



Pesquisa Operacional

Introdução à PO



2

Visão da Modelagem

A Origem da Pesquisa Operacional

Revolução Industrial

- Aumento na divisão do Trabalho
- Esquecimento de como as atividades estão entrelaçadas
- Dificuldade de Alocação de Recursos

Segunda Guerra Mundial

- Alocar de forma eficiente os recursos
- Formação do primeiro grupo de pesquisa na British Air Force
- Aplicação de métodos quantitativos

Simplex

- 1947 George B. Dantzig deu origem ao método de resolução de problemas

Avanço

- Velocidade Computacional
- Otimização e Mineiração de Dados

A Natureza da Pesquisa Operacional

A pesquisa operacional envolve “Pesquisa sobre as operações”.

A PO é aplicada a problemas que compreendem a condução e a coordenação das operações em uma organização.

Uma característica é que a PO tenta encontrar uma *melhor* solução para o modelo que representa o problema considerado.

O impacto da pesquisa Operacional

- A pesquisa operacional teve impacto impressionante para melhorar a eficiência de inúmeras organizações pelo mundo. Aplicações:
 - Planejamento Logístico
 - Programação de Turnos de trabalho
 - Desenvolvimento de um Sistema de apoio à tomada de decisão bancária
 - Gerenciamento de Projetos
 - Gerenciamento de linhas de créditos
 - Projeto e Operações de Call Center.

Exemplo

- Imagine que você tenha um compromisso de trabalho de cinco semanas entre Manaus (MAO) e Rio Branco (RBR). Você pega um avião em Manaus na segunda-feira e volta na quarta-feira. Uma passagem aérea normal de ida e volta custa \$400, mas há um desconto de 20% se as datas do bilhete abrangerem um final de semana. Uma passagem só de ida em qualquer direção custa 75% do preço normal. Como seria mais conveniente você comprar as passagens para o período de cinco semanas?
 - Quais são as **alternativas** para a decisão?
 - Sob quais **restrições** a decisão é tomada?
 - Qual seria um **critério objetivo** para avaliar as alternativas?

Exemplo cont.

- ▶ Três alternativas são consideradas:
 - ▶ Comprar cinco passagens normais MAO-RBR-MAO partindo às segundas-feiras e retornando às quartas-feiras da mesma semana.
 - ▶ Comprar uma passagem MAO-RBR, quatro RBR-MAO-RBR que abranjam finais de semana e uma RBR-MAO
 - ▶ Comprar uma passagem MAO-RBR-MAO para cobrir a segunda-feira da primeira semana e a quarta-feira da última semana, e quatro RBR-MAO-RBR para cobrir as viagens restantes. Todos esses bilhetes nessa alternativa abrangeriam pelo menos um final de semana.
- ▶ A restrição a essas opções é que você possa ser capaz de sair de MAO na segunda-feira e voltar na quarta-feira da mesma semana.
- ▶ Um critério objetivo óbvio para avaliar as alternativas propostas é o preço dos bilhetes.

Exemplo cont.

- Custo da alternativa 1 = $5 \times 400 = \$ 2000$
- Custo da alternativa 2 = $0,75 \times 400 + 4 \times (0,8 \times 400) + 0,75 \times 400 = \$ 1880$
- Custo da alternativa 3 = $5 \times (0,8 \times 400) = \$ 1600$

Qual alternativa escolher?

A mais Barata!

Visão Geral da Abordagem de Modelagem da Pesquisa Operacional

Introdução

- Uma forma de sintetizar as fases usuais de um estudo de PO é a seguinte:



Processo da tomada de decisão

- Segundo Lichbinski (2002), a tomada de decisão é um processo complexo e envolve diversos fatores internos e externos ligados à organização. Entre eles, destacam-se:
 - Ambiente
 - Risco e incerteza
 - Custo e qualidade requerida pelo produto ou serviço
 - Agentes tomadores de decisão
 - Cultura organizacional
 - O próprio mercado

Definição do problema e coleta de dados

- Inicialmente a maioria dos problemas de modelagem é descrita de forma vaga e imprecisa.
- Determinar objetivos apropriados é um dos aspectos mais importantes na identificação de um problema.
- São os objetivos que irão determinar quais e quantos dados devem ser coletados

Modelagem para tomada de decisão

- Um modelo é a representação simplificada de um sistema real
- O comportamento de um sistema real é influenciado por diversas variáveis envolvidas no processo de tomada de decisão.
- Devido à grande complexidade desse sistema, torna-se necessária a sua simplificação, a partir de um modelo, de forma que as principais variáveis envolvidas no sistema ou projeto que se pretende entender ou controlar sejam consideradas.

Modelagem para a tomada de decisão

- Em linhas gerais, a programação linear trata do problema de alocação ótima de recursos escassos para a realização de atividades.
- Por ótimo entendemos que não haja outra solução que seja melhor do que a oferecida.

Modelo

- Modelo é uma representação simplificada da realidade expressa por equações matemáticas que serve para simulá-la.
- **Exemplo:** Modelo que representa a distribuição de refrigerantes a clientes em uma engarrafadora de bebidas

Modelo

- A qualidade de um modelo está relacionada com a significância das respostas oferecidas por ele e pouco relacionada com sua adesão à realidade.
- Um bom modelo é aquele que consegue capturar as principais características do sistema a ser otimizado e que, com a maior simplicidade possível, gera uma solução que facilita a tomada de decisões.

Modelagem para tomada de decisão

- ▶ Quatro elementos principais:
- ▶ Variáveis de Decisão
- ▶ Parâmetros
- ▶ Função Objetivo
- ▶ Restrições

Variáveis de Decisão

Número ≤ 0

- As variáveis de decisão são as **incógnitas**, ou valores desconhecidos que serão determinadas pela solução do modelo.
- A solução do problema é encontrada testando-se diversos valores das variáveis de decisão.
- Podem ser:
 - Contínuas \mathbb{R}^+ $0, 1, 2, 3, 4, \dots$
 - Discretas \mathbb{I}^+ $0, 1, 2, 3, 4, \dots$
 - Binárias $0, 1$
- Exemplo: O número de caminhões que a engarrafadora deve despachar num determinado dia.

Parâmetros

- São variáveis utilizadas no modelo que não podem ser controladas pelo tomador de decisão.
- A solução do problema é encontrada admitindo como fixos os valores dos parâmetros.
- Exemplo: A capacidade de cada caminhão que vai transportar o refrigerante. Os caminhões têm uma capacidade especificada pelo fabricante e uma carga total transportada que é limitada pela legislação rodoviária.

Função objetivo

- É uma função matemática que representa o principal objetivo do tomador de decisão. Ela é de dois tipos: minimização (de custos, erros, chance de perda, desvio de objetivo, etc.) ou maximização (de lucro, receita, utilidade, bem-estar, riqueza, chance de sobrevivência etc).
- Exemplo: Minimizar custos de transporte relativos à distribuição do refrigerante.

Restrições

- São as regras que dizem o que podemos (ou não) fazer e/ou quais são as limitações dos recursos ou das atividades associadas ao modelo.
- Podem ser definidas como um conjunto de equações e inequações que as variáveis de decisão do modelo devem satisfazer.
- Exemplo: O número total de caminhões despachados pela manhã é menor ou igual ao número de motoristas que a empresa tem à disposição no primeiro turno

①

$$10 \text{ c.} \leq 7 \text{ m}$$

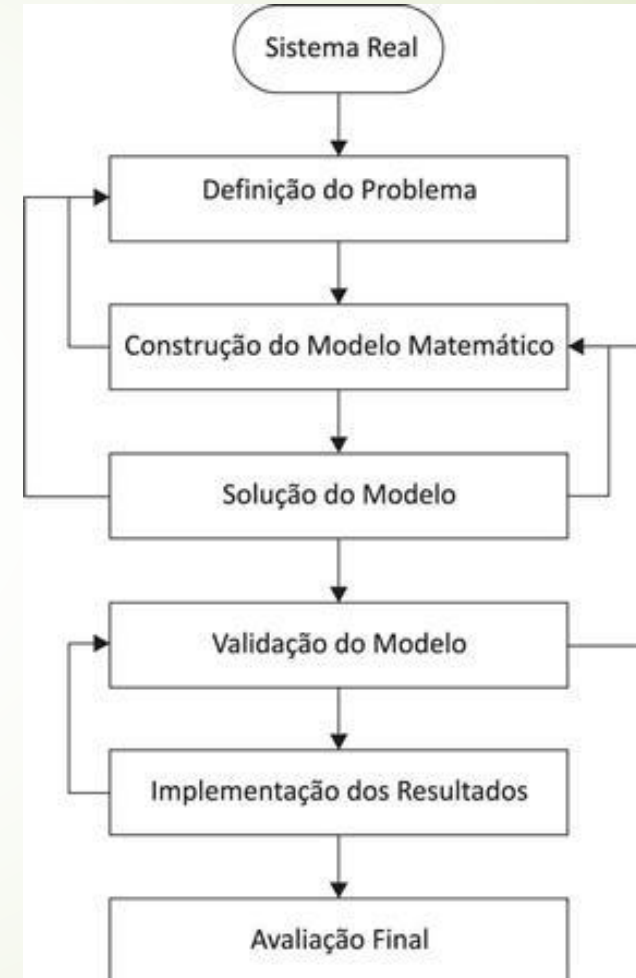
7 caminhões

$$5 \leq 7$$

Derivação de Soluções com base no Modelo

- Após a formulação de um modelo matemático para o problema em questão, a próxima fase em um estudo de PO é desenvolver um procedimento (normalmente com base em computador) para derivar soluções para o problema desse modelo.
- Essas discussões incluem a análise de sensibilidade e modelos de pós-otimalidade

O processo de Modelagem e resolução



Ferramentas de PO

Modelos Determinísticos

- Programação Linear
- Programação em Redes
- Programação Binária e Inteira
- Programação por Metas ou Multiobjeto
- Programação Não-Linear
- Programação Dinâmica-Determinística

Modelos Estocásticos

- Teoria das Filas
- Modelos de Simulação
- Programação Dinâmica Estocásticas (cadeias de Markov)
- Teoria dos Jogos

Outras Técnicas

- Metodologia Multicritério de apoio a decisão
- Análise envoltória de dados
- Inteligência Artificial
- Inteligência Computacional
- Heurísticas e Meta-heurísticas
- Outras

Modelos Determinísticos

- São aqueles em que todas as variáveis envolvidas em sua formulação são constantes e conhecidas.
- Possui uma única solução exata, por vezes a solução ótima
- Os modelos determinísticos são frequentemente resolvidos por métodos analíticos (sistemas de equações).

Modelos Estocásticos

- Utilizam uma ou mais variáveis aleatórias em que pelo menos uma de suas características operacionais é definida por meio de funções de probabilidade.
- Eles buscam analisar os diferentes cenários, não tendo a garantia da solução ótima.
- Frequentemente resolvidos por métodos numéricos

Outras Técnicas

- Novas técnicas vem sendo adicionadas à Pesquisa Operacional
 - Metodologia Multicritério de Apoio à Decisão
 - Análise Envoltória de Dados
 - Inteligência Artificial