7^a Série de exercícios - Teoria dos Grafos Busca em grafos e os Algoritmos BFS e DFS

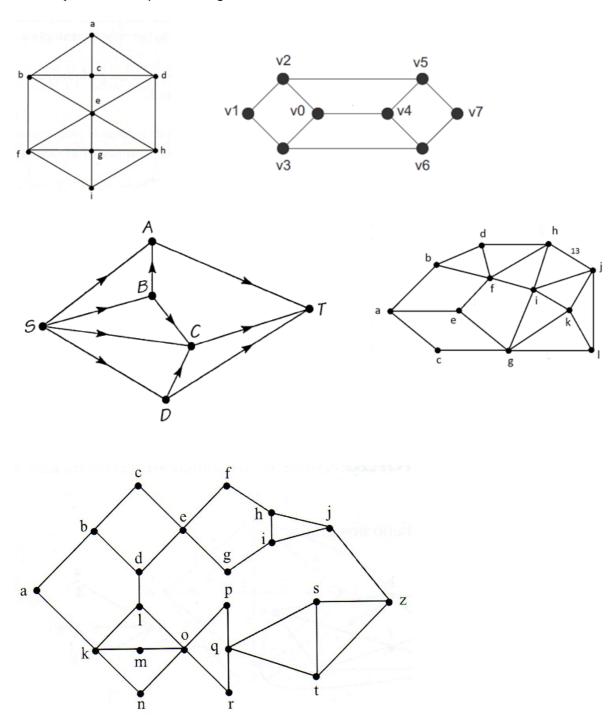
- 1) A busca em grafos é uma das tarefas mais importantes em computação pois nos fornece maneiras de percorrer um grafo G acessando seus elementos (vértices) em uma determinada "ordem". Responda:
- a) Tendo como base o pseudo-código a seguir, explique o funcionamento do algoritmo de Busca em Largura (BFS). Comente sobre as estruturas de dados bem como o papel das primitivas empregadas.

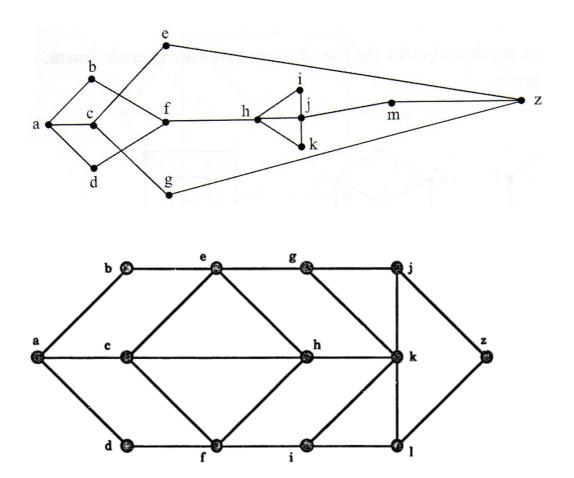
```
BFS(G, s)
    for each vertex u \in G.V - \{s\}
 2
         u.color = WHITE
 3
         u.d = \infty
 4
         u.\pi = NIL
 5 \quad s.color = GRAY
 6 	 s.d = 0
 7
   s.\pi = NIL
 8
    O = \emptyset
   ENQUEUE(Q, s)
10 while Q \neq \emptyset
         u = \text{DEQUEUE}(Q)
11
12
         for each v \in G.Adj[u]
13
             if v.color == WHITE
14
                  v.color = GRAY
15
                  v.d = u.d + 1
16
                  v.\pi = u
17
                  ENQUEUE(Q, v)
18
         u.color = BLACK
```

- b) Mostre que o algoritmo BFS produz uma árvore de profundidade mínima, ou seja, que ele termina com $\lambda(v) = d(s,v)$, onde d(s,v) é a menor distância da raiz s ao vértice v.
- c) Tendo como base o pseudo-código a seguir, explique o funcionamento do algoritmo de Busca em Profundidade (DFS).

```
DFS-VISIT(G, u)
DFS(G)
                                             1 time = time + 1
  for each vertex u \in G.V
                                             2 u.d = time
2
       u.color = WHITE
                                             3 \quad u.color = GRAY
3
       u.\pi = NIL
                                             4 for each v \in G.Adj[u]
4 \quad time = 0
                                             5
                                                    if v.color == WHITE
5 for each vertex u \in G.V
                                                         v.\pi = u
                                             6
                                             7
                                                         DFS-VISIT(G, \nu)
6
       if u.color == WHITE
           DFS-VISIT(G, u)
                                             8 \quad u.color = BLACK
                                             9 time = time + 1
                                            10 u.f = time
```

2) Execute os algoritmos de busca em largura e busca em profundidade nos grafos a seguir. Após a execução especifique árvores BFS (Breadth-First Search) e DFS (Depth-First Search) com s vértices rotulados (distância geodésica ou tempos de entrada e saída. Encontre também o número de caminhos mais curtos do vértice inicial (**a**, **v0**) ao vértice final (**z**, **v7**). Construa as árvores resultantes e veja a relação entre as árvores BFS e DFS. Qual a principal diferença entre elas? Faça o trace completo dos algoritmos.





3) Utilizando o algoritmo DFS, realize a ordenação topológica dos DAG's (direct acyclic graphs) a seguir:

