

**OBJETIVOS:** Obter a curva de ressonância de um circuito **RLC** em **série** alimentado com tensão alternada. Determinar o fator de qualidade  $Q_0$  deste circuito.

**MATERIAL UTILIZADO:** Osciloscópio, Gerador de Sinais, Resistor, Capacitor, Indutor de 100mH interno à *Protoboard*.

### FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Estudaremos nesta prática o fenômeno de ressonância em um circuito RLC em série. A figura 9.1 mostra um circuito **RLC** em **série** conectado a um gerador que fornece uma tensão senoidal de amplitude  $V_0$  e frequência angular  $\omega$ .

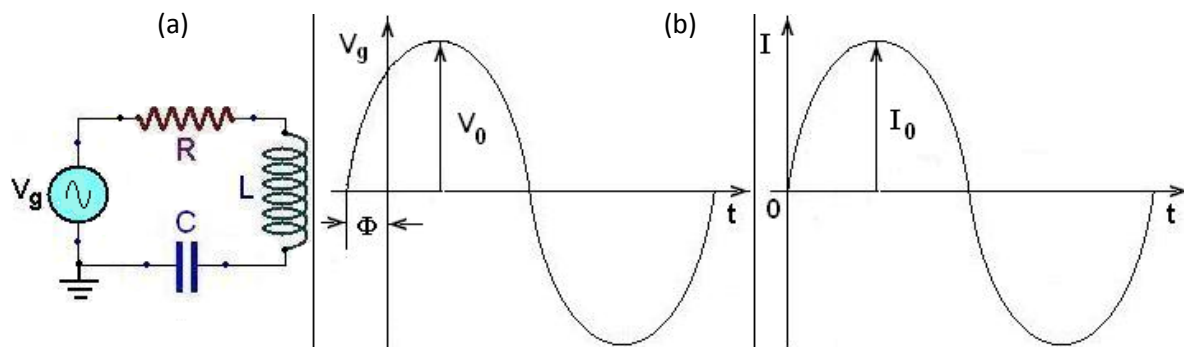


Figura 9.1 – (a) Circuito RLC em série alimentado por uma onda senoidal  $v_g$ . Em (b), temos o comportamento temporal da tensão do gerador  $V_g$  defasada de um ângulo  $\Phi$  com relação à corrente no circuito (direita).

Como a tensão no gerador,  $v_g$ , é uma função senoidal  $v_g = V_0 \sin(\omega t + \phi)$ , pode-se supor, para resolver o circuito acima, que a corrente no circuito tem a forma  $i = I_0 \sin \omega t$ . O ângulo  $\phi$  corresponde à defasagem temporal entre a corrente no circuito e a tensão aplicada. As tensões no resistor, capacitor e indutor são dadas por:

$$v_R = R i = R I_0 \sin \omega t \quad v_C = \frac{q}{C} = -\frac{I_0}{\omega C} \cos \omega t \quad v_L = L \frac{di}{dt} = \omega L I_0 \cos \omega t$$

Aplicando a primeira lei de Kirchhoff no circuito:  $v_g = v_R + v_L + v_C$ , teremos:

$$v_g = R I_0 \sin \omega t + I_0 \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \cos \omega t$$

$$V_0 \sin(\omega t + \phi) = R I_0 \sin \omega t + I_0 \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \cos \omega t$$

Para obter-se os valores de  $I_0$  e  $\phi$ , expandiremos o termo à esquerda como nos casos do circuito RC e RL em série:

$$V_0 \sin(\omega t + \phi) = V_0 (\sin \omega t \cos \phi + \sin \phi \cos \omega t) = R I_0 \sin \omega t + I_0 \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \cos \omega t$$

Reagrupando os termos desta equação:

$$\sin \omega t (V_0 \cos \phi - R I_0) + \cos \omega t (V_0 \sin \phi - I_0 \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)) = 0$$

É fácil verificar que a relação acima é válida somente se os termos entre parênteses são nulos! Então:

$$V_0 \cos \phi = R I_0 \quad \text{e} \quad V_0 \sin \phi = I_0 \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \quad \text{Equações (9.1)}$$

O valor de  $\phi$  é, portanto,

$$\phi = \arctan \left[ \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \right]$$

e o valor de  $I_0$  é obtido elevando-se as equações (9.1) ao quadrado e somando-as:

$$V_0^2 (\cos^2 \phi + \sin^2 \phi) = \left[ R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 \right] I_0^2$$

Logo:

$$V_0^2 = \left( R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 \right) I_0^2,$$

fornecendo o valor da corrente de pico  $I_0$ , correspondente à amplitude (ou valor máximo) da corrente, em função de  $V_0$  (amplitude da tensão no gerador):

$$I_0^2 = \frac{V_0^2}{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \quad \text{ou} \quad I_0 = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}$$

### **FREQUÊNCIA DE RESSONÂNCIA:**

Analisando o comportamento de  $I_0$  em função da frequência, concluímos que:

$$\text{Quando } \omega \rightarrow 0, \quad I_0 = 0 \quad \text{e} \quad V_R = 0 \quad \text{e} \quad \phi = -\frac{\pi}{2}.$$

$$\text{Quando } \omega \rightarrow \infty, \quad \text{também } I_0 = 0 \quad \text{e} \quad V_R = 0 \quad \text{e} \quad \phi = \frac{\pi}{2}.$$

Note que  $v_R$  e  $v_C$  estão sempre defasados de  $\pi/2$ , assim como  $v_R$  e  $v_L$  também estão sempre defasados de  $\pi/2$ . Logo  $v_L$  e  $v_C$  estão sempre defasados de  $\pi$ .

Existe uma frequência angular  $\omega_R$  chamada frequência de ressonância, na qual a tensão no capacitor é igual à tensão no indutor, no entanto como elas estão sempre defasadas de  $\pi$ , o termo  $\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$  se anula, ou seja, nesta frequência:

$$\omega_R L = \frac{1}{\omega_0 C} \quad \text{ou} \quad \omega_R = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{Equação (9.2)}$$

Nesta frequência, tem-se que  $I_0 = \frac{V_0}{R}$  e o circuito se comporta como se existisse apenas o resistor. Neste caso, a curva de corrente em função da frequência apresenta um máximo.

### **FATOR DE QUALIDADE ( $Q_0$ )**

A ressonância ocorreria mesmo na ausência da resistência. A ressonância é um fenômeno que ocorre sempre que a frequência de oscilação externa ao circuito se igualar à frequência natural de oscilação do mesmo. Entretanto, no caso real, sempre há uma resistência no circuito que causa dissipação de energia. A resistência do circuito é um fator importante que determina a largura do pico de ressonância.

Esta largura é definida como sendo a diferença entre as frequências para as quais a potência dissipada é igual à metade da potência máxima. Elas são conhecidas como frequências de corte ou de meia-potência  $f_1$  e  $f_2$ .

Na curva da tensão no resistor em função da frequência, as frequências de corte  $f_1$  e  $f_2$  são aquelas para as quais a tensão é igual a **0,707** da tensão máxima. **Quanto menor a diferença** entre  $f_1$  e  $f_2$ , mais pronunciada é a resposta do circuito à ressonância. Chamamos de  $Q_0$  o fator de qualidade de um oscilador como a grandeza que caracteriza a energia total **E** do sistema pela energia  $\Delta E$  perdida em um ciclo, definindo da forma:  $Q_0 = \frac{2 \pi E}{\Delta E}$

Pode-se mostrar então que, no caso do circuito RLC em série:

$$Q_0 = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{f_0}{f_2 - f_1} \quad \text{Equação (9.3)}$$

## PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

A) Monte o circuito da **figura 9.2** usando  $R = 150\Omega$  e  $C = 22nF$  e  $L = 100mH$ . Ajuste  $V_F^{PP} = 1,0 V$

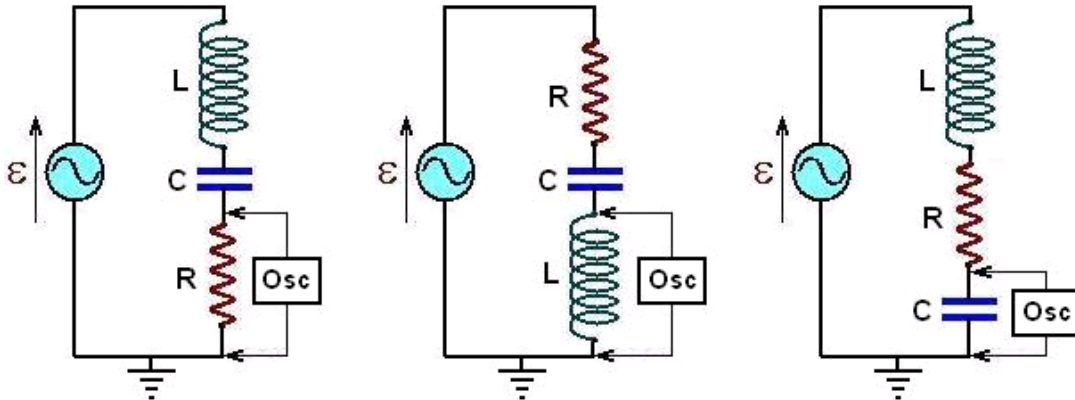


Figura 9.2 – Circuito RLC em série alimentado por uma onda senoidal. Nas medidas a serem realizadas, é importante manter as conexões relativas ao “terra” comuns ao gerador de sinais e ao osciloscópio. Desta maneira, a figura à esquerda representa o circuito para medir-se  $V_R$ . Para medir-se  $V_L$ , trocamos R e L de lugar (centro) e à direita visualizamos a forma para medir-se  $V_C$ .

**A.1)** Varie a frequência do gerador até observar que a tensão no resistor atinge um valor máximo  $V_R^{MAX}$ . Esta é a frequência de ressonância  $f_R$  do circuito. Um modo rápido é: com os dois sinais senoidais na tela, ajuste a frequência, obtendo uma diferença de fase  $0^\circ$  entre os sinais de  $V_F$  e  $V_R$ .

Meça e anote os valores de  $f_0$ ,  $V_F$ ,  $V_R^{MAX}$ ,  $V_L$  e  $V_C$  nesta frequência. Note que para isto é preciso ir trocando as posições dos componentes em relação ao terra, de acordo com a figura 9.2.

**A.2)** Encontre a frequência de ressonância através da figura de Lissajous. Nesta frequência, esboce a figura observada e determine a diferença de fase  $\phi_L$  e  $\phi_C$  em relação à fonte.

**A.3)** Construa uma tabela com aproximadamente **25** pontos de tensão no resistor em função da frequência, começando com valores abaixo da frequência de ressonância e terminando com valores de frequência acima desta.

**A.4)** Procure e meça as duas frequências de meia-potência  $f_1$  e  $f_2$ . Estas são as frequências nas

quais a tensão no resistor corresponde ao valor  $V_R(f_1; f_2) = \frac{V_R^{MAX}}{\sqrt{2}}$ . Meça também as

diferenças de fase entre  $V_R$  e  $V_F$ .

**A.5)** Nas frequências  $f_1$  e  $f_2$ , meça a tensão **pico-a-pico** em **R**, em **L** e em **C**.

**A.6)** Construa o gráfico da tensão no resistor em função da frequência **f**.

**A.7)** Obtenha do gráfico a frequência de ressonância e as frequências de meia-potência.

**A.8)** Calcule o valor teórico da frequência de ressonância do circuito e compare com o valor experimental de  $f_0$ .

## EXPERIMENTO 9 – CIRCUITO RLC EM SÉRIE – RESPOSTA EM FREQUÊNCIA

**A.9)** Encontre o fator de Qualidade  $Q_0$  experimental e teórico do circuito.

**A.10)** Através dos valores medidos das tensões de pico-a-pico em  $R$ ,  $L$ ,  $C$  e na fonte, é possível construir o diagrama fasorial na frequência de ressonância  $f_0$  e verificar a validade da Lei de Kirchhoff. Note, entretanto, que  $V_R^{MAX} \neq V_F$ , pois as outras resistências do circuito não são desprezíveis. Encontre uma maneira de denotar a tensão em todos os resistores a partir do valor da tensão de pico-a-pico em  $R$  (DICA: cheque o exercício 10 no *MOODLE*).

**A.11)** Com o mesmo raciocínio, construa os diagramas fasoriais nas frequências de meia potência  $f_1$  e  $f_2$ , e verifique a validade da Lei de Kirchhoff.

**A.12)** Identifique em qual faixa de frequências o circuito é mais capacitivo ou indutivo.

**EXPERIMENTO 9**  
**CIRCUITO RLC EM SÉRIE**  
**RESPOSTA EM FREQUÊNCIA**  
TURMA: \_\_\_\_ DATA: \_\_/\_\_/\_\_

NOME	RA

**RESUMO:** \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

**MATERIAL UTILIZADO (MARCA/MODELO quando for o caso):**

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**A) RESULTADOS**

**A.1) Método das duas ondas**

$f_0 =$  \_\_\_\_\_ ;  $\phi =$  \_\_\_\_\_ ;  $V_F =$  \_\_\_\_\_  $V_R^{MAX} =$  \_\_\_\_\_

$V_L =$  \_\_\_\_\_ ;  $V_C =$  \_\_\_\_\_

**A.2) Método das figuras de Lissajous**

$f_0 =$  \_\_\_\_\_ ;  $\phi_R =$  \_\_\_\_\_ ;  $\phi_L =$  \_\_\_\_\_  $\phi_C =$  \_\_\_\_\_

**A.3) Tabela com os valores de  $V_R$  (Volts) em função da frequência  $f$  (Khz).**

**A.4) Frequências de meia potência.**

$f_1:$  \_\_\_\_\_  $\phi_R:$  \_\_\_\_\_  $f_2:$  \_\_\_\_\_  $\phi_R:$  \_\_\_\_\_

**A.5)**

	$V_R$	$V_L$	$V_C$
em $f_1:$			
em $f_2:$			

**A.6) Gráfico da tensão no resistor  $V_R$  em função da frequência  $f$ .**

**A.7) Frequência de ressonância e de meia potência a partir do gráfico.**

$f_0:$  \_\_\_\_\_  $f_1:$  \_\_\_\_\_  $f_2:$  \_\_\_\_\_

**A.8)** Valor teórico da frequência de ressonância e comparação com o valor experimental.

---

---

**A.9)** Fator de qualidade  $Q_0$  do circuito. Previsto: \_\_\_\_\_

Medido: \_\_\_\_\_

**A.10)** Diagrama fasorial **na frequência de ressonância**  $f_0$  dos valores de pico de  $V_R$ ,  $V_L$ ,  $V_C$  e  $V_0$  e verificação da validade das Leis de Kirchhoff:

Valor da tensão  $V_{RT}$  sobre todos os resistores do circuito em  $f_R$ .

---

---

---

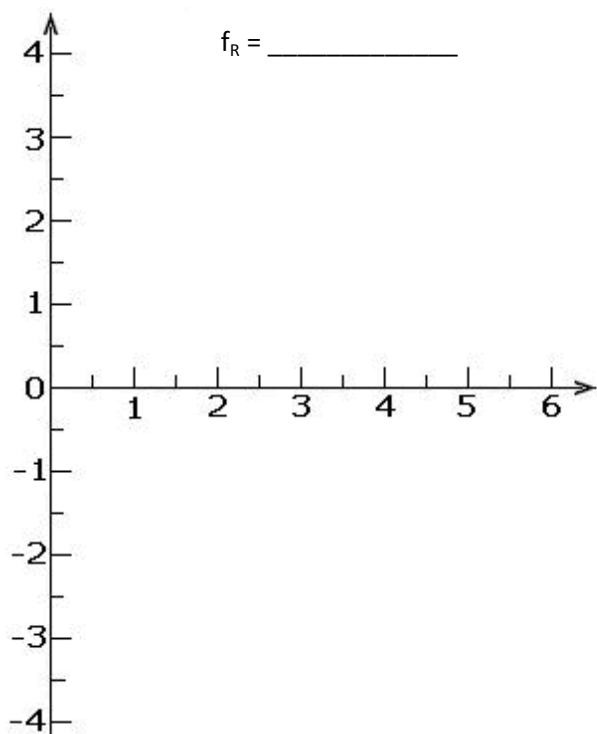
---

---

---

---

---



**Verificação das leis de Kirchhoff:**

---

---

---

---

---

---

---

---

**A.11)** Diagrama fasorial dos valores de pico de  $V_R$ ,  $V_L$ ,  $V_C$  e  $V_0$  **nas frequências de meia potência**  $f_1$  e  $f_2$  verificando a validade das Leis de Kirchhoff.

Valores da tensão  $V_{RT}$  sobre todos os resistores do circuito em  $f_1$  e  $f_2$

---

---

---

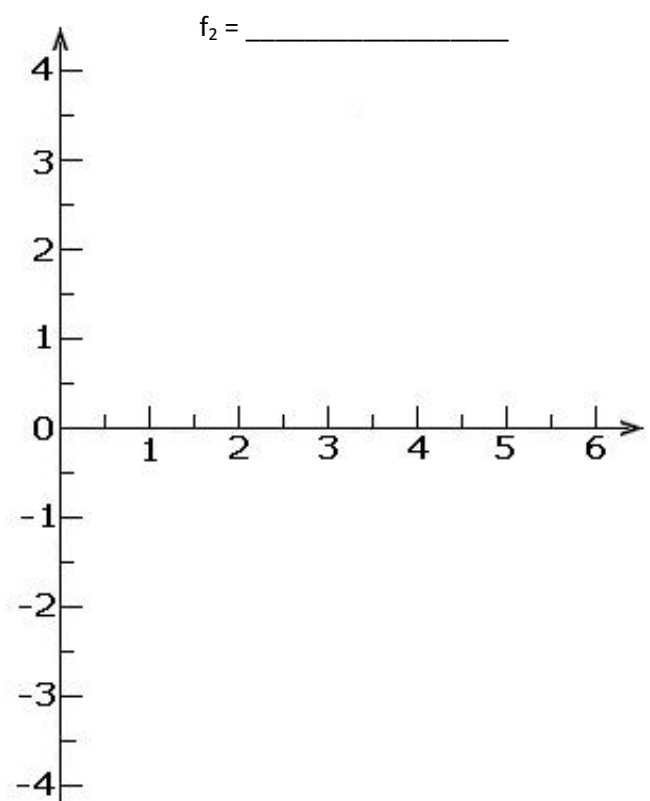
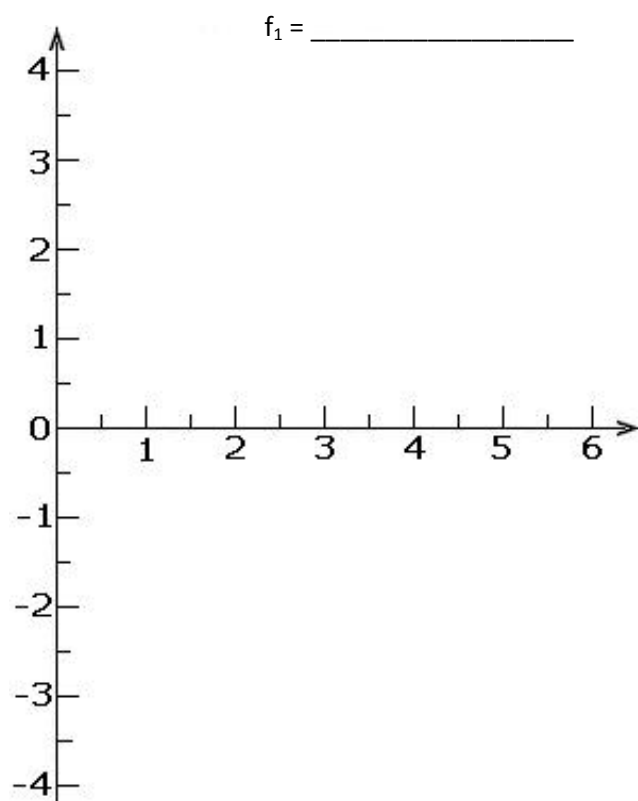
---

---

---

---

---





Verificação das leis de Kirchoff em $f_1$ :	Verificação das leis de Kirchoff em $f_2$ :

**A.12)** Circuito mais capacitivo: \_\_\_\_\_

Circuito mais indutivo: \_\_\_\_\_

## CONCLUSÕES

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---