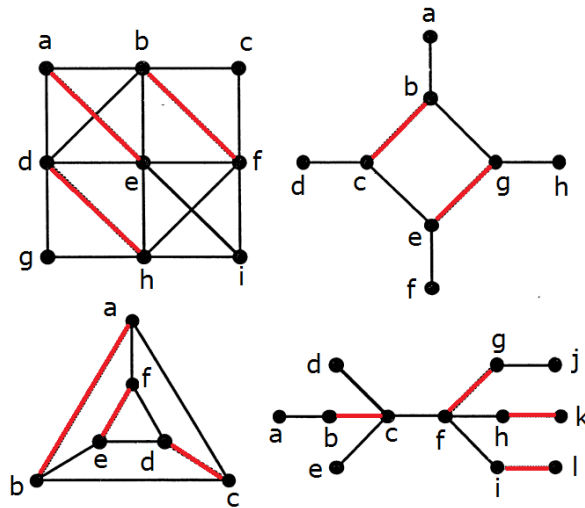


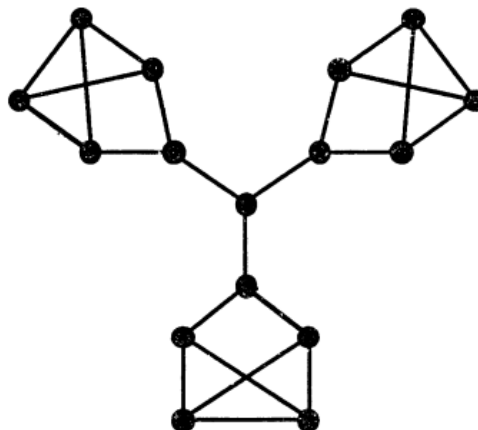
15ª Série de exercícios – Teoria dos Grafos  
Emparelhamentos e o Algoritmo Húngaro

1) Para os grafos a seguir, em que os emparelhamentos  $M$  são dados pelas arestas destacadas em vermelho, encontre

- Um caminho  $M$ -alternado que não seja  $M$ -aumentado.
- Um caminho  $M$ -aumentado se existir, e, caso exista, use-o para obter um emparelhamento maior.



- Para que valores de  $n > 1$ , o grafo  $K_n$  possui um emparelhamento perfeito ? Explique.
- Quantos emparelhamentos perfeitos existem no grafo  $K_{n,n}$  ? Explique.
- Quantos emparelhamentos perfeitos uma árvore pode ter ? Explique.
- Encontre um emparelhamento máximo  $M$  no grafo a seguir? Quantas arestas  $M$  tem ? Ele é perfeito ? Porque ?

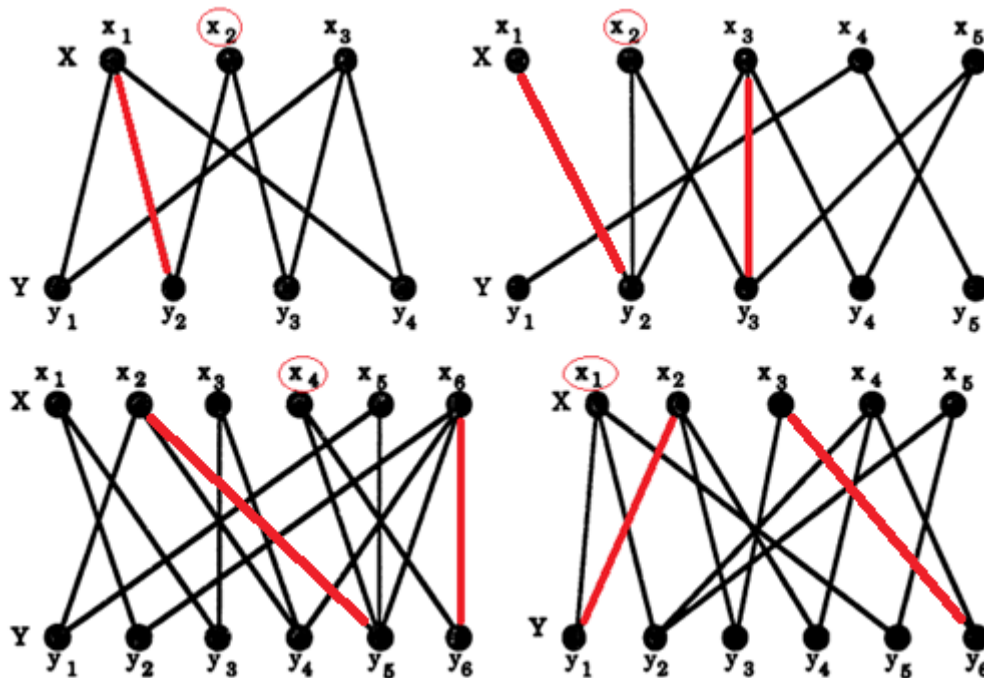


6) Sobre emparelhamentos em grafos bipartidos, responda:

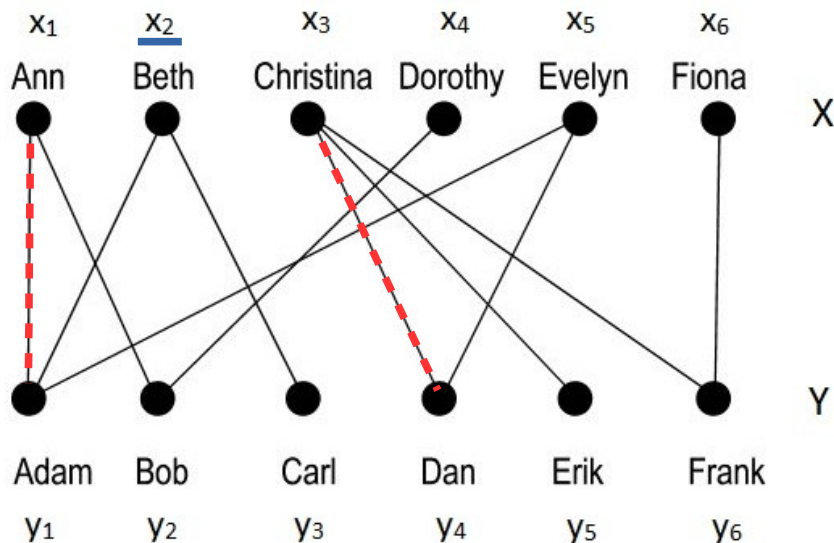
a) Dado um emparelhamento  $M$  definido num grafo  $G$ , o que é um caminho  $M$ -aumentado? Explique como podemos melhorar  $M$  encontrando tais caminhos num grafo  $G$ . Que operação é essa?

b) A operação definida no item acima é a base do algoritmo Húngaro para encontrar um emparelhamento máximo (que satura todos vértices de  $X$ ) num grafo bipartido. Existe uma condição de parada do algoritmo em que esse emparelhamento máximo não pode ser obtido. Explique que condição é essa, discutindo qual o problema associado a ela.

7) Aplique o algoritmo húngaro para determinar se os grafos a seguir possuem emparelhamentos que saturam todos os vértices do conjunto  $X$ . As arestas em vermelho denotam os emparelhamentos iniciais e o vértice circundado denota o vértice  $M$ -não-saturado inicial.



8) O grafo bipartido a seguir representa a associação entre um conjunto de moças e um conjunto de rapazes em um site de relacionamentos. Utilizando o algoritmo Húngaro é possível encontrar um emparelhamento tal que todas as moças do conjunto  $X$  encontrem um parceiro? Se sim, defina o emparelhamento final (escreva  $M$ ). Caso contrário, explique o que acontece.



9) Dada a rede de relacionamentos a seguir deseja-se definir um conjunto de 9 casais. Utilizando o algoritmo Húngaro é possível encontrar um emparelhamento perfeito  $M$ ? Se sim, defina o emparelhamento final (escreva  $M$ ). Caso contrário, explique o que acontece (porque não há solução). Execute o algoritmo passo a passo e considere inicialmente dado abaixo.

