Estruturas Discretas

Funções
Introdução

Profa. Helena Caseli
helenacaseli@dc.ufscar.br

Funções

- **Função**
  - Definição
  - Função X Relação binária
  - Domínio, Contradomínio e Imagem
  - Características importantes
  - Notação
  - Representação gráfica
  - Funções iguais
  - Funções interessantes

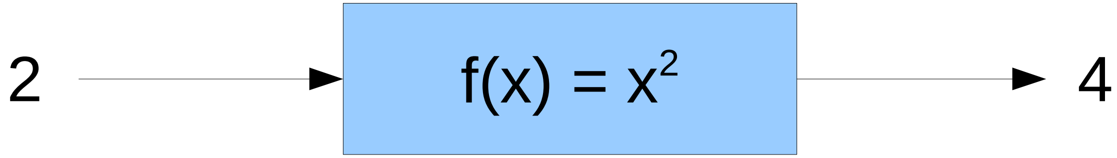
Funções

- **Função**
  - Informalmente
    - Mecanismo que transforma uma entrada em uma saída

$$2 \longrightarrow \boxed{f(x) = x^2} \longrightarrow 4$$

Funções

- **Função**
  - Informalmente
    - Mecanismo que transforma uma entrada em uma saída



  - Uma função está composta por 3 partes:

Funções

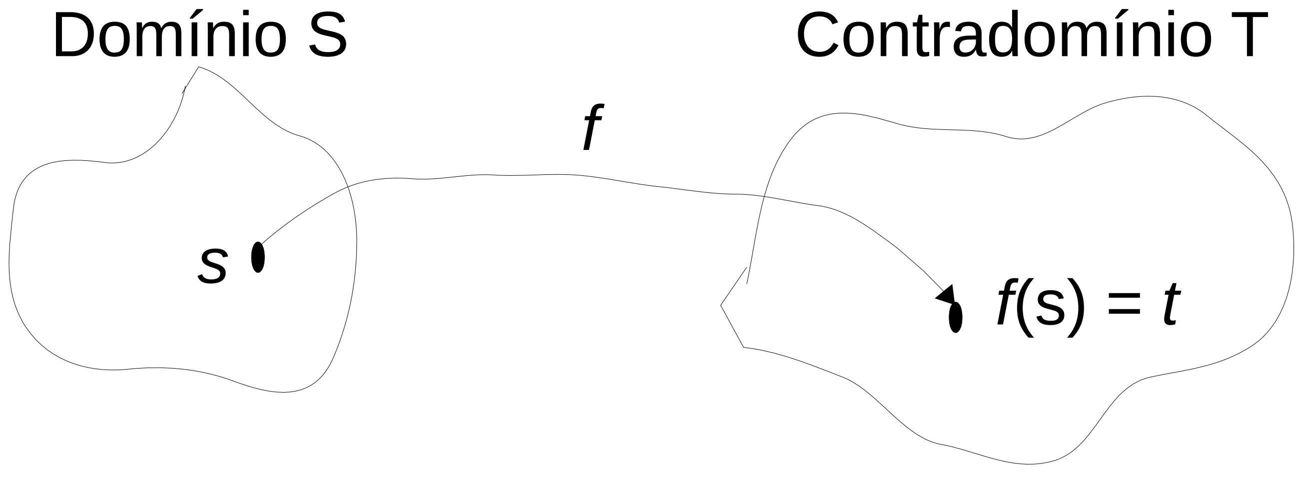
- **Função**
  - Informalmente
    - Mecanismo que transforma uma entrada em uma saída

$$2 \longrightarrow \boxed{f(x) = x^2} \longrightarrow 4$$

- Uma função está composta por 3 partes:
  1. **Domínio** – conjunto de valores iniciais
  2. **Contradomínio** – conjunto de onde saem os valores associados
  3. **Associação** propriamente dita

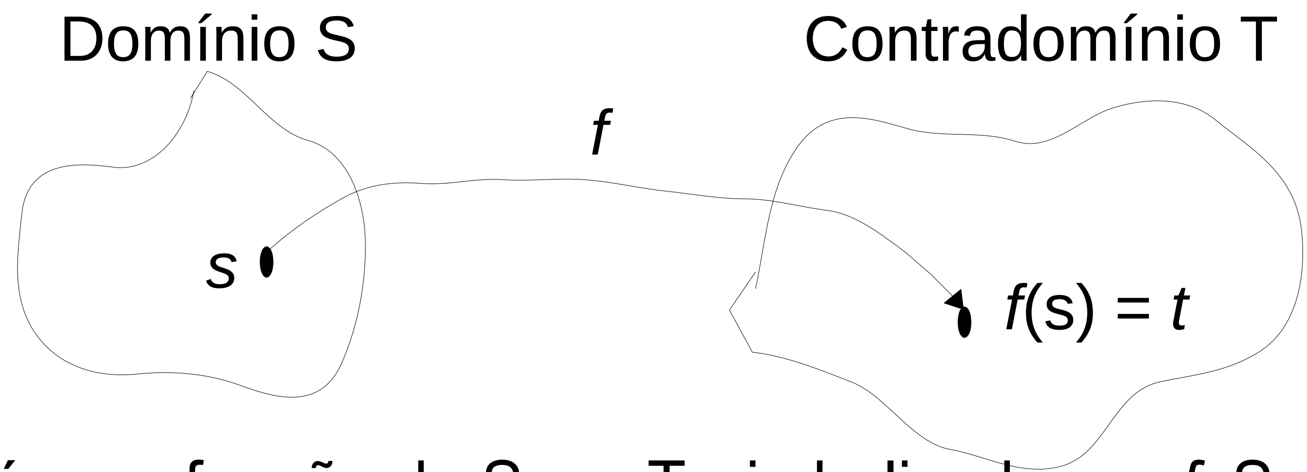
Funções

- **Função**
  - Domínio e Contradomínio
    - Representam conjuntos onde os valores são escolhidos



Funções

- **Função**
  - Domínio e Contradomínio
    - Representam conjuntos onde os valores são escolhidos



- → *f* é uma função de S em T, simbolizada por *f*: S → T
- → A associação é um conjunto de pares ordenados (s,t) onde s ∈ S e t ∈ T e t = f(s)
- → A associação é um subconjunto de S × T

Funções

- **Função**
  - Função X Relação binária

Funções

- **Função**
  - Função X Relação binária
    - A propriedade de uma relação binária que a torna uma função é que todo elemento de S (domínio) tem um único valor em T (contradomínio) associado

Funções

- **Função**
  - Função X Relação binária
    - A propriedade de uma relação binária que a torna uma função é que <u>todo</u> elemento de S (domínio) tem um <u>único</u> valor em T (contradomínio) associado
      - <u>Todo</u> $s \in S$ <u>aparece exatamente uma vez</u> como <u>primeiro</u> elemento de um par (s, t)

Funções

- **Função**
  - Função X Relação binária
    - A propriedade de uma relação binária que a torna uma função é que todo elemento de S (domínio) tem um único valor em T (contradomínio) associado
      - Todo $s \in S$ aparece exatamente uma vez como primeiro elemento de um par (s, t)
    - → Os primeiros elementos dos pares ordenados da função vêm do domínio
    - → Os segundos elementos dos pares ordenados da função vêm do contradomínio

Funções

- **Função**
  - Definição formal
    - Sejam S e T conjuntos
    - Uma função f de S em T, $f: S \rightarrow T$, é um subconjunto de $S \times T$ tal que <u>cada</u> elemento de S aparece <u>exatamente uma vez</u> como o <u>primeiro</u> elemento de um par ordenado

Funções

- **Função**
  - Definição formal
    - Sejam S e T conjuntos
    - Uma função f de S em T, f: S → T, é um subconjunto de S × T tal que <u>cada</u> elemento de S aparece <u>exatamente uma vez</u> como o <u>primeiro</u> elemento de um par ordenado
      - S é o **domínio** e T é o **contradomínio** da função
      - Se (s, t) pertence à função, então denotamos t por f(s)
      - t é a **imagem** de s sob f,
      - s é uma **imagem inversa** de t sob f e f leva s em t

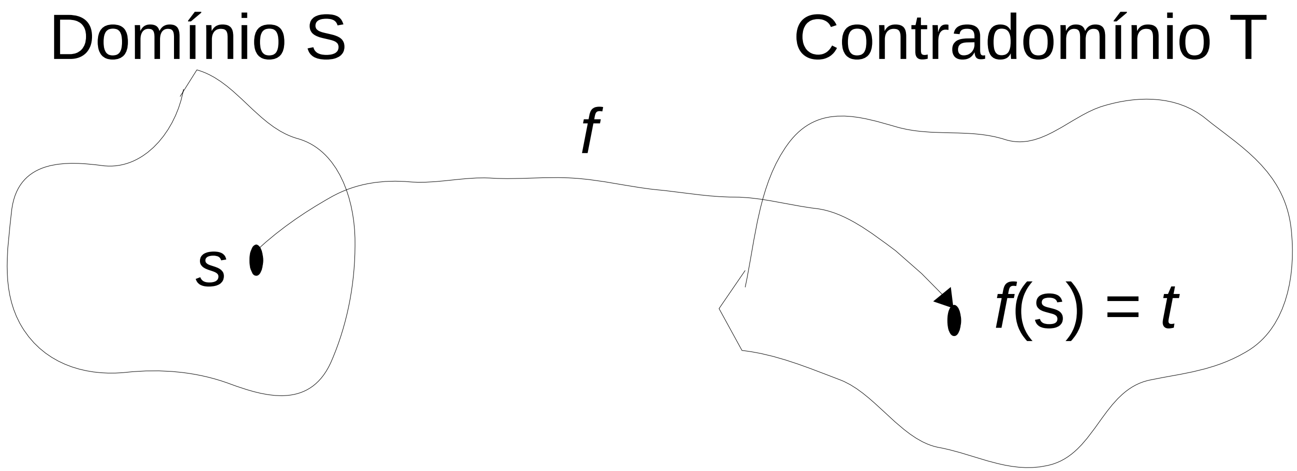
Funções

IMPORTANTE
A imagem é um subconjunto do contradomínio e não necessariamente igual a ele

- **Função**
  - Definição formal
    - Sejam S e T conjuntos
    - Uma função f de S em T, $f: S \rightarrow T$, é um subconjunto de $S \times T$ tal que <u>cada</u> elemento de S aparece <u>exatamente uma vez</u> como o <u>primeiro</u> elemento de um par ordenado
      - S é o **domínio** e T é o **contradomínio** da função
      - Se (s, t) pertence à função, então denotamos t por $f(s)$
      - t é a **imagem** de s sob f,
      - s é uma **imagem inversa** de t sob f e f leva s em t

Funções

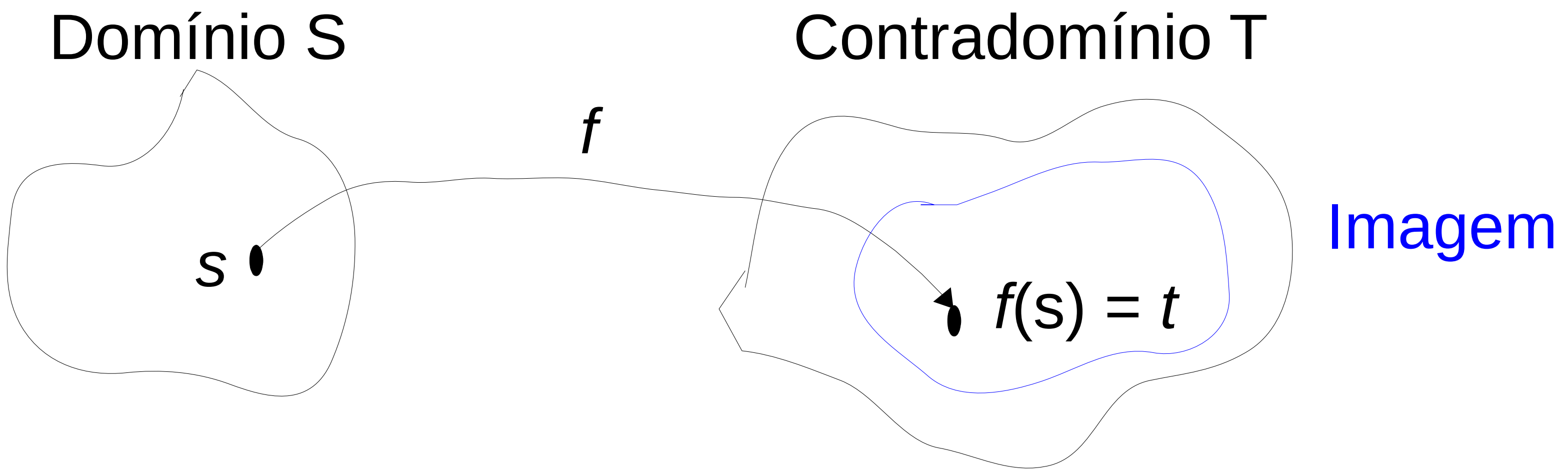
- **Função**
  - Domínio, Contradomínio



- Os <u>primeiros</u> elementos dos pares ordenados de f vêm do **domínio**
- Os <u>segundos</u> elementos dos pares ordenados de f vêm do **contradomínio**

Funções

- **Função**
  - Domínio, Contradomínio e Imagem



- ➔ Os <u>primeiros</u> elementos dos pares ordenados de f vêm do **domínio**
- ➔ Os <u>segundos</u> elementos dos pares ordenados de f vêm do **contradomínio**
- ➔ O <u>conjunto de todos os segundos</u> elementos dos pares ordenados de f é a **imagem**

Funções

- **Função**
  - Exemplos
    - f: $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ dada por $f(x) = x^2$
      - Domínio de f: ?
      - Imagem de f: ?
      - Valor da imagem de -4, ou seja, f(-4): ?
      - Imagens inversas de 9: ?

Funções

- **Função**
  - Exemplos
    - f: $\mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ dada por $f(x) = x^2$
      - Domínio de f: conjunto de todos os inteiros
      - Imagem de f: conjunto de todos os quadrados perfeitos
      - Valor da imagem de -4, ou seja, f(-4): 16
      - Imagens inversas de 9: -3 e +3

Funções

- **Função**
  - Exemplos
    - f: $\mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ dada por $f(x) = x^2$
      - Domínio de f: conjunto de todos os inteiros
      - Imagem de f: conjunto de todos os quadrados perfeitos
      - Valor da imagem de -4, ou seja, f(-4): 16
      - Imagens inversas de 9: -3 e +3

      - Cada $s \in S$ ($\mathbb{Z}$) aparece exatamente uma vez como primeiro elemento de um par ordenado

        …, (-3, 9), (-2, 4), (-1, 1), (0, 0), (1, 1), (2, 4), (3, 9), …
      - A imagem de dois inteiros pode ser a mesma!

Funções

CUIDADO
Para ser função a restrição é de que o primeiro elemento do par apareça apenas uma vez, o segundo pode repetir!

- **Função**
  - Exemplos
    - f: $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ dada por $f(x) = x^2$
      - Domínio de f: conjunto de todos os inteiros
      - Imagem de f: conjunto de todos os quadrados perfeitos
      - Valor da imagem de -4, ou seja, f(-4): 16
      - Imagens inversas de 9: -3 e +3

      - Cada $s \in S$ ($\mathbb{Z}$) aparece exatamente uma vez como primeiro elemento de um par ordenado

        …, (-3, 9), (-2, 4), (-1, 1), (0, 0), (1, 1), (2, 4), (3, 9), …
      - A imagem de dois inteiros pode ser a mesma!

Funções

- **Função**
  - Características importantes
    - **Consistência**
      - Toda vez que um número específico é fornecido como entrada para uma função, a mesma saída é retornada

Funções

- **Função**
  - Características importantes
    - **Consistência**
      - Toda vez que um número específico é fornecido como entrada para uma função, a mesma saída é retornada
    - **Valores não numéricos**
      - As entradas e saídas de uma função não precisam ser números

Funções

- **Função**
  - Características importantes
    - **Descrição não algébrica**
      - O mecanismo de uma função não precisa ser expresso em forma algébrica, pode ser especificado
        - Por uma <u>regra</u> que define explicitamente como gerar saídas a partir das entradas ou
        - Pelo <u>conjunto de pares</u> de entrada e saída sem definição da regra que associa as entradas às saídas

Funções

- **Função**
  - Características importantes
    - **Descrição não algébrica**
      - O mecanismo de uma função não precisa ser expresso em forma algébrica, pode ser especificado
        - Por uma <u>regra</u> que define explicitamente como gerar saídas a partir das entradas ou
        - Pelo <u>conjunto de pares</u> de entrada e saída sem definição da regra que associa as entradas às saídas

Por exemplo, a função $f(x) = x^2$ pode ser definida
- algebricamente: $f = \{ (x,y) \mid x, y \in \mathbb{Z}, y = x^2 \}$

- por uma regra que a define: "Seja f a função definida para um inteiro x por $f(x)=x^2$"

- listando os pares que a formam: $f = \{\ldots, (-3, 9), (-2, 4), (-1, 1), (0, 0), (1, 1), (2, 4), (3, 9), \ldots\}$

Funções

- **Função**
  - Características importantes
    - **Funções de várias variáveis**
      - A definição de uma função pode incluir mais de uma variável
      - Podemos ter uma função f: $S_1 \times S_2 \times \ldots\ S_n \rightarrow T$ que associa cada n-upla de elementos $(s_1, s_2, \ldots s_n)$, $s_i \in S$, um único elemento de T

Funções

- **Função**
  - Características importantes
    - **Funções de várias variáveis**
      - A definição de uma função pode incluir mais de uma variável
      - Podemos ter uma função f: $S_1 \times S_2 \times \ldots\ S_n \rightarrow T$ que associa cada n-upla de elementos $(s_1, s_2, \ldots s_n)$, $s_i \in S$, um único elemento de T
    - **Descrição completa**
      - Uma definição completa de uma função necessita que se dê o **domínio**, o **contradomínio** e a **associação**

Funções

- **Função**
  - Notação
    - Seja f uma função e seja a um objeto
    - A notação $f(a)$ é definida desde que exista um objeto b tal que $(a,b) \in f$
      - ➔ Nesse caso, $f(a) = b$
  - ➔ Se não existir par ordenado (a, -) em f, $f(a)$ não está definida
  - ➔ Logo, a notação $(1,2) \in f$ é equivalente a notação $f(1) = 2$

Funções

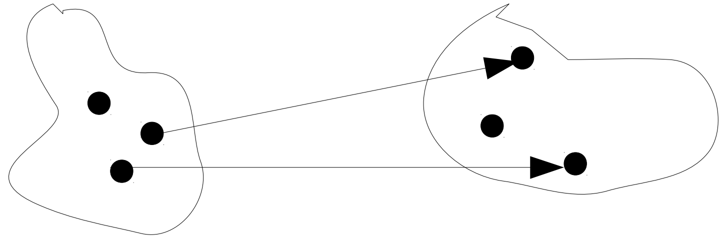
- **Função**
  - Diga quais das relações a seguir são funções

a) $f = \{ (1,2), (2,3), (3,1), (4,7) \}$

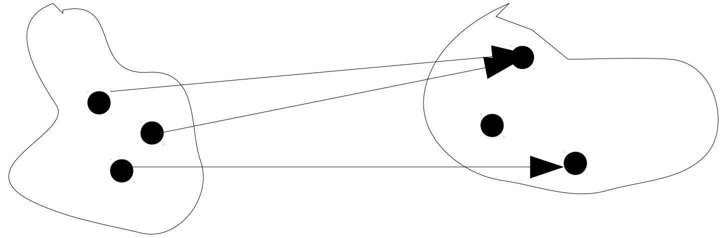
b) $g = \{ (1,2), (1,3), (4,7) \}$

c) $h: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ dada por $h(x) = x - 4$

d) j



e) k



Funções

- **Função**
  - Diga quais das relações a seguir são funções

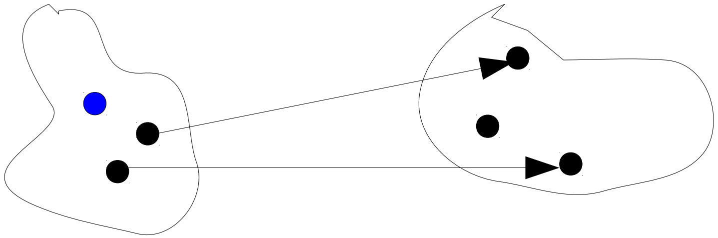
a) $f = \{ (1,2), (2,3), (3,1), (4,7) \}$ SIM

b) $g = \{ (1,2), (1,3), (4,7) \}$ NÃO

c) $h: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ dada por $h(x) = x - 4$ NÃO

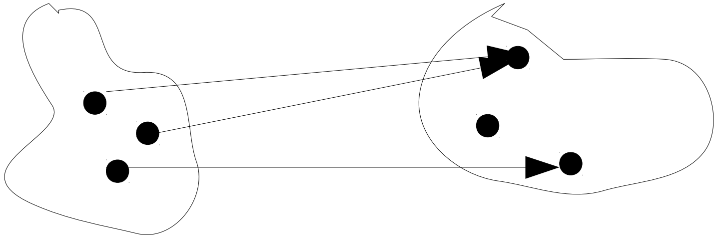
h não está definida para 0, 1, 2, 3

d) *j*



NÃO

e) *k*



SIM

Funções

- **Função**
  - Dê o domínio e a imagem das funções a seguir

    a) $f = \{ (1,2), (2,3), (3,1), (4,7) \}$

    b) $g = \{ (1,a), (2,b), (3,c), (4,a), (5,c) \}$

    c) $h = \{ (1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5) \}$

Funções

- **Função**
  - Dê o domínio e a imagem das funções a seguir

a) $f = \{ (1,2), (2,3), (3,1), (4,7) \}$

dom $f = \{ 1, 2, 3, 4 \}$

im $f = \{ 2, 3, 1, 7 \}$

b) $g = \{ (1,a), (2,b), (3,c), (4,a), (5,c) \}$

dom $g = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$

im $g = \{ a, b, c \}$

c) $h = \{ (1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5) \}$

dom $h = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$

im $h = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$

Funções

- **Representação gráfica**
  - Gráfico de funções
  - Diagrama de setas

Funções

- **Representação gráfica**
  - Gráfico de funções
    - Para funções com entradas e saídas sendo números reais ($\mathbb{R}$)
    - Marca-se um ponto no plano com as coordenadas (x, $f(x)$) para todo $x \in$ dom f

Funções

- **Representação gráfica**
  - Gráfico de funções
    - Para funções com entradas e saídas sendo números reais ($\mathbb{R}$)
    - Marca-se um ponto no plano com as coordenadas (x, $f(x)$) para todo $x \in$ dom f
    - **Teste da reta vertical**
      - O gráfico resultante representa uma função se qualquer reta vertical no plano intercepta o gráfico no máximo em um ponto

Funções

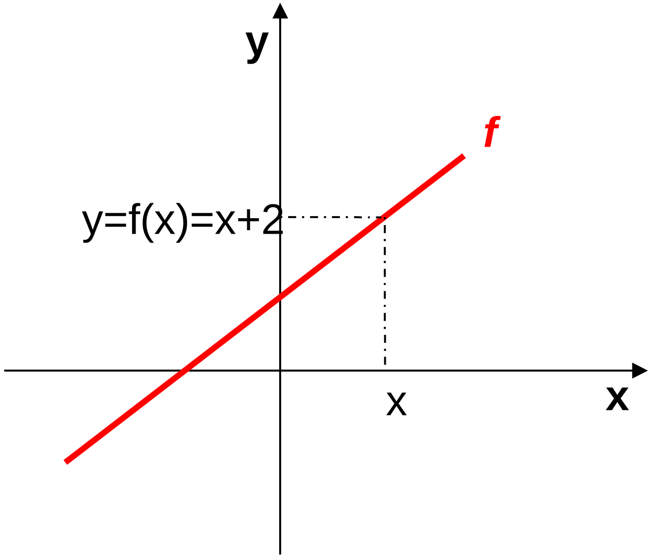
- **Representação gráfica**
  - Gráfico de funções
    - Para funções com entradas e saídas sendo números reais ($\mathbb{R}$)
    - Marca-se um ponto no plano com as coordenadas (x, f(x)) para todo $x \in$ dom f
    - **Teste da reta vertical**
      - O gráfico resultante representa uma função se qualquer reta vertical no plano intercepta o gráfico no máximo em um ponto
    - ➔ Se uma reta vertical interceptar o gráfico da função em mais de um ponto significa que existe mais de um valor de saída associado a cada valor de entrada

Funções

- **Representação gráfica**
  - Gráfico de funções
    - Exemplos

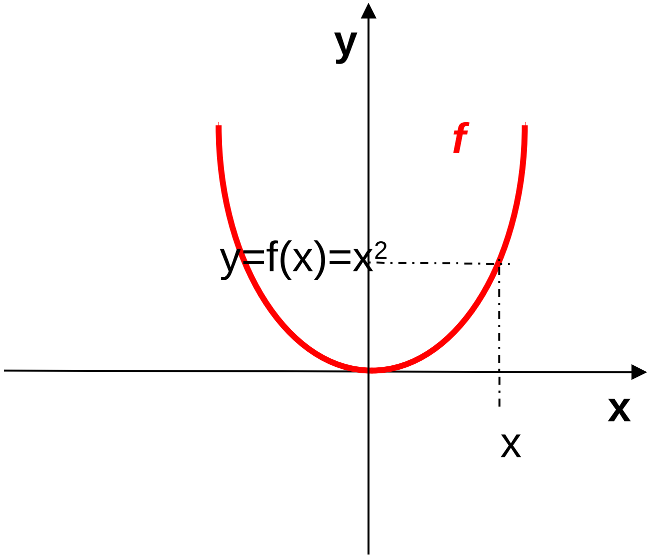
a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$f(x) = x+2$



b) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$f(x) = x^2$



Funções

- **Representação gráfica**
  - Diagrama de setas
    - Para funções f: A $\rightarrow$ B sendo A e B conjuntos finitos
    - Desenha-se um conjunto de pontos para A à esquerda e um conjunto de pontos para B à direita
    - Traça-se uma seta de a para b quando $f(a) = b$

Funções

- **Representação gráfica**
  - Diagrama de setas
    - Para funções f: A $\rightarrow$ B sendo A e B conjuntos finitos
    - Desenha-se um conjunto de pontos para A à esquerda e um conjunto de pontos para B à direita
    - Traça-se uma seta de a para b quando $f(a) = b$
    - No diagrama resultante
      - Todo ponto à esquerda (em A) tem exatamente uma seta partindo dele e terminando à direita (em B)
      - É possível que um ou mais elementos de B não sejam apontados por nenhum seta no diagrama

Funções

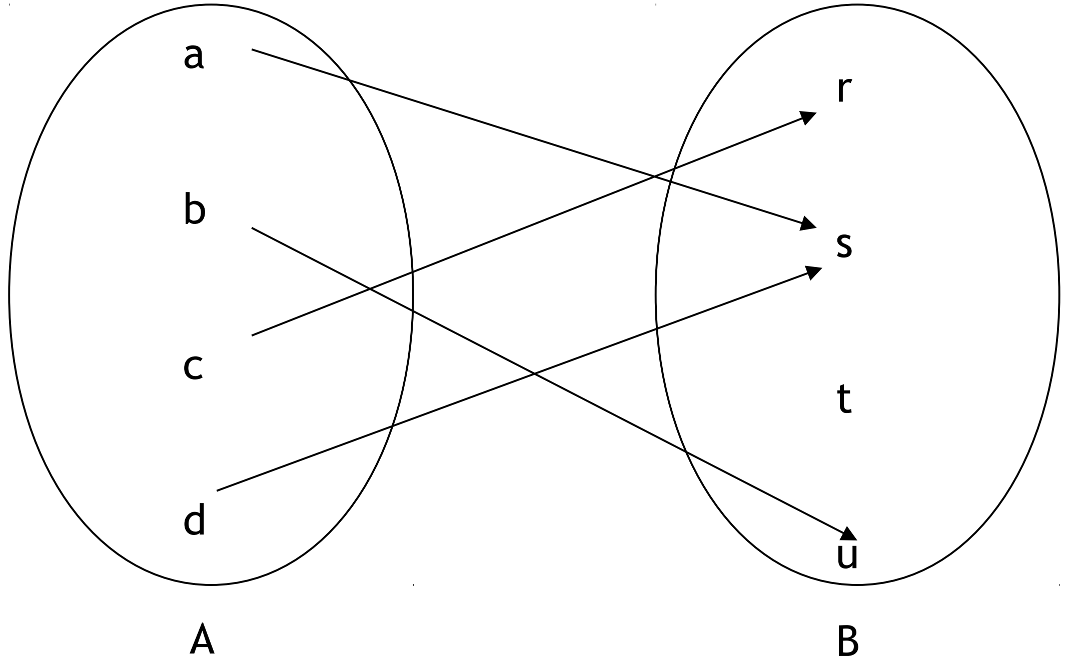
- **Representação gráfica**
  - Diagrama de setas
    - Exemplo

$f = \{(a,s), (b,u), (c,r), (d,s)\}$

Funções

- **Representação gráfica**
  - Diagrama de setas
    - Exemplo

f = {(a,s), (b,u), (c,r), (d,s)}



Funções

- **Representação gráfica**
  - Represente, usando o diagrama de setas, as funções a seguir definidas com
    - domínio D = { 1, 2, 3, 4 } e
    - contradomínio C = { 2, 4, 6, 8 }

    a) f = { (1, 2), (3, 4), (2, 2), (4, 8) }

    b) g: D $\rightarrow$ C dada por $g(x) = x * 2$

    c) h = { (4, 4), (2, 4), (3, 4), (1, 8) }

Funções

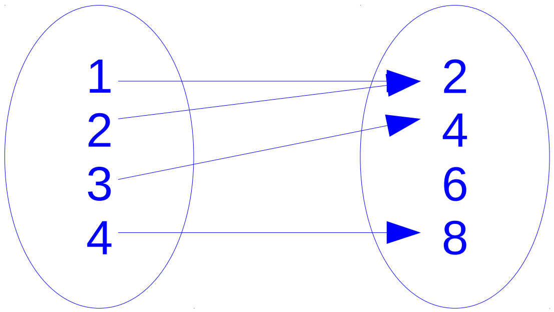
- **Representação gráfica**
  - Represente, usando o diagrama de setas, as funções a seguir definidas com
    - domínio D = { 1, 2, 3, 4 } e
    - contradomínio C = { 2, 4, 6, 8 }

    a) $f = \{ (1, 2), (3, 4), (2, 2), (4, 8) \}$

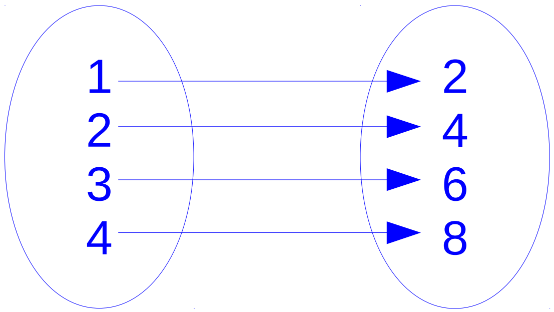
    b) g: D $\rightarrow$ C dada por $g(x) = x * 2$

    c) $h = \{ (4, 4), (2, 4), (3, 4), (1, 8) \}$

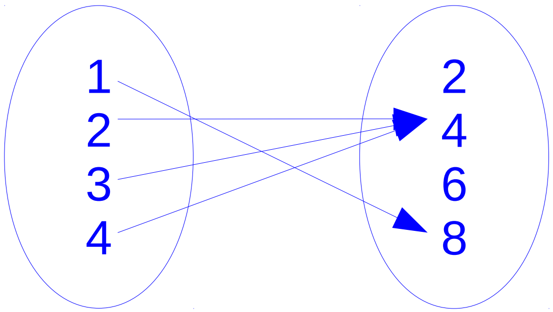
a)



b)



c)



Funções

- **Representação gráfica**
  - IMPORTANTE
    - Nem toda função pode ser representada graficamente
    - Exemplo

$$\boldsymbol{f : 2^A \to \mathbb{N}} \quad \textbf{definida por} \quad \boldsymbol{f(x) = |x|}$$

- (A cada subconjunto *x* de A, a função *f* associa um número natural que é o seu tamanho)
- Não há maneira prática de representar essa função como um gráfico

Funções

- **Funções iguais**
  - Duas funções são ditas iguais se têm:
    1. O mesmo **domínio**
    2. O mesmo **contradomínio**
    3. A mesma **associação** de valores de domínio em valores do contradomínio

Funções

- **Funções iguais**
  - Duas funções são ditas iguais se têm:
    1. O mesmo **domínio**
    2. O mesmo **contradomínio**
    3. A mesma **associação** de valores de domínio em valores do contradomínio
  - Exemplo
    - f: $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ dada por $f(x) = x^2$
    - g: $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ dada por $g(x) = x*x$

Funções

- **Funções iguais**
  - Duas funções são ditas iguais se têm:
    1. O mesmo **domínio**
    2. O mesmo **contradomínio**
    3. A mesma **associação** de valores de domínio em valores do contradomínio
  - Exemplo
    - f: $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ dada por $f(x) = x^2$
    - g: $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ dada por $g(x) = x*x$

PROVANDO QUE DUAS FUNÇÕES SÃO IGUAIS

- Dadas duas funções com os mesmos domínio e contradomínio, demonstrar que elas são iguais é mostrar que a associação é a mesma:
dado um elemento arbitrário no domínio, demonstra-se que ambas as funções produzem o mesmo elemento no contradomínio.

Funções

- **Funções interessantes**
  - **Função identidade**
    - Função de um conjunto A que associa cada elemento a si mesmo

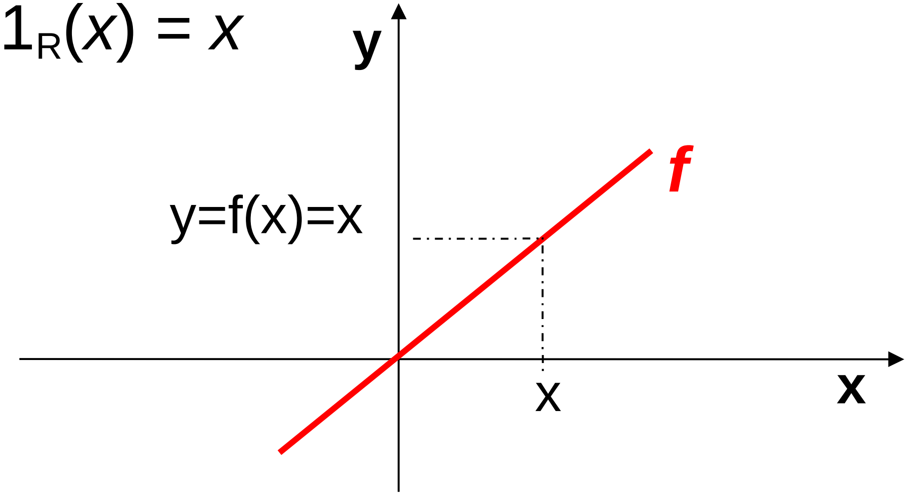
$$\mathbf{1_A(a) = a}$$

Funções

- **Funções interessantes**
  - **Função identidade**
    - Função de um conjunto A que associa cada elemento a si mesmo

$$\mathbf{1_A(a) = a}$$

    - Exemplo
      - A função identidade sobre os reais é a função f: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $1_R(x) = x$



Funções

- **Funções interessantes**
  - **Função piso e teto**
    - Função piso $\lfloor x \rfloor$ associa a cada número real *x* o maior inteiro menor ou igual a *x*
    - Função teto $\lceil x \rceil$ associa a cada número real *x* o menor inteiro maior ou igual a *x*

Funções

- **Funções interessantes**
  - **Função piso e teto**
    - Função piso $\lfloor x \rfloor$ associa a cada número real *x* o maior inteiro menor ou igual a *x*
    - Função teto $\lceil x \rceil$ associa a cada número real *x* o menor inteiro maior ou igual a *x*
    - Ambas são funções de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{Z}$
      - Se x é um inteiro, $\lfloor x \rfloor = \lceil x \rceil$; caso contrário, $\lfloor x \rfloor + 1 = \lceil x \rceil$

Funções

- **Funções interessantes**
  - **Função piso e teto**
    - Função piso $\lfloor x \rfloor$ associa a cada número real *x* o maior inteiro menor ou igual a *x*
    - Função teto $\lceil x \rceil$ associa a cada número real *x* o menor inteiro maior ou igual a *x*
    - Ambas são funções de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{Z}$
      - Se x é um inteiro, $\lfloor x \rfloor = \lceil x \rceil$; caso contrário, $\lfloor x \rfloor + 1 = \lceil x \rceil$
    - Exemplos
      - $\lfloor 2,5 \rfloor$ = ? e $\lceil 2,5 \rceil$ = ?
      - $\lfloor -2,5 \rfloor$ = ? e $\lceil -2,5 \rceil$ = ?

Funções

- **Funções interessantes**
  - **Função piso e teto**
    - Função piso $\lfloor x \rfloor$ associa a cada número real *x* o maior inteiro menor ou igual a *x*
    - Função teto $\lceil x \rceil$ associa a cada número real *x* o menor inteiro maior ou igual a *x*
    - Ambas são funções de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{Z}$
      - Se x é um inteiro, $\lfloor x \rfloor = \lceil x \rceil$; caso contrário, $\lfloor x \rfloor + 1 = \lceil x \rceil$
    - Exemplos
      - $\lfloor 2{,}5 \rfloor = 2$ e $\lceil 2{,}5 \rceil = 3$
      - $\lfloor -2{,}5 \rfloor = -3$ e $\lceil -2{,}5 \rceil = -2$

Funções

- **Funções interessantes**
  - **Função valor inteiro (INT)**
    - Seja x um número real qualquer
    - INT(x) converte x em um inteiro truncando a parte fracionária do número
      - INT(x) = $\lfloor x \rfloor$ se x é positivo e
      - INT(x) = $\lceil x \rceil$ se x é negativo

Funções

- **Funções interessantes**
  - **Função valor inteiro (INT)**
    - Seja x um número real qualquer
    - INT(x) converte x em um inteiro truncando a parte fracionária do número
      - INT(x) = $\lfloor x \rfloor$ se x é positivo e
      - INT(x) = $\lceil x \rceil$ se x é negativo
    - Exemplos
      - INT(3,33) = ?
      - INT(-7,4) = ?

Funções

- **Funções interessantes**
  - **Função valor inteiro (INT)**
    - Seja x um número real qualquer
    - INT(x) converte x em um inteiro truncando a parte fracionária do número
      - INT(x) = $\lfloor x \rfloor$ se x é positivo e
      - INT(x) = $\lceil x \rceil$ se x é negativo
    - Exemplos
      - INT(3,33) = 3
      - INT(-7,4) = -7

Funções

- **Funções interessantes**
  - **Função valor absoluto (ABS)**
    - Denotada por ABS(x) ou $|x|$ é o maior dos valores entre x e $-x$
      - ABS(0) = 0
      - ABS(x) = x para x positivo e
      - ABS($-x$) = x para x negativo

Funções

- **Funções interessantes**
  - **Função valor absoluto (ABS)**
    - Denotada por ABS(x) ou $|x|$ é o maior dos valores entre x e $-x$
      - ABS(0) = 0
      - ABS(x) = x para x positivo e
      - ABS($-x$) = x para x negativo
    - Exemplos
      - ABS(-8,1) = ?
      - ABS(3,4) = ?

Funções

- **Funções interessantes**
  - **Função valor absoluto (ABS)**
    - Denotada por ABS(x) ou $|x|$ é o maior dos valores entre x e $-x$
      - ABS(0) = 0
      - ABS(x) = x para x positivo e
      - ABS($-x$) = x para x negativo
    - Exemplos
      - ABS(-8,1) = 8,1
      - ABS(3,4) = 3,4

Funções

- **Funções interessantes**
  - **Função módulo (ou função resto)**
    - Para qualquer inteiro x e qualquer inteiro positivo n, a função módulo n associa a cada x o resto de sua divisão por n
      - $f(x) = x \bmod n$ ou $x = qn + r$, $0 \leq r < n$ e $r = f(x)$

Funções

- **Funções interessantes**
  - **Função módulo (ou função resto)**
    - Para qualquer inteiro x e qualquer inteiro positivo n, a função módulo n associa a cada x o resto de sua divisão por n
      - $f(x) = x \bmod n$ ou $x = qn+r$, $0 \leq r < n$ e $r = f(x)$
    - Exemplos
      - 25 mod 7 = ?
      - 25 mod 5 = ?
      - -26 mod 7 = ?
      - -371 mod 8 = ?
      - -39 mod 3 = ?

Para x < 0 divide |x| por n obtendo r' e faz x mod n = n-r' quando r' ≠ 0

Funções

- **Funções interessantes**
  - **Função módulo (ou função resto)**
    - Para qualquer inteiro *x* e qualquer inteiro positivo *n*, a função módulo *n* associa a cada *x* o resto de sua divisão por *n*
      - $f(x) = x \text{ mod } n$ ou $x = qn+r$, $0 \le r < n$ e $r = f(x)$
    - Exemplos
      - 25 mod 7 = 4
      - 25 mod 5 = 0
      - -26 mod 7 = 2
      - -371 mod 8 = 5
      - -39 mod 3 = 0

Para x < 0 divide |x| por n obtendo r' e faz x mod n = n-r' quando r' ≠ 0

Funções

- **Funções interessantes**
  - **Função logarítmica**
    - O logaritmo de qualquer número positivo *x* na base *b* (também um número positivo) representa o expoente ao qual *b* precisa ser elevado para obter *x*

$$\mathbf{\log_b x}$$

  - Seja $y = \log_b x$ então $b^y = x$

Funções

- **Funções interessantes**
  - **Função logarítmica**
    - O logaritmo de qualquer número positivo *x* na base *b* (também um número positivo) representa o expoente ao qual *b* precisa ser elevado para obter *x*

$$\mathbf{log_b x}$$

→ Seja $y = \log_b x$ então $b^y = x$

    - Exemplos
      - $\log_2 8 =$?
      - $\log_b 1 =$?
      - $\log_b b =$?

Funções

- **Funções interessantes**
  - **Função logarítmica**
    - O logaritmo de qualquer número positivo *x* na base *b* (também um número positivo) representa o expoente ao qual *b* precisa ser elevado para obter *x*

$$\mathbf{log_b x}$$

➔ Seja $y = \log_b x$ então $b^y = x$

    - Exemplos
      - $\log_2 8 = 3$
      - $\log_b 1 = 0$
      - $\log_b b = 1$

Funções

- **Funções interessantes**
  - Calcule
    - a) $\lfloor -47{,}1 \rfloor$
    - b) $\lceil -7{,}8 \rceil$
    - c) INT(83,24)
    - d) INT(-14,5)
    - e) 39 (mod 7)
    - f) -39 (mod 7)
    - g) -49 (mod 7)
    - h) $\log_{10} 100$
    - i) $\log_2 128$

Funções

- **Funções interessantes**
  - Calcule

a) $\lfloor -47,1 \rfloor$ = -48

b) $\lceil -7,8 \rceil$ = -7

c) INT(83,24) = 83

d) INT(-14,5) = -14

e) 39 (mod 7) = 4

f) -39 (mod 7) = 3

g) -49 (mod 7) = 0

h) $\log_{10} 100 = 2$ já que $10^2 = 100$

i) $\log_2 128 = 7$ já que $2^7 = 128$