Universidade Federal de São Carlos – Departamento de Computação
Estruturas Discretas – Profa. Helena Caseli

Segunda Lista de Exercícios – Teoria dos Conjuntos

1) Descreva cada um dos conjuntos a seguir listando seus elementos:
   a) $\{ x \mid x \in \mathbb{N}, x$ é par e $x < 20\}$
   b) $\{ x \mid x$ é um dos estados da região nordeste$\}$
   c) $\{ x \mid x$ é uma das disciplinas que você está cursando na graduação$\}$
   d) $\{ x \mid x \in \mathbb{R}, x^2 = -1\}$

2) Descreva cada um dos conjuntos a seguir dando uma propriedade que caracterize seus elementos:
   a) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
   b) $\{1, 3, 5, 7, 9, ...\}$
   c) $\{10, 20, 30, 40, 50, ...\}$
   d) {São Carlos, Sorocaba, Araras}

3) Dada uma descrição do conjunto A como $A = \{2, 4, 8, ...\}$, pode-se dizer que $16 \in A$? Justifique sua resposta.

4) Qual a cardinalidade de cada um dos conjuntos a seguir:
   a) $A = \{1, \{1\}, \{1, 2\}\}$
   b) $A = \{\emptyset\}$
   c) $A = \{1, \emptyset, \{\emptyset\}\}$
   d) $A = \{z, \{\{z\}\}\}$

5) Mostre que $A = \{2, 3, 4, 5\}$ não é um subconjunto de $B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x$ é par$\}$.

6) Complete cada expressão a seguir escrevendo $\in$ ou $\subseteq$ na área marcada com _____.
   a) 2 ______ $\{1, 2, 3\}$
   b) $\{2\}$ ______ $\{1, 2, 3\}$
   c) $\{2\}$ ______ $\{\{1\}, \{2\}, \{3\}\}$
   d) $\emptyset$ ______ $\{1, 2, 3\}$
   e) $\mathbb{N}$ ______ $\mathbb{Z}$
   f) $\{2\}$ ______ $\mathbb{Z}$
   g) $\{2\}$ ______ $2^{\mathbb{Z}}$

7) Considere a classe de conjuntos $A = \{\{1, 2, 3\}, \{4, 5\}, \{6, 7, 8\}\}$. Determine se cada uma das afirmativas seguintes é verdadeira ou falsa e <u>explique</u>.
   a) $1 \in A$
   b) $\{1, 2, 3\} \subseteq A$
   c) $\{6, 7, 8\} \in A$
   d) $\{\{4, 5\}\} \subseteq A$
   e) $\emptyset \in A$

8) Sejam $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}$ e $-3 < |x| < 20\}$
   $B = \{ x \mid x \in \mathbb{R}$ e $-3 < |x| < 20\}$

$C = \{ x \mid x \in \mathbb{N} \text{ e } -3 < x < 20\}$
$D = \{\{a\}, b, c, d\}$

Quais das seguintes afirmações são verdadeiras, quais não são e <u>por quê</u>?

a) $A \subseteq B$
b) $C \subseteq B$
c) $A \subseteq C$
d) $\varnothing \in D$
e) $a \in D$
f) $\{b, c\} \subseteq D$
g) $\{-2, -1, 0\} \subseteq B$

9) Sejam $A = \{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ e } x^2 - 4x + 3 < 0\}$ e $B = \{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ e } 0 < x < 6\}$. Prove que $A \subset B$.

10) Dê exemplo de um objeto x que torne verdadeira a sentença $x \subseteq \{x\}$.

11) Demonstre que se $A \subset B$ e $B \subset C$ então $A \subset C$.

12) Decida, dentre os seguintes conjuntos, quais são subconjuntos de quais:
A = {todos os números reais satisfazendo $x^2-8x+12=0$}
$B = \{2, 4, 6\}$
$C = \{2, 4, 6, 8, ...\}$
$D = \{6\}$

13) Considere o conjunto universo $\cup = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ e os conjuntos
$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $C = \{5, 6, 7, 8, 9\}$, $E = \{2, 4, 6, 8\}$
$B = \{4, 5, 6, 7\}$ $D = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $F = \{1, 5, 9\}$

Determine
a) $A \cap (B \cup C)$
b) $(A \backslash E)'$
c) $(A \cap D) \cap E$
d) $(B \cap F) \cup (C \cap E)$
e) $D \oplus F$

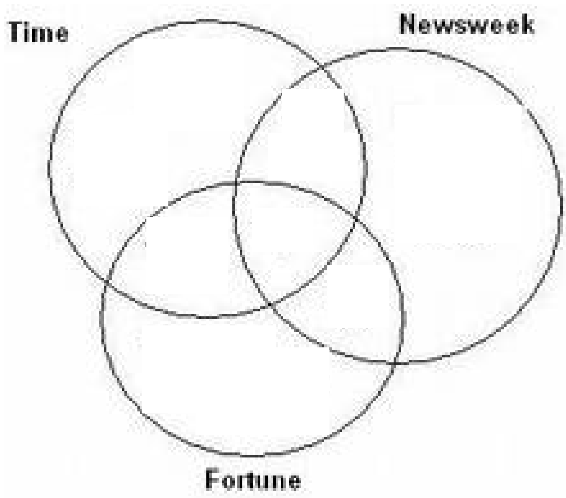
14) Para os conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $B = \{4, 5, 6, 7\}$, calcule:
a) $A \cup B$
b) $A \cap B$
c) $A - B$
d) $B - A$
e) $A \oplus B$

15) Mostre que é possível que $A \cap B = A \cap C$ sem que $B = C$.

16) Em uma pesquisa com 60 pessoas, verificou-se que:
25 lêem a Newsweek,
26 lêem Time,
26 lêem Fortune,
9 lêem Newsweek e Fortune,

11 lêem Newsweek e Time,
8 lêem Time e Fortune,
3 lêem as três revistas.

- Preencha, com o número correto de pessoas, cada uma das regiões no diagrama de Venn desse problema.
- Ache o número de pessoas que lêem pelo menos uma das três revistas.
- Ache o número de pessoas que lêem exatamente uma revista.



17) Escreva a equação dual de cada uma das equações:

a) $A \cup B = (B' \cap A')$
b) $A = (B' \cap A) \cup (A \cap B)$
c) $A \cup (A \cap B) = A$
d) $(A \cap B) \cup (A' \cap B) \cup (A \cap B') \cup (A' \cap B') = U$

18) Demonstre que $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

19) Demonstre que $A-B = A \cap B'$

20) Seja S = {vermelho, azul, verde, amarelo}. Determine quais das seguintes classes são partições de S:

P_1={{vermelho}, {azul, verde}}
P_2={{vermelho, azul, verde, amarelo}}
P_3={∅, {vermelho, azul}, {verde, amarelo}}
P_4={{azul}, {vermelho, amarelo, verde}}

21) Ache todas as partições de A = {1, 2, 3}.

22) Encontre 2^S, para S = {a}

23) Encontre 2^S, para S = {1, 2, 3}