



**JOAO VIVAS CISALPINO**

**CONTROLE DE TRAJETÓRIA DE IMPRESSORAS 3D  
UTILIZANDO ALGORITMO ITERATIVO E PROGRAMAÇÃO  
NÃO LINEAR**

**LAVRAS - MG**

**2023**

**JOAO VIVAS CISALPINO**

**CONTROLE DE TRAJETÓRIA DE IMPRESSORAS 3D UTILIZANDO  
ALGORITMO ITERATIVO E PROGRAMAÇÃO NÃO LINEAR**

Monografia apresentada à Universidade Federal  
de Lavras, como parte das exigências Curso de  
Engenharia Mecânica, para a obtenção do título  
de Bacharel.

Prof. Dr. Wander Gustavo Rocha Vieira  
Orientador

**LAVRAS - MG**

**2023**

**JOAO VIVAS CISALPINO**

**CONTROLE DE TRAJETÓRIA DE IMPRESSORAS 3D UTILIZANDO  
ALGORITMO ITERATIVO E PROGRAMAÇÃO NÃO LINEAR**

Monografia apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências Curso de Engenharia Mecânica, para a obtenção do título de Bacharel.

APROVADO em 21 de Novembro de 2023.

Prof. Dr. Henrique UFLA  
Prof. Dr. Belisario UFLA

Prof. Dr. Wander Gustavo Rocha Vieira  
Orientador

**LAVRAS - MG  
2023**

## RESUMO

A manufatura aditiva, com ênfase na impressão 3D e no método "Fused Deposition Modeling"(FDM), destaca-se como uma tecnologia altamente promissora para a produção de peças complexas em quantidades reduzidas. Ela impulsiona a iterabilidade e a produção descentralizada sob demanda, encontrando aplicação em diversos setores, como engenharia, medicina e a indústria aeroespacial. O objetivo principal do trabalho é investigar e desenvolver uma metodologia para atuação de controle na geração de comandos em impressoras 3D de forma a possibilitar maiores velocidades e garantindo a precisão dimensional das peças produzidas. O desenvolvimento desse controle incorpora um algoritmo iterativo que minimiza os desvios entre o trajeto desejado para a impressora e o trajeto efetivamente percorrido, levando em consideração a dinâmica da impressora. Isso resulta em peças impressas de maior qualidade, permitindo aos usuários selecionar velocidades de impressão mais elevadas sem comprometer a qualidade do produto final, em comparação com a ausência desse método. O algoritmo foi submetido a testes de sensibilidade de parâmetros para avaliar seu desempenho sob diferentes condições. Os resultados desses testes foram satisfatórios e indicaram a capacidade do método de minimizar os desvios da impressora, com base em uma modelagem precisa. Além disso, o método apresenta potencial para expansão, possibilitando a consideração de nuances do modelo em várias regiões da impressora, aprimorando ainda mais sua eficácia.

**Palavras-chave:** Manufatura aditiva Modelagem por Fusão e Deposição (FDM) Geração de comandos Impressão 3D Algoritmos de controle Modelagem dinâmica Matlab fmincon

## ABSTRACT

Additive manufacturing, with an emphasis on 3D printing and the "Fused Deposition Modeling"(FDM) method, stands out as a highly promising technology for the production of complex parts in reduced quantities. It drives iterability and decentralized on-demand production, finding applications in various sectors, such as engineering, medicine, and the aerospace industry. The primary goal of this work is to investigate and develop a methodology for control action in generating commands in 3D printers to enable higher speeds while ensuring the dimensional accuracy of the produced parts. The development of this control incorporates an iterative algorithm that minimizes deviations between the desired path for the printer and the path actually traveled, taking into account the printer's dynamics. This results in higher quality printed parts, allowing users to select higher printing speeds without compromising the quality of the final product compared to the absence of this method. The algorithm underwent parameter sensitivity tests to assess its performance under different conditions. The results of these tests were satisfactory and indicated the method's capability to minimize printer deviations based on accurate modeling. Furthermore, the method has potential for expansion, allowing for the consideration of nuances in the model in various printer regions, further enhancing its effectiveness.

**Keywords:** Additive manufacturing Fused Deposition Modeling (FDM) Command generation 3D printing Control algorithms Dynamic modeling Matlab fmincon

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Fluxograma etapas Impressora 3D FDM . . . . .	11
Figura 2.1 – Distribuição de uso de MA nas indústrias . . . . .	13
Figura 2.2 – Princípio e processo de impressão para FDM . . . . .	14
Figura 2.3 – Indicação dos componentes de uma impressora 3D . . . . .	15
Figura 2.4 – Interface do fatiador PrusaSlicer . . . . .	16
Figura 2.5 – Exemplo de um arquivo Gcode . . . . .	18
Figura 2.6 – Perfil de velocidade - Curva trapezoidal de velocidade . . . . .	19
Figura 2.7 – Comparação da resposta ao degrau e da resposta a escada . . . . .	21
Figura 2.8 – Fluxograma FBF . . . . .	21
Figura 2.9 – Fluxograma RFBF . . . . .	22
Figura 2.10 – Ilustração Segmentação Cúbica . . . . .	24
Figura 3.1 – Fluxograma geral das etapas para o controle de trajetória . . . . .	25
Figura 3.2 – Curva de velocidade trapezoidal . . . . .	26
Figura 3.3 – Curva de velocidade trapezoidal . . . . .	27
Figura 3.4 – Curva de velocidade triangular . . . . .	28
Figura 3.5 – Modelo simplificado impressora 3D . . . . .	31
Figura 3.6 – Modelagem de 1 eixo . . . . .	31
Figura 3.7 – Modelagem dos eixos x e y . . . . .	32
Figura 3.8 – Fluxograma Controle de Trajetória . . . . .	34
Figura 3.9 – Movimento base . . . . .	35
Figura 3.10 – Fluxograma geral com os parâmetros. . . . .	36
Figura 4.1 – Caso referência - Comportamento no tempo das velocidades em x e y da ponta e da referência . . . . .	38
Figura 4.2 – Caso referência - Comportamento no tempo dos deslocamentos em x e y da ponta e da referência . . . . .	39
Figura 4.3 – Caso referência - Caminho percorrido x vs y da ponta e da referência . . . .	39
Figura 4.4 – Caso referência - Num de fun x Viabilidade . . . . .	40
Figura 4.5 – Caso 1A - Comportamento no tempo das velocidades em x e y da ponta e da referência . . . . .	41
Figura 4.6 – Caso 1B - Comportamento no tempo das velocidades em x e y da ponta e da referência . . . . .	41

Figura 4.7 – Caso 1C - Comportamento no tempo das velocidades em x e y da ponta e da referência . . . . .	41
Figura 4.8 – Caso 1A - Comportamento no tempo dos deslocamentos em x e y da ponta e da referência . . . . .	42
Figura 4.9 – Caso 1C - Comportamento no tempo dos deslocamentos em x e y da ponta e da referência . . . . .	42
Figura 4.10 – Caso 1A - Caminho percorrido x vs y da ponta e da referência . . . . .	43
Figura 4.11 – Caso 1C - Caminho percorrido x vs y da ponta e da referência . . . . .	43
Figura 4.12 – Caso 1 - Num de fun x Viabilidade . . . . .	44
Figura 4.13 – Caso 2B - Caminho percorrido x vs y da ponta e da referência . . . . .	45
Figura 4.14 – Caso 2C - Caminho percorrido x vs y da ponta e da referência . . . . .	45
Figura 4.15 – Caso 2 - Num de fun x Viabilidade . . . . .	46
Figura 4.16 – Caso 3A - Comportamento no tempo das velocidades em x e y da ponta e da referência . . . . .	47
Figura 4.17 – Caso 3 - Num de fun x Viabilidade . . . . .	47
Figura 4.18 – Caso 4B - Comportamento no tempo das velocidades em x e y da ponta e da referência . . . . .	48
Figura 4.19 – Caso 4B - Comportamento no tempo dos deslocamentos em x e y da ponta e da referência . . . . .	48
Figura 4.20 – Caso 4 - Num de fun x Viabilidade . . . . .	49
Figura 4.21 – Caso 5A - Comportamento no tempo das velocidades em x e y da ponta e da referência . . . . .	49
Figura 4.22 – Caso 5B - Comportamento no tempo das velocidades em x e y da ponta e da referência . . . . .	50
Figura 4.23 – Caso 5C - Comportamento no tempo das velocidades em x e y da ponta e da referência . . . . .	50
Figura 4.24 – Caso 5A - Comportamento no tempo dos deslocamentos em x e y da ponta e da referência . . . . .	51
Figura 4.25 – Caso 5B - Comportamento no tempo dos deslocamentos em x e y da ponta e da referência . . . . .	51
Figura 4.26 – Caso 5C - Comportamento no tempo dos deslocamentos em x e y da ponta e da referência . . . . .	52

Figura 4.27 – Caso 5 - Num de fun x Viabilidade . . . . .	52
---	----



## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Critérios de Parada do Algoritmo de Otimização . . . . .	35
Tabela 3.2 – Valores dos parâmetros utilizados na simulação. . . . .	36
Tabela 3.3 – Parâmetros utilizados na análise de sensibilidade. . . . .	37
Tabela 3.4 – Especificações do computador . . . . .	37

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO . . . . .</b>	<b>10</b>
<b>2</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO . . . . .</b>	<b>12</b>
<b>2.1</b>	<b>Manufatura Aditiva . . . . .</b>	<b>12</b>
<b>2.2</b>	<b><i>Fused Deposition Modeling</i> . . . . .</b>	<b>13</b>
<b>2.2.1</b>	<b>Geração de Comando . . . . .</b>	<b>17</b>
<b>2.2.2</b>	<b>Geração de trajetória . . . . .</b>	<b>18</b>
<b>2.2.3</b>	<b>Curvas de velocidade trapezoidal . . . . .</b>	<b>18</b>
<b>2.2.4</b>	<b>Técnicas de Controle . . . . .</b>	<b>19</b>
<b>2.2.5</b>	<b><i>Feedforward</i> . . . . .</b>	<b>19</b>
<b>2.2.5.1</b>	<b><i>Input Shaper</i> . . . . .</b>	<b>20</b>
<b>2.2.5.2</b>	<b><i>Filtered basis function (FBF)</i> . . . . .</b>	<b>21</b>
<b>2.3</b>	<b>Espaço de Estados . . . . .</b>	<b>22</b>
<b>2.4</b>	<b>Segmentação Cúbica e Programação Não Linear . . . . .</b>	<b>23</b>
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA . . . . .</b>	<b>25</b>
<b>3.1</b>	<b>Geração de Trajetória . . . . .</b>	<b>25</b>
<b>3.1.1</b>	<b>Curva trapezoidal de velocidade . . . . .</b>	<b>26</b>
<b>3.1.2</b>	<b>Interpolação . . . . .</b>	<b>29</b>
<b>3.2</b>	<b>Modelagem dinâmica de uma impressora 3D . . . . .</b>	<b>29</b>
<b>3.2.1</b>	<b>Espaço de estados . . . . .</b>	<b>32</b>
<b>3.3</b>	<b>Controle de Trajetória . . . . .</b>	<b>33</b>
<b>3.3.1</b>	<b>Restrições . . . . .</b>	<b>34</b>
<b>3.3.2</b>	<b>Função de Otimização . . . . .</b>	<b>35</b>
<b>3.4</b>	<b>Simulação Computacional e Análise de Dados . . . . .</b>	<b>35</b>
<b>3.4.1</b>	<b>Análise de Sensibilidade . . . . .</b>	<b>36</b>
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO . . . . .</b>	<b>38</b>
<b>4.1</b>	<b>Resultados . . . . .</b>	<b>38</b>
<b>4.1.1</b>	<b>Caso Base . . . . .</b>	<b>38</b>
<b>4.1.2</b>	<b>Caso 1 - Variação da frequência . . . . .</b>	<b>40</b>
<b>4.1.3</b>	<b>Caso 2 - Variação do coeficiente de amortecimento . . . . .</b>	<b>44</b>
<b>4.1.4</b>	<b>Caso 3 - Variação na aceleração . . . . .</b>	<b>46</b>
<b>4.1.5</b>	<b>Caso 4 - Variação da velocidade . . . . .</b>	<b>47</b>

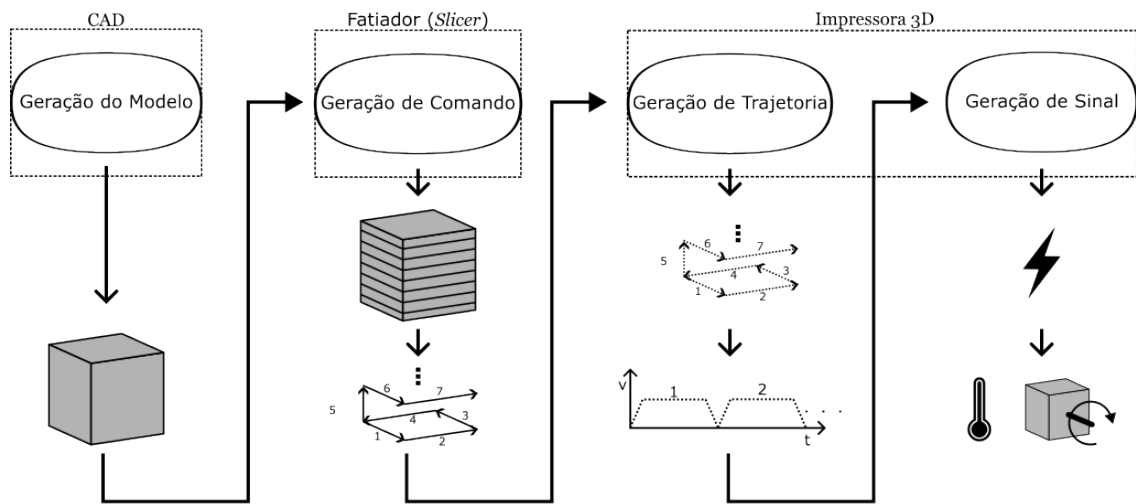
4.1.6	Caso 5 - Variação do passo de tempo . . . . .	49
4.2	Considerações futuras . . . . .	53
4.2.1	Combinação com outros algoritmos . . . . .	53
4.2.2	<i>Tuning</i> . . . . .	53
5	CONCLUSÃO . . . . .	54
	REFERÊNCIAS . . . . .	56

## 1 INTRODUÇÃO

A manufatura aditiva emerge como uma tecnologia altamente promissora para a produção de peças e componentes em diversas áreas, incluindo engenharia, medicina e a indústria aeroespacial. Suas características distintivas viabilizam a fabricação de peças complexas em pequenas quantidades, promovendo uma notável iterabilidade, bem como suportando a produção descentralizada sob demanda. Nesse contexto, a impressão 3D, em particular o método de *Fused Deposition Modeling* (FDM), ganha destaque crescente, encontrando aplicações variadas nos setores aeroespacial, automobilístico e prototipagem rápida, ao mesmo tempo que se torna mais acessível e disseminada.

A modelagem digital desempenha um papel essencial no processo de impressão 3D, trabalhando em conjunto com ferramentas como o *Computer Aided Design* (CAD). Essa parceria possibilita a criação de modelos tridimensionais altamente precisos, que podem ser compartilhados e reproduzidos de forma descentralizada. Quando se trata de imprimir um desses modelos, a preparação é realizada através de um software de fatiamento, conhecido como *slicer*. O *slicer* divide o modelo em camadas e gera os comandos necessários para a impressora 3D, em geral esses comandos são representados pelo Gcode nas impressoras FDM. A impressora, por sua vez, interpreta esses comandos para determinar como proceder e quando executar cada ação, por fim atuando os motores e outros dispositivos, como resistências elétricas para o aquecimento. Na Figura 1.1 esse processo é exemplificado para uma impressora FDM através de um fluxograma. É importante notar que entre a interpretação e a execução desses comandos existem diversos processos intermediários que exercem influência direta sobre a qualidade e a velocidade da impressão, sendo um deles a geração de trajetória, onde é construído o comportamento ao longo do tempo a ser executado pelos atuadores e dispositivos, por exemplo movimentos e mudanças de temperatura.

Figura 1.1 – Fluxograma etapas Impressora 3D FDM



No entanto, uma das limitações significativas da impressão 3D, especialmente do tipo FDM, é o tempo de impressão, que ainda restringe o tamanho das peças produzidas em um período razoável. Frequentemente, é necessário utilizar camadas e linhas mais grossas para compensar esse aspecto, diminuindo a habilidade de se reproduzir detalhes menores. Diante disso, existe uma procura por maneiras de se imprimir mais rapidamente, sem comprometer a qualidade.

Assim, é relevante explorar técnicas que permitam alcançar capacidades superiores de qualidade e velocidade de impressão, flexibilizando a tecnologia e ampliando sua aplicação comercial viável.

Este trabalho tem como objetivo geral investigar e desenvolver uma metodologia para atuação de controle na geração de comandos em impressoras 3D utilizando o método FDM de forma a possibilitar maiores velocidades e garantindo a precisão dimensional das peças produzidas. E os seguintes objetivos específicos:

- Desenvolver um algoritmo iterativo que possa ser integrado ao sistema de controle de impressoras 3D para minimizar os desvios entre o percurso desejado e o efetivamente percorrido, levando em consideração a dinâmica da impressora.
- Simular o comportamento da impressora 3D com o novo algoritmo para avaliar o comportamento do método em relação aos parâmetros controlados.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

### 2.1 Manufatura Aditiva

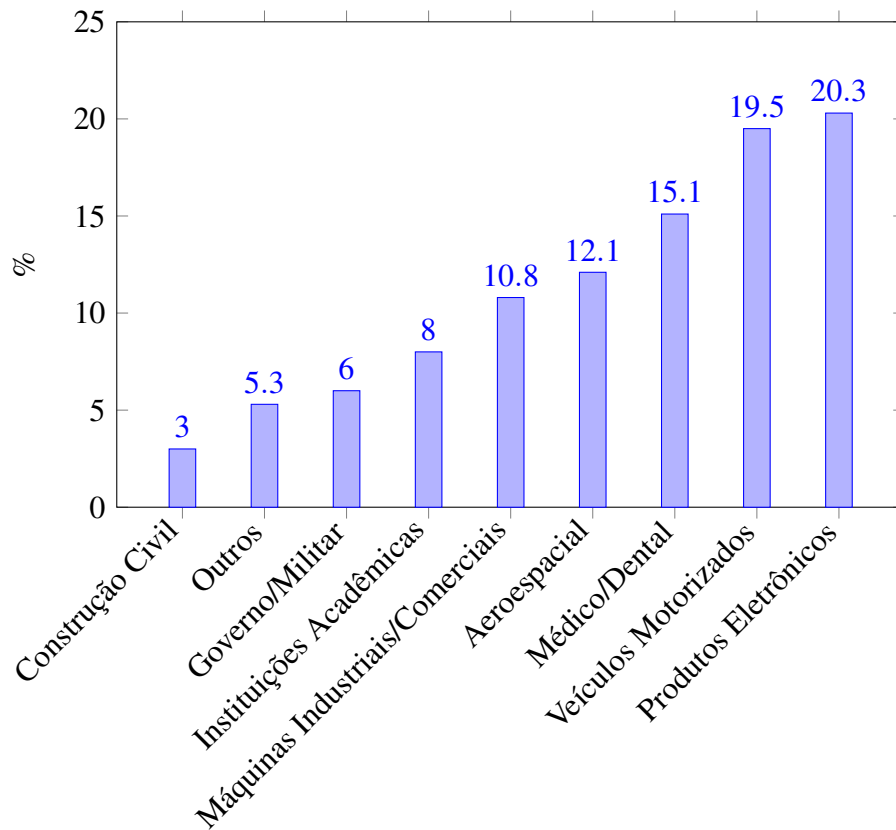
O princípio fundamental da manufatura aditiva (MA) consiste em fabricar um modelo tridimensional de forma integrada, dispensando a necessidade de planejar as operações de maneira individual. Este processo começa com um modelo tridimensional digital, frequentemente desenvolvido via Computer Aided Design (CAD), cujas especificações são interpretadas por um software fatiador. Este software ajusta parâmetros e gera instruções essenciais para a máquina de manufatura aditiva fabricar o modelo físico. Estas instruções, variando conforme a tecnologia e o modelo específico da impressora, são comumente transmitidas através do Gcode. O Gcode é uma linguagem de programação que direciona a impressora 3D sobre como construir o objeto, incluindo informações sobre movimentos, velocidades e temperaturas. Além do Gcode, informações adicionais como arquivos de imagens podem ser utilizadas para complementar o processo.

Uma das características principais da MA é a rapidez na qual é possível criar protótipos diretamente de modelos digitais, por conta disso, em um contexto de desenvolvimento de produto, o termo prototipagem rápida era utilizado. Entretanto, conforme a MA foi se aperfeiçoando era perceptível a capacidade dessas tecnologias não só se aterem à produção de protótipos, mas também de peças utilizadas em produtos finais. Além disso, o termo prototipagem rápida não considerava o princípio básico que unia essas tecnologias e assim o termo manufatura aditiva foi apresentado e adotado pela *American Society for Testing and Materials* (ASTM) (GIBSON *et al.*, 2015).

Atualmente, existe uma grande variedade de tecnologias e processos de manufatura aditiva. Os métodos de impressão 3D variam na maneira como depositam o material, como extrusão, sinterização a laser e estereolitografia. Eles também diferem nos princípios físicos que utilizam, como fusão, cura por luz e aglutinação. Além disso, os materiais que podem ser utilizados incluem plásticos, resinas, metais e cerâmicas. Como mencionado anteriormente, um dos métodos de manufatura aditiva mais populares é a tecnologia FDM, entretanto existem diversas outras tecnologias que tem crescido muito em popularidade como as tecnologias baseadas na cura seletiva de resinas, *stereolithography* (SLA) e *Masked stereolithography Apparatus* (MSLA), além de outras tecnologias menos acessíveis, mas com aplicações em diversas indústrias, como por exemplo *selective laser melting* (SLM) e *Selective laser Sintering* (SLS)

(BIKAS; STAVROPOULOS; CHRYSSOLOURIS, 2016). Na figura 2.1 podemos observar a distribuição do uso de tecnologias MA por tipo de indústria.

Figura 2.1 – Distribuição de uso de MA nas indústrias



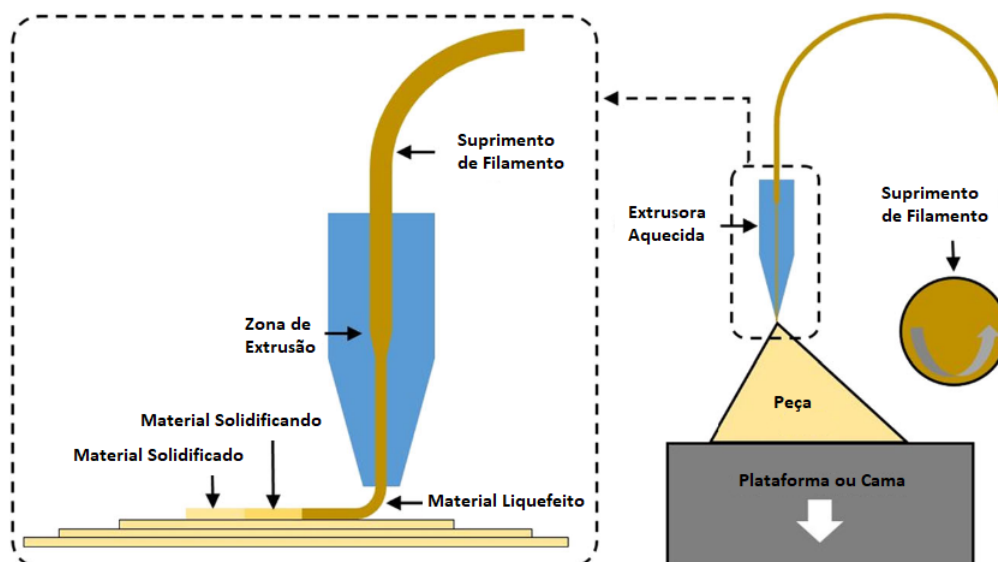
Fonte: Adaptado de BIKAS; STAVROPOULOS; CHRYSSOLOURIS, 2016

## 2.2 Fused Deposition Modeling

*Fused Deposition Modeling* (FDM) ou *Fused Filament Fabrication* (FFF) é uma das tecnologias MA mais populares como mencionado anteriormente. Ela se consiste por depositar material através de um processo onde um filamento de material é forçado dentro de uma câmara através, geralmente, de rolos dentados onde em uma região específica esse material é liquefeito. Por conta da pressão criada pelo filamento adentrando a câmara dentro do extrusor, ainda no estado sólido, o material liquefeito é extrudado através de um bocal, comumente fabricado de bronze. Então, o filamento liquefeito é depositado em uma plataforma de forma a percorrer a trajetória desejada utilizando mecanismos movidos de forma controlada, geralmente por motores de passos. O processo é repetido camada por camada, de forma que elas estejam apoiadas

por camadas anteriores e a primeira camada continue fixa na plataforma ou cama, até que o processo finalize (TURNER; STRONG; GOLD, 2014). A Figura 2.2 ilustra este processo.

Figura 2.2 – Princípio e processo de impressão para FDM



Fonte: Adaptado de BIKAS; STAVROPOULOS; CHRYSSOLOURIS, 2016

Este procedimento meticuloso exige a colaboração de vários componentes essenciais da impressora 3D. Estes componentes incluem:

**Extrusora:** A extrusora é responsável por derreter o filamento de material termoplástico e extrudá-lo em forma de filamento derretido. Ela consiste em um bico aquecido (*hotend*) que funde o material e um motor que empurra o filamento através do bico. Alguns modelos mais avançados podem ter extrusoras duplas para imprimir com materiais diferentes ou suportes solúveis.

**Mesa de impressão:** A mesa de impressão é a superfície onde o objeto está sendo construído. Ela é aquecida em muitas impressoras FDM para ajudar a aderência do material à superfície. Além disso, algumas mesas de impressão têm características especiais, como superfícies texturizadas ou magnéticas, para facilitar a aderência e a remoção do objeto após a conclusão.

**Plataforma de construção:** A plataforma de construção é o suporte físico onde a mesa de impressão é montada. Ela pode ser ajustada em altura para nivelar a superfície de impressão e garantir que a primeira camada do objeto seja depositada com precisão.

**Motor de movimento:** Impressoras 3D FDM possuem motores de movimento que controlam a posição da extrusora e da mesa de impressão ao longo dos eixos X, Y e Z. Geralmente



são motores de passo e seus movimentos de rotação são geralmente convertidos em movimentos lineares através de correias ou parafusos de rosca trapezoidal.

**Filamento:** O filamento é o material de alimentação para a impressora 3D. Ele é um longo fio de plástico termoplástico que é inserido na extrusora e derretido durante o processo de impressão. Os filamentos vêm em várias cores e tipos de material, dependendo do objeto a ser impresso.

**Circuitos eletrônicos:** O principal circuito eletrônico em uma impressora 3D é a placa-mãe, que recebe comandos do software, em geral no formato Gcode, e os traduz em movimentos dos motores, controle de temperatura da extrusora e da mesa de impressão, velocidade dos ventiladores entre outros acessórios. A impressora também pode apresentar um painel de controle, disponibilizando uma tela de exibição e controles para operação manual.

A Figura 2.3 indica alguns destes componentes e a Figura 2.4 mostra a interface de um fatiador.

Figura 2.3 – Indicação dos componentes de uma impressora 3D

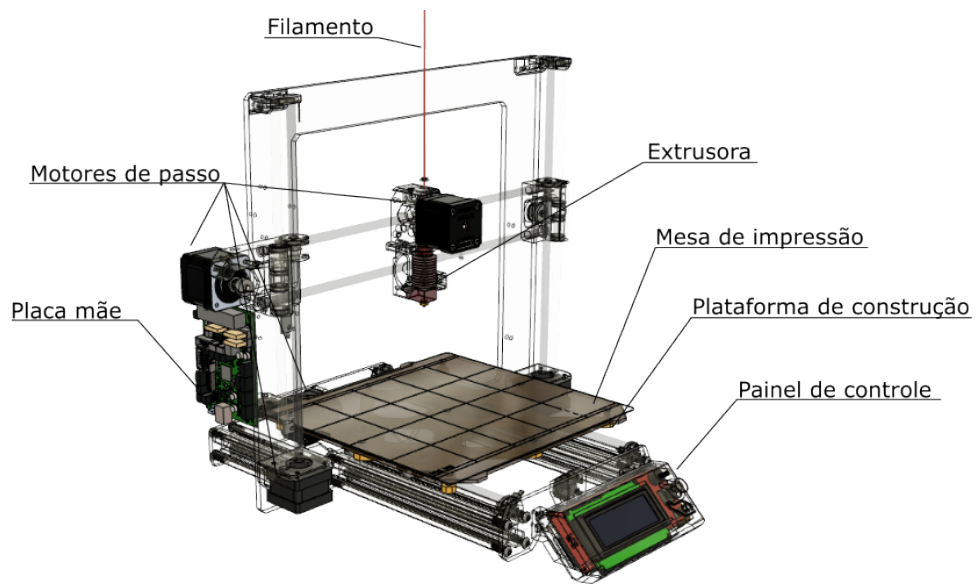
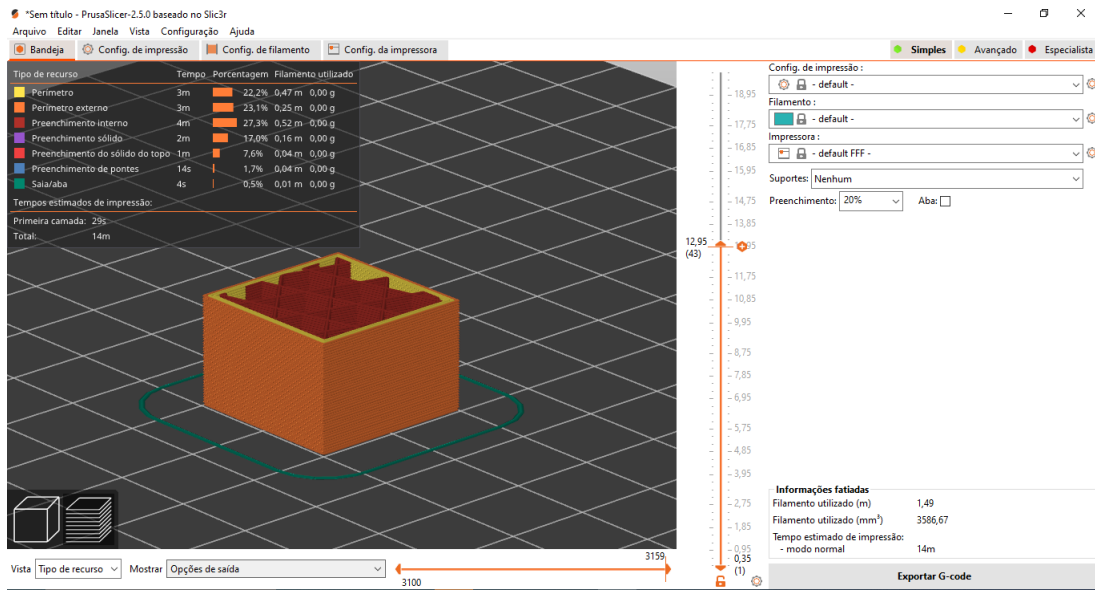


Figura 2.4 – Interface do fatiador PrusaSlicer



Podemos separar, de maneira simplificada, o *software* de impressoras 3D FDM em algumas etapas: fatiamento (*slicing*) ou geração de comando, geração de trajetória e controle ou controle de trajetória. A etapa de geração de comando, realizado pelo fatiador, onde o volume do modelo é dividido em camadas, definindo um percurso através de uma sequência de comandos. Esses comandos controlam os movimentos a serem realizados, definição de configurações, o controle da temperatura e outros dispositivos. Já na etapa de geração de trajetória, os comandos criados pelo fatiador (*slicer*) na etapa anterior são interpretadas, entretanto esses comandos não descrevem em detalhes. Portanto, é necessário a definição do comportamento que a impressora deve tomar para cumprir o comando interpretado, no caso de um comando de movimento por exemplo precisamos construir a trajetória dos eixos para poder realizar o comando com sucesso, assim chamamos esta etapa de geração de trajetória. Podemos, antes de prosseguir para a próxima etapa, utilizar de técnicas de controle para melhorar a performance da execução dos comandos, por exemplo utilizar os sensores de temperatura para modificar a taxa de aquecimento do bico extrusor, ou utilizar essas técnicas de controle para alterar a trajetória construída na etapa anterior de maneira a contribuir para a qualidade da impressão. Por fim, temos a etapa de geração de sinais, onde a impressora precisa converter as abstrações definidas sobre seus dispositivos em sinais que são responsáveis em controla-los. Por exemplo, converter as características do movimento de um eixo em uma série de pulsos elétricos que controlam os motores de passo.

### 2.2.1 Geração de Comando

O Gcode (Código G) é uma linguagem de programação usada em impressoras 3D e máquinas CNC para controlar o movimento e as ações da máquina durante o processo de fabricação. Ele é muito utilizado pelos fatiadores para representar os comandos para a impressora 3D. O Gcode é composto por uma série de comandos textuais, cada um com um formato específico. Aqui estão alguns elementos-chave da estrutura típica de um comando G-code:

- **Prefixo (Código G):** Todo comando G-code começa com a letra 'G', que indica que é um comando de movimento ou função.
- **Número do Comando:** Após o 'G', segue um número que identifica o tipo específico de comando. Por exemplo, 'G0' é frequentemente usado para mover rapidamente a cabeça de impressão para uma posição, enquanto 'G1' é usado para movimentos de impressão lineares.
- **Parâmetros:** Após o número do comando, podem seguir-se parâmetros adicionais. Esses parâmetros variam dependendo do comando, mas podem incluir coordenadas de posicionamento (X, Y, Z), velocidades de movimento, taxas de alimentação, temperaturas e outros valores relevantes.
- **Comentários:** O G-code também pode incluir comentários precedidos por um ponto e vírgula (;) ou entre parênteses (). Os comentários não afetam a execução do programa, mas ajudam a documentar o código para facilitar a compreensão.
- **Fim de Linha:** Cada comando G-code é normalmente concluído com um caractere de fim de linha, como o retorno de carro ('\n') ou a combinação de retorno de carro e nova linha ('\r\n'), dependendo do sistema.

Figura 2.5 – Exemplo de um arquivo Gcode

```

G1 X100.0 E12.5 F1000.0 ; intro line
G92 E0.0
M221 S95
G21 ; set units to millimeters
G90 ; use absolute coordinates
M82 ; use absolute distances for extrusion
G92 E0
; Filament gcode
M107
;LAYER_CHANGE
;Z:0.12
;HEIGHT:0.12
G1 E-.5 F2400
G92 E0
G1 Z.12 F6000
G1 X54.465 Y89.348
G1 E.5 F1800
;TYPE:Skirt/Brim
;WIDTH:0.5
G1 F1500
G1 X55.343 Y88.639 E.5304
G1 X56.517 Y87.853 E.56846
G1 X57.508 Y87.311 E.59889

```

## 2.2.2 Geração de trajetória

A geração de trajetória é o processo que define o comportamento dos eixos da impressora ao longo do tempo com base nos comandos interpretados, incluindo além dos eixos de movimento, eixos de temperatura, potência dos ventiladores e de taxa de extrusão por exemplo. Esses diferentes componentes precisam coordenados e seu comportamento necessita de ser definido para que seja possível converter essas abstrações no mundo físico posteriormente. No caso dos eixos de movimento, uma estratégia para se construir esse comportamento são as curvas de velocidade trapezoidal (YU *et al.*, 2020).

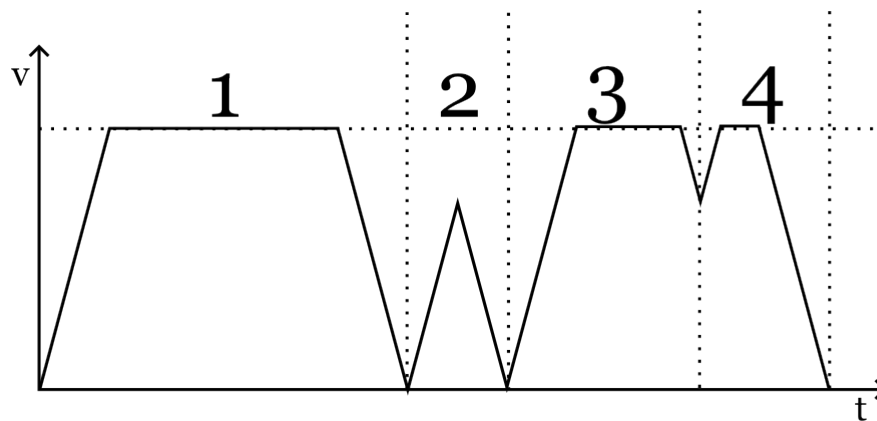
## 2.2.3 Curvas de velocidade trapezoidal

A construção das curvas de velocidade trapezoidal se da no objetivo de se deslocar de uma posição e velocidade inicial para uma posição e velocidade final, considerando uma velocidade máxima. Assim, se utiliza uma configuração de aceleração armazenada na impressora a fim de definir o comportamento das variações de velocidade. Vale lembrar que os comandos de movimento podem possuir atuação de múltiplos eixos e dado o objetivo das condições iniciais e finais de cada eixo se darem ao mesmo tempo, é utilizado o modulo do vetor de velocidade, composto pelas velocidades de cada eixo.

A partir dessas características, ao construir o perfil de velocidade em uma situação onde se tenha tempo suficiente para atingir a velocidade máxima, com base na aceleração definida pela impressora, o perfil de velocidade tem uma aparência trapezoidal (seções 1, 3 e 4), justificando o nome da estratégia. Entretanto, caso não seja possível alcançar a velocidade máxima

dentro do tempo e deslocamento possível para o movimento, o perfil de velocidade passa a possuir uma aparência triangular (seção 2), causada pelo fato de não existir mais uma seção onde é mantida a velocidade máxima (YU *et al.*, 2020; KLIPPER, 2017). A Figura 2.6 mostra um perfil de velocidade de uma sequência de quatro movimentos, apresentando seções trapezoidais e triangulares.

Figura 2.6 – Perfil de velocidade - Curva trapezoidal de velocidade



#### 2.2.4 Técnicas de Controle

##### 2.2.5 *Feedforward*

Nos métodos de controle para impressoras 3D *Fused Deposition Modeling* (FDM), o controle *feedforward* se consolida como a estratégia mais eficaz para os eixos de movimento, especialmente quando se pondera as restrições orçamentárias típicas de impressoras 3D padrão.

O controle *feedforward* é uma abordagem utilizada em sistemas automáticos, destinada a antecipar e corrigir possíveis perturbações que possam interferir em um sistema. Ele atua proativamente, antes que tais perturbações comprometam a saída prevista. Essa técnica é especialmente útil em sistemas onde é possível prever com exatidão as perturbações.

No universo das impressoras 3D, que são tipicamente menos susceptíveis a interferências externas, é factível prever o comportamento dinâmico da máquina com precisão, baseando-se em um modelo apropriado, e sem a necessidade de sensores de alto custo. Assim, o controle *feedforward* emerge como uma solução prática para otimizar o desempenho de impressoras já em operação, exigindo alterações físicas mínimas e simples ajustes no *software*.

Contudo, a implementação do controle *feedforward* em impressoras 3D apresenta desafios. Entre eles, a complexidade em estabelecer um modelo fidedigno, a demanda por capacidade computacional significativa e a obrigação de simular o processo de impressão do começo ao fim, considerando a influência do estado inicial (RAMANI; EDOIMIOYA; OKWUDIRE, 2020; DUAN; YOON; OKWUDIRE, 2018)

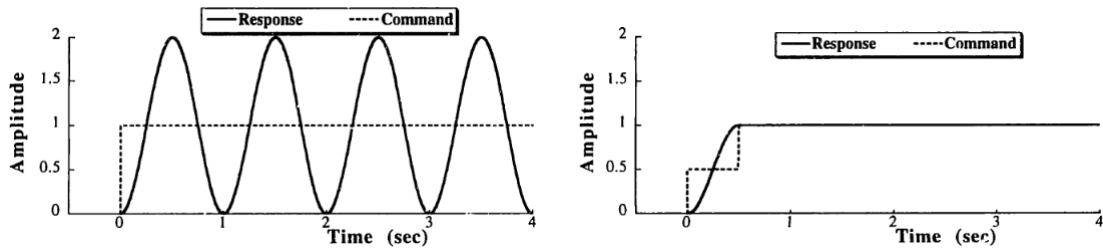
### 2.2.5.1 *Input Shaper*

Ao entender a trajetória pretendida e as peculiaridades do sistema, podemos deduzir uma sequência de comandos que ajustam o comando de referência com base nessas características. O objetivo é alinhar a trajetória final o máximo possível ao comando de referência. No entanto, em vez de processar todo o comando inicial, podemos adaptá-lo em tempo real usando um filtro especializado. O *Input Shaper* é uma abordagem exemplar desse tipo de filtro, onde diversos *Shapers* são formulados considerando variados propósitos e limitações.

O *Input Shaping* é uma metodologia de controle criada para atenuar ou anular vibrações indesejadas em sistemas mecânicos ou estruturas manipuladas por atuadores, como em robôs, veículos e equipamentos industriais. Essa estratégia aprimora a sequência de pulsos de entrada, concebendo-os de modo a suprimir a ativação das frequências naturais de ressonância do sistema. Assim, o *Input Shaping* desempenha um papel crucial na diminuição da resposta vibratória, conferindo maior precisão e estabilidade ao sistema durante a realização de movimentos ou operações.

O valor do *Input Shaping* é evidente em sistemas de controle de alta exatidão, como na robótica, onde a supressão de vibrações é fundamental para a excelência operacional e o posicionamento acurado. Utilizando o entendimento das especificidades do sistema e da trajetória almejada, essa técnica ajusta os comandos de entrada para evitar a ativação das frequências vibratórias intrínsecas, originando sistemas de controle mais robustos e eficientes. (SINGHOSE, 1997). A Figura 2.7 ilustra uma comparação entre as respostas ao estímulo de degrau e a função escalonada aplicada pelo *shaper*.

Figura 2.7 – Comparação da resposta ao degrau e da resposta a escada

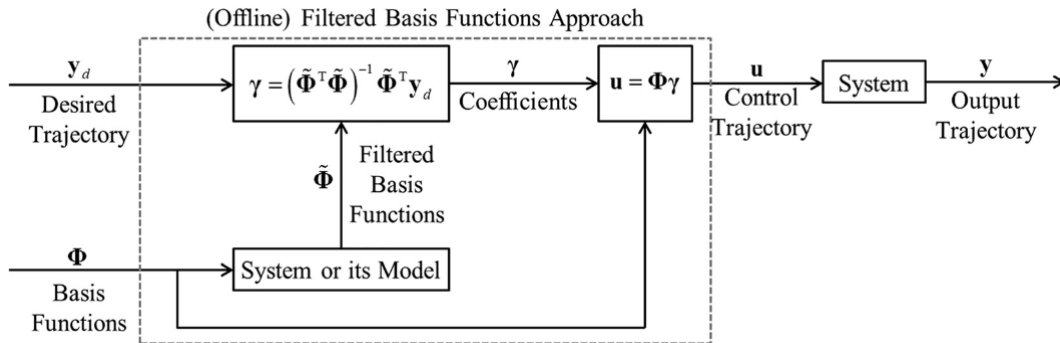


Fonte: SINGHOSE, 1997

### 2.2.5.2 Filtered basis function (FBF)

O método FBF necessita que a trajetória a ser rastreada seja totalmente conhecida e que a trajetória controlada possa ser expressa como uma combinação linear de funções base possuindo coeficientes desconhecidos. As funções base são utilizadas em um controle *feedforward* utilizando o modelo dinâmico do sistema e selecionando os coeficientes de maneira a minimizar os erros dada uma trajetória desejada (figura 2.8). (RAMANI *et al.*, 2017)

Figura 2.8 – Fluxograma FBF



Fonte: RAMANI *et al.*, 2017

Uma das maiores dificuldades que os métodos avançados para o controle *feedforward* de trajetórias é a necessidade de se conhecer completamente a trajetória desejada, o que implica em um grande custo computacional, principalmente em situações onde são necessárias uma grande quantidade de amostras da trajetória, por exemplo em casos de alta resolução e casos de longa duração. O *limited-preview filtered B-splines* adapta a solução do FBF de forma a dividir a trajetória desejada em subgrupos com um número menor de amostras e utiliza um algoritmo de *receding horizon* para calcular recursivamente os coeficientes da função B-spline que minimizam os erros de trajetória (DUAN; YOON; OKWUDIRE, 2018).

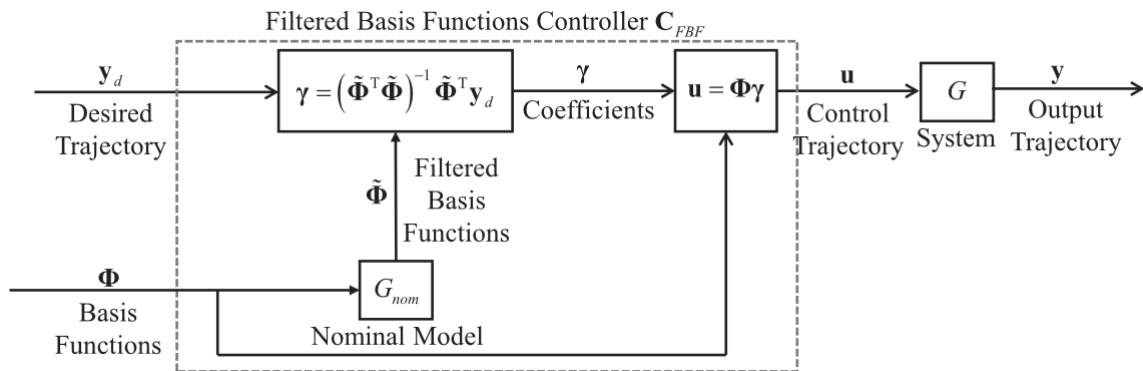
A partir dessa otimização da divisão da trajetória em subgrupos, esse método conseguiu ser testado utilizando uma impressora 3D de verdade com modelos simples.

Com base nos desenvolvimentos nos trabalhos de (RAMANI *et al.*, 2017) e (DUAN; YOON; OKWUDIRE, 2018), comentados anteriormente, (RAMANI; EDOIMIOYA; OKWUDIRE, 2020) busca atacar um segundo desafio pratico na implementação da FBF, sendo o primeiro desafio prático o custo computacional que foi endereçado pelo trabalho de (DUAN; YOON; OKWUDIRE, 2018) através da LFBFB, permitindo a aplicação do algoritmo no mundo real.

Este segundo desafio se trata da degradação de precisão de rastreamento da abordagem FBF, causada por imprecisões no modelo ou incertezas na dinâmica da planta atrelado a característica do método de se utilizar puramente uma abordagem de *feedforward*. A não participação de *feedbacks* sensoriais do mundo real abre espaço para uma crescente divergência entre o modelo e a realidade.

Considerando o requisito de manter a performance computacional alcançada com o método LPFBF, (RAMANI; EDOIMIOYA; OKWUDIRE, 2020) propõe, também, a utilização de um filtro robusto em substituição à dinâmica nominal da planta para filtrar as funções de base. Esse filtro robusto é construído com base no inverso de um controlador *feedforward* ótimo, que minimiza uma função de custo de erro para lidar com a incerteza conhecida da planta como um filtro robusto. O esquema do método é apresentado na figura 2.9.

Figura 2.9 – Fluxograma RFBF



Fonte: RAMANI; EDOIMIOYA; OKWUDIRE, 2020

### 2.3 Espaço de Estados

Os sistemas dinâmicos podem ser descritos através de uma formulação chamada de espaço de estados, que tem como objetivo expressar modelos de equações diferenciais parciais



(EDP) ou ordinárias (EDO) de ordem superior como um conjunto de EDPs ou EDOs de primeira ordem. Na equação 2.1 podemos observar uma EDO de segunda ordem representando um sistema massa mola simples, logo abaixo (2.2) a mesma equação representada na formulação de espaço de estados (HAMILTON, 1994).

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t) \quad (2.1)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ k/m & c/m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} f(t) \quad (2.2)$$

## 2.4 Segmentação Cúbica e Programação Não Linear

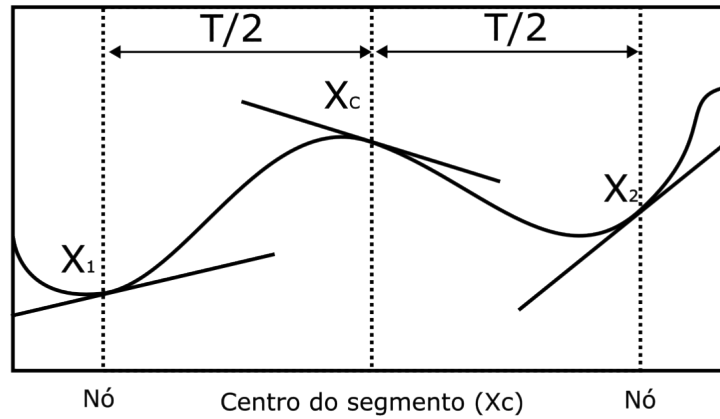
HARGRAVES; PARIS (1987) descreve um algoritmo para a solução numérica direta de problemas de controle ótimo. Este algoritmo emprega uma abordagem que utiliza polinômios cúbicos para representar as variáveis de estado. Adicionalmente, recorre à interpolação linear para tratar as variáveis de controle. Esse enfoque converte efetivamente o problema de controle ótimo em um problema de programação matemática.

Uma das principais vantagens desse método é sua facilidade de implementação e sua capacidade de lidar com uma ampla gama de problemas de otimização de trajetória. Isso inclui a consideração de restrições de caminho, estados descontínuos e desigualdades de controle.

O método alcança sua aproximação das soluções das equações diferenciais através da subdivisão de cada estado na matriz de espaço de estados em segmentos. Cada um desses segmentos é representado por polinômios de terceiro grau.

Os valores de estado são então selecionados de maneira a garantir que a curva resultante da concatenação desses polinômios seja contínua, ou seja, o valor da função e de sua derivada precisa ser igual para ambos polinômios nas conexões como observado na figura 2.10

Figura 2.10 – Ilustração Segmentação Cúbica



Fonte: HARGRAVES; PARIS, 1987

O procedimento base pode ser aplicado pelos seguintes passos.

A equação 2.3 avalia o estado no centro do segmento, onde  $x$  representa o estado,  $T$  representa o comprimento do segmento e  $f_i$  representa o valor da função avaliado em  $x_i$ . O subscrito  $c$  representa o centro do segmento.

$$x_c = \frac{x_1 + x_2}{2} + T \frac{f_1 - f_2}{8} \quad (2.3)$$

Da mesma maneira sua derivada é apresentada na equação 2.4.

$$\dot{x}_c = -3 \frac{x_1 + x_2}{2T} + \frac{f_1 + f_2}{4} \quad (2.4)$$

A equação 2.5 define então o valor do defeito no centro do segmento.

$$\Delta = f_c - \dot{x}_c \quad (2.5)$$

Considerando também que a entrada do sistema pode ser avaliada de forma aproximada no centro do segmento através da equação 2.6.

$$u_c = \frac{u_1 + u_2}{2} \quad (2.6)$$

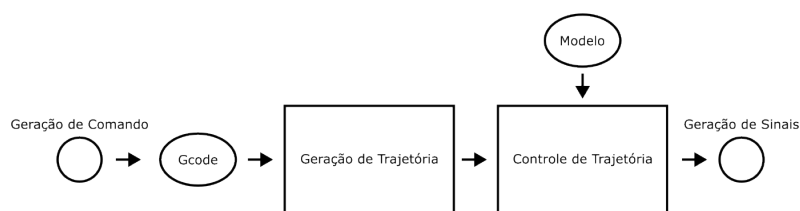
Os valores de estado agora podem ser alterados de maneira que o defeito tenda a zero.

### 3 METODOLOGIA

Neste trabalho, a abordagem metodológica para o estudo do controle de trajetória em impressoras 3D, aplicando algoritmos iterativos e técnicas de programação não linear, é estruturada em três etapas fundamentais. A primeira fase consiste em uma análise bibliográfica detalhada que visa construir uma fundação teórica robusta sobre as estratégias de controle atualmente empregadas em impressão 3D. A segunda etapa envolve a elaboração de um modelo computacional que representa o comportamento mecânico da impressora 3D, integrando o método avançado de controle de trajetória baseado em programação não linear proposto neste estudo. A última fase é dedicada à realização de simulações computacionais, as quais são utilizadas para avaliar o desempenho do método de controle, empregando uma análise de sensibilidade em relação a uma gama de variáveis significativas.

O processo metodológico é visualizado de forma esquemática no fluxograma abaixo (Figura 3.1), o qual esclarece as etapas consecutivas desde a geração do comando até a geração dos sinais de controle, enfatizando a aplicação do modelo desenvolvido na fase de controle de trajetória.

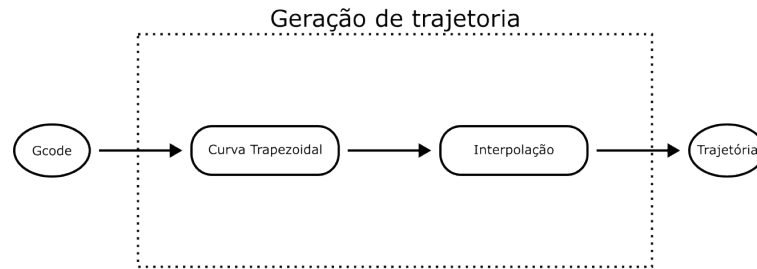
Figura 3.1 – Fluxograma geral das etapas para o controle de trajetória



#### 3.1 Geração de Trajetória

A fase de geração de trajetória inicia-se com a análise do Gcode, que fornece as coordenadas e velocidades de destino dos movimentos. Neste processo, são considerados exclusivamente os comandos G1, que indicam movimentos lineares, e são extraídas as informações referentes aos eixos X, Y e à taxa de avanço (feedrate - F). É importante notar que a taxa de avanço, usualmente expressa em milímetros por minuto nos arquivos Gcode gerados por fatiadores, é convertida para milímetros por segundo.

Figura 3.2 – Curva de velocidade trapezoidal



### 3.1.1 Curva trapezoidal de velocidade

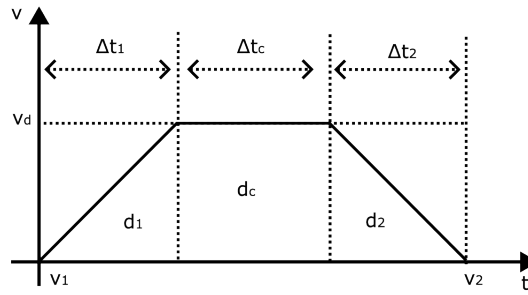
A próxima etapa envolve a elaboração da curva trapezoidal de velocidade. Esta etapa se baseia em dados de entrada como deslocamento, velocidades iniciais e finais, e a velocidade almejada. A execução desta velocidade desejada é avaliada através do cálculo da velocidade de pico  $v_p$ . Tal velocidade é obtida pela interseção das trajetórias de aceleração e desaceleração, que iniciam nas velocidades iniciais e finais respectivamente, e considerando que a área sob a curva deve ser equivalente ao deslocamento requerido. A fórmula para calcular  $v_p$  é expressa pela Equação 3.1:

$$v_p = \sqrt{\frac{(v_1^2 + v_2^2)}{2} + ad} \quad (3.1)$$

Nesta equação,  $v_1$  e  $v_2$  representam as velocidades iniciais e finais,  $a$  denota a aceleração definida na impressora, e  $d$  corresponde ao deslocamento.

A comparação entre a velocidade de pico e a velocidade desejada, esta última estabelecida pelo feedrate no Gcode, é crucial para definir se a trajetória do movimento adotará um perfil trapezoidal ou triangular de velocidade. A configuração do perfil depende da relação entre a velocidade de pico e a velocidade desejada: caso a primeira seja superior, o movimento será estruturado em três segmentos distintos, conforme ilustrado na Figura 3.3.

Figura 3.3 – Curva de velocidade trapezoidal



Os segmentos de deslocamento  $d_1$ ,  $d_2$ , e  $d_c$  correspondem às fases de aceleração, velocidade constante e desaceleração do movimento, respectivamente, e devem totalizar  $d$ , o deslocamento total necessário. As variações temporais  $\Delta t_1$ ,  $\Delta t_2$ , e  $\Delta t_c$  representam as durações de cada fase, baseadas nas velocidades inicial ( $v_1$ ) e final ( $v_2$ ), e na velocidade desejada ( $v_d$ ). Os deslocamentos parciais são determinados pelas equações abaixo (Equação 3.2, 3.3 e 3.4), que levam em conta a aceleração  $a$ :

$$d_1 = \frac{(v_d^2 - v_1^2)}{(2a)} \quad (3.2)$$

$$d_2 = \frac{(v_2^2 - v_d^2)}{(2a)} \quad (3.3)$$

$$d_c = d - (d_1 + d_2) \quad (3.4)$$

Os intervalos de tempo para as fases de aceleração, velocidade constante e desaceleração são calculados conforme (Equação 3.5, 3.6 e 3.7):

$$\Delta t_1 = \frac{(v_d - v_1)}{a} \quad (3.5)$$

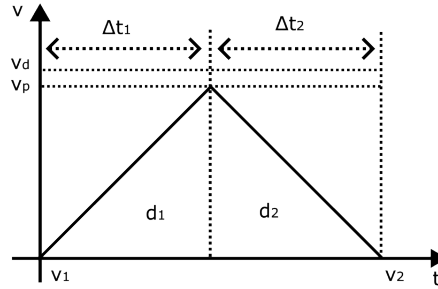
$$\Delta t_2 = \frac{(v_2 - v_d)}{a} \quad (3.6)$$

$$\Delta t_c = \frac{d_c}{v_d} \quad (3.7)$$

Quando a velocidade de pico ( $v_p$ ) é inferior à velocidade desejada ( $v_d$ ), o perfil da trajetória de movimento assume uma forma triangular, em vez de trapezoidal. Esta condição implica

que a velocidade desejada não é atingida durante o comando e, por conseguinte, o movimento é caracterizado por uma aceleração constante seguida de uma desaceleração constante, sem fase de velocidade constante. A Figura 3.4 ilustra este perfil de velocidade triangular.

Figura 3.4 – Curva de velocidade triangular



Neste cenário, os segmentos de deslocamento  $d_1$  e  $d_2$  representam, respectivamente, as etapas de aceleração até a velocidade de pico e a desaceleração de volta à velocidade final. Os valores de  $d_1$  e  $d_2$  são calculados pelas seguintes equações (Equação 3.8, 3.9), que incorporam a aceleração ( $a$ ) e as velocidades inicial ( $v_1$ ) e final ( $v_2$ ):

$$d_1 = \frac{(v_p^2 - v_1^2)}{(2a)} \quad (3.8)$$

$$d_2 = \frac{(v_2^2 - v_p^2)}{(2a)} \quad (3.9)$$

É possível calcular os intervalos de tempo dessas fases, através das Equações 3.10 e 3.11.

$$t_1 = \frac{(v_p - v_1)}{a} \quad (3.10)$$

$$t_2 = \frac{(v_2 - v_p)}{a} \quad (3.11)$$

Onde os tempos  $t_1$  e  $t_2$  representam, respectivamente, o tempo necessário para acelerar de  $v_1$  a  $v_p$  e para desacelerar de  $v_p$  a  $v_2$ .

Esses passos transformam a sequência de comandos movimentos do Gcode em uma trajetória com pontos com informações do deslocamento, velocidade, tempo, definidos nos nós

onde ha alteração na aceleração, estabelecendo o comportamento dos movimentos de x e y no tempo.

### 3.1.2 Interpolação

A interpolação é um passo crucial para refinar a trajetória de movimento na impressão 3D. Esta fase trabalha sobre a trajetória definida para cada eixo na etapa anterior, empregando uma função de interpolação que gera pontos intermediários. Esses pontos são criados com base em um intervalo de tempo previamente definido, melhorando significativamente a resolução da trajetória.

Para subdividir esses intervalos de maneira eficaz, a Equação 3.12 é utilizada para calcular o número de passos de interpolação necessários:

$$N = \lceil \frac{\Delta t}{\Delta p} - 1 \rceil \quad (3.12)$$

Esta fórmula determina o número  $N$  de passos a serem tomados dentro de um dado intervalo de tempo  $\Delta t$ , com cada passo tendo um período  $\Delta p$ . Após a divisão dos intervalos, a Equação 3.13 calcula o tempo restante no último passo de interpolação ( $\Delta t_f$ ):

$$\Delta t_f = \Delta t - \Delta p N \quad (3.13)$$

Finalmente, com base nesses passos de tempo determinados ( $\Delta t_i$ ) anexando  $\Delta t_f$  à lista de passos  $\Delta p$  de tamanho  $N$ , a Equação 3.14 é empregada para calcular o deslocamento correspondente a cada passo ( $\Delta d_i$ ), utilizando a aceleração do segmento a ser interpolado ( $a_s$ ) e a velocidade inicial do segmento ( $v_s$ ):

$$\Delta d_i = \Delta v_s \Delta t_i + \frac{a_s \Delta t_i^2}{2} \quad (3.14)$$

Esses cálculos são fundamentais para garantir que a trajetória seja suficientemente detalhada, permitindo que a fase de controle da trajetória seja executada com sucesso.

## 3.2 Modelagem dinâmica de uma impressora 3D

A modelagem do sistema mecânico da impressora 3D é um passo crucial para a implementação eficaz do método proposto. Essa modelagem não só facilita a compreensão do

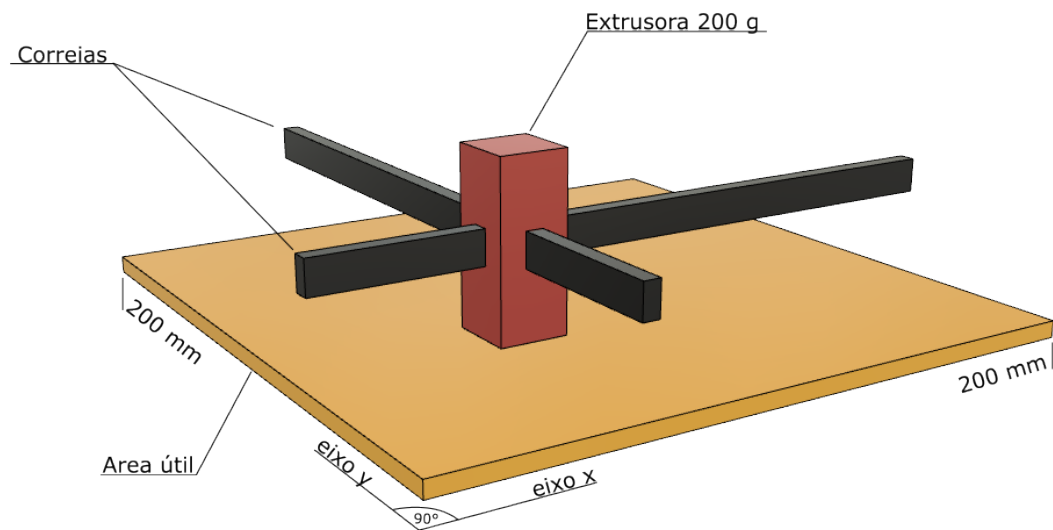
comportamento da impressora mas também é fundamental para definir as restrições necessárias na etapa subsequente de controle de trajetória, restrições essas que aplicam as equações de movimento e condições de contorno definidas no modelo.

É fundamental enfatizar a importância de um modelo representativo. A eficácia do método proposto depende diretamente da acurácia com que o modelo simula o comportamento real da impressora 3D. Neste estudo, consideramos as seguintes características principais do sistema (Figura 3.5):

- **Influência da Correia:** A correia é o componente chave responsável por introduzir desvios nas trajetórias de impressão. Ela age como uma combinação de mola e amortecedor, afetando a dinâmica do movimento.
- **Modelagem do Conjunto Bico Injetor e Extrusora:** Este conjunto é tratado como um corpo rígido uniforme, simplificando sua representação geométrica. Sua massa é considerada como 200g, o que influencia a dinâmica do movimento.
- **Dimensões da Mesa de Impressão:** A área útil da mesa de impressão é de 200 mm x 200 mm, definindo o espaço de trabalho disponível.
- **Configuração Cartesiana:** A impressora opera em um sistema cartesiano, com eixos ortogonais, o que simplifica a análise de movimento.
- **Independência dos Eixos:** Cada eixo da impressora opera independentemente dos outros, permitindo uma análise mais simplificada das dinâmicas individuais.
- **Condições Iniciais de Movimento:** Assume-se que todos os movimentos da impressora iniciam a partir do estado de repouso.

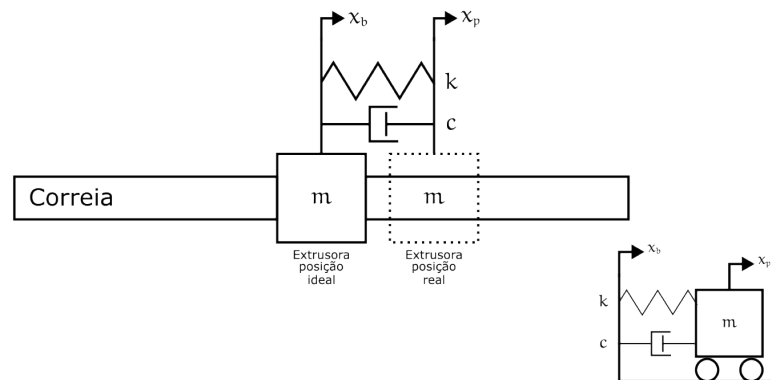


Figura 3.5 – Modelo simplificado impressora 3D



Com base nesses parâmetros, definimos duas posições-chave para análise em cada eixo. A primeira é a posição ideal ( $x_b$ ) ou posição da base, que representa o ponto desejado pelo usuário, assumindo um sistema sem flexibilidade ou perdas. A segunda é a posição real ( $x_p$ ) ou a posição da ponta, que leva em conta as forças inerciais e a flexibilidade introduzida pela correia. Este modelo é ilustrado na figura 3.6.

Figura 3.6 – Modelagem de 1 eixo

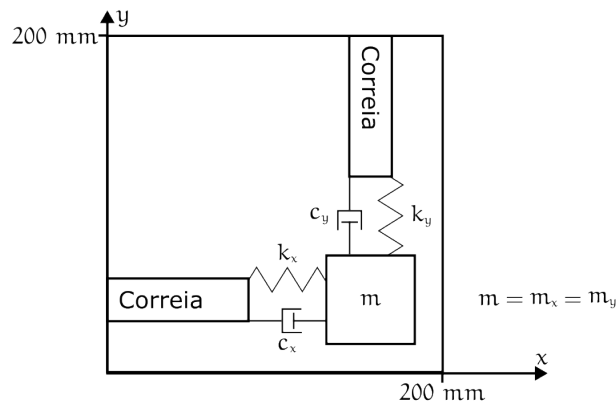


As equações de movimento para a impressora são descritas a seguir:

$$\begin{aligned}
 m\ddot{x}_p + c(\dot{x}_p - \dot{x}_b) + k(x_p - x_b) &= 0 \\
 \ddot{x}_p &= -\frac{c}{m}\dot{x}_p - \frac{k}{m}x_p + \frac{c}{m}\dot{x}_b + \frac{k}{m}x_b
 \end{aligned}
 \tag{3.15}$$

Nestas equações,  $m$  representa a massa do conjunto bico injetor e extrusora,  $c$  é a constante de amortecimento da correia, e  $k$  é a constante da mola equivalente da correia. As variáveis  $x_p$  e  $x_b$  correspondem, respectivamente, às posições da ponta e da base do componente em movimento. Essas equações fundamentam o modelo dinâmico que empregamos para simular e otimizar a trajetória de impressão na impressora 3D. Na Figura 3.7 é representada a composição dos eixos  $x$  e  $y$  utilizado neste estudo, sendo considerada a aplicação das Equação 3.15 para cada um dos eixos de maneira análoga, podendo identificar o eixo através dos subíndices  $x$  e  $y$ , ou no caso das posições o eixo  $y$  é identificado por  $y_p$  e  $y_b$  (posição da ponta do eixo  $y$  e posição da base do eixo  $y$  respectivamente).

Figura 3.7 – Modelagem dos eixos  $x$  e  $y$



### 3.2.1 Espaço de estados

A formulação do espaço de estados é adotada neste estudo para simplificar as operações e a solução do sistema dinâmico da impressora 3D. Esta abordagem é eficaz pois transforma uma equação diferencial de ordem superior em um sistema de equações diferenciais de primeira ordem, mas com um número maior de equações. Esta metodologia facilita o entendimento e a manipulação das dinâmicas do sistema.

O modelo dinâmico no espaço de estados é representado na seguinte forma (Equação 3.16):

$$\dot{x} = A * x + B * u \quad (3.16)$$

Nesta equação,  $\dot{x}$  representa o vetor de estados derivados,  $x$  é o vetor de estados,  $A$  é a matriz do sistema que define a relação entre os estados atuais e suas taxas de mudança,  $u$  é o vetor de entradas externas, e  $B$  é a matriz de controle que relaciona as entradas com os estados.

Baseado na equação de movimento 3.15, análogos ao eixo y, expandimos as matrizes e vetores para representar com precisão a dinâmica do sistema no espaço de estados, conforme apresentado na equação 3.17:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_p \\ \ddot{x}_p \\ \dot{y}_p \\ \ddot{y}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k_x}{m_x} & -\frac{c_x}{m_x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{k_x}{m_x} & -\frac{c_x}{m_x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p \\ \dot{x}_p \\ y_p \\ \dot{y}_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_x}{m_x} & \frac{c_x}{m_x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_x}{m_x} & \frac{c_x}{m_x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_b \\ \dot{x}_b \\ y_b \\ \dot{y}_b \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Nesta equação,  $x_p$  e  $y_p$  são as posições reais (da ponta) nos eixos X e Y, respectivamente, enquanto  $x_b$  e  $y_b$  são as posições ideais (da base). As variáveis  $\dot{x}_p$  e  $\dot{y}_p$  representam a primeira derivada do tempo das posições nos eixos X e Y, indicando a velocidade e aceleração.  $k_x$  e  $k_y$  denotam as constantes elásticas das correias nos eixos X e Y, enquanto  $c_x$  e  $c_y$  representam as constantes de amortecimento dessas correias.  $m_x$  e  $m_y$  são as massas associadas aos conjuntos de bico injetor e extrusora nos respectivos eixos.

### 3.3 Controle de Trajetória

O Controle de Trajetória desempenha um papel essencial em aperfeiçoar a precisão dos movimentos na impressora 3D. A escolha das estratégias de controle é crucial para maximizar a eficiência operacional. No escopo deste estudo, a técnica de controle adotada se baseia no modelo estabelecido anteriormente, onde aplicamos uma abordagem feedforward à trajetória gerada na fase de construção da trajetória.

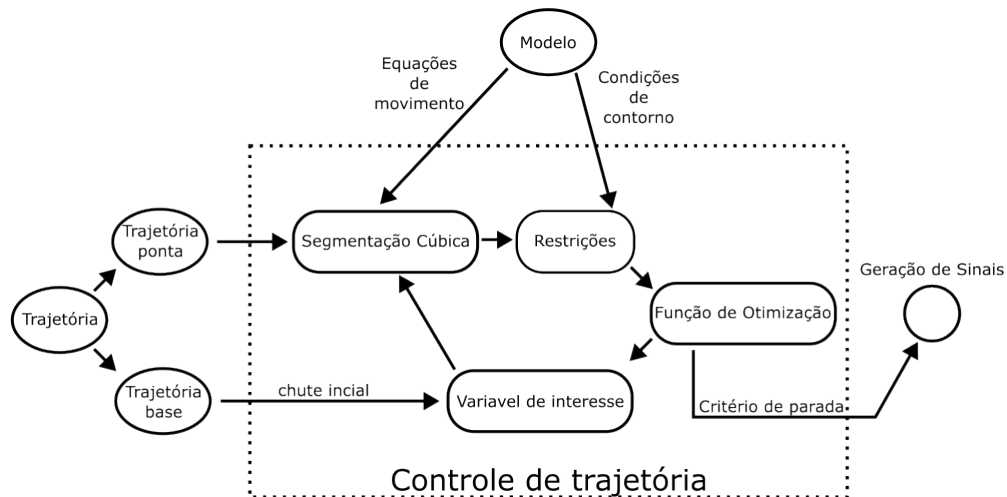
A metodologia de controle em foco procura resolver as equações de movimento e atender às condições de contorno estipuladas pela modelagem da impressora. O ajuste é feito na

trajetória da base do sistema, ajustando-a de forma que a saída do vetor de estados corresponda à trajetória da ponta projetada.

Utiliza-se uma função de otimização iterativa para refinar a trajetória da base, que é a principal variável de interesse. Este refinamento é feito minimizando um conjunto de restrições derivadas das equações de movimento e das condições de contorno. A iteração prossegue até que um critério de parada estabelecido seja alcançado, sugerindo que a trajetória base modificada satisfaz a trajetória da ponta almejada.

Este método assegura uma resposta proativa às dinâmicas da impressora, alinhando-se à trajetória planejada e, conseqüentemente, elevando a acuidade dos movimentos da impressora 3D. A Figura 3.8 ilustra o esquema do método de controle proposto.

Figura 3.8 – Fluxograma Controle de Trajetória



### 3.3.1 Restrições

A formulação do conjunto de restrições é um componente crucial do método, pois é através dele que as equações de movimento são implementadas. A função de otimização adota um algoritmo para minimizar essas restrições, ou seja, para que se aproximem tanto quanto possível de zero.

As condições de contorno são aplicadas estabelecendo que tanto a posição quanto a velocidade sejam zero no instante inicial e que a velocidade também seja zero ao final do percurso. As equações de movimento são incorporadas nas restrições através da técnica de segmentação cúbica, baseada no modelo em espaço de estados especificado na Seção 3.2. Utilizamos as Equações 2.3, 2.4, 2.6 e 2.5 para criar um vetor de defeitos, como descrito no Capítulo 2.4. A minimização destas diferenças faz com que os polinômios cúbicos dos segmentos da curva

se aproximem das soluções das equações de movimento, que são então integradas ao vetor de restrições.

### 3.3.2 Função de Otimização

Os limites da variável de interesse, que neste caso são determinados pela área de trabalho da impressora, também são definidos para que a extrusora não ultrapasse os limites da base de impressão, estabelecendo-se entre o mínimo de 0 e o máximo de 200 mm para os eixos x e y.

A função de otimização adota o algoritmo interior-point, eficaz em resolver problemas de otimização não-linear com restrições. Este método é preferível para grandes conjuntos de dados, por ser mais rápido e numericamente estável do que abordagens tradicionais. Os critérios de parada para o algoritmo são apresentados na Tabela 3.1.

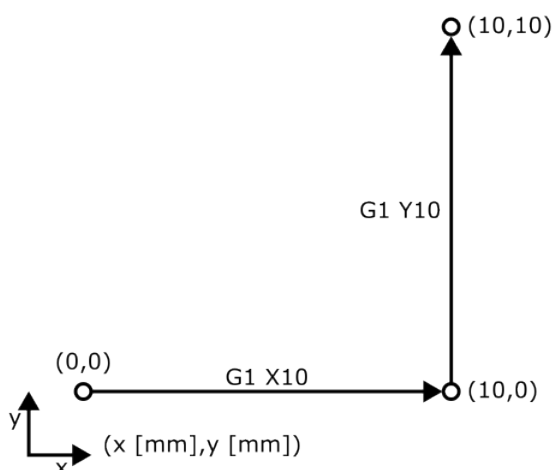
Tabela 3.1 – Critérios de Parada do Algoritmo de Otimização

Opção	Valor
Máximo de Iterações	100000
Diferença Mínima entre Iterações	0.0001

### 3.4 Simulação Computacional e Análise de Dados

Nesta seção, descrevemos o processo de simulação para testar o método proposto. Iniciamos com a simulação de dois movimentos lineares: um deslocamento de 10 milímetros no eixo x seguido de um movimento similar no eixo y, partindo da posição inicial (0,0) e em estado de repouso. A Figura 3.9 ilustra estes movimentos.

Figura 3.9 – Movimento base



Selecionamos parâmetros chave para o controle da simulação, apresentados na Figura 3.10, e seus respectivos valores são listados na Tabela 3.2.

Figura 3.10 – Fluxograma geral com os parâmetros.

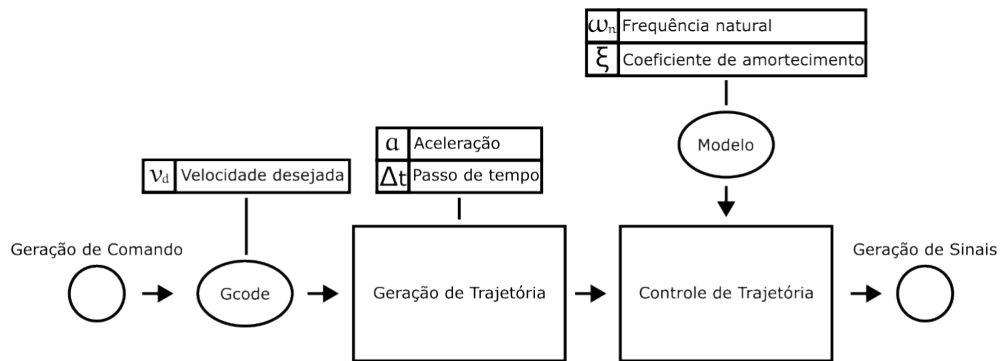


Tabela 3.2 – Valores dos parâmetros utilizados na simulação.

Parâmetro	Valor	Unidade
Frequência	100	$rad/s$
Coeficiente de amortecimento	0,5	-
Aceleração base	5000	$mm/s^2$
Passo de tempo	0,005	$s$
Velocidade desejada	100	$mm/s$

Avaliamos a trajetória resultante focando em três aspectos: a viabilidade, o número de iterações e a dimensão do vetor de variáveis de interesse. A viabilidade é medida pelo maior desvio em relação às restrições do modelo, o que nos ajuda a compreender a capacidade da simulação de atingir uma solução que respeite todas as restrições estabelecidas, além de indicar o padrão de convergência ao observar a evolução da viabilidade ao longo das iterações. O tamanho do vetor de variáveis também é considerado, dada a sua relevância para o desempenho computacional da simulação.

### 3.4.1 Análise de Sensibilidade

Realizamos uma análise de sensibilidade para examinar o comportamento do método frente a variações nos parâmetros listados na Tabela 3.2. Alteramos cada parâmetro individu-

almente em 2 ou 3 simulações distintas, conforme detalhado na Tabela 3.3. Cada simulação é identificada por um número e uma letra, indicando o parâmetro modificado e o valor aplicado.

Tabela 3.3 – Parâmetros utilizados na análise de sensibilidade.

Caso	Parâmetro	Valor A	Valor B	Valor C	Unidade
1	Frequência	50	200	500	$rad/s$
2	Coeficiente de amortecimento	0	0,75	1	-
3		1000	10000	-	$mm/s^2$
4	Passo de tempo	0,01	0,001	0,0002	$s$
5	Velocidade desejada	50	200	-	$mm/s$

As simulações foram executadas em um computador com as especificações listadas na Tabela 3.4.

Tabela 3.4 – Especificações do computador

Processador	Intel I7-5500U 2.40GHz
Memoria	8,00 GB
Placa de vídeo	Nvidia Geforce 920M
Sistema	64 bits

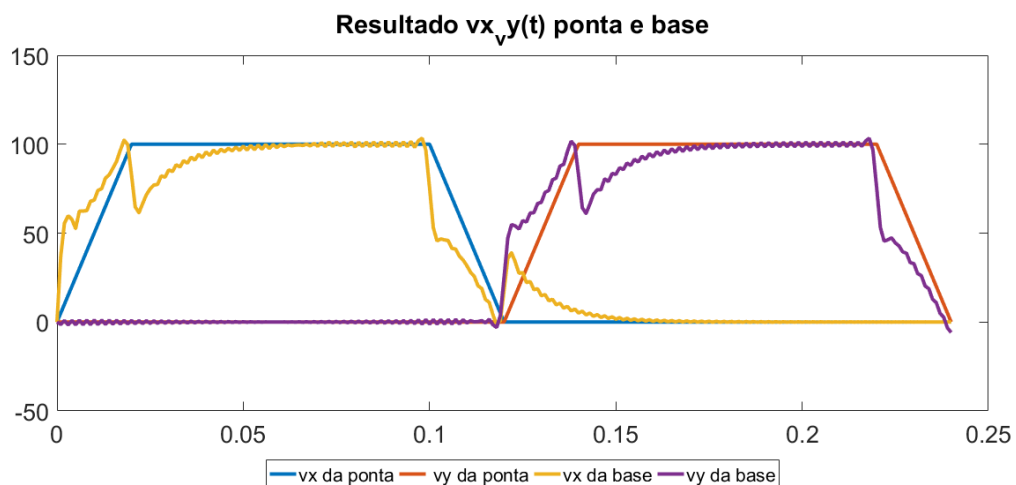
## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 4.1 Resultados

#### 4.1.1 Caso Base

A Figura 4.1 apresenta o perfil de velocidades para o caso base, no qual evidencia-se o comportamento compensador do sistema e uma oscilação de alta frequência, artefato da resposta da FMINCON. A amplitude das oscilações tende a ser menor conforme exista uma maior resolução na interpolação do tempo, ou seja, apresente  $dt$  menor. Ademais, conforme mencionado na seção anterior, o arranque foi restringido afim de controlar a amplitude dessas oscilações.

Figura 4.1 – Caso referência - Comportamento no tempo das velocidades em x e y da ponta e da referência



A Figura 4.2 ...



Figura 4.2 – Caso referência - Comportamento no tempo dos deslocamentos em x e y da ponta e da referência

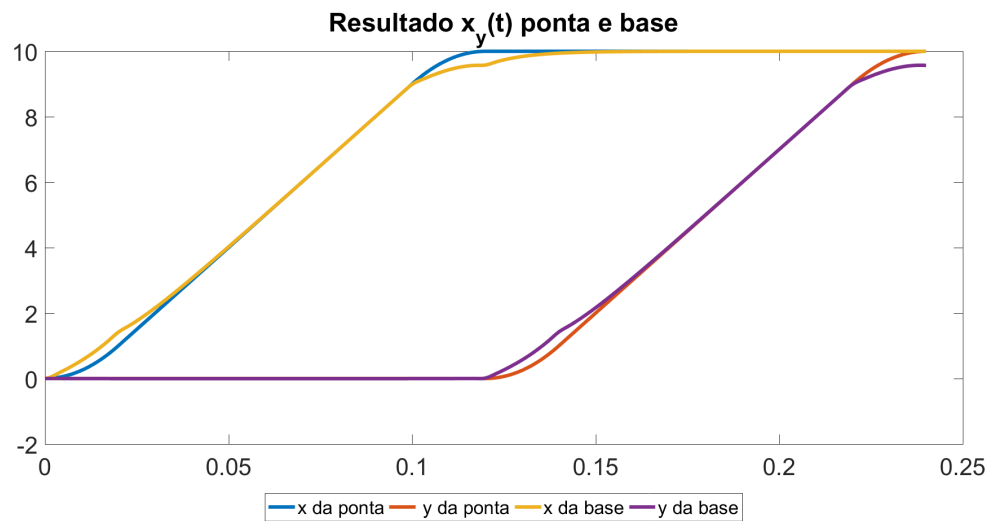


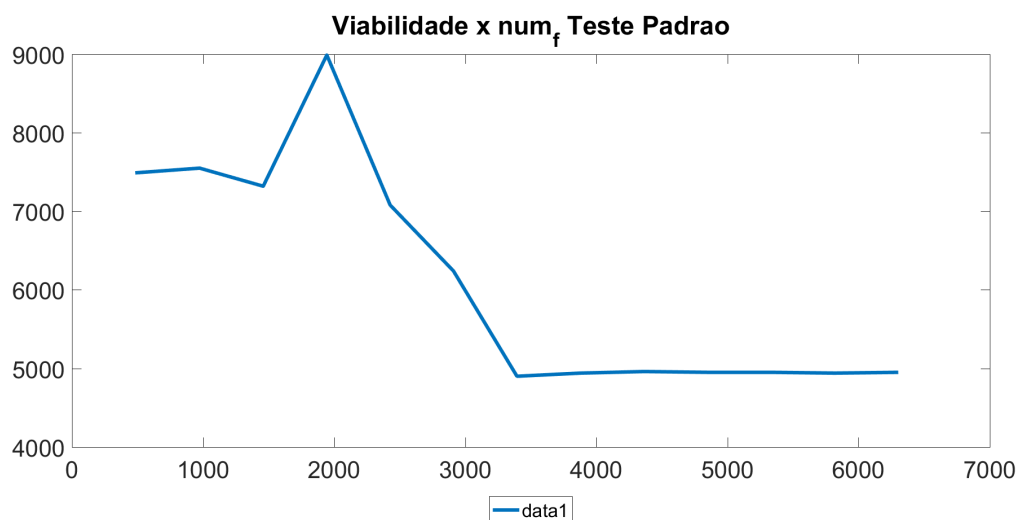
Figura 4.3 – Caso referência - Caminho percorrido x vs y da ponta e da referência



No gráfico da figura 4.4 nos indica a progressão das iterações da FMINCON, sendo cada ponto uma iteração diferente, possuindo um valor correspondente ao número de vezes em que a função objetivo e as restrições foi avaliada no eixo x e o valor da viabilidade, que como comentado na seção de metodologia, indica o maior valor de restrição não cumprido. Podemos perceber o processo de convergência no decorrer das iterações, o que costuma indicar uma rodada de sucessos. Percebe-se também que os níveis iniciais da viabilidade ficam próximos de

$7,5 \times 10^3$ , que foram níveis próximos na maioria dos Casos. Por fim, temos que o tempo elapsado de simulação para este Caso foi de 89,8 segundos, com os vetores de posição possuindo um tamanho de 241 elementos.

Figura 4.4 – Caso referência - Num de fun x Viabilidade



#### 4.1.2 Caso 1 - Variação da frequência

Os resultados da variação da variável de entrada frequência natural, que varia basicamente o comportamento da planta do modelo dinâmico, exemplifica as diferenças nas amplitudes dos desvios entre a ponta e a referência e uma menor necessidade de compensação, assim como previsto de um sistema de rigidez maior. As diferenças podem ser observadas de forma clara se comparadas as figuras 4.5, 4.6 e 4.7, comparando também as diferenças entre o comportamento do deslocamento e do caminho tomado entre os dois extremos do Caso (A e C) nas figuras 4.8, 4.9, 4.10 e 4.11.

Figura 4.5 – Caso 1A - Comportamento no tempo das velocidades em x e y da ponta e da referência

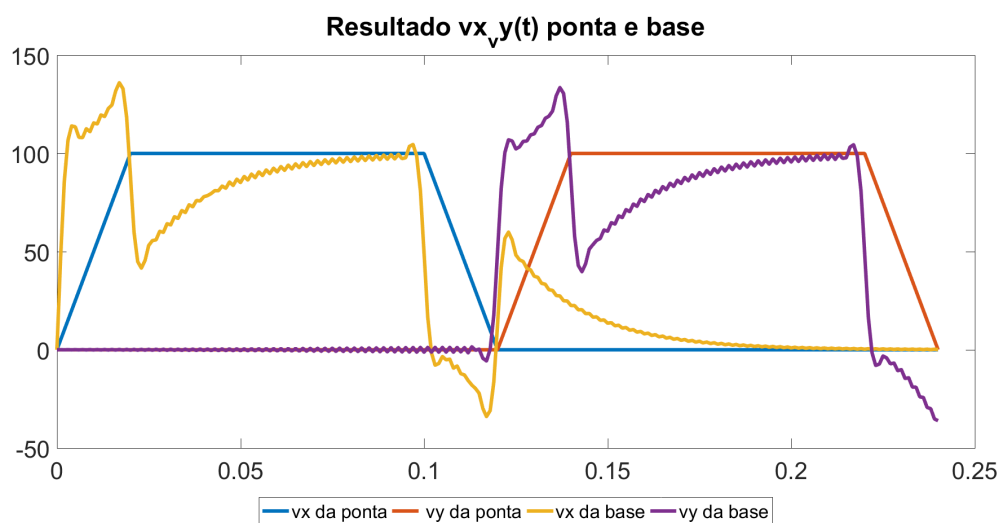


Figura 4.6 – Caso 1B - Comportamento no tempo das velocidades em x e y da ponta e da referência

Figura 4.7 – Caso 1C - Comportamento no tempo das velocidades em x e y da ponta e da referência

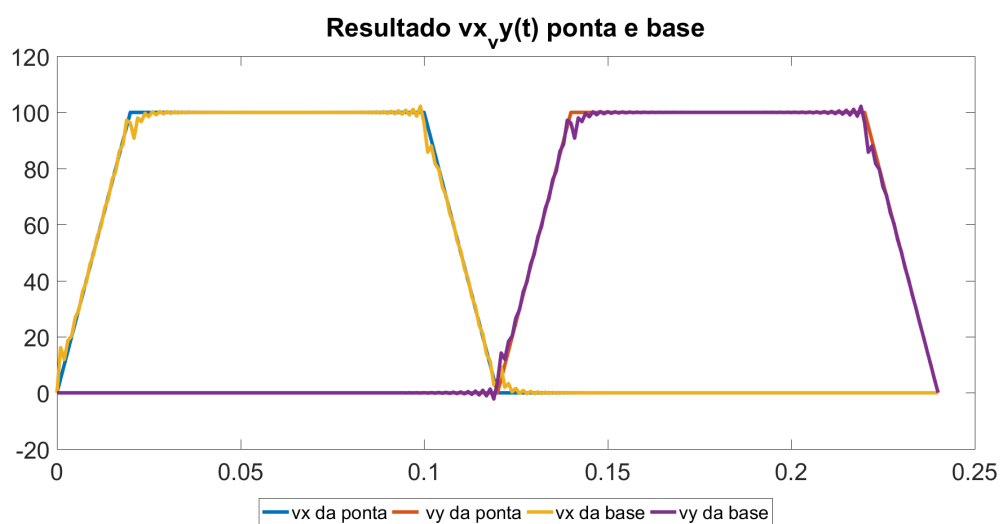


Figura 4.8 – Caso 1A - Comportamento no tempo dos deslocamentos em x e y da ponta e da referência

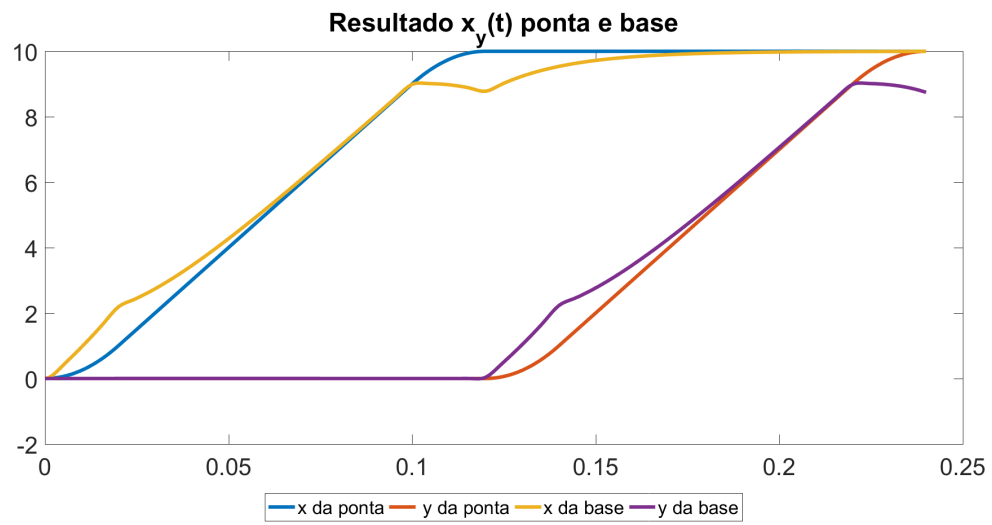


Figura 4.9 – Caso 1C - Comportamento no tempo dos deslocamentos em x e y da ponta e da referência

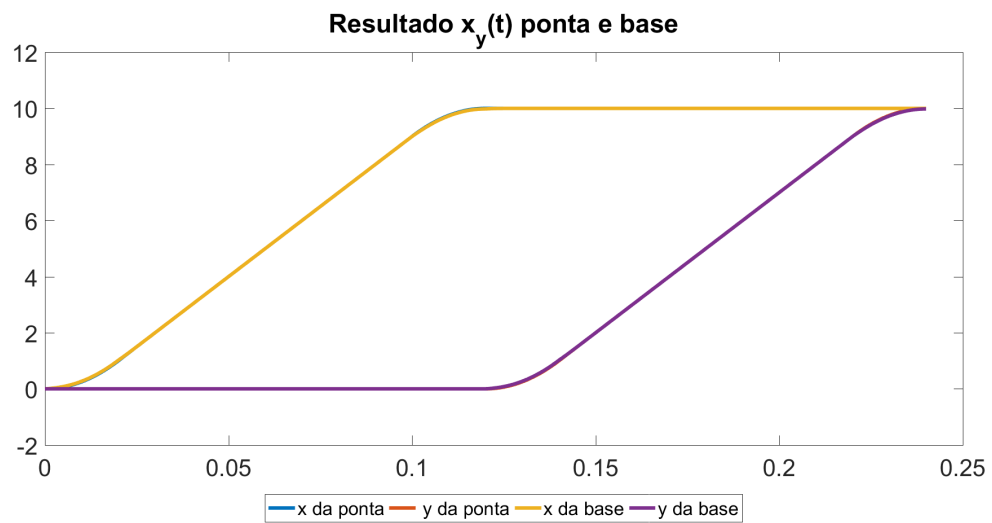


Figura 4.10 – Caso 1A - Caminho percorrido x vs y da ponta e da referência

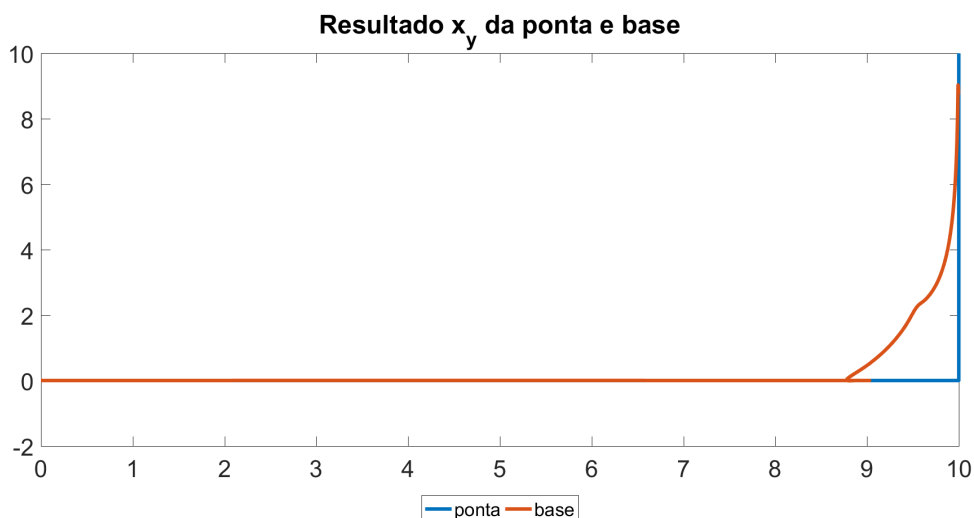
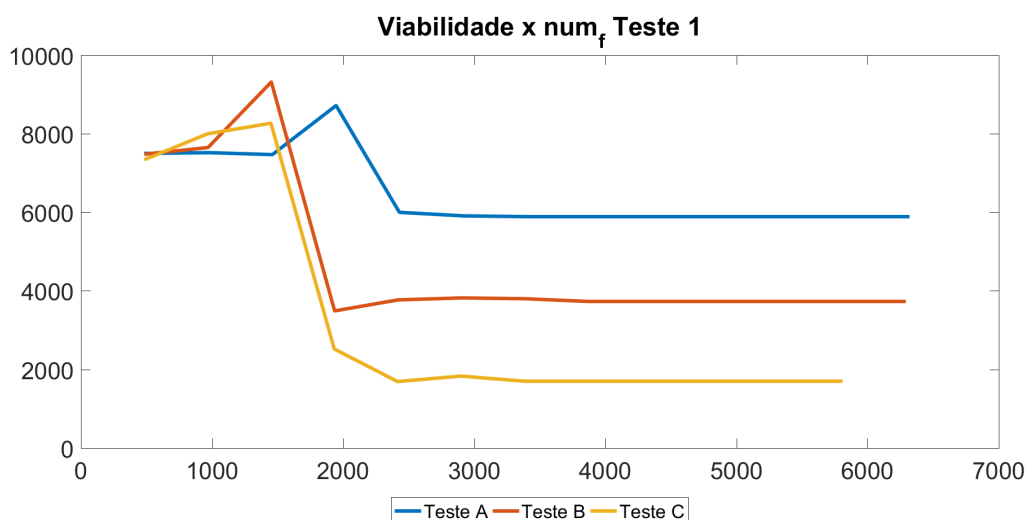


Figura 4.11 – Caso 1C - Caminho percorrido x vs y da ponta e da referência



Já na figura 4.12 é possível notar um comportamento semelhante de convergência, mas nota-se que nos Casos de maior rigidez a viabilidade alcançada foi menor, ou seja, menores violações das restrições impostas, dados primordialmente pelos menores desvios e menor necessidade de compensação. Essa característica pode ser observada também nos tempos de simulação que foram reduzindo de 96,76s (Caso A) até 80,77s (Caso C), com o Caso B ficando entre os dois com 89,04s, todos esses com vetores de posição de 241 elementos.

Figura 4.12 – Caso 1 - Num de fun x Viabilidade



#### 4.1.3 Caso 2 - Variação do coeficiente de amortecimento

No Caso 2, que varia o coeficiente de amortecimento, podemos avaliar de forma mais clara as diferenças através das figuras 4.13 e 4.14 que mostram as curvas dos caminhos do Caso b e c respectivamente, podemos comparar também com a figura 4.3 que possui um coeficiente intermediário entre os Casos A e B. Sendo o Caso A não apresentado, por não ter convergido, apresentando praticamente o mesmos valores de entrada, esse comportamento é identificado na figura 4.15, onde podemos observar também um padrão convergência para valores de viabilidade menor conforme coeficiente de amortecimento também aumenta, ou seja, uma maior facilidade de compensar os desvios. Todos se mantiveram com 241 elementos nos vetores de posição e tempos de simulação de  $69,89e52s$  para os Casos 2A, 2B e 2C respectivamente.

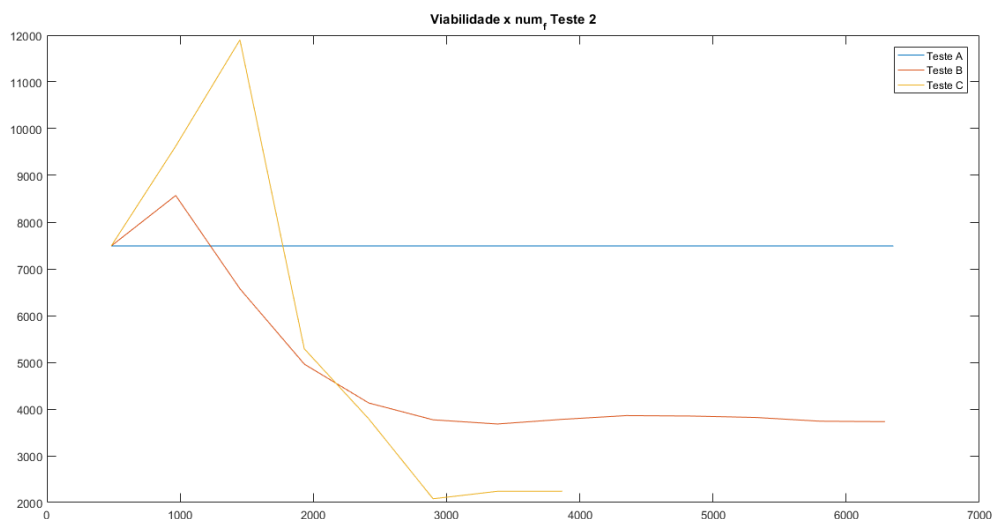
Figura 4.13 – Caso 2B - Caminho percorrido x vs y da ponta e da referência



Figura 4.14 – Caso 2C - Caminho percorrido x vs y da ponta e da referência



Figura 4.15 – Caso 2 - Num de fun x Viabilidade



#### 4.1.4 Caso 3 - Variação na aceleração

Podemos observar na figura 4.16 uma curva de velocidade diferente, dado que reduzimos a aceleração na geração de comando, a velocidade não conseguiu alcançar o nível de velocidade desejada e assim toma-se a forma de um triângulo. Já pela figura 4.17, podemos observar que a função teve dificuldades para solucionar o Caso A, enquanto para o Caso B teve um comportamento semelhante aos Casos anteriores, com um aumento nos valores de viabilidade. Um dos motivos possíveis para essa dificuldade se da no tamanho dos vetores trabalhados, no Caso A o vetor de posições possuía 401 elementos, e levou 195s para realizar a simulação, enquanto para o Caso B o vetor de posição possuía 221 elementos e levou 78s, valores bem mais próximos aos Casos referência assim como suas curvas.



Figura 4.16 – Caso 3A - Comportamento no tempo das velocidades em x e y da ponta e da referência

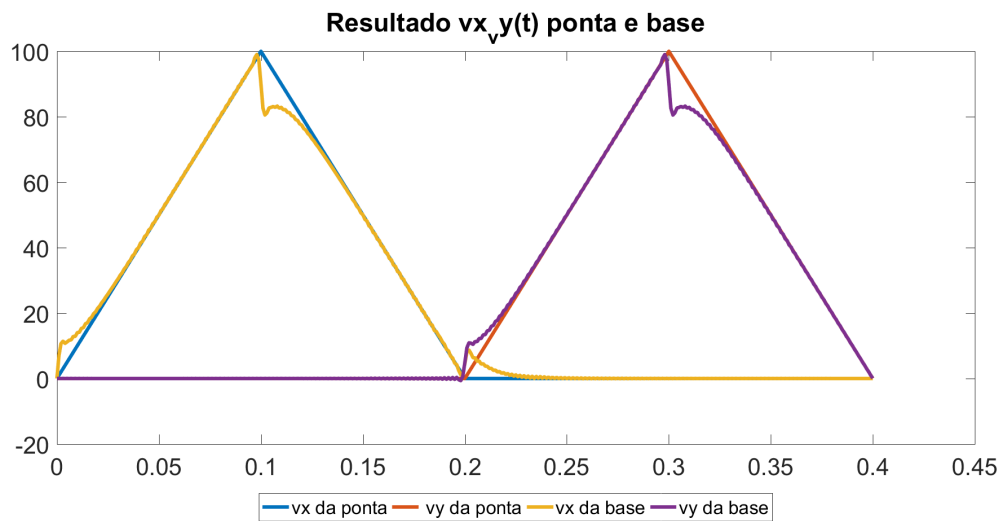
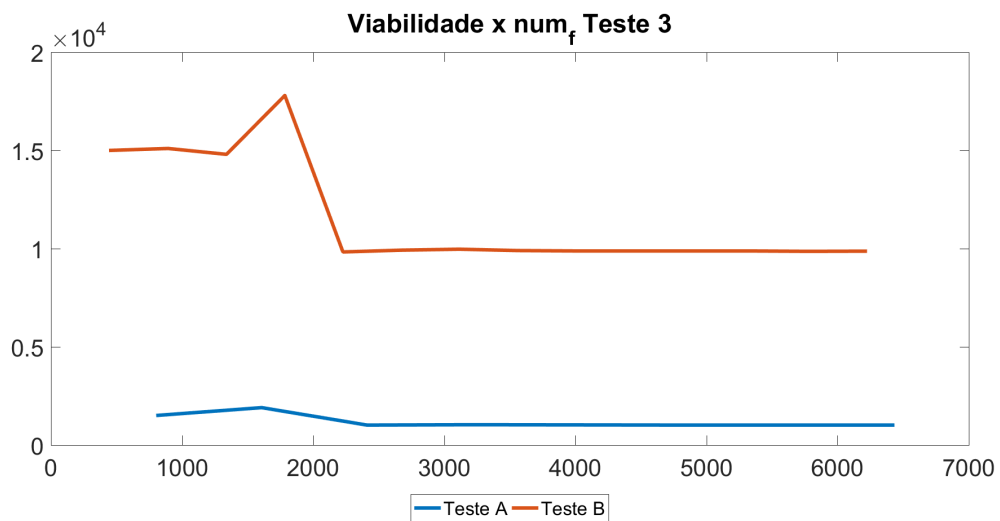


Figura 4.17 – Caso 3 - Num de fun x Viabilidade



#### 4.1.5 Caso 4 - Variação da velocidade

Variando a velocidade desejada, através do Gcode de entrada, analisamos os impactos de velocidades desajadas mais baixas e mais altas. As mais baixas (Caso A) tem seu maior impacto no tamanho dos vetores e no tempo de simulação, já que percorre o percurso em mais tempo, gerando uma malha com mais pontos, dada a resolução de  $dt$  como fixa. Ficando assim com um tempo de simulação de 219s e 421 elementos nos vetores de posição. Enquanto para o Caso B, o

tempo de simulação ficou em 60s e com 181 elementos, mas dada a velocidade desejada maior e uma mesma aceleração máxima na geração de comando, a curva de velocidade se assemelha a do Caso 3A exposta na figura 4.18 e com a curva de deslocamentos apresentada na figura 4.19. Podemos comparar também o padrão de convergência na figura 4.20

Figura 4.18 – Caso 4B - Comportamento no tempo das velocidades em x e y da ponta e da referência

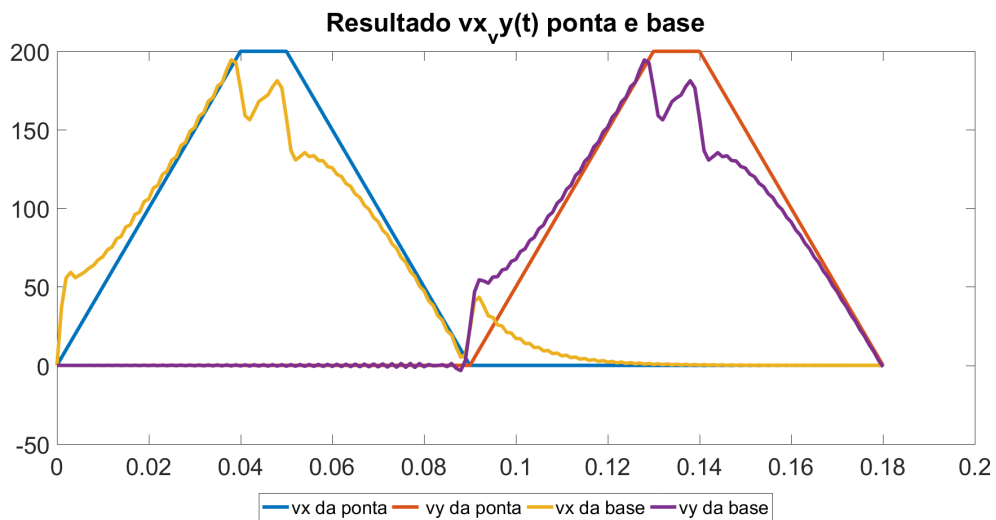


Figura 4.19 – Caso 4B - Comportamento no tempo dos deslocamentos em x e y da ponta e da referência

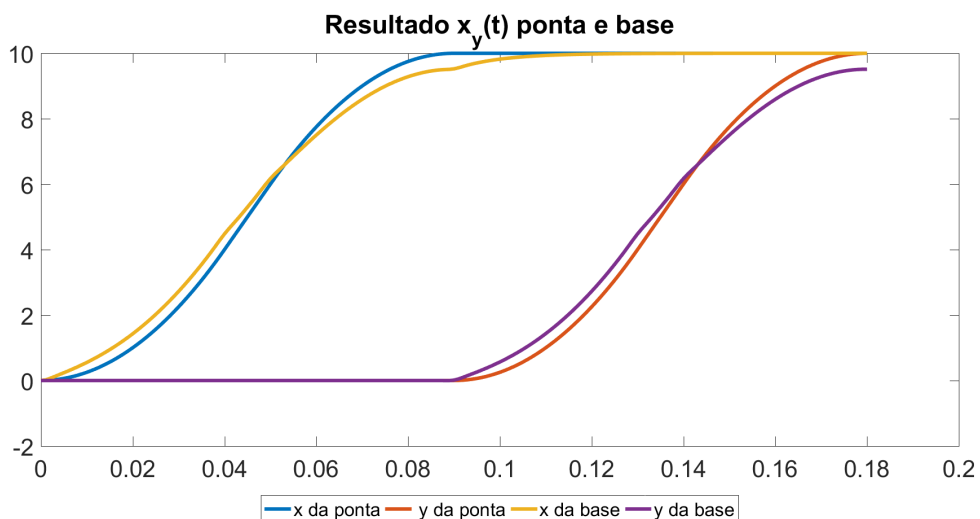
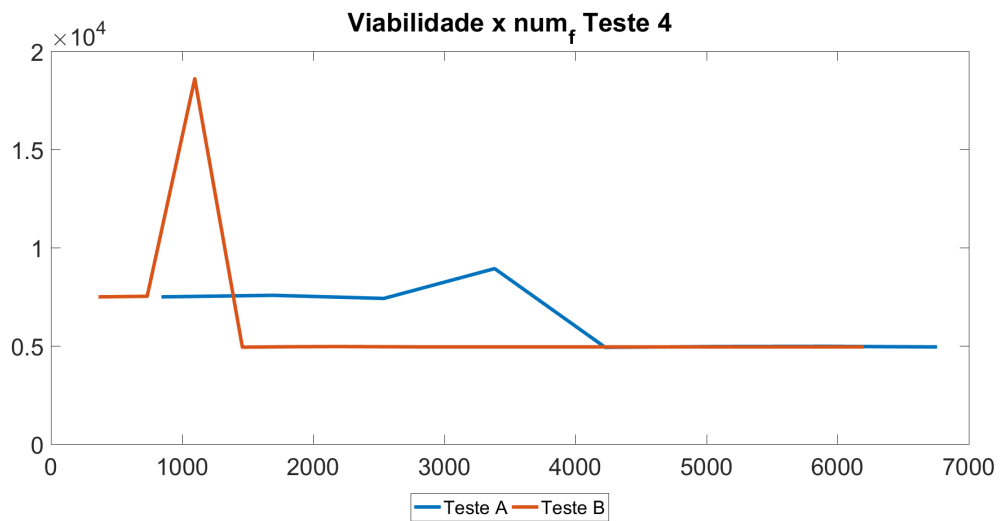


Figura 4.20 – Caso 4 - Num de fun x Viabilidade



#### 4.1.6 Caso 5 - Variação do passo de tempo

Por fim, evidenciamos as diferenças nos resultados com resoluções diferentes para a malha de tempo e seu impacto nas respostas. As figuras 4.21, 4.22 e 4.23 revelam principalmente a influência desse parâmetro nas oscilações nos gráficos de velocidade, entretanto a diferença é menos nítida se avaliados os gráficos de deslocamento das figuras 4.24, 4.25 e 4.26.

Figura 4.21 – Caso 5A - Comportamento no tempo das velocidades em x e y da ponta e da referência

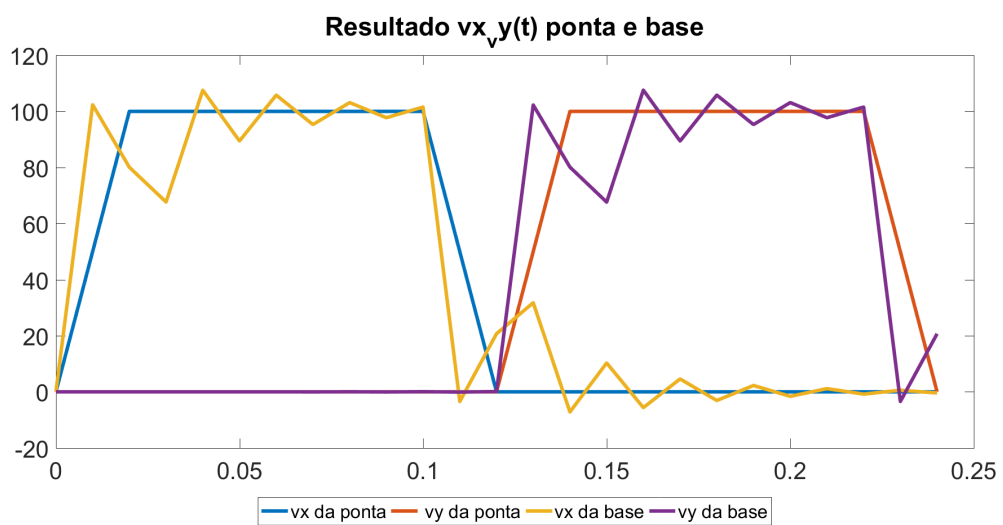


Figura 4.22 – Caso 5B - Comportamento no tempo das velocidades em x e y da ponta e da referência

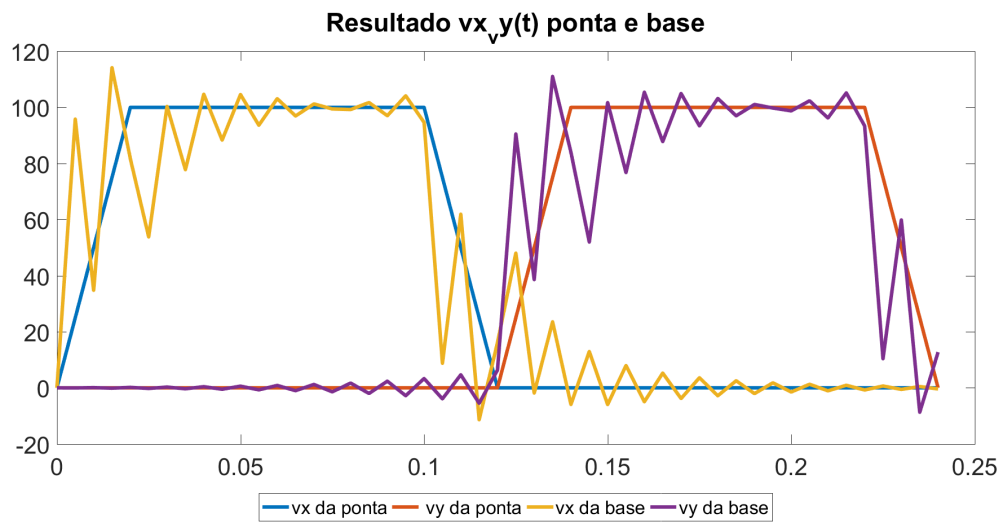


Figura 4.23 – Caso 5C - Comportamento no tempo das velocidades em x e y da ponta e da referência

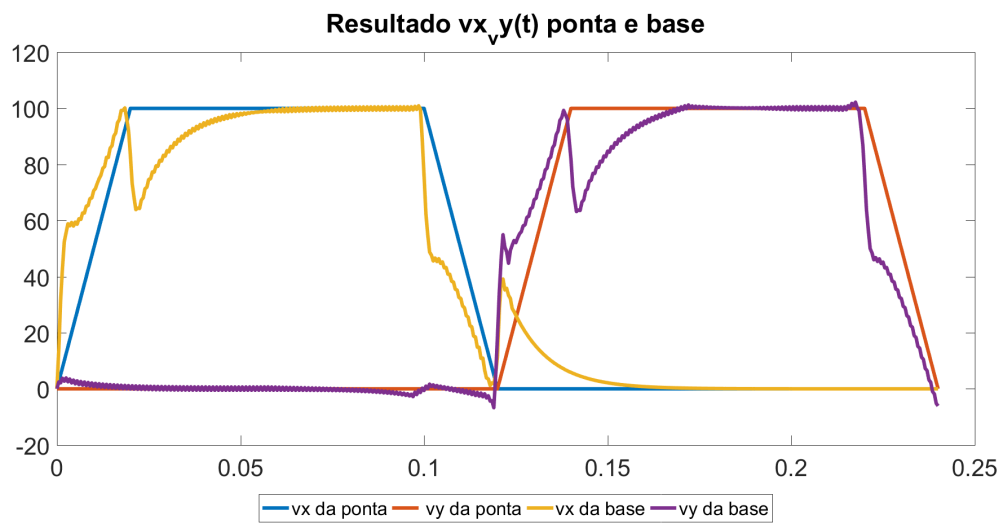


Figura 4.24 – Caso 5A - Comportamento no tempo dos deslocamentos em x e y da ponta e da referência

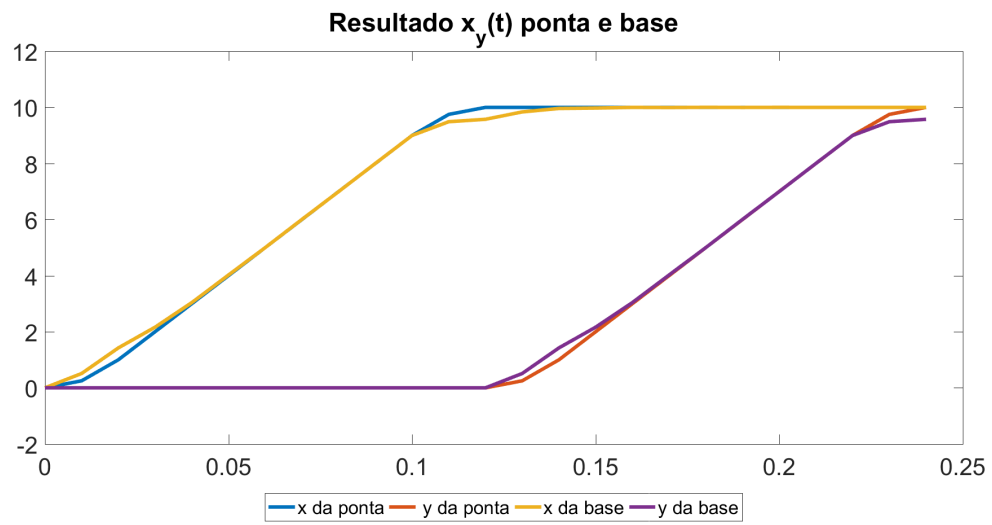


Figura 4.25 – Caso 5B - Comportamento no tempo dos deslocamentos em x e y da ponta e da referência

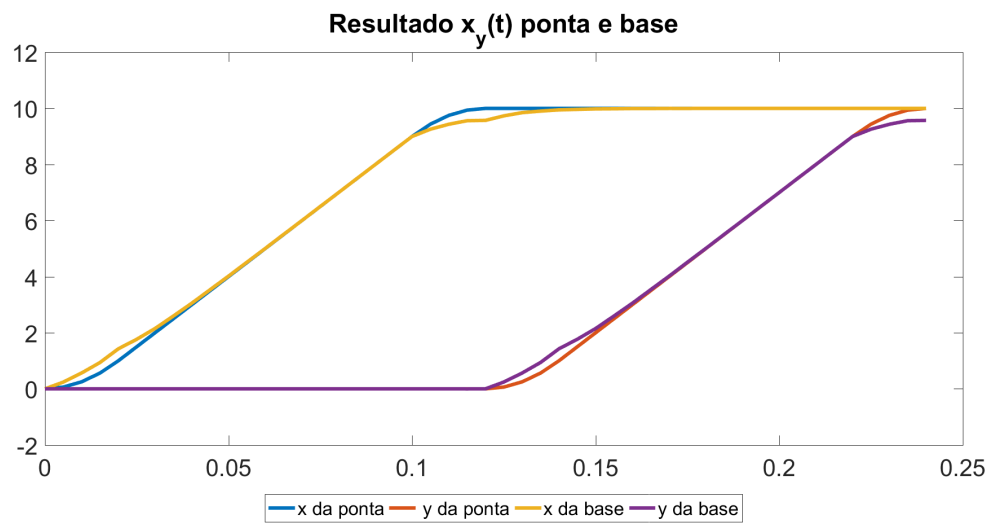
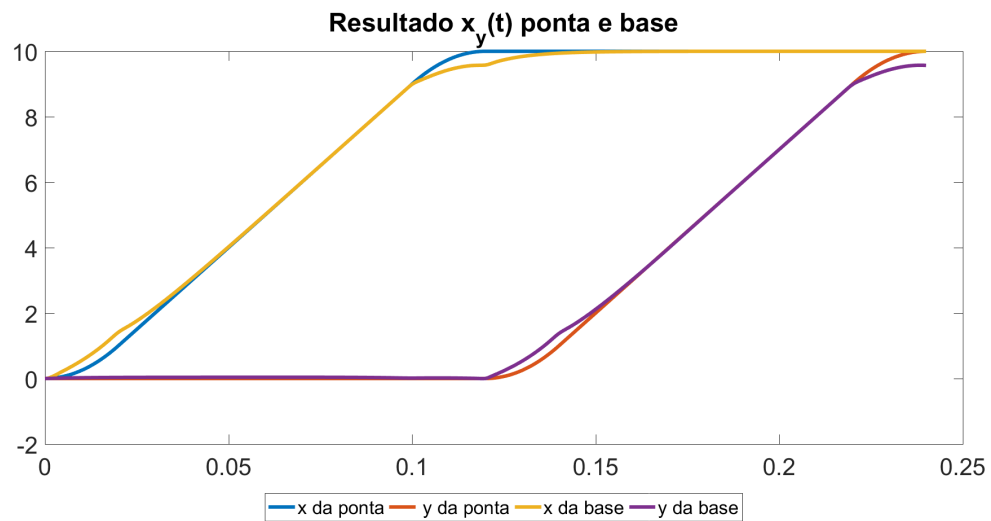
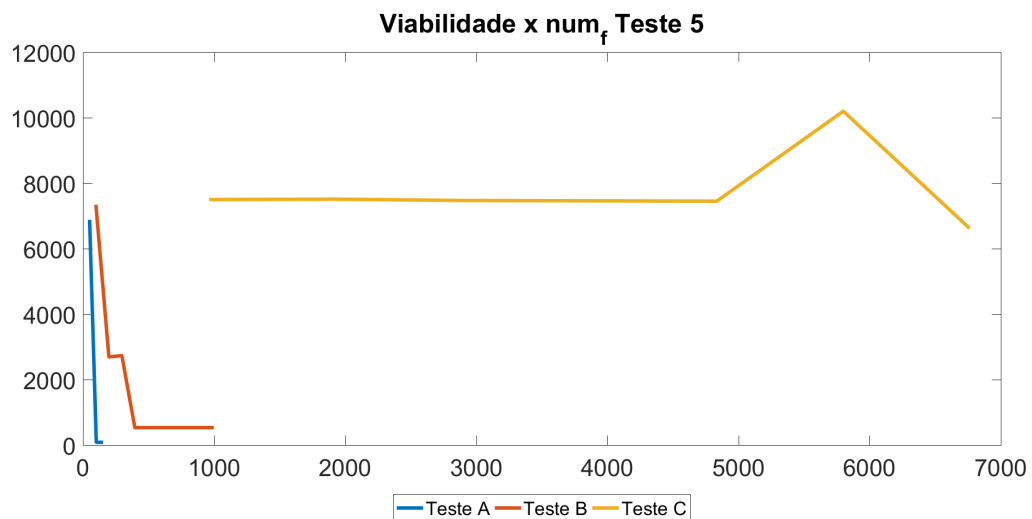


Figura 4.26 – Caso 5C - Comportamento no tempo dos deslocamentos em x e y da ponta e da referência



Podemos notar também o impacto na velocidade e facilidade de se convergir, podendo ser observado na figura 4.27, assim como os tempos de simulação 0,7s, 3s e 279s para os Casos A, B e C respectivamente. Além do tamanho dos vetores que está diretamente relacionado, respectivamente em 25, 49 e 481 para os Casos A, B e C.

Figura 4.27 – Caso 5 - Num de fun x Viabilidade



## **4.2 Considerações futuras**

### **4.2.1 Combinação com outros algoritmos**

Uma possível abordagem a ser explorada utilizando a ideia do método deste trabalho é a sobreposição de algoritmos, onde um método referenciado em uma planta do sistema poderia buscar remover uma parcela das vibrações, atuando de forma estagiada, com a participação de um método como *InputShaping* para atacar as vibrações remanescentes.

### **4.2.2 Tuning**

Uma possibilidade que o tipo de método abordado neste trabalho oferece é a capacidade de otimizar, de maneira semelhante aos mapas de injeção eletrônica para carros, os parâmetros da planta para uma determinada posição. Assim, oferecendo a capacidade de se ajustar em grande nível de detalhe as peculiaridades do sistema, podendo até construir a malha utilizando sensores, semelhantemente a rotinas de configuração de *InputShaping* que amostram o comportamento em frequência no ponto central da impressora. Considerando também que a utilização desse tipo de malha, teria pouco impacto computacional.

## 5 CONCLUSÃO

### Conclusão

Nesta monografia, foi abordada a geração de comandos em impressoras 3D utilizando o método de manufatura aditiva conhecido como *Fused Deposition Modeling* (FDM). O objetivo principal do trabalho foi investigar e desenvolver metodologias para possibilitar velocidades de movimentação maiores e garantir a precisão dimensional das peças produzidas.

No referencial teórico (Capítulo 2), foram apresentados os conceitos fundamentais da manufatura aditiva e do FDM, incluindo o uso de algoritmos de controle, análise de trajetórias e modelagem dinâmica do sistema.

A metodologia utilizada (Capítulo 3) envolveu o uso do *software* Matlab, em particular a função `fmincon`, para a geração de comandos. Foram descritas as etapas para a leitura do *Gcode*, a geração de comandos base, incluindo as curvas trapezoidais de velocidade, a interpolação. Além disso, foram descritas as etapas de implementação do método desenvolvido neste trabalho, incluindo a modelagem dinâmica necessária, as funções de suporte como a integração implícita não linear e o uso da função `FMINCON` do Matlab.

No Capítulo 4, foram apresentados os resultados e discussões. Correlações entre as variáveis de entrada foram analisadas, bem como as influências do modelo dinâmico nas simulações e seus impactos na performance computacional. As dificuldades encontradas foram discutidas de maneira explicar a abordagem trilhada pelo presente trabalho, bem como discussões referentes a possíveis maneiras de lidar com os mesmos. Por fim, foi discutido abordagens para trabalhos futuros, como a implementação de uma modelagem do sistema dinâmico para regiões específicas da impressora.

Com base nos resultados obtidos e nas discussões realizadas, conclui-se que a geração de comandos é um aspecto fundamental para a qualidade e eficiência da manufatura aditiva por FDM. As metodologias e técnicas abordadas neste trabalho fornecem uma base sólida para a melhoria contínua do processo, possibilitando um avanço nas técnicas disponíveis para serem exploradas com objetivo de permitir uma produção de peças com maior precisão dimensional e redução de tempo de fabricação.

Em suma, este estudo representa um passo importante para o aprimoramento da manufatura aditiva por FDM, fornecendo subsídios teóricos e metodológicos para a geração de comandos mais eficientes e precisos. Espera-se que as contribuições deste trabalho incentivem



pesquisas adicionais e promovam avanços na área, impulsionando a utilização da manufatura aditiva em diversos setores industriais.

## REFERÊNCIAS

BIKAS, H.; STAVROPOULOS, P.; CHRYSSOLOURIS, G. Additive manufacturing methods and modelling approaches: a critical review. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, Springer, v. 83, p. 389–405, 2016.

DUAN, M.; YOON, D.; OKWUDIRE, C. E. A limited-preview filtered b-spline approach to tracking control—with application to vibration-induced error compensation of a 3d printer. **Mechatronics**, Elsevier, v. 56, p. 287–296, 2018.

GIBSON, I. *et al.* Applications for additive manufacture. **Additive Manufacturing Technologies: 3D Printing, Rapid Prototyping, and Direct Digital Manufacturing**, Springer, p. 451–474, 2015.

HAMILTON, J. D. State-space models. **Handbook of econometrics**, Elsevier, v. 4, p. 3039–3080, 1994.

HARGRAVES, C. R.; PARIS, S. W. Direct trajectory optimization using nonlinear programming and collocation. **Journal of guidance, control, and dynamics**, v. 10, n. 4, p. 338–342, 1987.

KLIPPER. **Klipper Kinematics Documentation**. 2017. Disponível em: <<https://www.klipper3d.org/Kinematics.html>>.

RAMANI, K. S. *et al.* Tracking control of linear time-invariant nonminimum phase systems using filtered basis functions. **Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control**, American Society of Mechanical Engineers Digital Collection, v. 139, n. 1, 2017.

RAMANI, K. S.; EDOIMIOYA, N.; OKWUDIRE, C. E. A robust filtered basis functions approach for feedforward tracking control—with application to a vibration-prone 3-d printer. **IEEE/ASME Transactions on Mechatronics**, IEEE, v. 25, n. 5, p. 2556–2564, 2020.

SINGHOSE, W. E. **Command generation for flexible systems**. Tese (Doutorado) — Massachusetts Institute of Technology, 1997.

TURNER, B. N.; STRONG, R.; GOLD, S. A. A review of melt extrusion additive manufacturing processes: I. process design and modeling. **Rapid prototyping journal**, Emerald Group Publishing Limited, v. 20, n. 3, p. 192–204, 2014.

YU, K. *et al.* Application of the five-phase s-curve velocity model on fdm three-dimensional printer. In: IEEE. **2020 IEEE 5th Information Technology and Mechatronics Engineering Conference (ITOEC)**. [S.l.], 2020. p. 1365–1371.