence(Sucessor,[Estado|Caminho]))),  
    ListaSucessores),!.
```

%se o estado não tiver sucessor, falha e não procura mais (corte)

```
estende( _ ,[]).
```

- Não se pode aceitar caminhos com ciclos!
- Estados sem sucessores retornam []

Alguns tipos de busca cega

- Busca em Largura
- Busca de Custo Uniforme
- Busca em Profundidade
- Busca em Profundidade Limitada
- Profundidade Iterativa

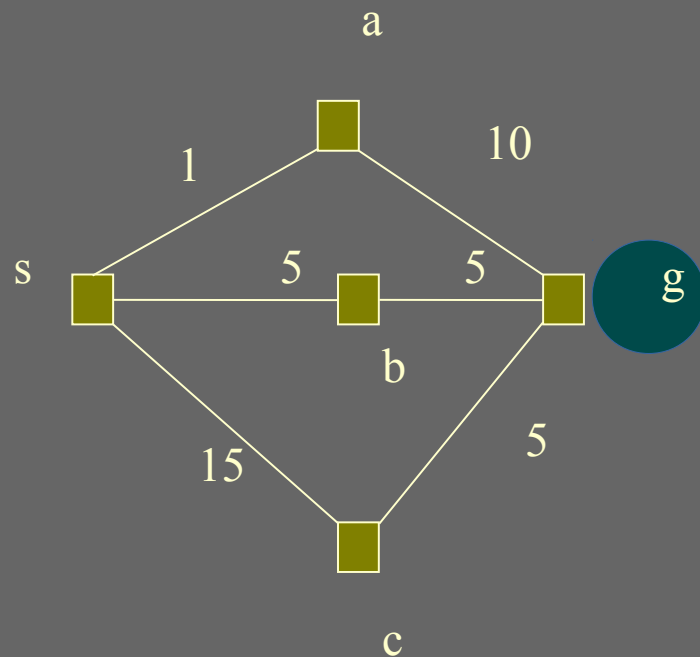
Busco de custo uniforme

- Busca admissível considerando custo
- Expande o nó de menor custo
- Insere nós em **F** em ordem ascendente do custo do caminho
- Os nós inseridos não podem estar em **E**, mas podem pertencer a fronteira **F**
- Exemplo aplicação:
 - Cálculo da melhor rota

Busca de custo uniforme

- 1 Inserir os nós iniciais na lista de busca **F % fronteira**
- 2 Se **F** é vazio
 - 2.1 Então a busca não foi bem sucedida
- 3 Senão seja **n** o primeiro estado de **F**
 - 3.1 Se **n** é um estado meta então
 - 3.1.1 Retornar **n**
 - 3.2 Senão
 - 3.2.1 Remover **n** de **F** e inserir em **E % explorados**
 - 3.2.2 Adicionar em **F** todos os sucessores de **n** que não estejam em **E em ordem crescente de custo** e insere **n** nos caminhos até o estado inicial
 - 3.2.3 Voltar ao passo 2

Exemplo



$F = [[s](0)]$

$F = [[a,s](1), [b,s](5), [c,s](15)]$

$F = [[b,s](5), [g,a,s](11), [c,s](15)]$

$F = [[g,b,s](10), [g,a,s](11), [c,s](15)]$

O algoritmo retorna a meta com menor custo, ou seja, g-b-s!!!

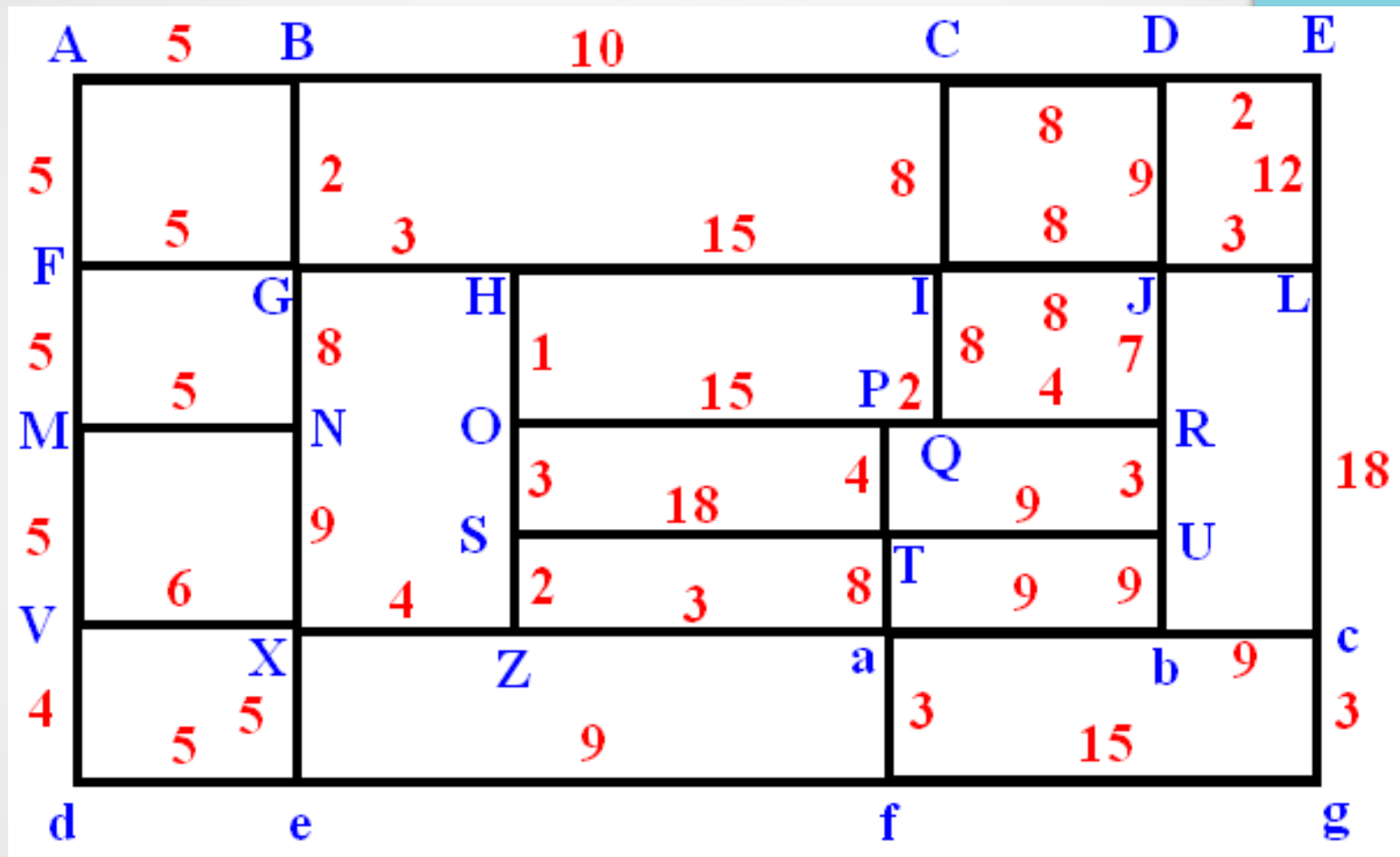
Exemplo: caminho de A - O

A		B		10		C		D		E			
5			2				8		9	2	12		
	5		3	15				8		8	3		
F		G	H	I		J		L					
5	5	8		1	15	P	2	8	8	7			
M		N	O	3		4		Q		R			
5		9		18				9		3	18		
V	6		S	2		3		8		T	9	9	U
		X	Z		a		b		9	c			
4	5	5	9				3		15		3		
d	e				f					g			

$F = \{[A](0)\}$

$E = \{\}$

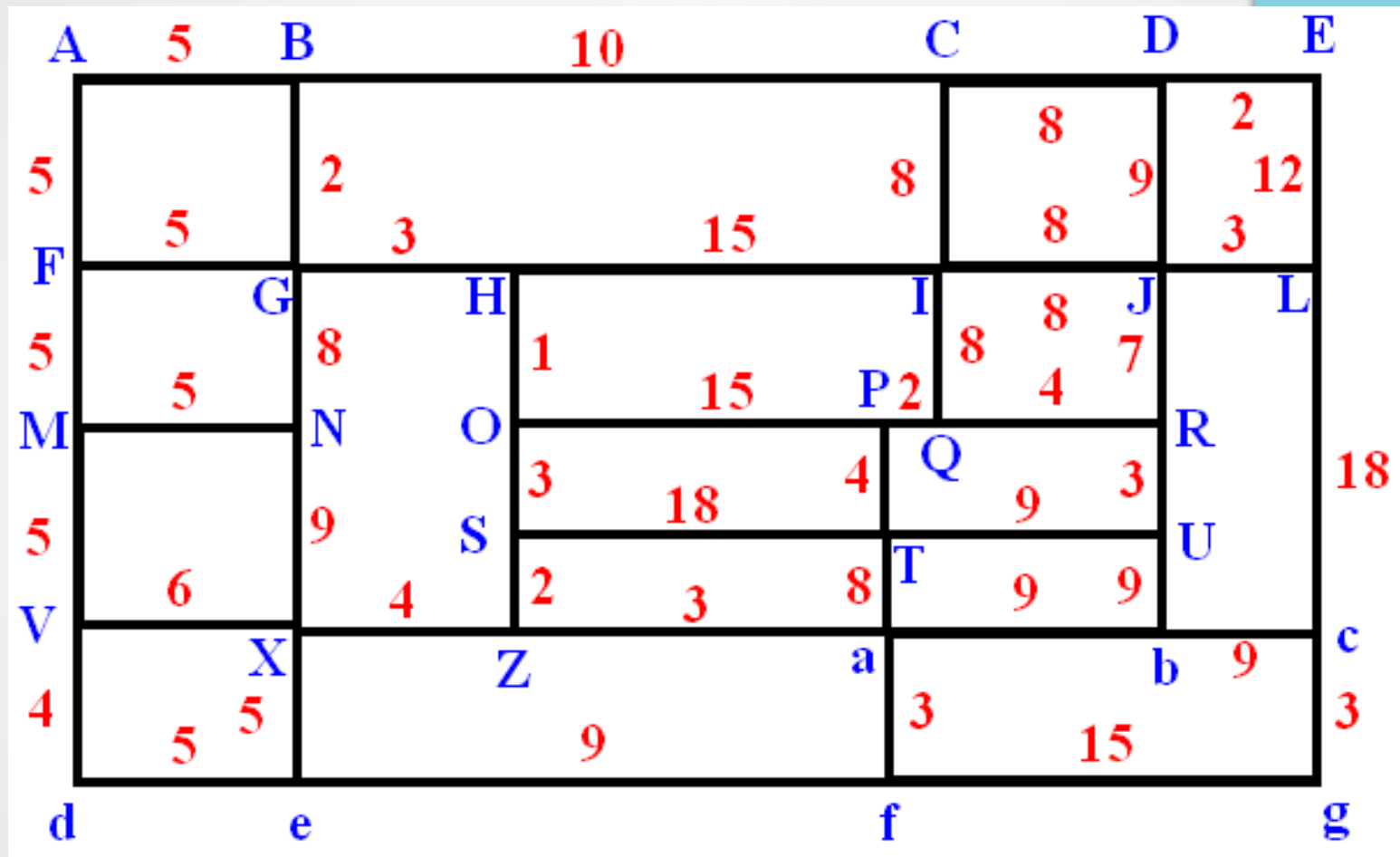
Exemplo: caminho de A - O



$F = \{[B, A](5), [F, A](5)\}$

$E = \{A\}$

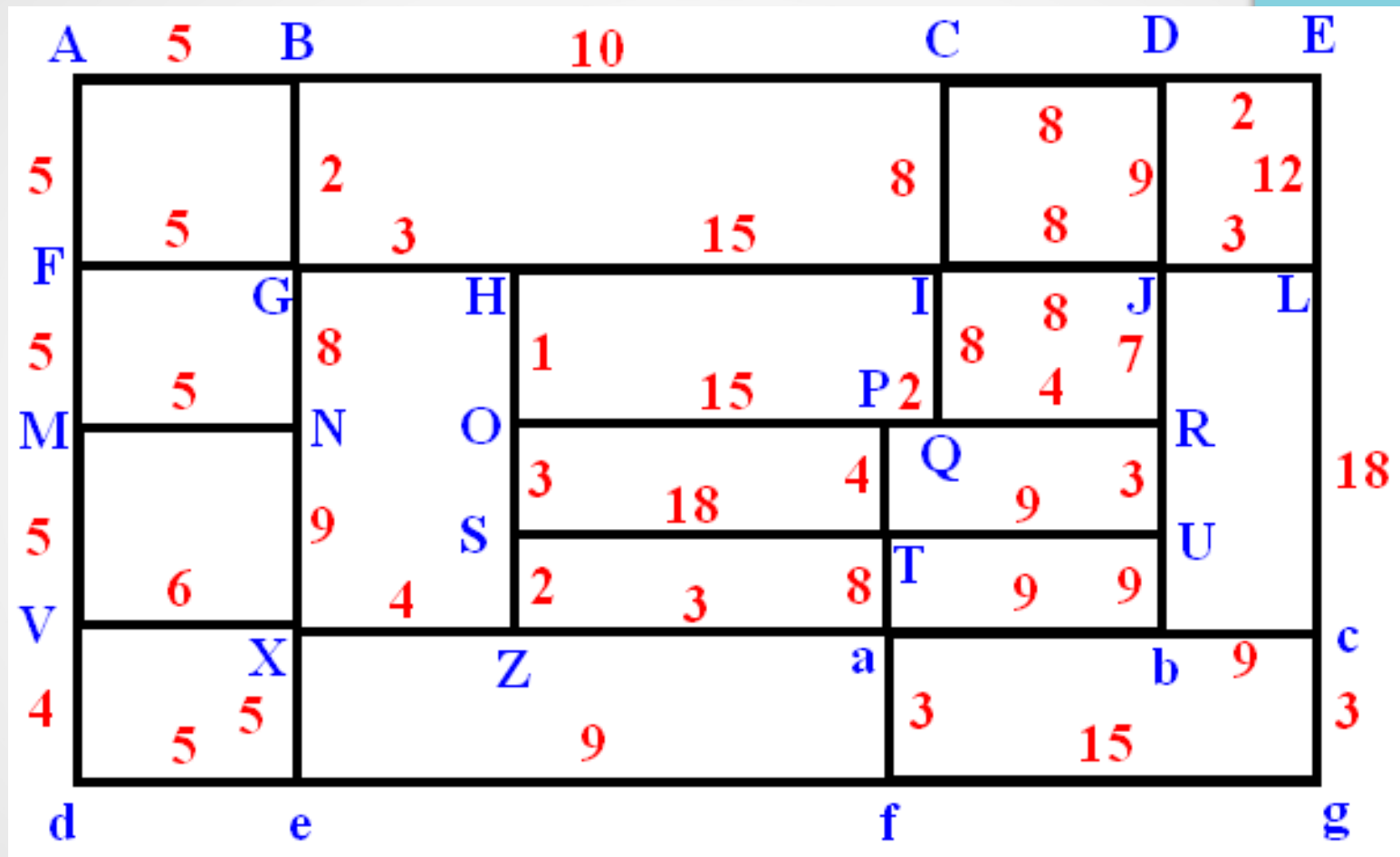
Exemplo: caminho de A - O



$F = \{[F,A](5), [G,B,A](7), [C,B,A](15)\}$

$E = \{A, B\}$

Exemplo: caminho de A - O



$F = \{[G, B, A](7), [M, F, A](10), [G, F, A](10), [C, B, A](15)\}$

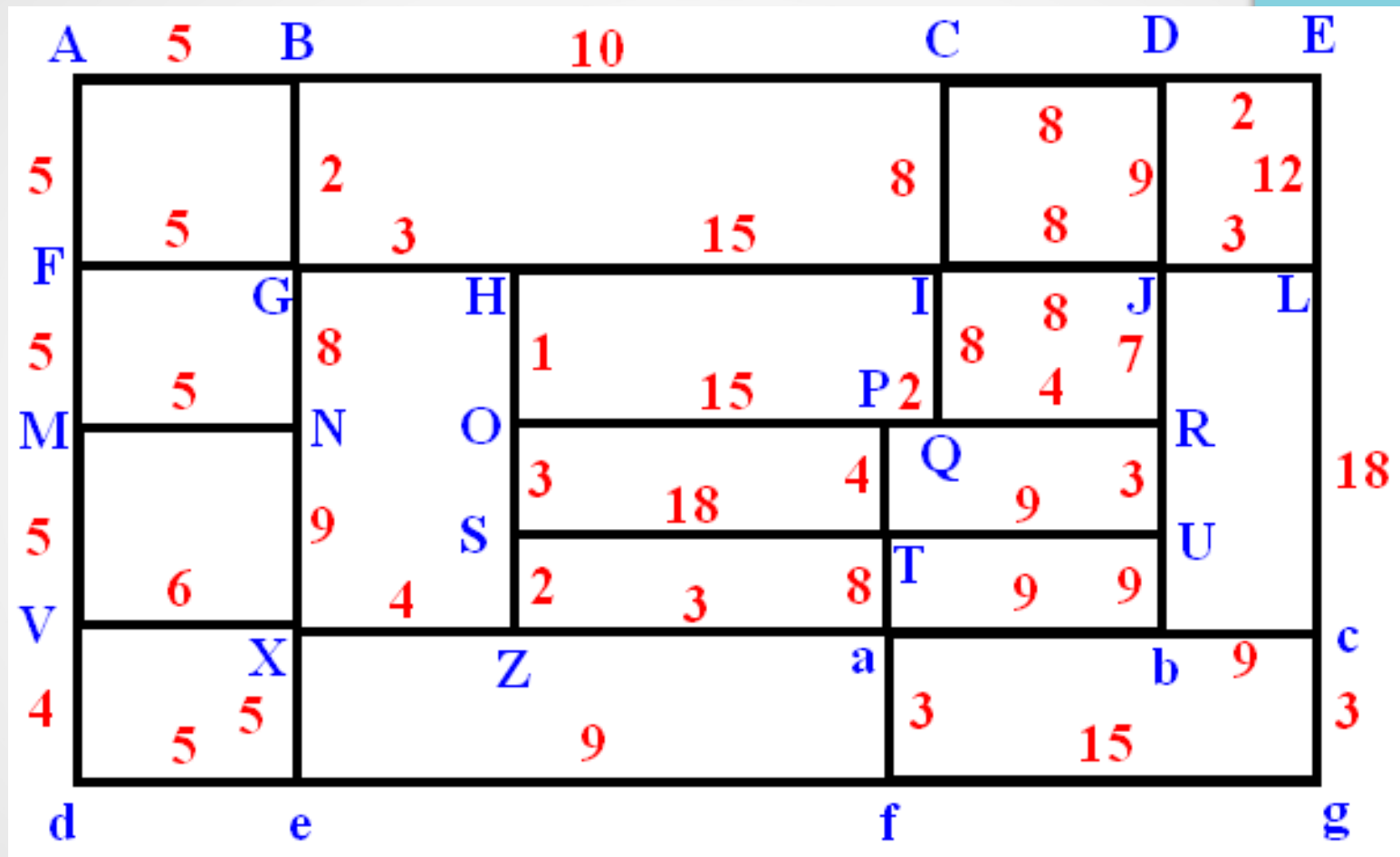
$E = \{A, B, F\}$

Exemplo: caminho de A - O

A	5	B	10		C	D	E	
5		2	8		8	9	2	
F	5	3	15		8		12	
	G	H	I		J	L		
5	5	8	15		8	7		
M		N	P		2			
5		9	3		4	Q	R	18
		S	18			9	3	
V	6	4	2		8	T	U	
			3			9	9	
4	X	Z	a		b		9	c
	5	9	3		15			3
d	e	f		g				

$$F = \{[H, G, B, A](10), [M, F, A](10), [G, F, A](10), [N, G, B, A](15), [C, B, A](15)\}$$
$$E = \{A, B, F, G\}$$

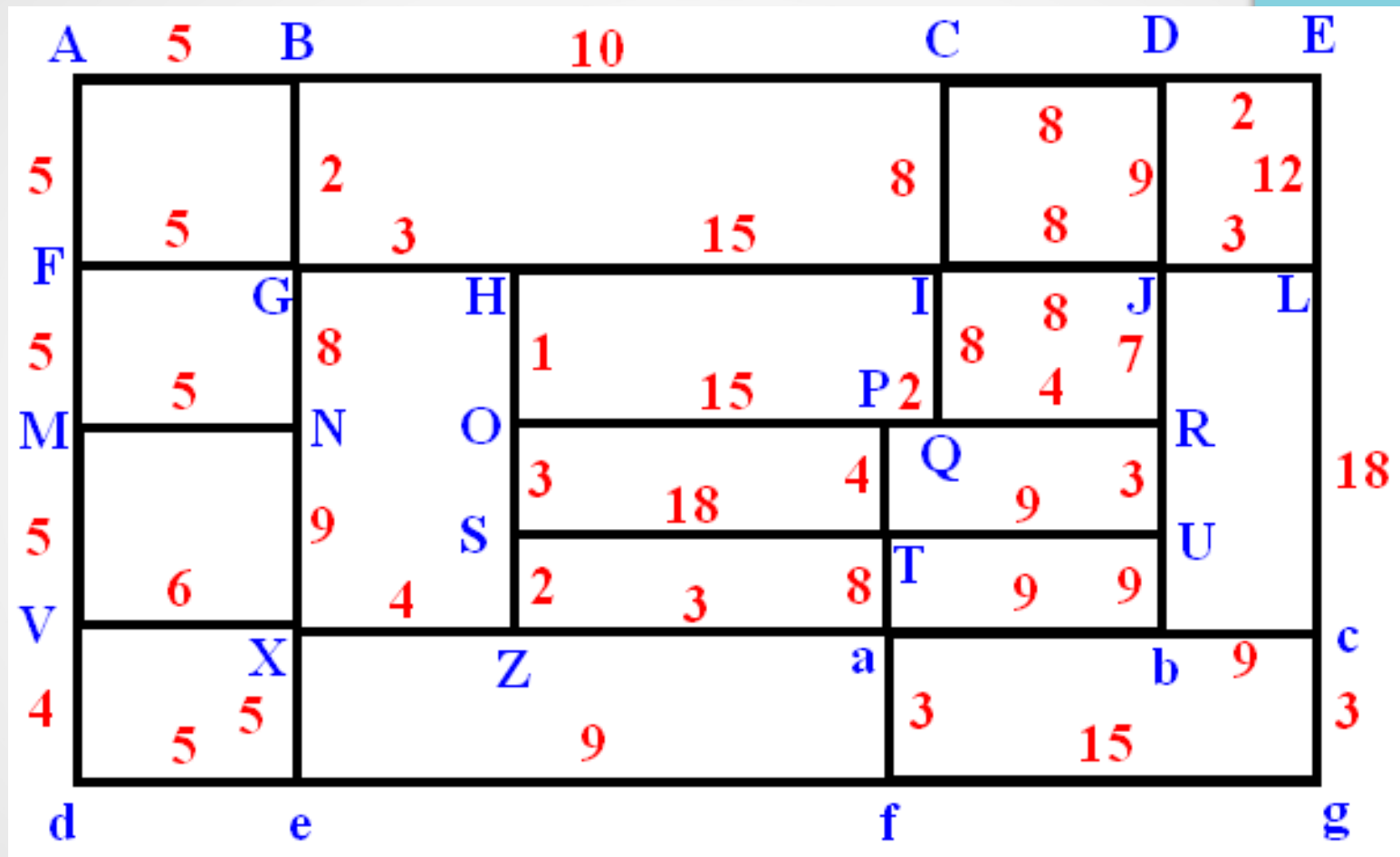
Exemplo: caminho de A - O



$F = \{[M, F, A](10), [G, F, A](10), [O, H, G, B, A](11), [N, G, B, A](15), [C, B, A](15), [I, H, G, B, A](25)\}$

$E = \{A, B, F, G, H\}$

Exemplo: caminho de A - O



$F = \{[G, F, A](10), [O, H, G, B, A](11), [N, M, F, A](15), [V, M, F, A](15), [N, G, B, A](15), [C, B, A](15), [I, H, G, B, A](25)\}$

$E = \{A, B, F, G, H, M\}$

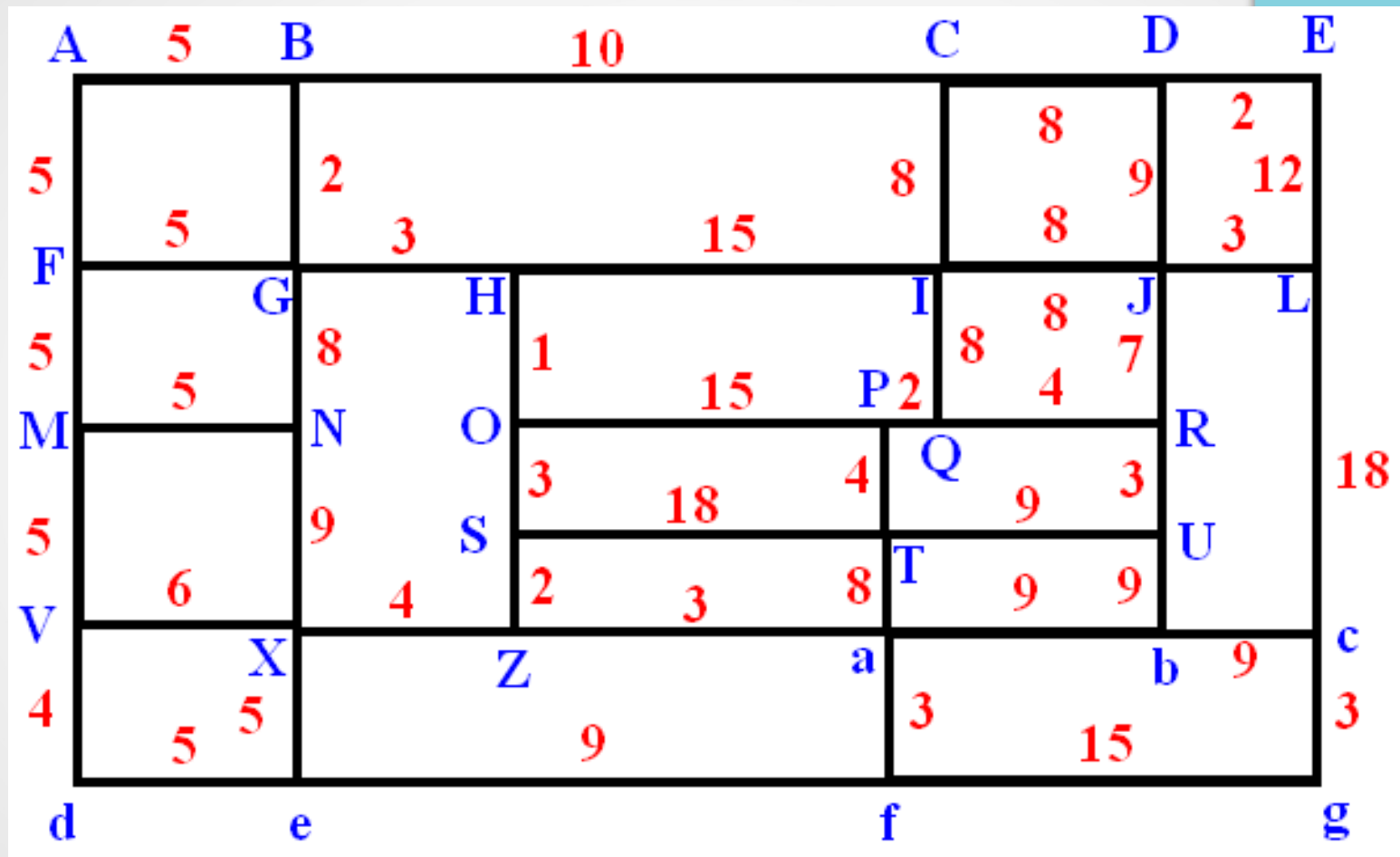
Exemplo: caminho de A - O

A 5 B		10 C		D E	
5 F	5	2	3	8	9
			15	8	12
5 M	5	8	1	8	7
			15	4	
5 V		9	3	9	3
			18		
4	6	4	2	8	9
			3		
	5	5	9	3	15

$F = \{[O, H, G, B, A](11), [H, G, F, A](13), [N, M, F, A](15), [V, M, F, A](15), [N, G, B, A](15), [C, B, A](15), [N, G, F, A](18), [I, H, G, B, A](25)\}$

$E = \{A, B, F, G, H, M\}$

Exemplo: caminho de A - O



- A busca encontra o caminho [O,H,G,B,A](11) de A até O

Características da BCU

- Completo?? Sim.
- Tempo?? $O(b^d)$
- Espaço?? $O(b^d)$
- Admissível?? Sim.

Alguns tipos de busca cega

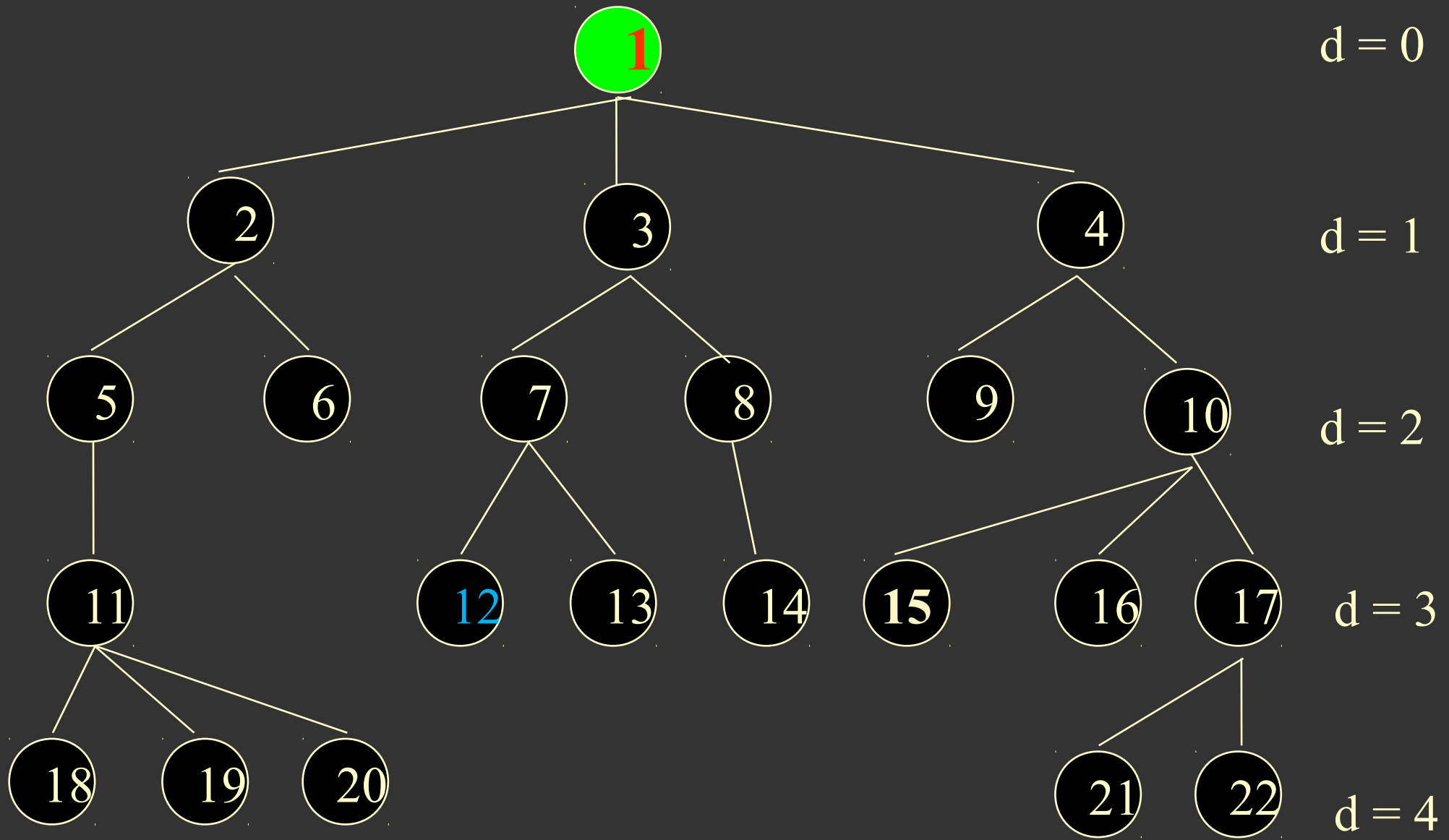
- Busca em Largura
- Busca de Custo Uniforme
- **Busca em Profundidade**
- Busca em Profundidade Limitada
- Profundidade Iterativa

Busca em Profundidade

- Consiste em procurar pelo(s) objetivo(s) pelo estado mais recentemente encontrado pelo mecanismo de busca
- Novos estados são inseridos no **início** da lista de estados de fronteira (**F**)
- Para evitar repetição de caminhos, usa lista de espaços explorados (**E**)
- Tem esse nome porque quando aplicado em árvores (grafos conexos e acíclicos), a busca é feita de cima para baixo!!

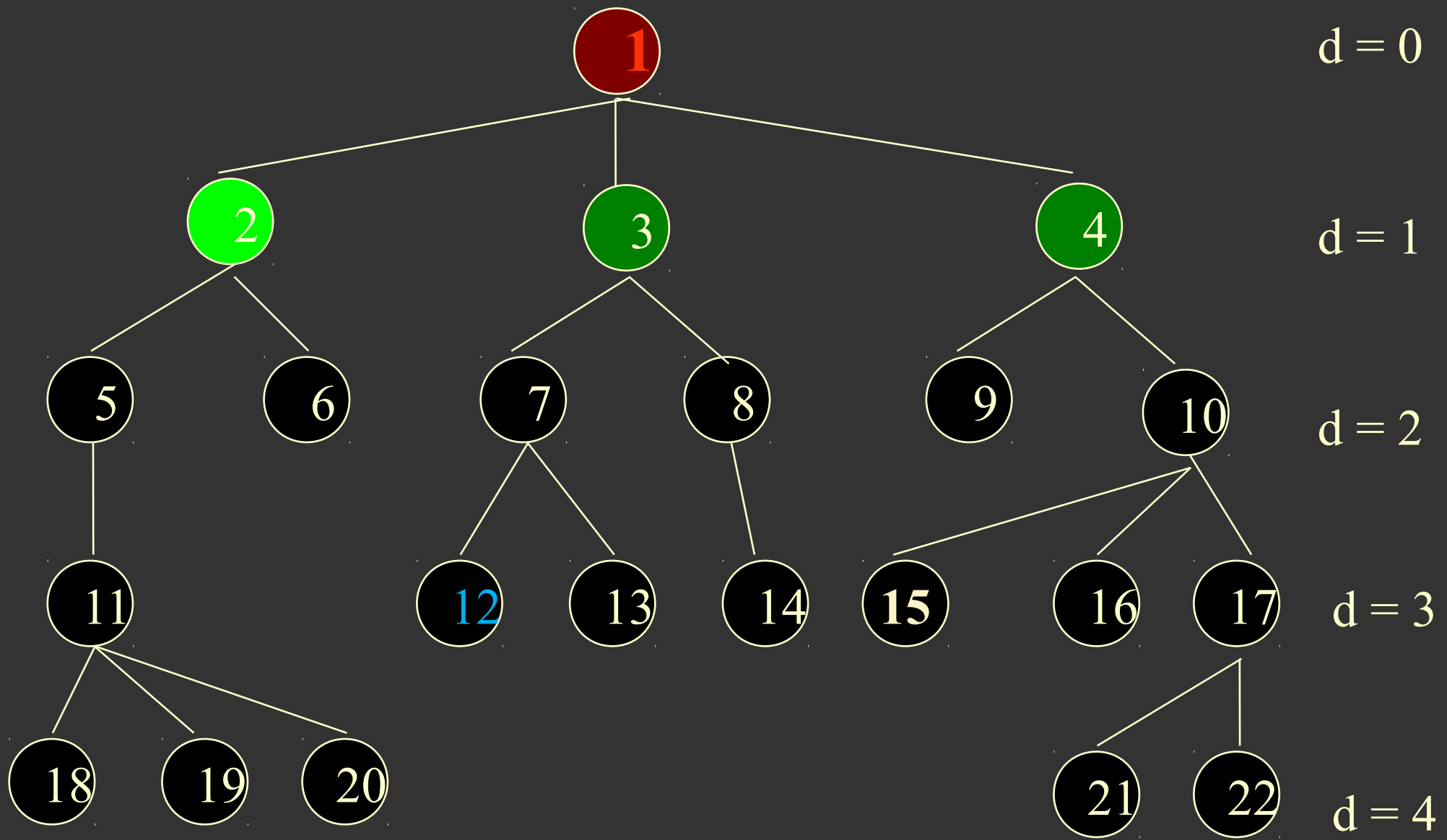
Algoritmo BL

- 1 Inserir os nós iniciais na lista de busca **F % fronteira**
- 2 Se **F** é vazio
 - 2.1 Então a busca não foi bem sucedida
- 3 Senão seja **n** o primeiro estado de **F**
 - 3.1 Se **n** é um estado meta então
 - 3.1.1 Retornar **n**
 - 3.2 Senão
 - 3.2.1 Remover **n** de **F** e inserir em **E % explorados**
 - 3.2.2 **Adicionar no início de F** todos os sucessores de **n** que não estejam em **F** ou **E** junto com **n** e o caminho até o estado inicial
 - 3.2.3 Voltar ao passo 2



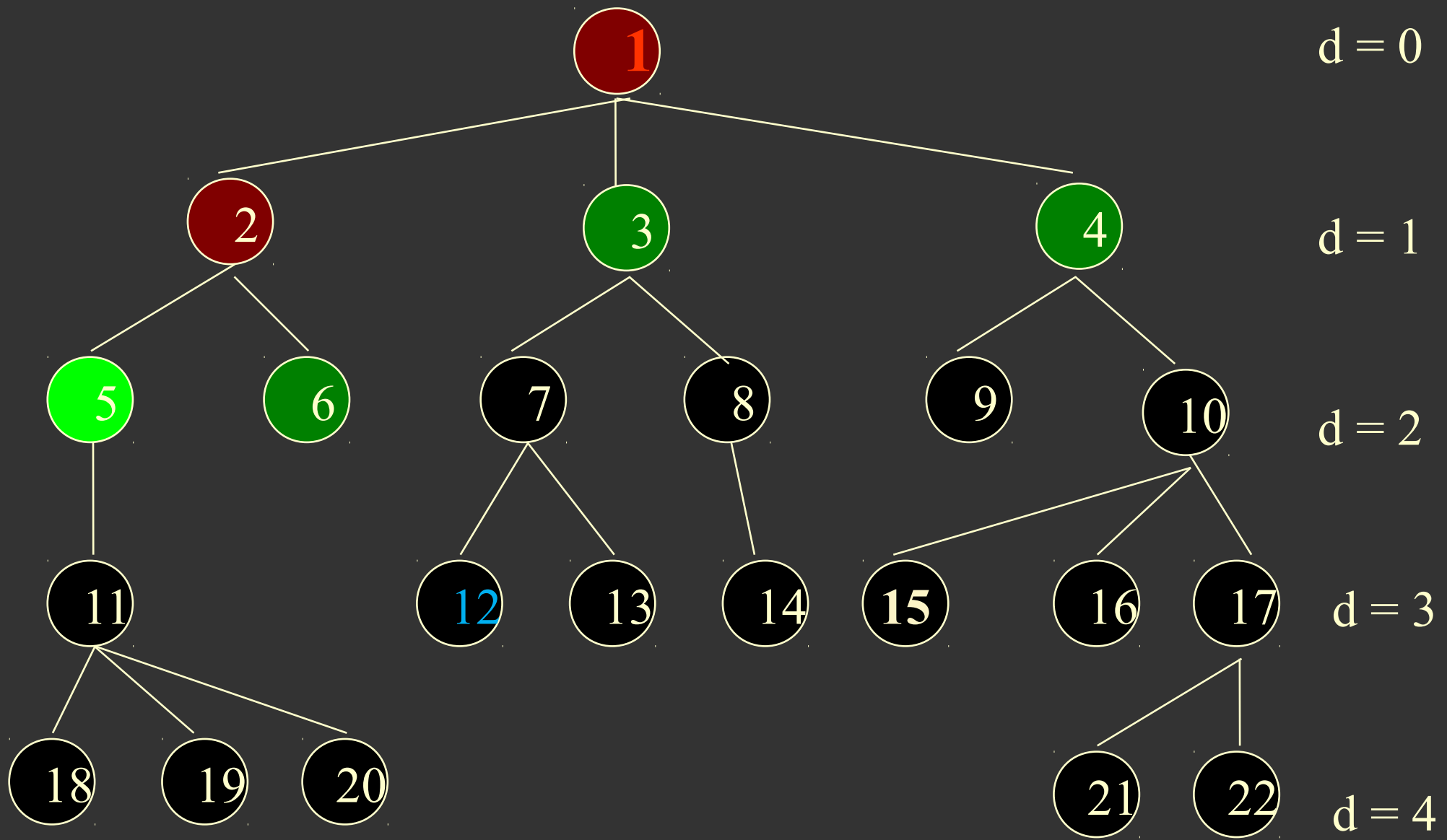
$F = \{[1]\}$

$E = \{\}$



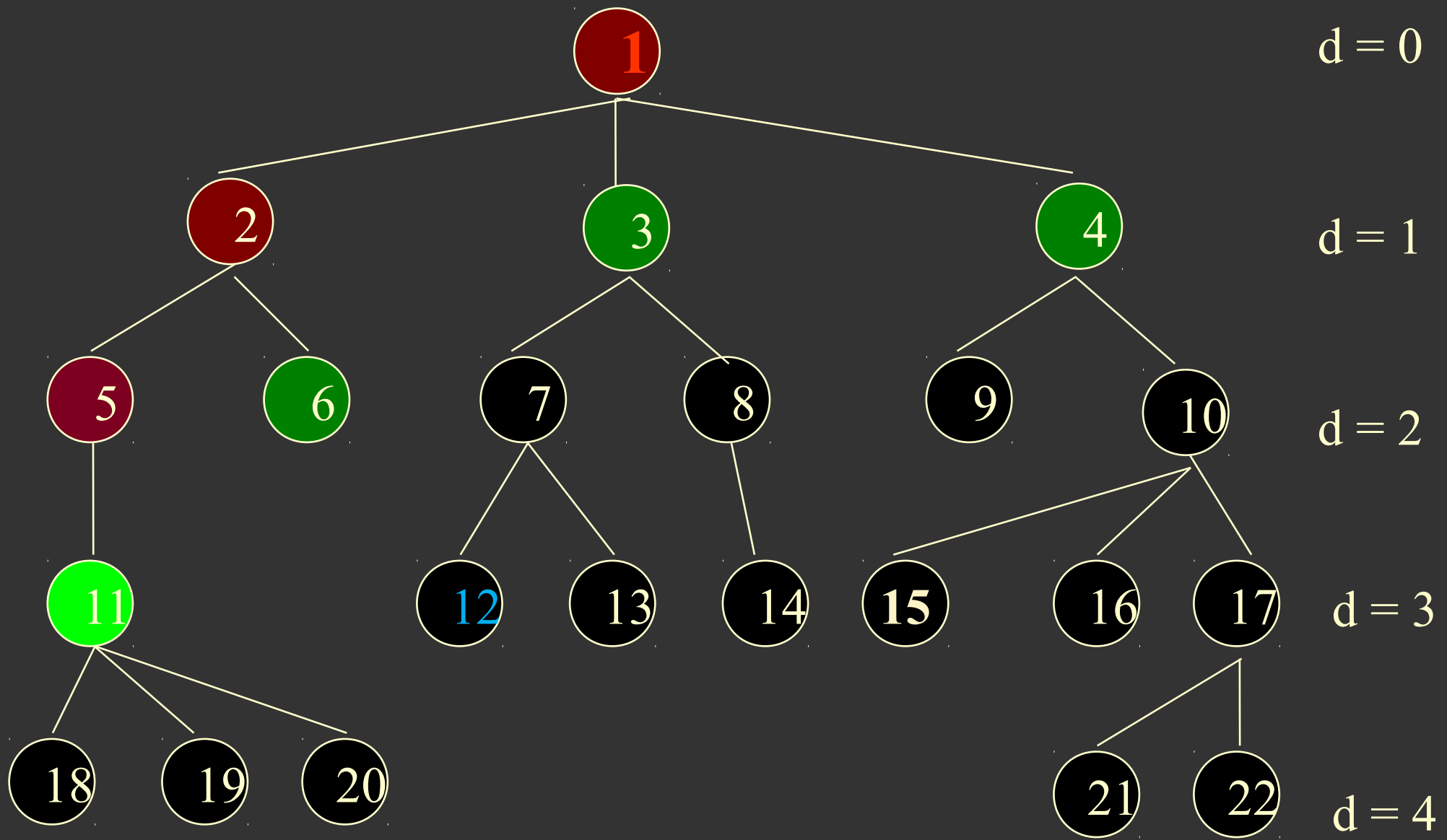
$F = \{[2, 1], [3, 1], [4, 1]\}$

$E = \{1\}$



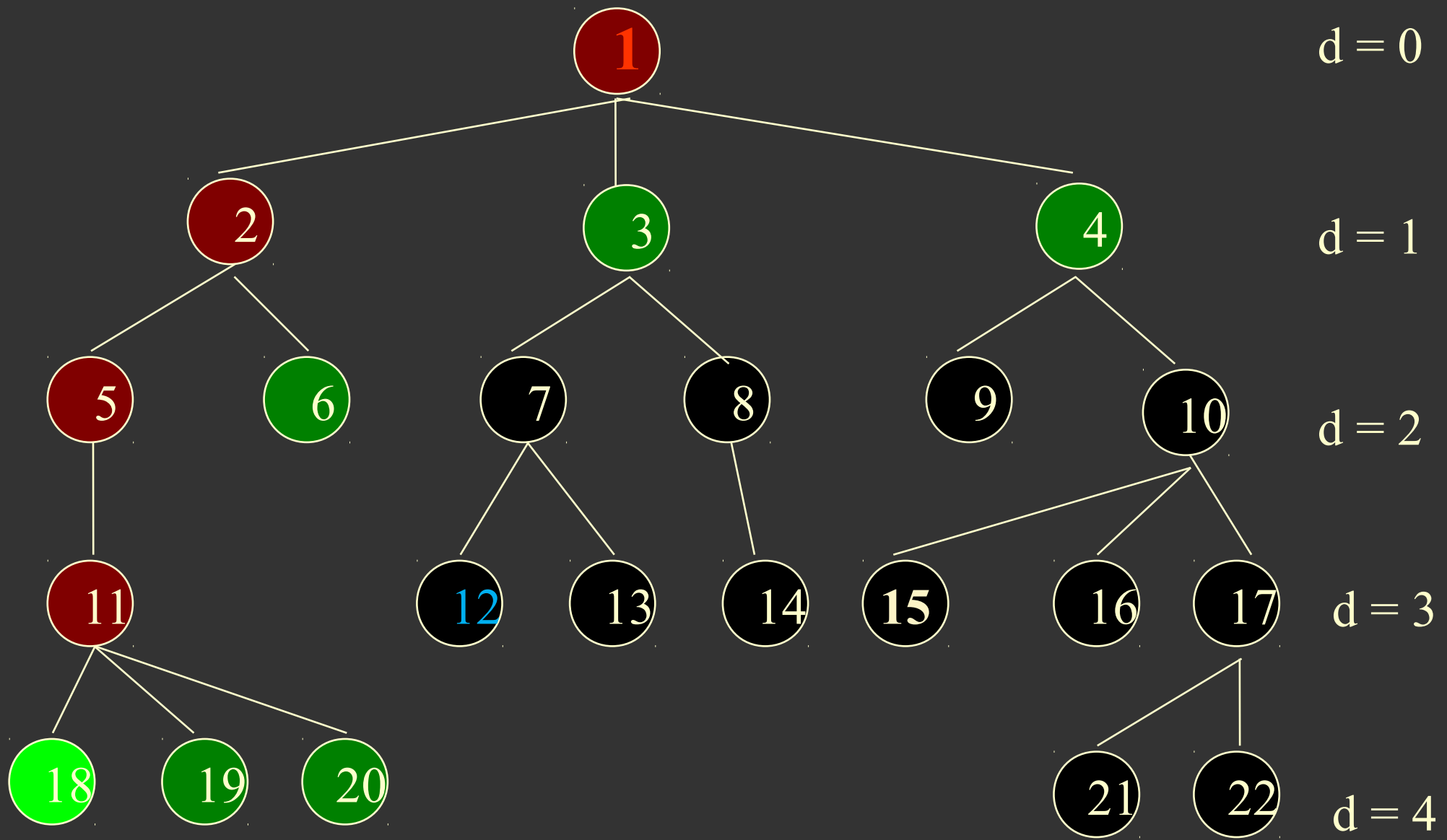
$F = \{[5, 2, 1], [6, 2, 1], [3, 1], [4, 1]\}$

$E = \{1, 2\}$



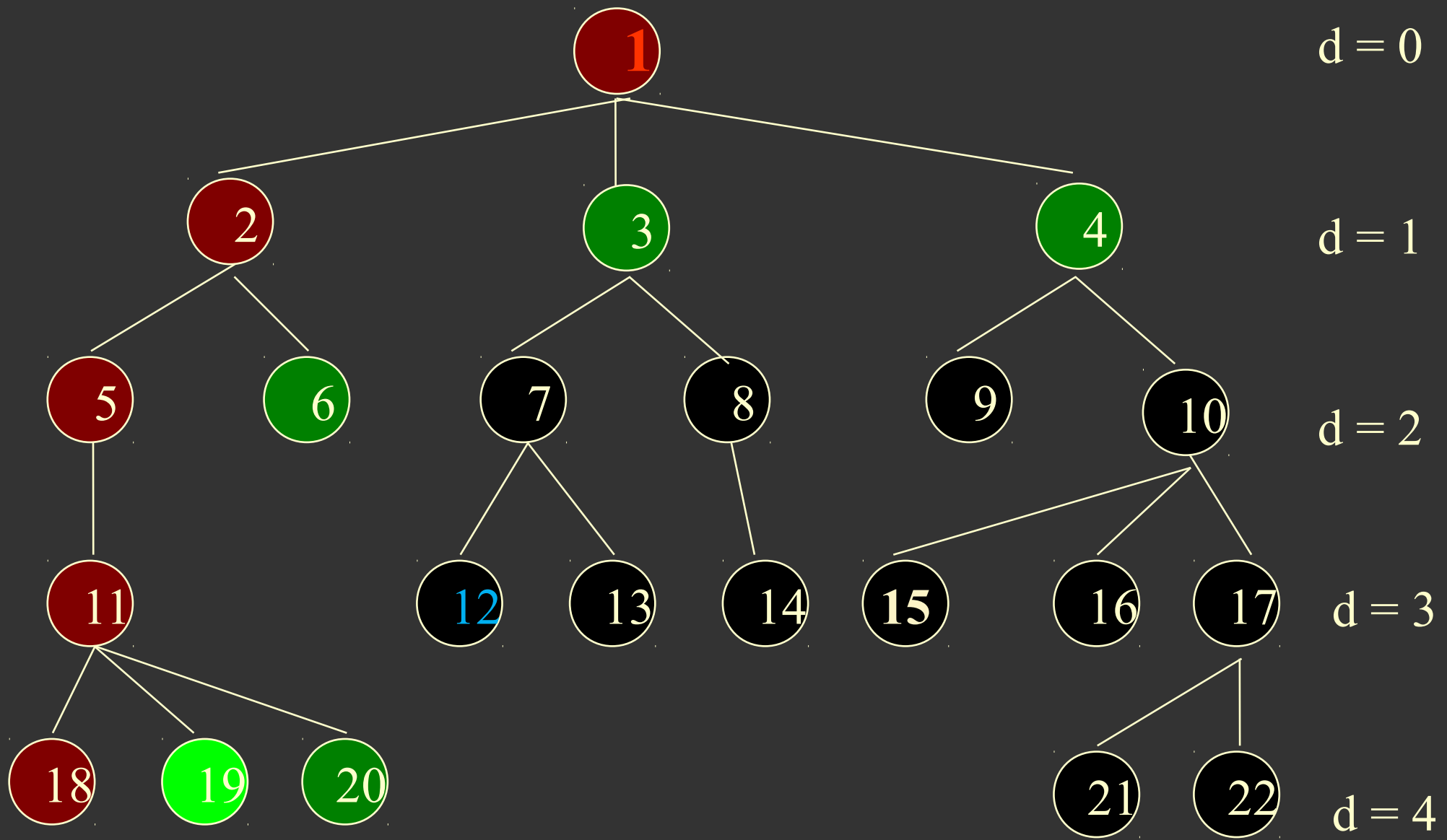
$F = \{[11, 5, 2, \textcolor{red}{1}], [6, 2, \textcolor{red}{1}], [3, \textcolor{red}{1}], [4, \textcolor{red}{1}]\}$

$E = \{\textcolor{red}{1}, 2, 5\}$



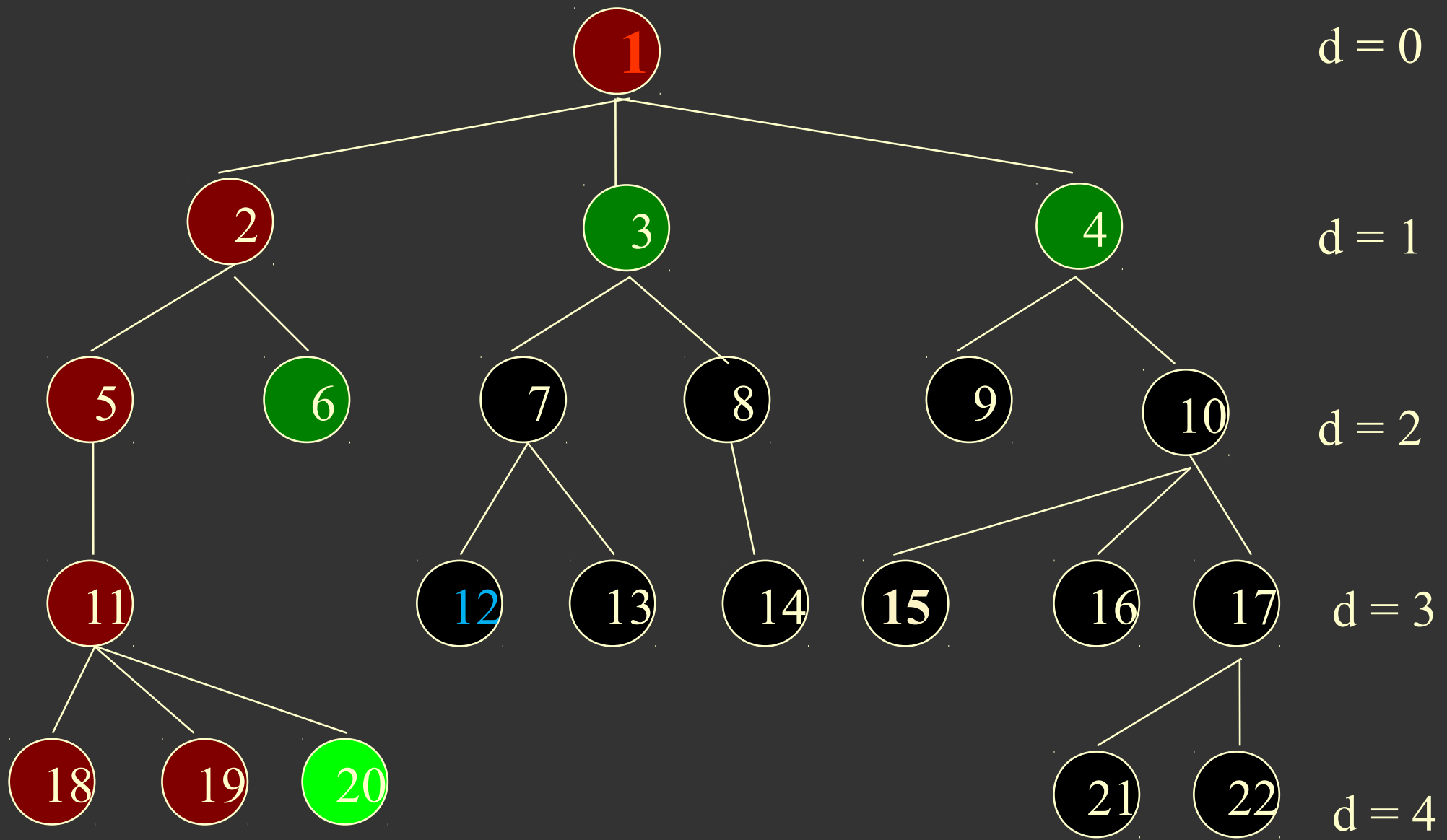
$F = \{[18, 11, 5, 2, \mathbf{1}], [19, 11, 5, 2, \mathbf{1}], [20, 11, 5, 2, \mathbf{1}], [6, 2, \mathbf{1}], [3, \mathbf{1}], [4, \mathbf{1}]\}$

$E = \{\mathbf{1}, 2, 5, 11\}$



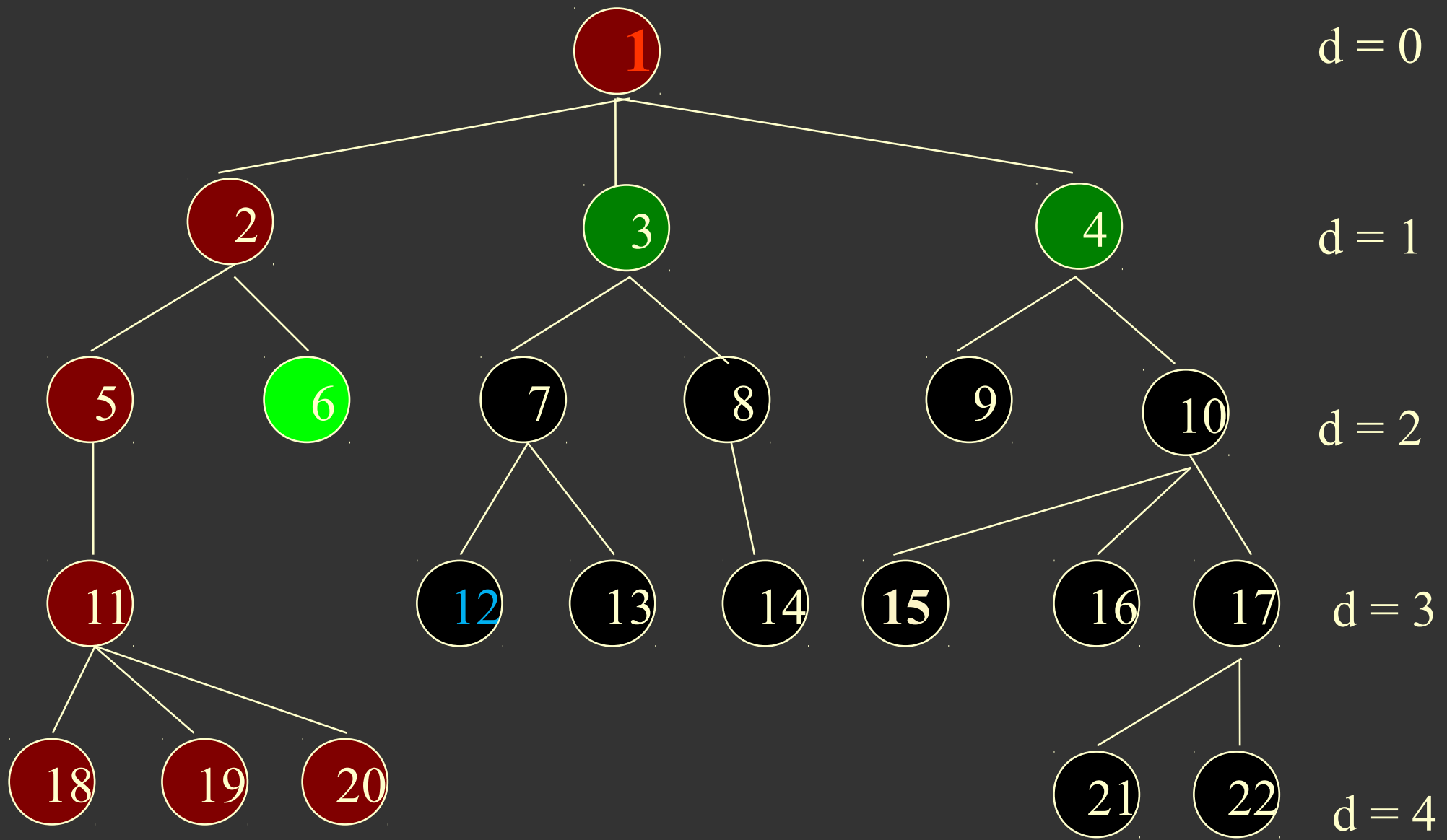
$F = \{[19, 11, 5, 2, 1], [20, 11, 5, 2, 1], [6, 2, 1], [3, 1], [4, 1]\}$

$E = \{1, 2, 5, 11, 18\}$



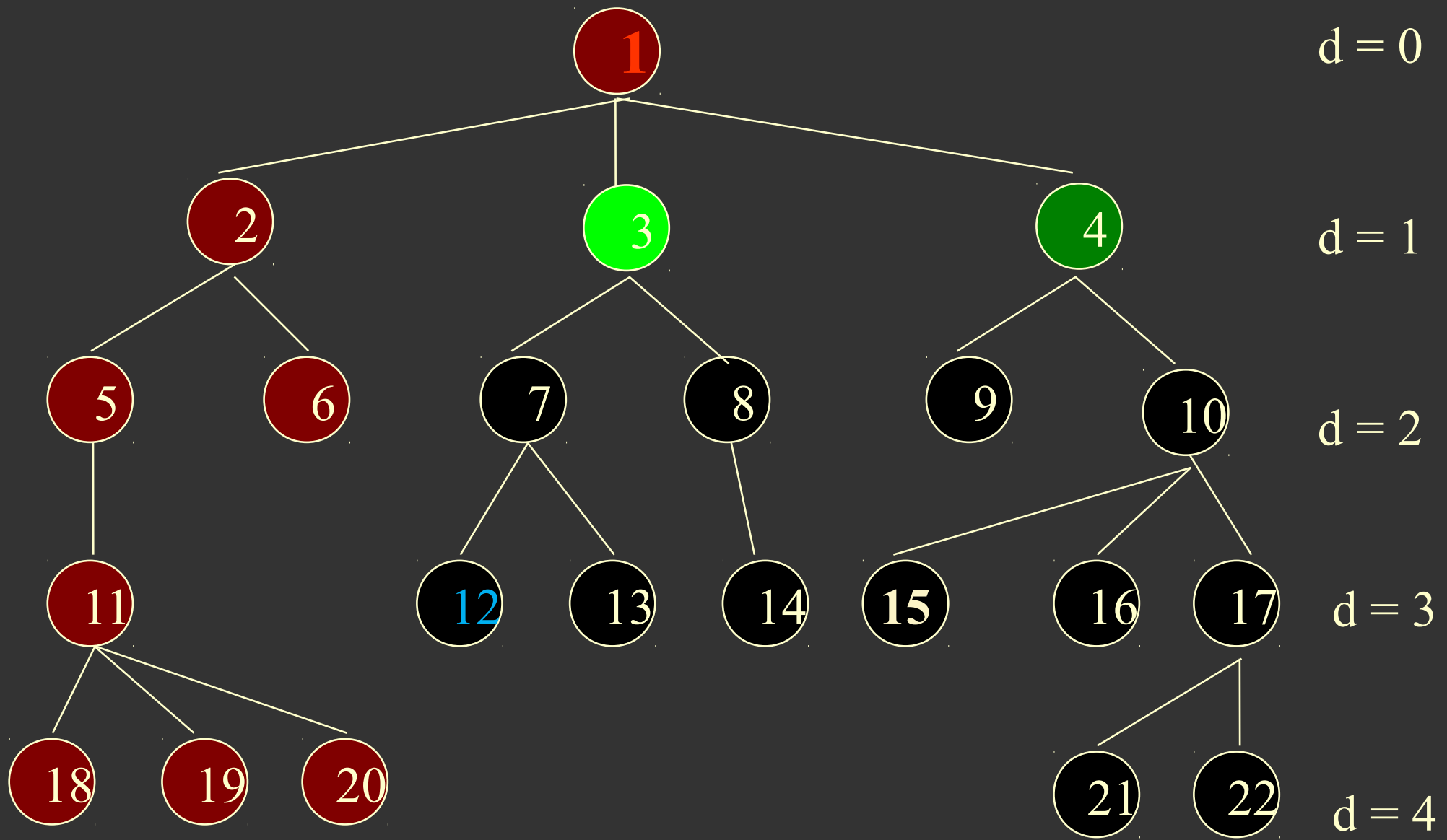
$F = \{[20, 11, 5, 2, \textcolor{red}{1}], [6, 2, \textcolor{red}{1}], [3, \textcolor{red}{1}], [4, \textcolor{red}{1}]\}$

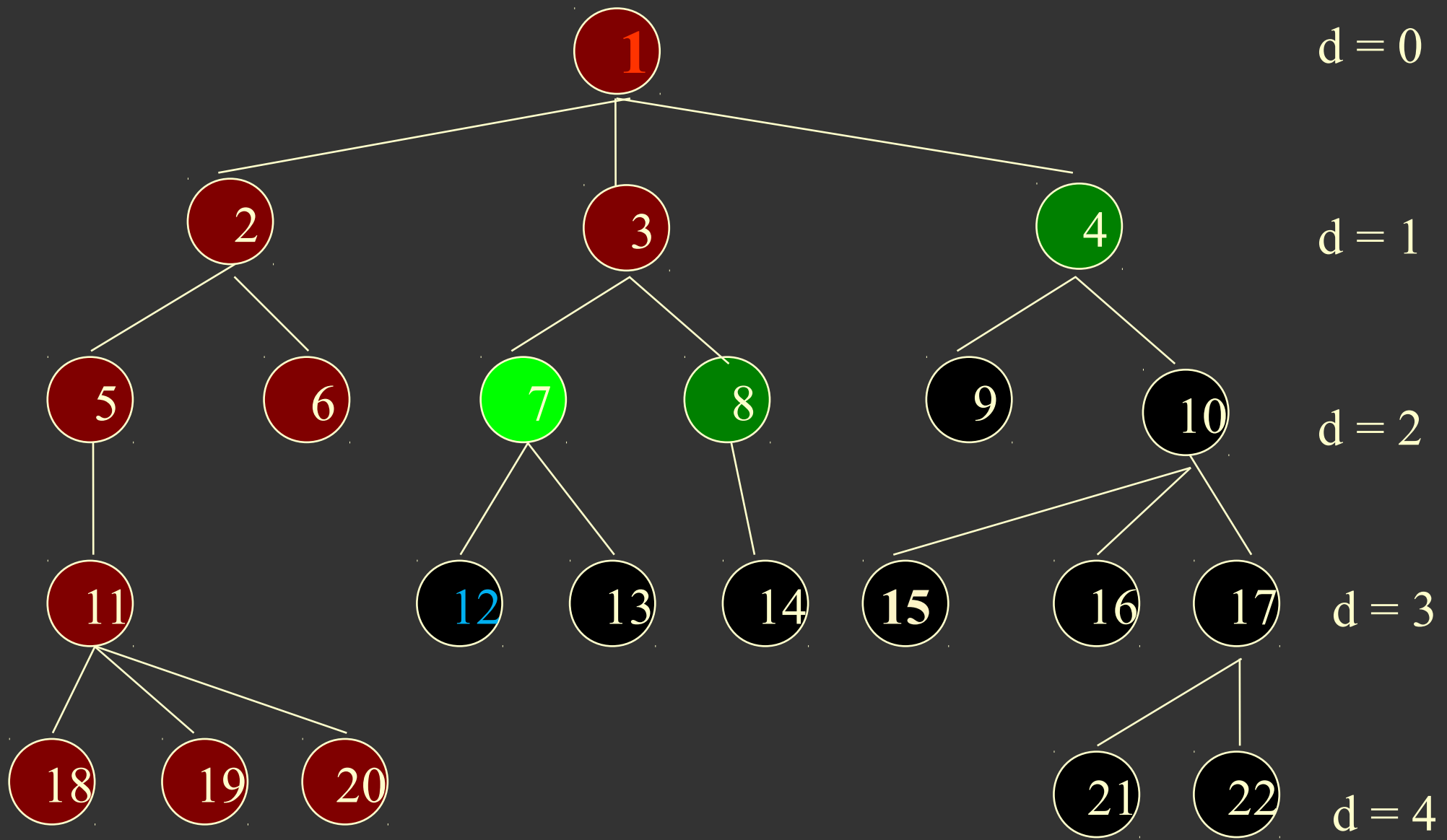
$E = \{\textcolor{red}{1}, 2, 5, 11, 18, 19\}$



$F = \{[6, 2, 1], [3, 1], [4, 1]\}$

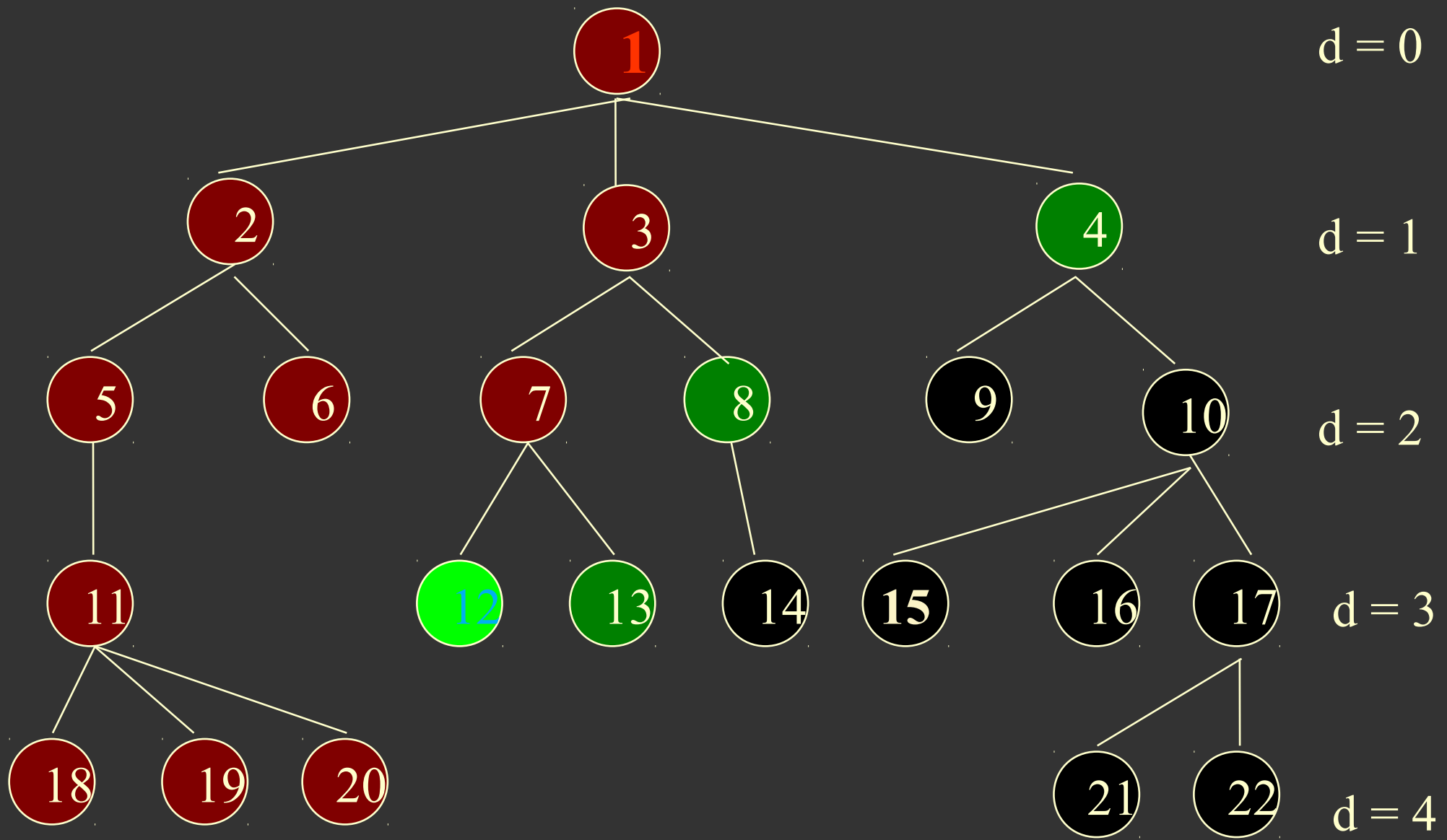
$E = \{1, 2, 5, 11, 18, 19, 20\}$





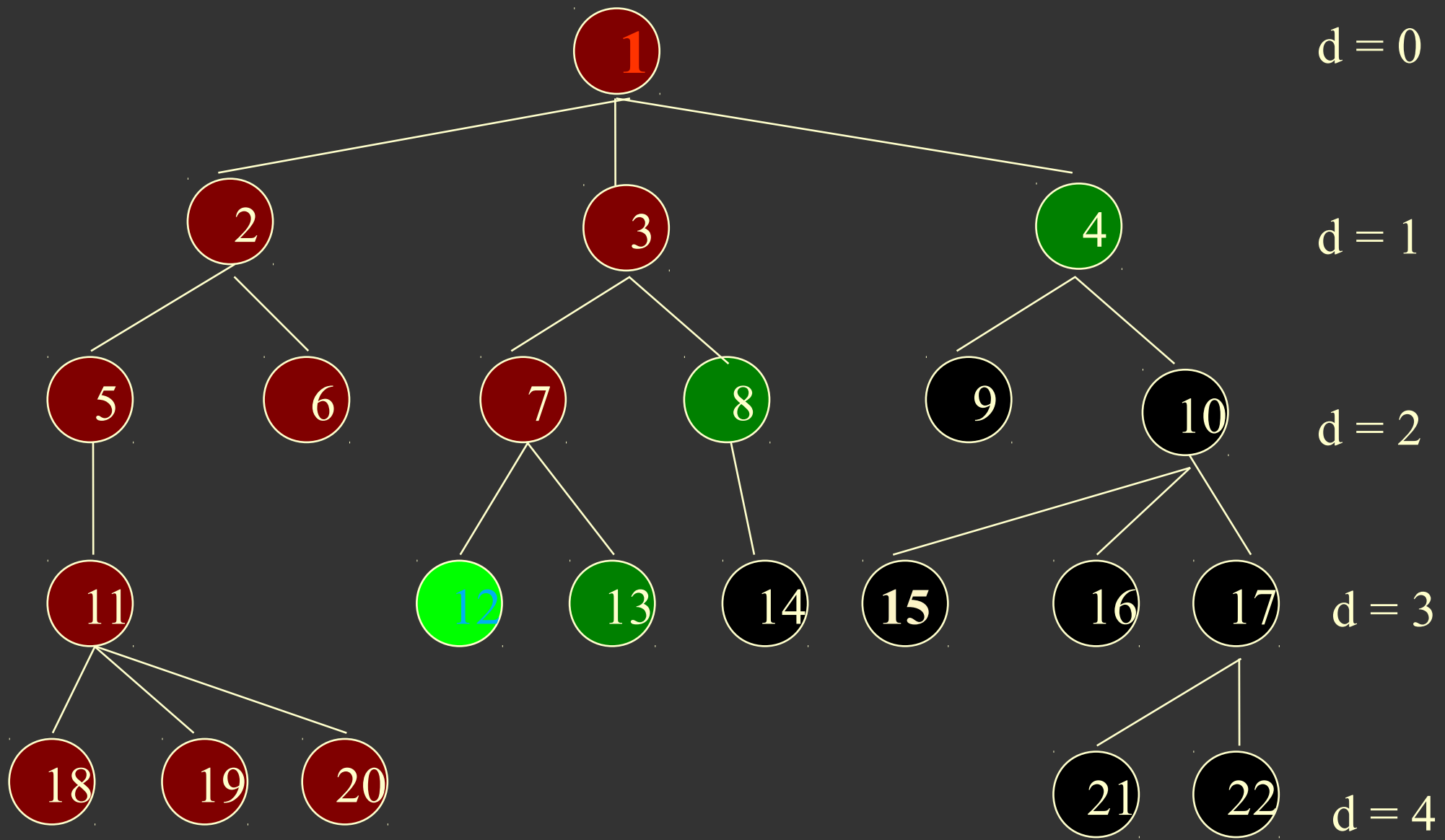
$F = \{[7, 3, 1], [8, 3, 1], [4, 1]\}$

$E = \{1, 2, 5, 11, 18, 19, 20, 6, 3\}$



$F = \{[12, 7, 3, 1], [13, 7, 3, 1], [8, 3, 1], [4, 1]\}$

$E = \{1, 2, 5, 11, 18, 19, 20, 6, 3, 7\}$



- Objetivo encontrado! = [12, 7, 3, 1]

Propriedades da BP

- **Completo??** Sim se o espaço de estados for de profundidade finita. Não caso contrário.
- **Tempo??** $O(b^m)$. Bom se m é igual à d ou ruim se m é maior que d .
- **Espaço??** $O(bm)$ linear em b e m !!!!
- **Admissível??** Não, pois não encontra sempre o menor caminho.

Código BP em Prolog

- Começamos encapsulamento da busca

%solucao por busca em profundidade (bp)

```
solucao_bp(Inicial,Solucao) :- bp([],Inicial,Solucao).
```

- a função bp recebe o caminho para o estado, o estado a ser explorado e retorna a solução.
- Se estado for a meta, monta e retorna a solução com o estado meta e seu caminho

%Se o primeiro estado da lista é meta, retorna a meta

```
bp(Caminho,Estado,[Estado|Caminho]) :- meta(Estado).
```

Código BP em Prolog

- Se a busca em profundidade não encontra a meta, então inserimos o estado no caminho (cabeça do caminho) e procuramos nos estados sucessores (descendentes)

%se falha, coloca o no caminho e continua a busca

```
bp(Caminho,Estado,Solucao) :- s(Estado,Sucessor),  
not(pertence(Sucessor,[Estado|Caminho])),  
bp([Estado|Caminho],Sucessor,Solucao).
```

- Mais simples que a BL por inserir estados no começo da lista e uso do **retrocesso**!

Alguns tipos de busca cega

- Busca em Largura
- Busca de Custo Uniforme
- Busca em Profundidade
- Busca em Profundidade Limitada
- Profundidade Iterativa

Busca em profundidade limitada

- Na tentativa de tentar solucionar problemas profundidade alta, se aplica um limite l na BP
- Assume-se que os nós à profundidade l **não possuem sucessores. (Qual o problema?)**
- **Completo??** Sim se $l \geq d$
- **Tempo??** $O(b^l)$
- **Espaço??** $O(bl)$
- **Admissível??** Não.

Busca em profundidade iterativa

- Chama BP limitada iterativamente.
- Escapa da necessidade de escolher o melhor limite de profundidade, pois tenta todos os limites possíveis após o limite definido t : primeiro t , depois $t+1$, então $t+2$,...
- Combina as vantagens da BP com a BL
- **Tempo??** $O(b^d)$ no pior caso
- **Espaço??** $O(bd)$
- **Completo??** Sim.
- **Admissível??** A partir de t , sim.

Aplicações

- São inúmeras as aplicações para busca em espaço de estados
- 8-Puzzle
 - Quebra cabeças com 8 números
 - Só pode trocar o espaço vazio com um número adjacente à ele

5	4	
6	1	8
7	3	2

1	2	3
8		4
7	6	5

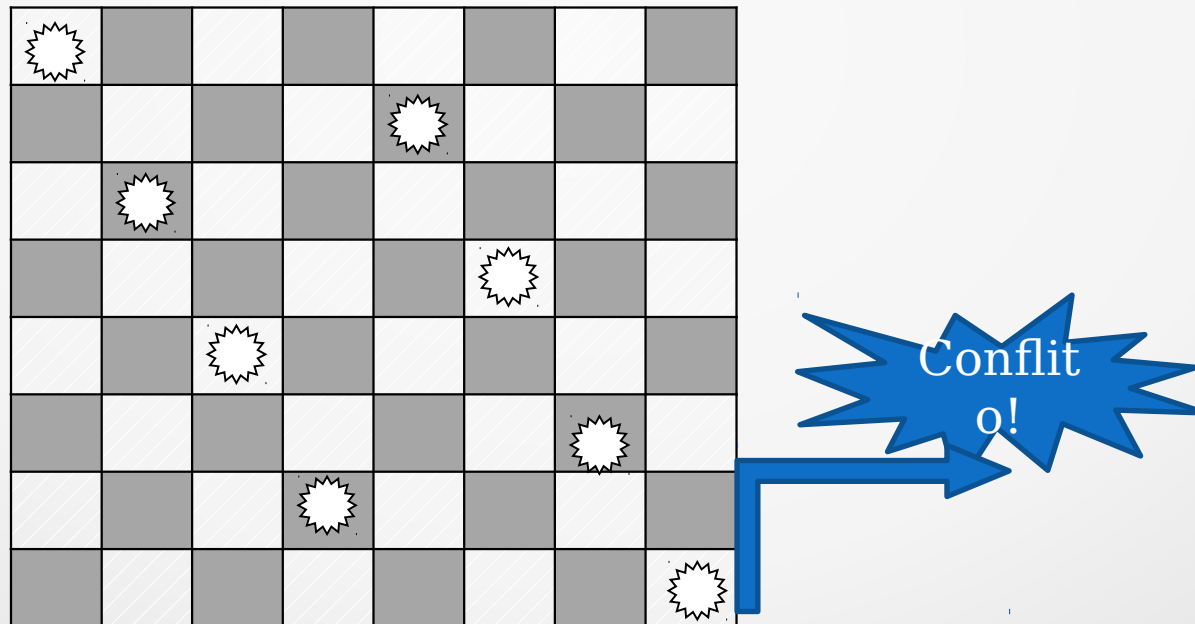
8-Puzzle

- Modelagem

Estados:	especifica localização de cada uma das oito peças - é o próprio tabuleiro
Operadores:	espaço move à direita espaço move à esquerda espaço move para cima espaço move para baixo
Objetivo:	estado final definido
Custo do caminho:	cada passo tem custo 1

Oito rainhas

- Colocar 8 rainhas em um tabuleiro de xadrez de forma que uma não possa atacar a outra. (Uma rainha ataca qualquer peça na mesma linha, coluna ou diagonal)



Oito rainhas

Formulação

Estados:	arranjo de rainhas no tabuleiro, nenhuma sendo atacada
Operadores:	adicionar uma rainha, em qualquer posição de modo que não seja atacada pelas outras
Objetivo:	8 rainhas no tabuleiro, nenhuma atacada
Custo do caminho:	0 (só interessa a situação final)

Outra Formulação

Operadores:	adicionar uma rainha, na coluna vazia mais à esquerda, de modo que não seja atacada pelas outras
-------------	--

Jarros

- Você tem duas jarras, uma de 4 litros e outra de 3 litros. Nenhuma delas tem qualquer marcação de medidas. Há uma bomba que pode ser usada para encher as jarras com água. Como é que você consegue obter exatamente 2 litros de água?



Fazendeiro-Lobo-Ovelha-Repolho

- Um fazendeiro, uma ovelha, um repolho e um lobo encontram-se do lado norte de um rio. O fazendeiro possui uma barca que ele pode utilizar para atravessar a ovelha ou o lobo ou o repolho para lado sul do rio. A ovelha não pode ficar na mesma margem que o repolho e o lobo não pode ficar na mesma margem que a ovelha, a não ser que o fazendeiro esteja presente. Modele o problema e faça com que o Prolog consiga transferir o fazendeiro, o ovelha e o repolho para a margem sul.



Exercícios

- Resolva os problemas exemplos dados em aula utilizando busca cega
 - Fazer a modelagem dos problemas
 - Código das buscas e manipulação de listas foi dado em aula
 - É copiar e colar!

Prolog - Jarros

%Regras de sucessão de estados

%enche o jarro de 4 litros

s([0,Y],[4,Y]).

%enche o jarro de 3 litros

s([X,0],[X,3]).

%passa agua do jarro de 4 litros para o de 3 litros ate ele encher

s([X,Y],[X2,3]):- Y < 3, X > (3-Y), X2 is X-(3-Y).

%passa agua do jarro de 4 litros para o de 3 litros ate ficar vazio

s([X,Y],[0,Y2]):- Y < 3, X < (3-Y), X > 0, Y2 is X+Y.

%passa agua do jarro de 3 litros para o de 4 litros ate ele encher

s([X,Y],[4,Y2]):- X < 4, Y > (4-X), Y2 is Y-(4-X).

%passa agua do jarro de 3 litros para o de 4 litros ate ficar vazio

s([X,Y],[X2,0]):- X < 4, Y < (4-X), Y > 0, X2 is X+Y.

%esvazia o jarro de 4 litros

s([_,Y],[0,Y]).

%esvazia o jarro de 3 litros

s([X,_],[X,0]).

%Define o estado meta

meta(Estado) :- pertence(2,Estado).

Prolog – Fazendeiro (parte1)

```
% Assume que o estado seja representado por uma lista cujas posições
% são fazendeiro, lobo, ovelha e repolho
% neste problema, o estado inicial é fixo, ou seja,
% [norte,norte,norte,norte]
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Regras de sucessão de estados
%fazendeiro atravessa o rio com lobo
s([Saida,Saida,O,R],[Chegada,Chegada,O,R]) :-
    permitido_ir_de([Saida,Saida,O,R],[Chegada,Chegada,O,R]).
%fazendeiro atravessa o rio com a ovelha
s([Saida,L,Saida,R],[Chegada,L,Chegada,R]) :-
    permitido_ir_de([Saida,L,Saida,R],[Chegada,L,Chegada,R]).
%fazendeiro atravessa o rio com o repolho
s([Saida,L,O,Saida],[Chegada,L,O,Chegada]) :-
    permitido_ir_de([Saida,L,O,Saida],[Chegada,L,O,Chegada]).
%fazendeiro atravessa o rio sozinho
s([Saida,L,O,R],[Chegada,L,O,R]) :- permitido_ir_de([Saida,L,O,R],
    [Chegada,L,O,R]).
```

Prolog – Fazendeiro (parte2)

```
%regra que define se é permitido atravessar o rio
permitido_ir_de([F1,_,_,_],[F2,L2,O2,R2]) :- opostas(F1,F2),
nao_oferece_perigo(F2,L2,O2,R2).
```

```
%regra que define estados que oferecem perigo e não são permitidos
%não há perigo se o fazendeiro estiver com a ovelha ou
nao_oferece_perigo(FO,_,FO,_).
%não há perigo se a ovelha estiver sozinha em uma das margens
nao_oferece_perigo(FLR,FLR,O,FLR) :- opostas(FLR,O).
```

```
%preciso definir quais são as margens opostas
opostas(sul,norte).
opostas(norte,sul).
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%define estado inicial
inicio([norte,norte,norte,norte]).
```

```
%define o estado meta
meta([sul,sul,sul,sul]).
```