Estruturas Discretas

Teoria dos Conjuntos
Definições

Profa. Helena Caseli
helenacaseli@dc.ufscar.br

Teoria dos Conjuntos

- **Conjunto**
  - É uma coleção de objetos não ordenada e sem repetição
  - Todos os objetos de um conjunto têm alguma propriedade em comum
    - Qualquer objeto que tem essa propriedade pertence ao conjunto e qualquer objeto que não tem essa propriedade não pertence ao conjunto

Teoria dos Conjuntos

- **Conjunto**
  - É uma coleção de objetos <u>não ordenada</u> e sem repetição
  - Todos os objetos de um conjunto têm alguma propriedade em comum
    - Qualquer objeto que tem essa propriedade pertence ao conjunto e qualquer objeto que não tem essa propriedade não pertence ao conjunto
  - Lembre-se
    - → Não há ordem para os objetos do conjunto

Teoria dos Conjuntos

- **Conjunto**
  - É uma coleção de objetos <u>não ordenada</u> e <u>sem repetição</u>
  - Todos os objetos de um conjunto têm alguma propriedade em comum
    - Qualquer objeto que tem essa propriedade pertence ao conjunto e qualquer objeto que não tem essa propriedade não pertence ao conjunto
  - Lembre-se
    - Não há ordem para os objetos do conjunto
    - Um objeto não pode aparecer em um conjunto mais de uma vez

Teoria dos Conjuntos

- **Conjunto**
  - Exemplos

1. { 1, 2, 3 }, { 3, 2, 1 } e { 1, 1, 2, 3, 3 }

→ Representam o mesmo conjunto

Teoria dos Conjuntos

- **Conjunto**
  - Exemplos

1. { 1, 2, 3 }, { 3, 2, 1 } e { 1, 1, 2, 3, 3 }
   - Representam o mesmo conjunto
2. O conjunto formado por todas as mulheres da sala (M)

Teoria dos Conjuntos

- **Conjunto**
  - Exemplos

1. { 1, 2, 3 }, { 3, 2, 1 } e { 1, 1, 2, 3, 3 }
   - Representam o mesmo conjunto
2. O conjunto formado por todas as mulheres da sala (M)
3. O conjunto formado por todos(as) os(as) corinthianos da sala (T)

Teoria dos Conjuntos

- **Conjunto**
  - Exemplos
    1. { 1, 2, 3 }, { 3, 2, 1 } e { 1, 1, 2, 3, 3 }
       - Representam o mesmo conjunto
    2. O conjunto formado por todas as mulheres da sala (M)
    3. O conjunto formado por todos(as) os(as) corinthianos da sala (T)
    4. O conjunto formado por todas as pessoas com mais de 65 anos na sala

Teoria dos Conjuntos

- **Conjunto**
  - Exemplos

1. { 1, 2, 3 }, { 3, 2, 1 } e { 1, 1, 2, 3, 3 }
   - Representam o mesmo conjunto
2. O conjunto formado por todas as mulheres da sala (M)
3. O conjunto formado por todos(as) os(as) corinthianos da sala (T)
4. O conjunto formado por todas as pessoas com mais de 65 anos na sala (∅)
   - O conjunto vazio (∅) é um conjunto desprovido de elementos

Teoria dos Conjuntos

- **Conjunto**
  - Nomenclatura e Notação
  - Pertinência a um Conjunto
  - Cardinalidade
  - Alguns conjuntos especiais
  - Descrição de Conjuntos
  - Igualdade de Conjuntos
  - Conjunto Universo
  - Subconjunto
  - $\subseteq$ X $\in$

Teoria dos Conjuntos

- **Conjunto**
  - Nomenclatura e Notação
    - Geralmente são usadas letras maiúsculas para denotar conjuntos

Teoria dos Conjuntos

- **Conjunto**
  - Nomenclatura e Notação
    - Geralmente são usadas letras maiúsculas para denotar conjuntos
    - Os objetos de um conjunto são apresentados entre chaves ({ e }) e separados por vírgula

Teoria dos Conjuntos

- **Conjunto**
  - Nomenclatura e Notação
    - Geralmente são usadas letras maiúsculas para denotar conjuntos
    - Os objetos de um conjunto são apresentados entre chaves ({ e }) e separados por vírgula
    - Exemplos
      - A = { 1, 2, 3 }
      - B = { Pedro, João, Maria }
      - C = { !, $, @ }

Teoria dos Conjuntos

- **Nomenclatura e Notação**
  - Defina conjuntos contendo

    a) As frutas de que você mais gosta

    b) Nomes de seus irmãos

    c) Seus apelidos

    d) O melhor time de futebol do país

    e) Os números primos positivos

Teoria dos Conjuntos

- **Nomenclatura e Notação**
  - Defina conjuntos contendo
    - a) As frutas de que você mais gosta
    - b) Nomes de seus irmãos
    - c) Seus apelidos
    - d) O melhor time de futebol do país
    - e) Os números primos positivos

RESPOSTAS

a) F = { banana, mamão, uva }
b) I = { Henrique }
c) A = { }
d) M = { TIMÃO }
e) P = { 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, ... }
(a, b, c e d são apenas exemplos já que outras respostas diferentes são possíveis)

Teoria dos Conjuntos

- **Pertinência a um Conjunto**
  - Um objeto que pertence a um conjunto é chamado **membro** do conjunto ou **elemento** do conjunto
    - A pertinência a um conjunto é denotada pelo símbolo $\in$

Teoria dos Conjuntos

- **Pertinência a um Conjunto**
  - Um objeto que pertence a um conjunto é chamado **membro** do conjunto ou **elemento** do conjunto
    - A pertinência a um conjunto é denotada pelo símbolo $\in$
      - A expressão $\mathbf{x \in A}$ significa que o objeto x <u>é elemento</u> do conjunto A
      - A expressão $\mathbf{x \notin A}$ significa que o objeto x <u>não é elemento</u> do conjunto A

Teoria dos Conjuntos

- **Pertinência a um Conjunto**
  - Um objeto que pertence a um conjunto é chamado **membro** do conjunto ou **elemento** do conjunto
    - A pertinência a um conjunto é denotada pelo símbolo $\in$
      - A expressão $\mathbf{x \in A}$ significa que o objeto x <u>é elemento</u> do conjunto A
      - A expressão $\mathbf{x \notin A}$ significa que o objeto x <u>não é elemento</u> do conjunto A
    - Outras formas de ler a expressão "é elemento de":
      - é *membro de*,
      - *pertence a*,
      - *está em*

Teoria dos Conjuntos

- **Pertinência a um Conjunto**
  - Exemplos
    - 2 ? { 1, 2, 3 }

Teoria dos Conjuntos

- **Pertinência a um Conjunto**
  - Exemplos
    - $2 \in \{ 1, 2, 3 \}$
    - 4 ? $\{ 1, 2, 3 \}$

Teoria dos Conjuntos

- **Pertinência a um Conjunto**
  - Exemplos
    - $2 \in \{ 1, 2, 3 \}$
    - $4 \notin \{ 1, 2, 3 \}$
    - Seja $A = \{ a, x, b \}$ então a ? A e c ? A

Teoria dos Conjuntos

- **Pertinência a um Conjunto**
  - Exemplos
    - $2 \in \{ 1, 2, 3 \}$
    - $4 \notin \{ 1, 2, 3 \}$
    - Seja $A = \{ a, x, b \}$ então $a \in A$ e $c \notin A$

Teoria dos Conjuntos

- **Pertinência a um Conjunto**
  - Para os conjuntos definidos anteriormente por você, preencha com $\in$ ou $\notin$

    a) uva ? Conjunto das frutas de que você mais gosta

    b) Pedro ? Conjunto com os nomes de seus irmãos

    c) Tico ? Conjunto com seus apelidos

    d) Palmeiras ? Conjunto do melhor time de fut. do país

    e) 5 ? Conjunto dos números primos positivos

Teoria dos Conjuntos

- **Pertinência a um Conjunto**
  - Para os conjuntos definidos anteriormente por você, preencha com $\in$ ou $\notin$

    a) uva ? Conjunto das frutas de que você mais gosta

    b) Pedro ? Conjunto com os nomes de seus irmãos

    c) Tico ? Conjunto com seus apelidos

    d) Palmeiras ? Conjunto do melhor time de fut. do país

    e) 5 ? Conjunto dos números primos positivos

RESPOSTAS

a) uva $\in$ F	F = { banana, mamão, uva }
b) Pedro $\notin$ I	I = { Henrique }
c) Tico $\notin$ A	A = { }
d) Palmeiras $\notin$ M	M = { TIMÃO }
e) 5 $\in$ P	P = { 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, ... }

Teoria dos Conjuntos

- **Cardinalidade (tamanho)**
  - A **cardinalidade** ou **tamanho** de um conjunto A é o número de elementos do conjunto A
    - É denotada pelas barras de valor absoluto em torno do símbolo do conjunto:

$$\mathbf{|\,A\,|}$$

Teoria dos Conjuntos

- **Cardinalidade (tamanho)**
  - A **cardinalidade** ou **tamanho** de um conjunto A é o número de elementos do conjunto A
    - É denotada pelas barras de valor absoluto em torno do símbolo do conjunto:

$$\mathbf{|\,A\,|}$$

- Um conjunto é **finito** se sua cardinalidade é um inteiro (é finita)
- Caso contrário, dizemos que o conjunto é **infinito**

Teoria dos Conjuntos

- **Cardinalidade (tamanho)**
  - Exemplos
    - A cardinalidade do conjunto { 1, 2, 3 } é ?
    - Seja A = { 1, 2, 3, 5 }, | A | = ?

Teoria dos Conjuntos

- **Cardinalidade (tamanho)**
  - Exemplos
    - A cardinalidade do conjunto $\{ 1, 2, 3 \}$ é 3
    - Seja $A = \{ 1, 2, 3, 5 \}$, $| A | = 4$

Teoria dos Conjuntos

- **Cardinalidade (tamanho)**
  - Exemplos
    - A cardinalidade do conjunto { 1, 2, 3 } é 3
    - Seja A = { 1, 2, 3, 5 }, | A | = 4

→ A cardinalidade do conjunto dos inteiros é infinita

→ A cardinalidade do conjunto vazio é zero, ou seja $|\emptyset| = 0$

Teoria dos Conjuntos

- **Cardinalidade (tamanho)**
  - Para os conjuntos definidos anteriormente por você, diga qual a cardinalidade
    - a) |Conjunto das frutas de que você mais gosta| =
    - b) |Conjunto com os nomes de seus irmãos| =
    - c) |Conjunto com seus apelidos| =
    - d) |Conjunto do melhor time de futebol do país| =
    - e) |Conjunto dos números primos positivos| =

Teoria dos Conjuntos

- **Cardinalidade (tamanho)**
  - Para os conjuntos definidos anteriormente por você, diga qual a cardinalidade
    a) |Conjunto das frutas de que você mais gosta| =
    b) |Conjunto com os nomes de seus irmãos| =
    c) |Conjunto com seus apelidos| =
    d) |Conjunto do melhor time de futebol do país| =
    e) |Conjunto dos números primos positivos| =

RESPOSTAS

a) |F| = 3	F = { banana, mamão, uva }
b) |I| = 1	I = { Henrique }
c) |A| = 0	A = { }
d) |M| = 1	M = { TIMÃO }
e) |P| = infinito	P = { 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, ... }

Teoria dos Conjuntos

- **Alguns conjuntos especiais**

$\mathbb{N}$ = conjunto dos números naturais ou inteiros não-negativos

$\mathbb{Z}$ = conjunto dos números inteiros

$\mathbb{Q}$ = conjunto dos número racionais (formados pela divisão de dois inteiros a/b com $b \neq 0$)

$\mathbb{R}$ = conjunto dos números reais

Teoria dos Conjuntos

- **Alguns conjuntos especiais**

$\mathbb{N}$ = conjunto dos números naturais ou inteiros não-negativos (note que $0 \in \mathbb{N}$)

$\{0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$

$\mathbb{Z}$ = conjunto dos números inteiros

$\{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$

$\mathbb{Q}$ = conjunto dos número racionais (formados pela divisão de dois inteiros a/b com $b \neq 0$)

$\{\ldots, -1/2, -1/3, -1/4, 0, 1/4, 1/3, 1/2, \ldots\}$

$\mathbb{R}$ = conjunto dos números reais

$\{\ldots, -0.1, 0, +0.1, \ldots\}$

Teoria dos Conjuntos

- **Descrição de Conjuntos**
  1. Listar total ou parcialmente os elementos do conjunto

Teoria dos Conjuntos

- **Descrição de Conjuntos**
  1. Listar total ou parcialmente os elementos do conjunto
     - A = { a, b, c } ou S = { 2, 4, 6, 8, … }

Teoria dos Conjuntos

- **Descrição de Conjuntos**
  1. Listar total ou parcialmente os elementos do conjunto
     - A = { a, b, c } ou S = { 2, 4, 6, 8, … }
  2. Usar recorrência para descrever como gerar os elementos do conjunto
     - Explicitar um elemento desse conjunto e descrever os outros em termos de elementos já conhecidos

Teoria dos Conjuntos

- **Descrição de Conjuntos**
  1. Listar total ou parcialmente os elementos do conjunto
     - A = { a, b, c } ou S = { 2, 4, 6, 8, … }
  2. Usar recorrência para descrever como gerar os elementos do conjunto
     - Explicitar um elemento desse conjunto e descrever os outros em termos de elementos já conhecidos
       - i. $2 \in S$ e ii. Se $n \in S$, então $(n+2) \in S$

Teoria dos Conjuntos

- **Descrição de Conjuntos**
  1. Listar total ou parcialmente os elementos do conjunto
     - A = { a, b, c } ou S = { 2, 4, 6, 8, … }
  2. Usar recorrência para descrever como gerar os elementos do conjunto
     - Explicitar um elemento desse conjunto e descrever os outros em termos de elementos já conhecidos
       - i. $2 \in S$ e ii. Se $n \in S$, então $(n+2) \in S$
  3. Descrever uma propriedade que caracteriza os elementos do conjunto usando a notação

     { variável de referência | condições }

Teoria dos Conjuntos

- **Descrição de Conjuntos**
  1. Listar total ou parcialmente os elementos do conjunto
     - A = { a, b, c } ou S = { 2, 4, 6, 8, … }
  2. Usar recorrência para descrever como gerar os elementos do conjunto
     - Explicitar um elemento desse conjunto e descrever os outros em termos de elementos já conhecidos
       - i. $2 \in S$ e ii. Se $n \in S$, então $(n+2) \in S$
  3. Descrever uma propriedade que caracteriza os elementos do conjunto usando a notação

     { variável de referência | condições }

     - S = { x | x é um inteiro par, x > 0 }

Teoria dos Conjuntos

Não funciona para alguns conjuntos. Por exemplo: $S = \{ 3, 5, 7, \dots \}$?

- **Descrição de Conjuntos**

1. Listar total ou parcialmente os elementos do conjunto
   - $A = \{ a, b, c \}$ ou $S = \{ 2, 4, 6, 8, \dots \}$
2. Usar recorrência para descrever como gerar os elementos do conjunto
   - Explicitar um elemento desse conjunto e descrever os outros em termos de elementos já conhecidos
     - i. $2 \in S$ e ii. Se $n \in S$, então $(n+2) \in S$
3. Descrever uma propriedade que caracteriza os elementos do conjunto usando a notação

   { variável de referência | condições }

   - $S = \{ x \mid x$ é um inteiro par, $x > 0 \}$

Teoria dos Conjuntos

- **Descrição de Conjuntos**

1. Listar total ou parcialmente os elementos do conjunto
   - A = { a, b, c } ou S = { 2, 4, 6, 8

Difícil de especificar em muitos casos

2. Usar recorrência para descrever como gerar os elementos do conjunto
   - Explicitar um elemento desse conjunto e descrever os outros em termos de elementos já conhecidos
     - i. $2 \in S$ e ii. Se $n \in S$, então $(n+2) \in S$
3. Descrever uma propriedade que caracteriza os elementos do conjunto usando a notação

   { variável de referência | condições }

   - S = { x | x é um inteiro par, x > 0 }

Teoria dos Conjuntos

- **Descrição de Conjuntos**

1. Listar total ou parcialmente os elementos do conjunto
   - A = { a, b, c } ou S = { 2, 4, 6, 8, … }
2. Usar recorrência para descrever como gerar os elementos do conjunto
   - Explicitar um elemento desse conjunto e descrever os outros em termos de elementos já
     - i. $2 \in S$ e ii. Se n

Em geral, é a melhor opção

3. Descrever uma propriedade que caracteriza os elementos do conjunto usando a notação

   { variável de referência | condições }

   - S = { x | x é um inteiro par, x > 0 }

Teoria dos Conjuntos

- **Descrição de Conjuntos**
  - Descreva cada um dos conjuntos a seguir listando seus elementos

    a) $\{ x \mid x \text{ é um inteiro e } 3 < x \leq 7 \}$

    b) $\{ x \mid x \text{ é um mês iniciado com a letra A} \}$

    c) $\{ x \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 10 \text{ e } x \text{ é múltiplo de } 3 \}$

    d) $\{ x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ e } x^2 = 4 \}$

Teoria dos Conjuntos

- **Descrição de Conjuntos**
  - Descreva cada um dos conjuntos a seguir listando seus elementos

    a) $\{ x \mid x$ é um inteiro e $3 < x \leq 7 \}$

    b) $\{ x \mid x$ é um mês iniciado com a letra A $\}$

    c) $\{ x \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 10$ e x é múltiplo de $3 \}$

    d) $\{ x \mid x \in \mathbb{Z}$ e $x^2 = 4 \}$

RESPOSTAS

a) $\{ 4, 5, 6, 7 \}$

b) { Abril, Agosto }

c) $\{ 0, 3, 6, 9 \}$

d) $\{ -2, 2 \}$

Teoria dos Conjuntos

- **Descrição de Conjuntos**
  - Descreva cada um dos conjuntos a seguir por meio de uma propriedade que caracterize seus elementos
    a) { 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, … }
    b) { 0, 1, 10, 11, 100, 101, 110, 111, 1000, … }

Teoria dos Conjuntos

- **Descrição de Conjuntos**
  - Descreva cada um dos conjuntos a seguir por meio de uma propriedade que caracterize seus elementos

    a) { 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, … }

    b) { 0, 1, 10, 11, 100, 101, 110, 111, 1000, … }

RESPOSTAS

a) { x | x é um número primo }

b) { x | x é a codificação em binário de um inteiro }

Teoria dos Conjuntos

- **Descrição de Conjuntos**
  - Determine a cardinalidade dos seguintes conjuntos

    a) $\{ x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ e } |x| \leq 10 \}$

    b) $\{ x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ e } 1 \leq x^2 \leq 2 \}$

Teoria dos Conjuntos

- **Descrição de Conjuntos**
  - Determine a cardinalidade dos seguintes conjuntos

    a) $\{ x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ e } |x| \leq 10 \}$

    b) $\{ x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ e } 1 \leq x^2 \leq 2 \}$

RESPOSTAS

a) 21, pois o conjunto é: { -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}

b) 2, pois o conjunto é: { -1, 1 }

Teoria dos Conjuntos

- **Igualdade de Conjuntos**
  - Dois conjuntos são iguais se contêm exatamente os mesmos elementos
    - Lembre-se que um conjunto não se altera se seus elementos forem repetidos ou reordenados

Teoria dos Conjuntos

- **Igualdade de Conjuntos**
  - Dois conjuntos são iguais se contêm <u>exatamente</u> os mesmos elementos
    - ➔ Lembre-se que um conjunto não se altera se seus elementos forem repetidos ou reordenados
  - Exemplos
    - B = {1, 2, 3, 4, 5} e C = {5, 4, 3, 2, 1} são iguais?
    - E = {1, 2} e F = {2, 1, 4/2, 5/5} são iguais?
    - G = {x | $x^2 - 3x + 2 = 0$}, H = {2, 1} e I = {1, 2, 2, 1, 6/3} são todos iguais?

Teoria dos Conjuntos

- **Igualdade de Conjuntos**
  - Dois conjuntos são iguais se contêm exatamente os mesmos elementos
    - ➔ Lembre-se que um conjunto não se altera se seus elementos forem repetidos ou reordenados
  - Exemplos
    - $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $C = \{5, 4, 3, 2, 1\}$ são iguais
    - $E = \{1, 2\}$ e $F = \{2, 1, 4/2, 5/5\}$ são iguais
    - $G = \{x \mid x^2 – 3x + 2 = 0\}$, $H = \{2, 1\}$ e $I = \{1, 2, 2, 1, 6/3\}$ são todos iguais, ou seja, $G = H = I$

Teoria dos Conjuntos

- **Conjunto Universo**
  - Define o contexto dos objetos em discussão
    - Denotado por **U**

Teoria dos Conjuntos

- **Conjunto Universo**
  - Define o contexto dos objetos em discussão
    - Denotado por **U**
      - Exemplo
        - O conjunto

$$\mathbf{A = \{x \mid 10 \leq x \leq 20\}}$$

Terá sua formatação exata conhecida apenas se soubermos qual o seu conjunto universo

Teoria dos Conjuntos

- **Conjunto Universo**
  - Define o contexto dos objetos em discussão
    - → Denotado por **U**
      - Exemplo
        - O conjunto

$$\mathbf{A = \{x \mid 10 \leq x \leq 20\}}$$

Terá sua formatação exata conhecida apenas se soubermos qual o seu conjunto universo

- Se **U** = $\mathbb{N}$,

  A = {10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20}
- Se **U** = $\mathbb{R}$,

  A = [10, 20]

Teoria dos Conjuntos

- **Conjunto Universo**
  - Define o contexto dos objetos em discussão
    - ➔ Denotado por **U**
      - Exemplo
        - O conjunto

$$\mathbf{A = \{x \mid 10 \leq x \leq 20\}}$$

Terá sua formatação exata conhecida apenas se soubermos qual o seu conjunto universo

- Se **U** = $\mathbb{N}$,

  A = {10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20}
- Se **U** = $\mathbb{R}$,

  A = [10, 20]

➔ Quando não houver dúvida, **U** não precisa ser especificado

Teoria dos Conjuntos

- **Subconjunto**
  - A é subconjunto de B se todo elemento de A também é elemento de B
    - Diz-se que A **está contido** em B ou B **contém** A, usando os símbolos:
      - $A \subseteq B$ A está contido em B
      - $B \supseteq A$ B contém A

Teoria dos Conjuntos

- **Subconjunto**
  - A é subconjunto de B se todo elemento de A também é elemento de B
    - Diz-se que A **está contido** em B ou B **contém** A, usando os símbolos:
      - $A \subseteq B$ A está contido em B
      - $B \supseteq A$ B contém A

  - A não é subconjunto de B se pelo menos um elemento de A não pertence a B
    - Escrevemos $A \not\subset B$

Teoria dos Conjuntos

- **Subconjunto**
  - Exemplos

a) $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$

Teoria dos Conjuntos

- **Subconjunto**
  - Exemplos

a) $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$

b) A = {2, 4, 6, 8, 10} B = { 2, 3, 4} C = {2, 3}

C ? A B ? A

Teoria dos Conjuntos

- **Subconjunto**
  - Exemplos

a) $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$

b) A = {2, 4, 6, 8, 10}   B = { 2, 3, 4}   C = {2, 3}

C $\not\subset$ **A**   **B** $\not\subset$ **A**

Teoria dos Conjuntos

- **Subconjunto**
  - Exemplos

a) $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$

b) A = {2, 4, 6, 8, 10}　　B = { 2, 3, 4}　　C = {2, 3}

C $\not\subset$ **A**　　**B** $\not\subset$ **A**

c) E = { 1, 3, 5}　F = {5, 1, 3}

E ? F　e F ? E

Teoria dos Conjuntos

- **Subconjunto**
  - Exemplos

a) $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$

b) A = {2, 4, 6, 8, 10} B = { 2, 3, 4} C = {2, 3}

C $\not\subset$ A B $\not\subset$ A

c) E = { 1, 3, 5} F = {5, 1, 3}

E $\subseteq$ F e F $\subseteq$ E . Logo, E = F

➔ Todo conjunto é subconjunto dele mesmo

Teoria dos Conjuntos

- **Subconjunto próprio**
  - A é subconjunto próprio de B se $A \subseteq B$ mas $A \neq B$
    - Existe pelo menos um elemento de B que não pertence a A
    - Escrevemos $A \subset B$ ($B \supset A$)

Teoria dos Conjuntos

- **Subconjunto próprio**
  - A é subconjunto próprio de B se $A \subseteq B$ mas $A \neq B$
    - ➔ Existe pelo menos um elemento de B que não pertence a A
    - ➔ Escrevemos $A \subset B$ ($B \supset A$)
  - Exemplos:
    - $A = \{2, 5, 7\}$ e $B = \{2, 6, 7, 5\}$
      - A é subconjunto próprio de B, ou seja, $A \subset B$
    - $\{7\} \subset B$

Teoria dos Conjuntos

- **$\subseteq$ X $\in$**
  - Os símbolos $\subseteq$ e $\in$ tem significados relacionados, porém, diferentes
    - A notação $x \in A$ significa que x é elemento de A e
    - A notação $A \subseteq B$ significa que todo elemento de A também é elemento de B

Teoria dos Conjuntos

- **$\subseteq$ X $\in$**
  - Os símbolos $\subseteq$ e $\in$ tem significados relacionados, porém, diferentes
    - A notação $x \in A$ significa que x é elemento de A e
    - A notação $A \subseteq B$ significa que todo elemento de A também é elemento de B
    - Assim,
      - $\varnothing \subseteq \{1, 2, 3\}$ é verdadeiro ou falso?
      - $\varnothing \in \{1, 2, 3\}$ é verdadeiro ou falso?

Teoria dos Conjuntos

- **$\subseteq$ X $\in$**
  - Os símbolos $\subseteq$ e $\in$ tem significados relacionados, porém, diferentes
    - A notação $x \in A$ significa que x é elemento de A e
    - A notação $A \subseteq B$ significa que todo elemento de A também é elemento de B
    - Assim,
      - $\varnothing \subseteq \{1, 2, 3\}$ é **verdadeiro**
      - $\varnothing \in \{1, 2, 3\}$ é **falso**

Teoria dos Conjuntos

- **Algumas propriedades importantes**

i. para todo conjunto A, tem-se que $\emptyset \subseteq A \subseteq U$

(todo conjunto é subconjunto do conjunto universo e contém o conjunto vazio)

ii. para todo conjunto A, $A \subseteq A$

(todo conjunto é subconjunto de si mesmo)

iii. se $A \subseteq B$ e $B \subseteq C$ então $A \subseteq C$

(transitividade)

iv. $A = B$ se e somente se $A \subseteq B$ e $B \subseteq A$

(provar a inclusão nas duas direções é a maneira usual de estabelecer a igualdade de dois conjuntos)

Teoria dos Conjuntos

- **Exercício para casa**
  - Sejam
    - $A = \{ x \mid x \in \mathbb{N} \text{ e } x \geq 12 \}$
    - $B = \{ 14, 16, 18, 19, 20 \}$
    - Diga quais das proposições a seguir são verdadeiras

a) $\{ 15, 16, 17 \} \subseteq A$

b) $\{ 18 \} \in B$

c) $B \subset A$

d) $\{ 18 \} \subseteq B$

e) $\{ \varnothing \} \subseteq B$

f) $\{ x \mid x \in \mathbb{N} \text{ e } x < 20\} \not\subset B$

g) $15 \subseteq A$

h) $\varnothing \notin A$