# Exercício Resolvido (1)

- Mostre o somatório dos ***n*** primeiros números inteiros

$$\sum_{1}^{i \leq n} i$$

# Exercício Resolvido (2)

- Mostre o número de comparações entre registros que o algoritmo de Seleção realiza

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
        int menor = i;
        for (int j = (i + 1); j < n; j++){
                if (array[menor] > array[j]){
                menor = j;
                }
        }
        swap(menor, i);
}
```

$$\sum_{0}^{n-2} (n - i - 1)$$

## Exercício Resolvido (3): Resolva os Somatórios

a) $\sum_{n=1}^{5} n^2 = ?$

c) $\sum_{1}^{5} (3 - 2i) = ?$

e) $\sum_{0}^{5} i\,.\,(i-1).(5-i) = ?$

b) $\sum_{1}^{5} 3i = ?$

d) $\sum_{1}^{5} (2i+x) = ?$

f) $\sum_{m=1}^{5} (3 - 2m) = ?$

A=$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = 1 + 4 + 9 + 16 + 25 = 55$

B=$3(1) + 3(2) + 3(3) + 3(4) + 3(5) = 3 + 6 + 9 + 12 + 15 = 45$

C=$\big(3 - 2(1)\big) + \big(3 - 2(2)\big) + \big(3 - 2(3)\big) + \big(3 - 2(4)\big) + \big(3 - 2(5)\big) = 1 - 1 - 3 - 5 - 7 = -15$

D=$(2(1) + X) + (2(2) + X) + (2(3) + X) + (2(4) + X) + (2(5) + X) = 30 + 5X$

E=$(0 * (-1) * 5) + (1 * 0 * 4) + (2 * 1 * 3) + (3 * 2 * 2) + (4 * 3 * 1) + (5 * 4 * 0) = 30$

F=$(3 - 2(1)) + (3 - 2(2)) + (3 - 2(3)) + (3 - 2(4)) + (3 - 2(5)) = 1 - 1 - 3 - 5 - 7 = -15$

## Exercício Resolvido (4)

- Podemos afirmar que $\sum_{0}^{5} i\,.\,(i-1)\,.\,(5-i) \;=\; \sum_{2}^{4} i\,.\,(i-1)\,.\,(5-i)$ ? Justifique.

Sim pois o resultado do somatorio é igual a a2+a3+a4 já que os termos a0,a1 e a5 são iguais a 0

# Exercício Resolvido (5)

- Assinale a alternativa que contém a expressão cuja soma é igual a $4 + 9 + 16 + 25 + 36 + 49$

a) $\sum_{i=0}^{5} (i^2 + 2i + 4)$ b) $\sum_{i=0}^{5} (3i + 2)^2$ c) $\sum_{i=0}^{5} (i + 2)^2$

Alternativa letra c já que
C=$(0+2)^2+(1+2)^2+(2+2)^2+(3+2)^2+(4+2)^2+(5+2)^2=(4)+(1+4+4)+(4+8+4)+(9+12+4)+(16+16+4)+(25+20+4)=4+9+16+25+26+49$

# Exercício Resolvido (1)

- Mostre (e justifique) se cada expressão abaixo é verdadeira ou falsa:

a) ( ) $\sum_{k=0}^{200} k^3 = \sum_{k=1}^{200} k^3$

b) ( ) $\sum_{p=0}^{1000} (3+p) = 3 + \sum_{p=0}^{1000} p$

c) ( ) $\sum_{l=1}^{n} 3l = 3.\sum_{l=1}^{n} l$

d) ( ) $\sum_{k=0}^{12} k^p = \left(\sum_{k=0}^{12} k\right)^p$

e) ( ) $\sum_{t=8}^{32} (3+t) = 75 + \sum_{t=8}^{32} t$

a) Verdadeiro pois 0 elevado a 0 é igual a 0
b) Falso pois na primeira o 3 esta somando a cada termo do somatório enquanto na segunda o 3 esta somando o resultado do somatório
c) Verdadeiro pois existe uma propriedade do somatório que mostra que podemos passar a constante que multiplica cada termo do somatório para fora da constante e fazendo isso não muda o resultado do somatório
d) Falso pois na primeira o expoente está elevando cada termo do somatório enquanto o segundo esta elevando somente o resultado e com isso o resultado será diferente

e) Verdadeiro pois 75 é o resultado da soma de 3 em 3 que ocorre 25 vezes, pois o somatório vai do número 8 até o número 32

## Exercício Resolvido (2)

- Aplique associatividade para unificar os dois somatórios abaixo:

$$S_n = \sum_{3}^{n} a_i + \sum_{1}^{n} b_i$$

## Exercício Resolvido (3)

- Usando a comutatividade, prove que os somatórios abaixo são iguais

$$\sum_{0 \leq i \leq 4} (3 + 2.i) = \sum_{0 \leq i \leq 4} (3 + 2.(4-i))$$

EXERCICIO RESOLVIDO 3

$$\sum_{0 \le i \le 4} (3+2i) = \sum_{0 \le i \le 4} (3+2(4-i))$$

1. $(3+2(0)) + (3+2(1)) + (3+2(2)) + (3+2(3)) + (3+2(4))$

2. $(3+2(4-0)) + (3+2(4-1)) + (3+2(4-2)) + (3+2(4-3)) + (3+2(4-4))$

Os somatórios são iguais porem a única coisa que esta diferente é a posição dos elementos

## Exercício Resolvido (5)

- Sabendo a fórmula da soma de uma progressão aritmética qualquer, mostre a fórmula fechada para o somatório de Gauss

$$\sum_{0 \le i \le n} i = 0 + 1 + 2 + 3 + \dots + n$$

**COLA**

$$S_n = \sum_{0 \le i \le n} [a + b.i] = \frac{(2.a + b.n).(n+1)}{2}$$

EXERCICIO RESOLVIDO 5

$$\sum_{0 \le i \le N} i = 0 + 1 + 2 + 3 + \dots N$$

COLA = $S_N = \sum_{0 \le i \le N} [A + b \cdot i] = \frac{(2a + bN)(N+1)}{2}$

$$S_N = \sum_{0 \le i \le N} [0 + 1i] = \frac{(2 \cdot 0 + 1 \cdot N)(N+1)}{2} = \frac{N(N+1)}{2}$$

## Exercício Resolvido (6)

- Dada a fórmula fechada do somatório dos ***n*** primeiros números inteiros, mostre um algoritmo mais eficiente que o apresentado abaixo:

```
int somatorio(int n){
    int soma = 0;
    for(int i = 1; i <= n; i++){
        soma += i;
    }
    return soma;
}
```

```
int somatorio(int a){
    return ((a * (a+1))/2);
}
```

## Exercício Resolvido (7)

- O Algoritmo de Seleção realiza $\sum_{0 \leq i \leq n-2} (n - i - 1)$ comparações entre registros. Agora, mostre a fórmula fechada para esse somatório

EXERCICIO RESOLVIDO 7

$$\sum_{0 \leq I \leq N-2} (N - I - 1) = N(N-1) - \frac{(N-2)(N-1)}{2} - 1 \cdot (N-1)$$

$$\Rightarrow \frac{2N(N-1) - (N-2)(N-1) - 2(N-1)}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{2N^2 - 2N - [N^2 - 3N + 2] - 2N + 2}{2} \Rightarrow \frac{N^2}{2} - \frac{N}{2} = \Theta(N^2)$$

## Exercício Resolvido (8): Justifique as Expressões

a) $\sum_{1}^{n} i = \sum_{0}^{n} i$

b) $\sum_{1}^{n} a_i \neq \sum_{0}^{n} a_i$

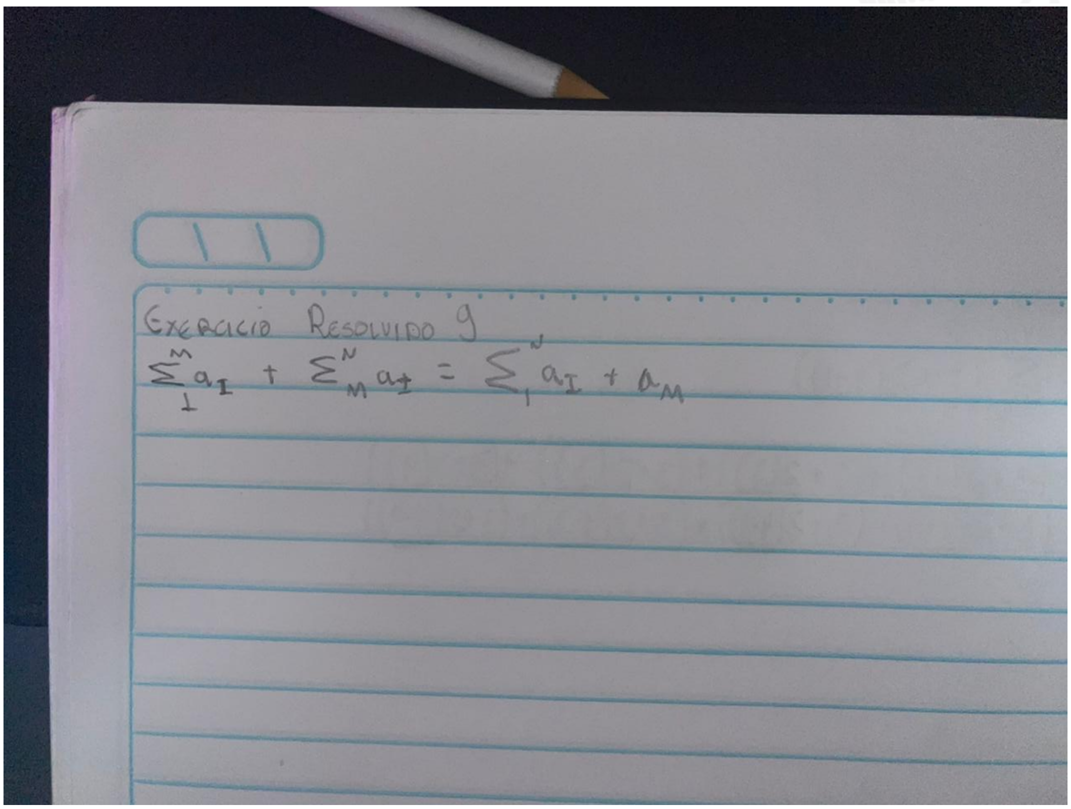
c) $\sum_{1}^{n} a_i = \sum_{0}^{n-1} a_{i+1}$

a) Os 2 são iguais já que o primeiro termo do segundo somatório é igual a 0, fazendo com que o resultado do somatório não mude
b) São diferentes pois não é sempre que o primeiro termo a0 vai ser igual a 0
c) Os 2 somatorios são iguais e vão ter o mesmo resultado

# Exercício Resolvido (9)

- Sendo 1 ≤ m ≤ n, aplique a propriedade P1 para unificar os dois somatórios (quase disjuntos) abaixo:

$$\sum_{1}^{m} a_i + \sum_{m}^{n} a_i = \sum_{1}^{n} a_i + a_m$$



# Exercício Resolvido (10)

- Sendo $1 \leq m \leq n$, aplique a propriedade P1 para unificar os dois somatórios (quase disjuntos) abaixo:

$$\sum_{1}^{m-3} a_i + \sum_{m}^{n} a_i =$$

Exercicio Resolvido 10

$$\sum_{1}^{M-3} a_I + \sum_{M}^{N} a_I = \sum_{1}^{N} a_I - a_{M-2} - a_{M-1}$$

# Exercício Resolvido (1)

- Prove por indução que a fórmula abaixo para a soma dos quadrados perfeitos é verdadeira:

$$S_n = \sum_{0 \le i \le n} i^2 = \frac{n\,(n+1)(2.n+1)}{6}, \text{ para } n \ge 0$$

ESERCICIO RESOLVIDO 1

$$S_N = \sum_{0 \le I \le N} I^2 = \frac{N(N+1)(2N+1)}{6} \text{ PARA } N \geqslant 0$$

1º $$\frac{0(N+1)(20+1)}{6} = 0$$

2º $$S_N = \frac{(N-1)(N)(2N-1)}{6} + N^2 \Rightarrow 6S_N = (N-1)(N)(2N-1) + 6N^2 \Rightarrow$$

$$(N^2-N)(2N-1) + 6N^2 \Rightarrow [2N^3 - N^2 - 2N^2 + N] + 6N^2 \Rightarrow$$

$$S_N = \frac{2N^3+3N^2+N}{6} = \frac{N(N+1)(2N+1)}{6}$$

## Exercício Resolvido (2)

- Encontre a fórmula fechada do somatório abaixo e, em seguida, prove a usando indução matemática

$$\sum_{0}^{n}(3+i) =$$

Exercício Resolvido 2

$$\sum_{0}^{N}(3+I) = \sum_{0}^{N}3 + \sum_{0}^{N}I \to 3(N+1) + \frac{N(N+1)}{2} \to \frac{6N+6+N^2+N}{2}$$

$$\to \frac{N^2+7N+6}{2}$$

Provando

$$\frac{0^2+7\cdot 0+6}{2} = 3 \quad \text{Verdade}$$

$$S_N = S_{N-1} + a_N \to \frac{(N-1)^2+7(N-1)+6}{2} + (3+N)$$

$$\to \frac{N^2-2N+1+7N-7+6+6+2N}{2} \to \frac{N^2+7N+6}{2} \quad \text{(Verdadeiro)}$$

## Exercício Resolvido (3)

- Encontre a fórmula fechada do somatório abaixo e, em seguida, prove a usando indução matemática

$$\sum_{1}^{n}[(2i+1)^2-(2i)^2]=$$

Ex Resolvido 3

$$\sum_{1}^{N}[(2I+1)^2-(2I)^2]=\sum_{1}^{N}[4I+1]=4\sum_{1}^{N}[I]+\sum_{1}^{N}[1]$$

$$\to 4\frac{N(N+1)}{2}+N \to 2N^2+3N$$

$$2\cdot 1^2+3\cdot 1=5$$

$$S_N=2(N-1)^2+3(N-1)+(4N+1)\to 2N^2-\cancel{4N}+2+3N-3+\cancel{4N}+1$$

$$\to 2N^2+3N+0 \Rightarrow 2N+3N$$

## Exercício Resolvido (4)

- Encontre a fórmula fechada do somatório abaixo e, em seguida, prove a usando indução matemática

$$\sum_{1}^{n}[(5i+1)^2 - (5i-1)^2] =$$

Exercicio Resolvido 4

$$\sum_{1}^{N}[(5I+1)^2-(5I-1)^2] \to [\cancel{25}I^2+10I+\cancel{1}-\cancel{25}^2+10I-\cancel{1}]$$

$$=\sum_{1}^{N} 20I \quad 20\,\frac{N(N-1)}{2} = 10N^2+10N$$

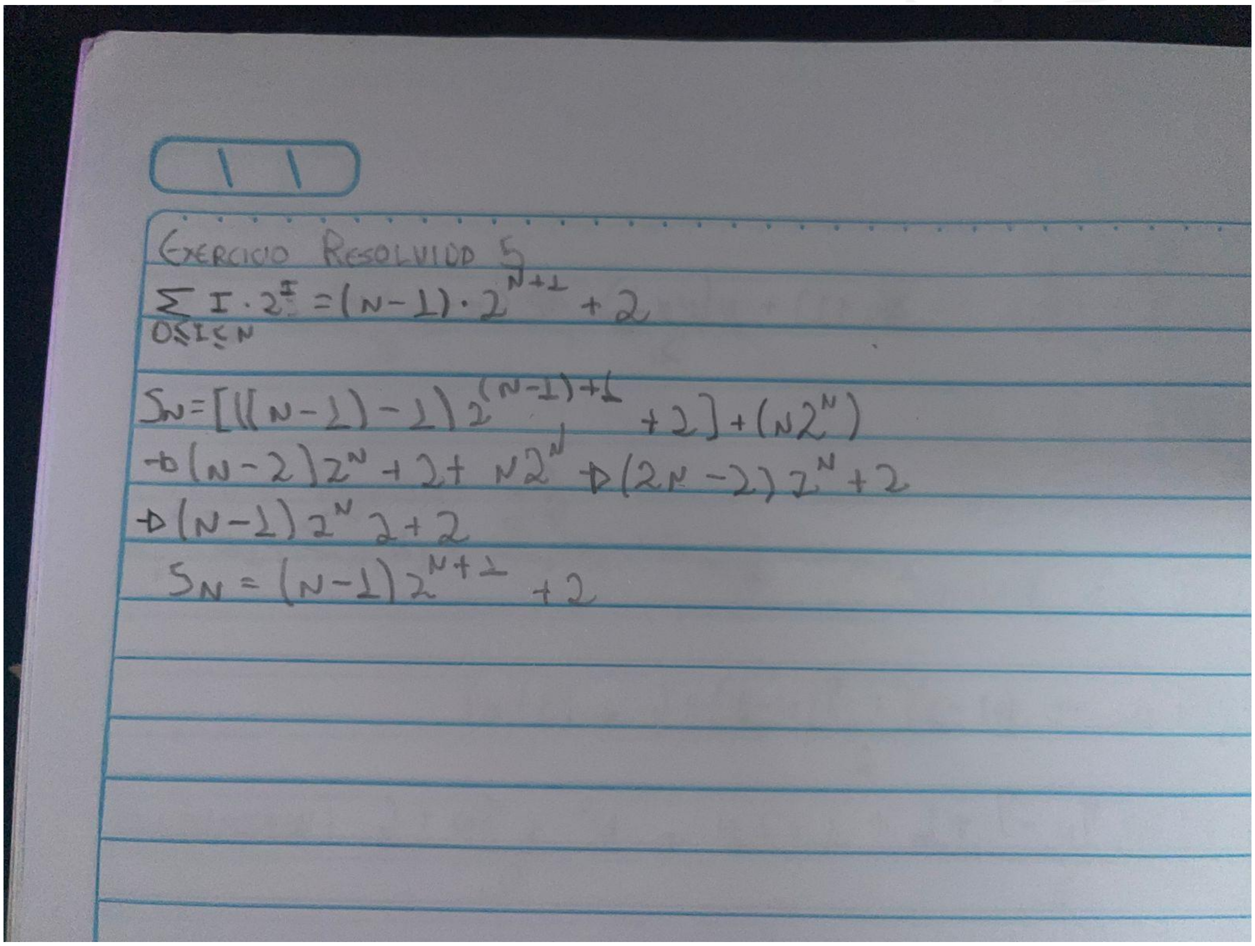
$$S_N = 10(N-1)^2+10(N-1)+20N \to 10(N^2-2N+1)+10N-10+2$$

$$\to 10N^2-20N+10+10N-10+20N \to 10N^2+10N$$

## Exercício Resolvido (5)

- Prove a fórmula apresentada anteriormente usando indução matemática

$$\sum_{0 \le i \le n} i.2^i = (n-1).2^{n+1} + 2$$



Exercicio Resolvido 5

$\sum_{0 \le I \le N} I \cdot 2^I = (N-1) \cdot 2^{N+1} + 2$

$S_N = [((N-1)-1)2^{(N-1)+1} + 2] + (N2^N)$

$\to (N-2)2^N + 2 + N2^N \to (2N-2)2^N + 2$

$\to (N-1)2^N 2 + 2$

$S_N = (N-1)2^{N+1} + 2$

## Exercício (1)

- Faça um método *int somatorioPA(double a, double b, int n)* que retorna o somatório dos n primeiros termos de uma PA com termo inicial *a* e razão *b*.

```
int somatorioPA(double a,double b,int n){
    double resultado=0;
    for (int i=0;i<n;i++){
        resultado +=a+i*b;
    }
    return (int) resultado;
}
```

## Exercício (2)

- Um algoritmo de ordenação tradicional é o Inserção. Faça a análise de complexidade desse algoritmo para os números de comparações e movimentações entre registros no pior e melhor caso

No melhor caso é n-1 comparações
No pior caso é (n^2-n)/2 comparações