

Sétimo Relatório PCO119

João Vitor Yukio Bordin Yamashita

October 15, 2022

Todos os códigos usados podem ser encontrados no repositório¹ da disciplina.

1 Parte I – Projetos (por métodos algébricos) de filtros IIR baseados em Modelos Analógicos

1. Temos:

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 from scipy import signal
4 import scipy
5 import copy
6 import control
7
8 # Exercício 1
9 T = 0.02
10 fc = 1 # hz
11 wc = 2*np.pi*fc
12
13 a1 = T*wc - 1
14 b1 = T*wc
15
16 # y/x = b1*z**(-1) / (1 + a1*z**(-1)) = b1 / (z + a1)
17 FiltroPBZ = control.TransferFunction(b1, [1, a1], T)
18 FiltroPBZ
19
```

Listing 1: Imports e primeiro filtro

$$G_{PB}(z) = \frac{0.1257}{z - 0.8743} dt = 0.02$$

(a) Temos:

$$a_1 = -0.8743362938564083$$

$$b_1 = 0.12566370614359174$$

(b) Temos:

```
1 tsim = np.arange(0,2,0.02)
2 sinal = []
3 for t in tsim:
4     sinal.append(1.5 + 0.5*np.sin(2*np.pi*10*t))
5 plt.plot(tsim, sinal)
6 plt.title("Sinal a ser filtrado")
7
```

Listing 2: Simulação do sinal

¹<https://github.com/JoaoYukio/PCO119/tree/main/Atividade%207>

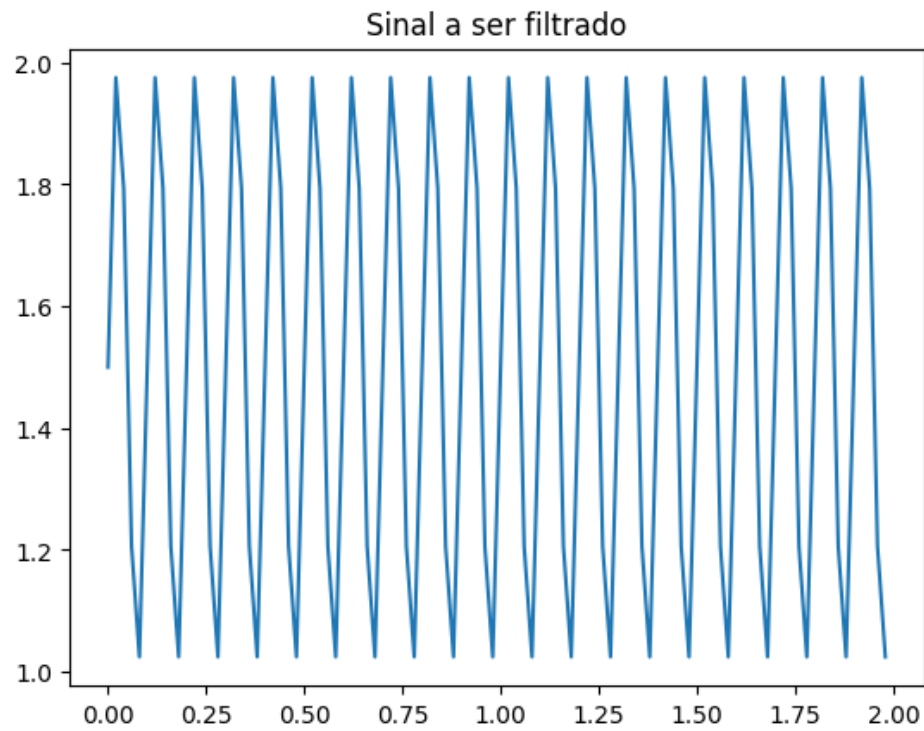


Figure 1: Sinal da simulação

(c) Temos a seguinte média do sinal de entrada:

```
1 mediaEnt = np.mean(sinal)
2 print(mediaEnt)
3
4 Output:
5     1.4999999999999998
6
```

Listing 3: Média do sinal de entrada

(d) Filtrando o sinal:

```
1 # Filtrando o sinal usando os valores de a e b e a funcao lfilter
2 # https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.signal.lfilter.
  html
3 # Precisa usar 1 para o a0, olhar documentacao
4 sinalFiltrado = signal.lfilter([b1], [1, a1], sinal)
5 plt.stairs(sinalFiltrado)
6
```

Listing 4: Filtrando o sinal de entrada

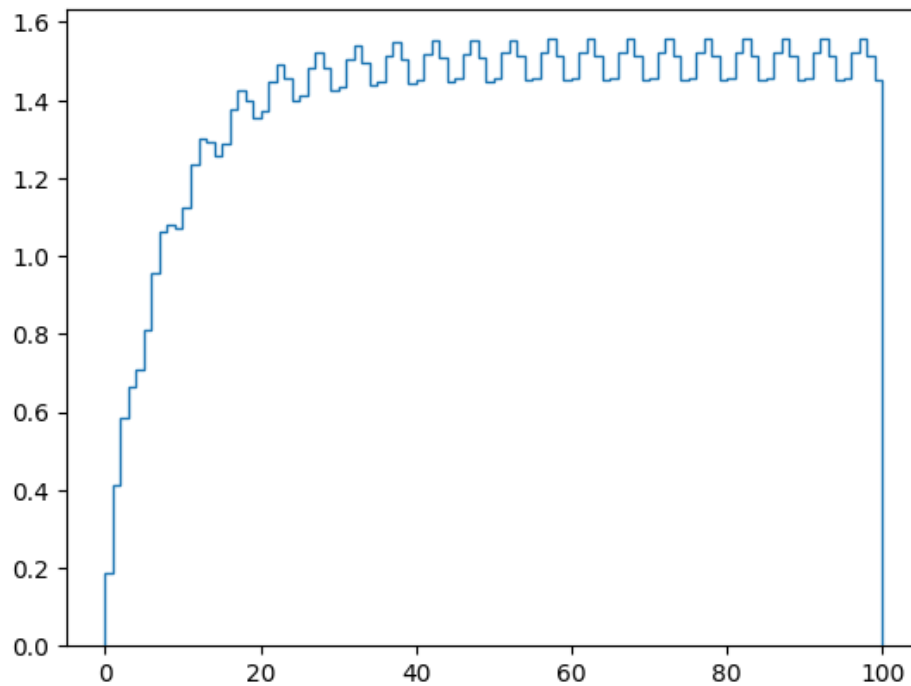


Figure 2: Sinal filtrado

(e) Temos a seguinte média do valor de saída:

```

1 # Calcular a media do sinalFiltrado
2 # Peguei os valores depois do transitorio
3 media = np.mean(sinalFiltrado[40:-1])
4 print("Media do sinal filtrado: ", media)
5
6 Output:
7   Media do sinal filtrado:  1.5000324902989217
8

```

Listing 5: Média do sinal filtrado

- (f) Considerando o filtro ideal, e que a frequência de corte é de 1Hz, na frequência de 10Hz, ou seja, uma década depois, teríamos um atenuamento de -20dB, ou seja, 1/10 da amplitude original.
- (g) Não, pois ainda temos influencia do ruído na saída (aprox. 10%), deveríamos ter um filtro com frequência de corte menor ou ter um filtro com ordem maior.

2. Temos o seguinte filtro:

(a) Usando a função bilinear:

```

1 Wc2 = 2*np.pi*1
2 T = T
3 Fs = 1/T
4
5 num = [Wc2 ** 2]
6 den = [1, 2*Wc2, Wc2**2]
7
8 # Projeta um filtro usando a funcao bilinear
9 # https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.signal.bilinear.
   html
10 # Retorna os coeficientes do filtro
11 b2, a2 = signal.bilinear(num, den, Fs)
12

```

Listing 6: Filtro 2ª ordem

(b) Temos os seguintes coeficientes:

```
1 #Printa os coeficientes b2 e a2
2 print("b2: ", b2)
3 print("a2: ", a2)
4
5 Output:
6 b2: [0.00349487 0.00698973 0.00349487]
7 a2: [ 1.          -1.76353041  0.77750988]
8
```

Listing 7: Coeficientes

(c) Temos o seguinte sinal filtrado:

```
1 sinalFiltrado2 = signal.lfilter(b2, a2, sinal)
2 plt.plot(sinalFiltrado2)
3
```

Listing 8: Sinal filtrado pelo filtro

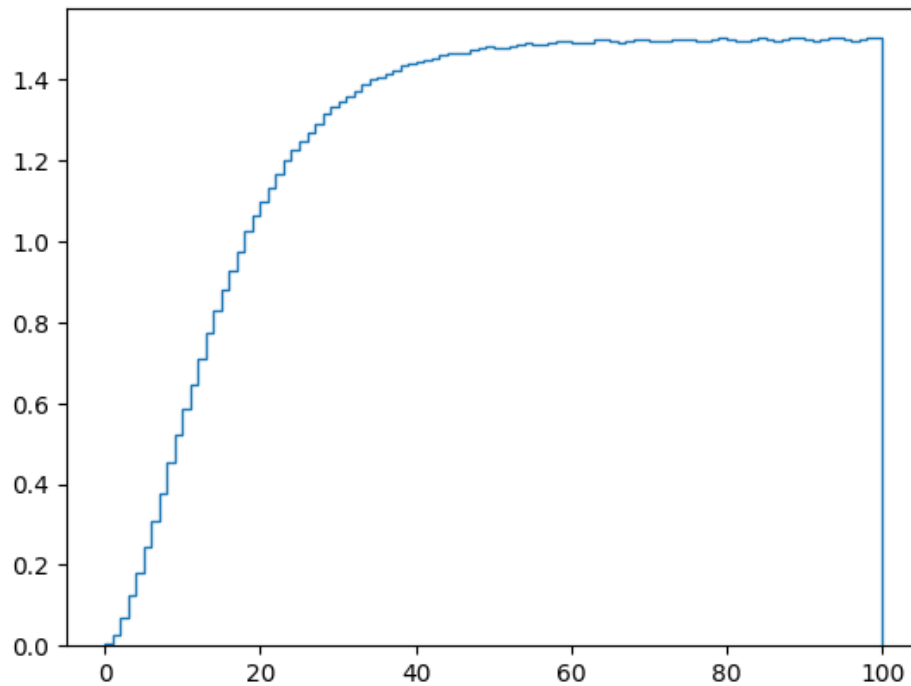


Figure 3: Sinal filtrado pelo segundo filtro

(d) Podemos comparar os filtros fazendo:

```
1 plt.plot(sinalFiltrado2, label="Filtro segunda ordem")
2 plt.plot(sinalFiltrado, label="Filtro primeira ordem")
3 plt.legend()
4
```

Listing 9: Comparação da resposta dos filtros

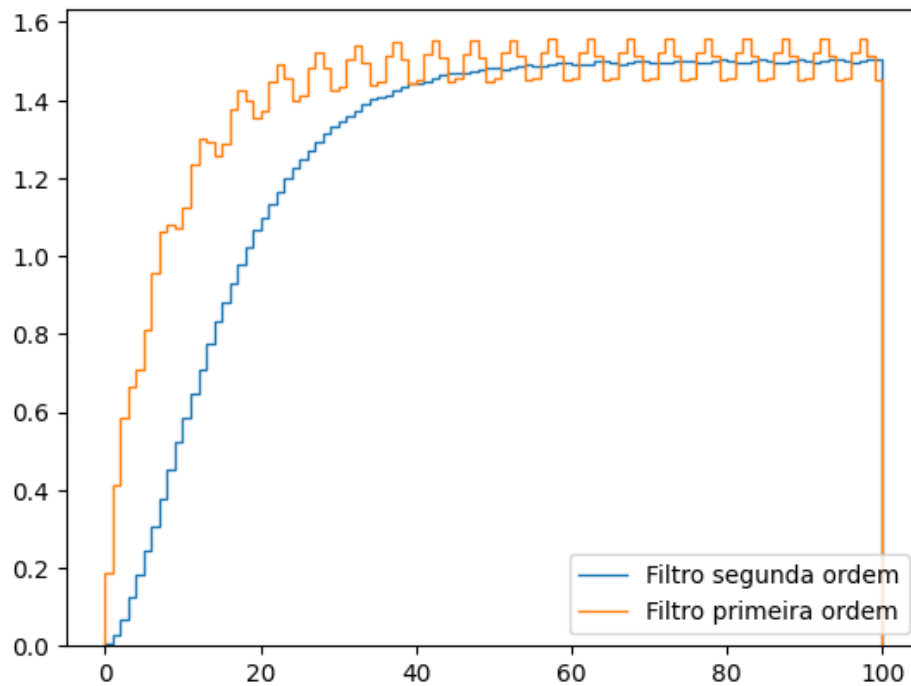


Figure 4: Comparação dos filtros

Podemos ver que temos bem menos oscilação no sinal, isso se deve ao fato da atenuação do segundo filtro ser de -40dB/dec , por isso temos uma atenuação de 0.01 no sinal, ou seja, 99% do sinal de 10Hz foi eliminado. Podemos ver isso observando a FFT do sinal:

```

1 # https://docs.scipy.org/doc/numpy/reference/generated/numpy.fft.fft.html
2 N = len(sinalFiltrado)
3 T = T
4 yf = scipy.fft.fft(sinalFiltrado)
5 xf = np.linspace(0.0, 1.0/(2.0*T), N//2)
6
7 plt.plot(xf, 2.0/N * np.abs(yf[0:N//2]), color = 'blue')
8 plt.title("Sinal com filtro de primeira ordem")
9 plt.grid()
10 plt.show()
11
12 N = len(sinalFiltrado2)
13 T = T
14 yf = scipy.fft.fft(sinalFiltrado2)
15 xf = np.linspace(0.0, 1.0/(2.0*T), N//2)
16
17 plt.plot(xf, 2.0/N * np.abs(yf[0:N//2]), color = 'red')
18 plt.title("Sinal com filtro de segunda ordem")
19 plt.grid()
20 plt.show()
21

```

Listing 10: FFT dos sinais filtrados



Figure 5: FFT do primeiro filtro

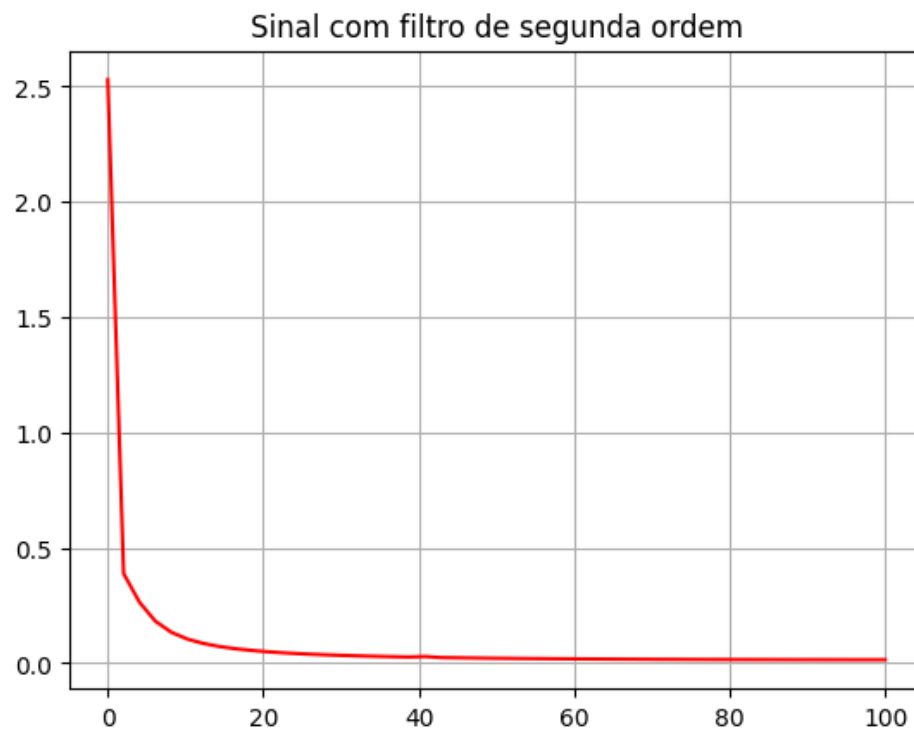


Figure 6: FFT do segundo filtro

Podemos perceber na figura 6 que na frequência de 40Hz basicamente não temos um sinal, mas na 5 temos um sinal bem mais aparente na mesma frequência.

3. Temos o seguinte filtro:

```
1 Q = 8
2 W3 = 2*np.pi*100
3 T2 = 0.0001
4 Ns = [0,(W3/Q),0]
5 Ds = [1,(W3/Q), (W3**2)]
6
```

Listing 11: Parametros do filtro

(a) Calculando os coeficientes de forma manual, temos:

```
1 #Calculo manual
2 K = W3/Q
3 C0 = 1 + K*T2/2 + ((W3*T2)**2)/4
4 a12= (((W3*T2)**2)/2 -2)/C0
5 a22 = (1- (K*T2/2) + ((W3*T2)**2)/4)/C0
6 b00 = ((K*T2)/2)/C0
7 b10 = ((-K*T2)/2)/C0
8
9 #printar as variaveis acima
10 print("a12: ", a12)
11 print("a22: ", a22)
12 print("b00: ", b00)
13 print("b10: ", b10)
14 Output:
15     a12:  -1.988255886606364
16     a22:  0.9921844237268778
17     b00:  0.0039077881365611215
18     b10:  -0.0039077881365611215
19
```

Listing 12: Coeficientes do filtro

(b) Usamos a função bilinear, já que ela já utiliza o método de Tustin para conversão. Temos os seguintes coeficientes:

```
1 b3,a3 = signal.bilinear(Ns, Ds, 1/T2)
2
```

Listing 13: Coeficientes do filtro

(c) Temos:

```
1 print("b3: ", b3)
2 print("a3: ", a3)
3
4 Output:
5     b3:  [ 0.00390779  0.          -0.00390779]
6     a3:  [ 1.          -1.98825589  0.99218442]
7
```

Listing 14: Coeficientes do filtro

(d) São exatamente os mesmos. Isso se deve pelo fato que foi utilizada a mesma aproximação para discretizar o sistema.

(e) Para simulação, temos:

```
1 tsim2 = np.arange(0,0.1,T2)
2 sinal2 = []
3 for t in tsim2:
4     sinal2.append(np.sin(2*np.pi*100*t) + 0.2*np.sin(2*np.pi*60*t) + 0.3*np.
5         sin(2*np.pi*1000*t))
6 plt.plot(tsim2, sinal2)
7
```

Listing 15: Simulação do sinal

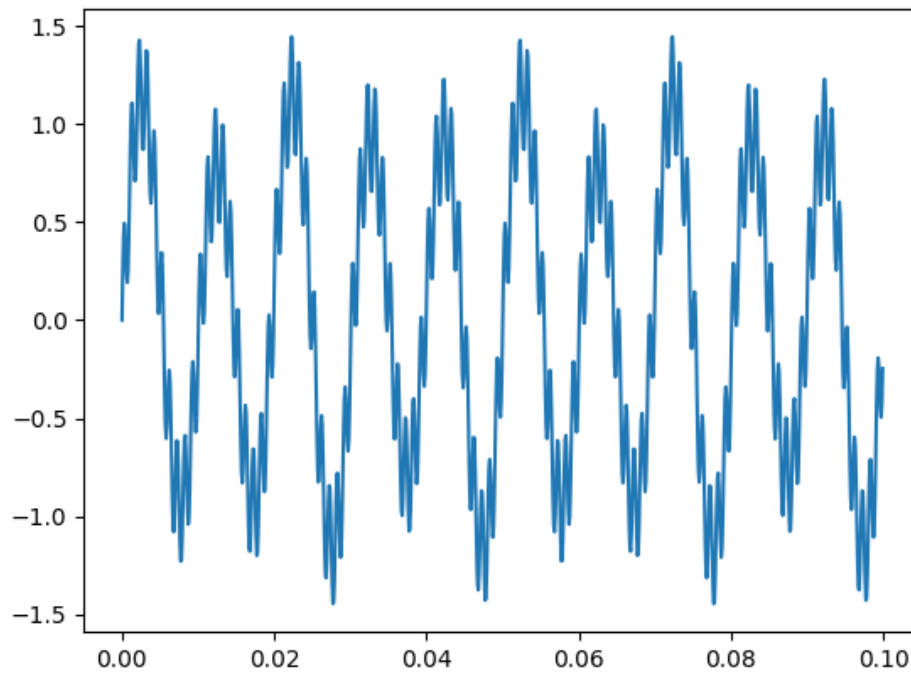


Figure 7: Segundo sinal

Para filtrar o sinal temos:

```
1 sinalFiltrado3 = signal.lfilter(b3, a3, sinal2)
2 plt.stairs(sinalFiltrado3)
3
```

Listing 16: Filtrando o sinal

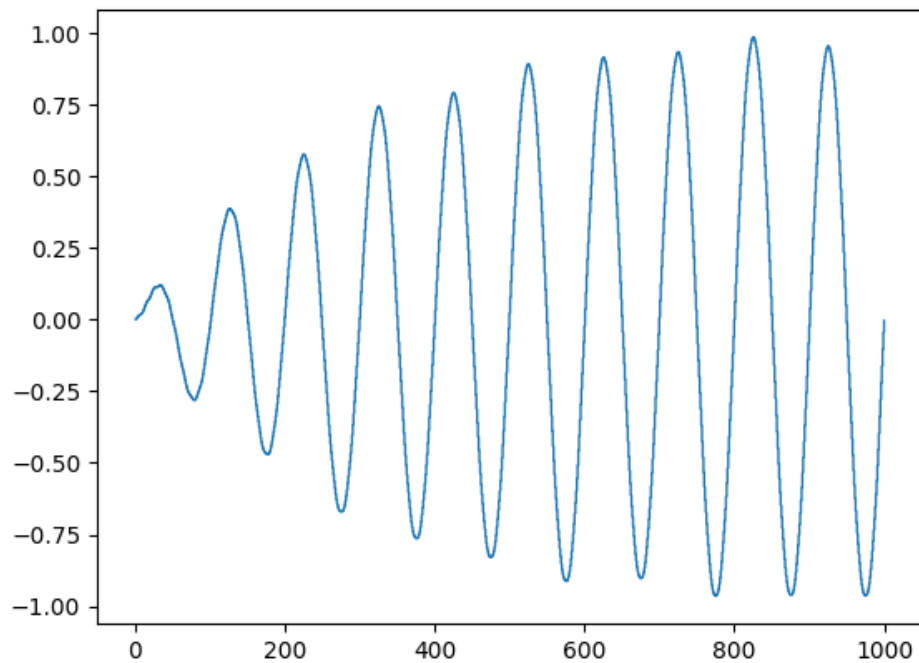


Figure 8: Segundo sinal filtrado

(f) Temos a seguinte FFT do sinal filtrado:


```

1 N = len(sinalFiltrado3[600:-1])
2 T = T2
3 yf = scipy.fft.fft(sinalFiltrado3[600:-1])
4 xf = np.linspace(0.0, 1.0/(2.0*T), N//2)
5
6 plt.plot(xf[0:42], 2.0/N * np.abs(yf[0:42]))
7 plt.grid()
8 plt.show()
9

```

Listing 17: FFT do sinal

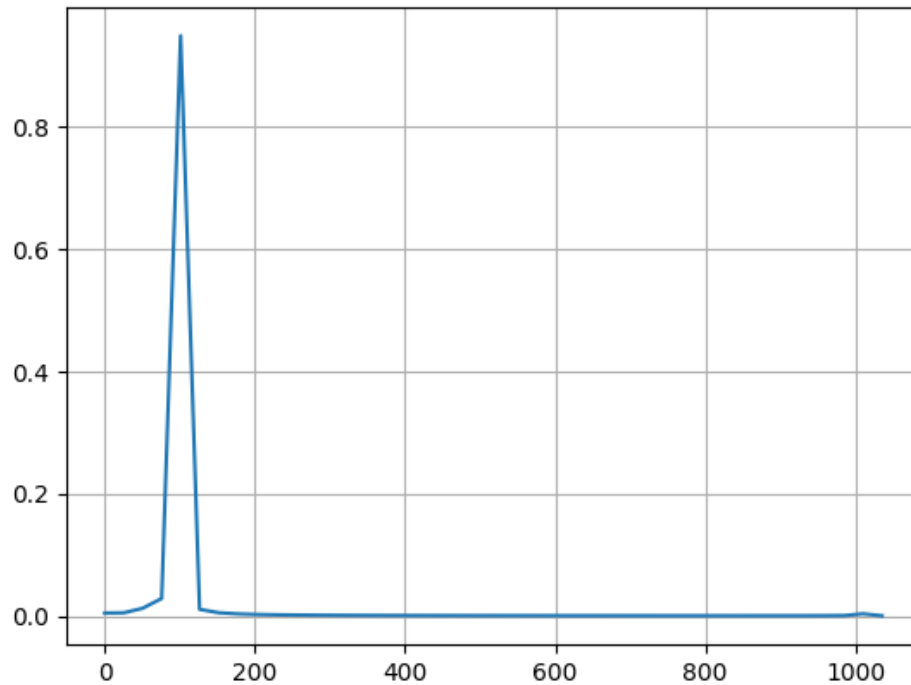


Figure 9: FFT do sinal filtrado

Podemos ver que o sinal de 100Hz é o mais predominante e tem um modulo de aproximadamente 1, mostrando que o sinal original não foi muito atenuado, além disso, conseguimos ver que na frequência de 1000Hz temos um modulo bem pequeno e na frequência de 60Hz temos um modulo ligeiramente maior, mas ainda assim bem menor do que o valor original.

2 Parte II – Projetos de filtros IIR utilizando comandos específicos do MATLAB

1. Temos:

```

1 Ts = 0.0001
2 frange = [80,120] # Banda passante
3

```

Listing 18: Parâmetros do problema

(a) Temos o seguinte filtro:

```

1 b4,a4 = scipy.signal.butter(2, frange, btype='bandpass', analog=False, fs =
    1/Ts)
2

```

Listing 19: Filtro

(b) Temos os seguintes parâmetros:

```
1 print('b: ', b4)
2 print('a: ', a4)
3
4 Output:
5   b: [ 0.00015515  0.          -0.0003103  0.          0.00015515]
6   a: [ 1.          -3.95695005  5.87912768 -3.8872447  0.96508117]
7
```

Listing 20: Parâmetros do Filtro

(c) Temos a seguinte resposta em frequência do filtro:

```
1 #Calcular a frequencia do sinal filtrado
2 # https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.signal.freqz.
   html
3 w, h = signal.freqz(b4, a4)
4 plt.plot(w*(1/Ts)*0.1592, 20 * np.log10(abs(h)))
5 plt.xscale('log')
6 plt.title('Filtro passa faixa')
7 plt.xlabel('Frequencia [Hz]')
8 plt.ylabel('Amplitude [dB]')
9 plt.margins(0, 0.1)
10 plt.grid(which='both', axis='both')
11 plt.show()
12
```

Listing 21: Resposta em frequência do Filtro

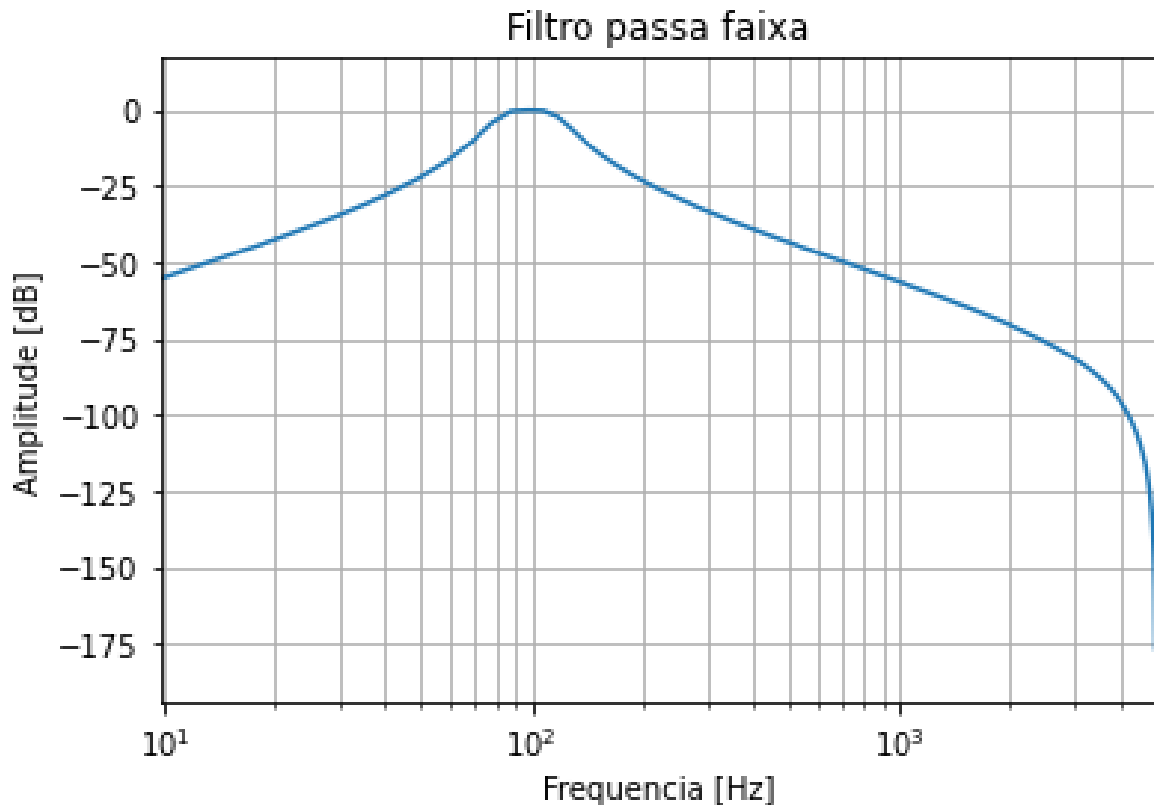


Figure 10: Resposta em frequência do filtro passa faixa

(d) Temos o seguinte sinal filtrado por esse filtro:

```

1 sinalFiltrado4 = signal.lfilter(b4, a4, sinal2)
2 plt.stairs(sinalFiltrado4)
3 plt.grid()
4

```

Listing 22: Sinal filtrado

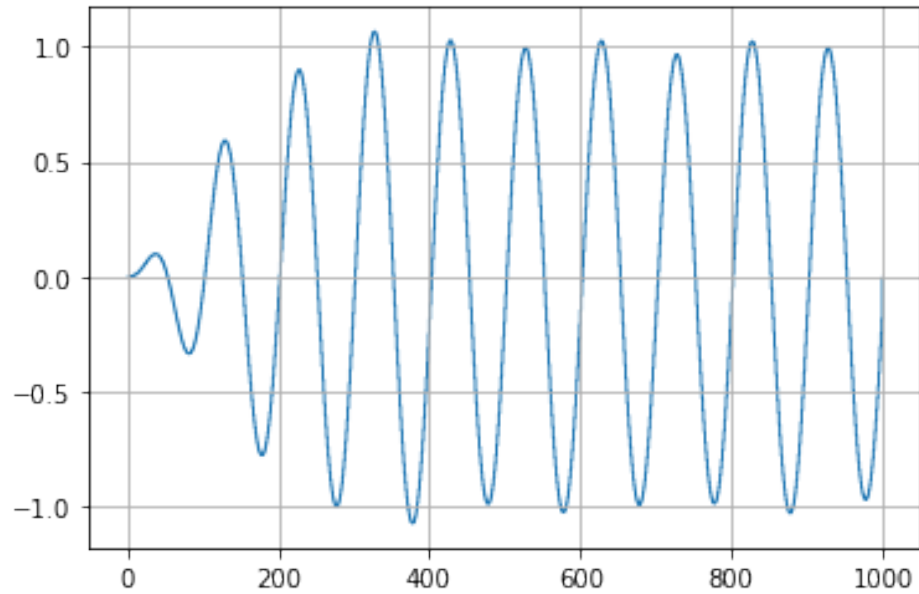


Figure 11: Sinal Filtrado

(e) Temos o seguinte espectro do sinal filtrado:

```

1 N = len(sinalFiltrado4[400:-1])
2 T = T2
3 yf = scipy.fft.fft(sinalFiltrado4[400:-1])
4 xf = np.linspace(0.0, 1.0/(2.0*T), N//2)
5
6 plt.plot(xf[0:65], 2.0/N * np.abs(yf[0:65]))
7 plt.grid()
8 plt.show()
9

```

Listing 23: Espectro do Sinal filtrado

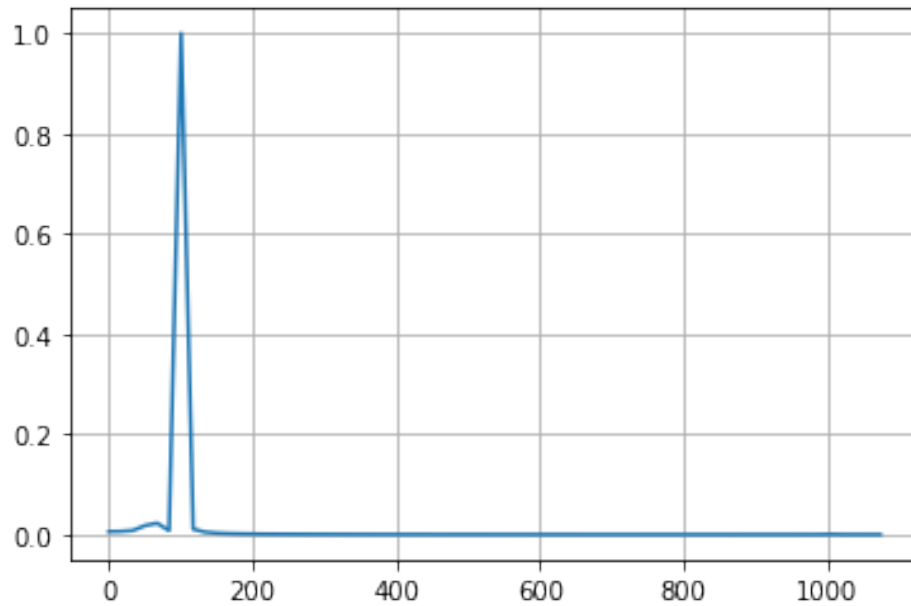


Figure 12: Espectro do sinal filtrado

Podemos ver que basicamente não temos perda do sinal desejado, visto que temos uma amplitude unitária para frequência de 100 Hz e não temos sinal em 1000 Hz, usando o zoom podemos ver na figura 13 também que temos um pequeno sinal na frequência de 60 Hz mas que foi bem atenuado.

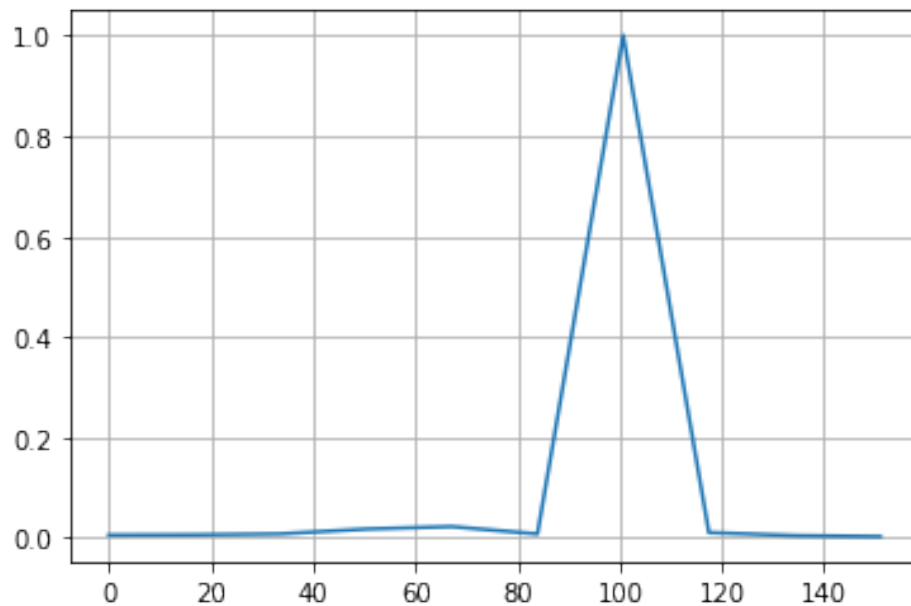


Figure 13: Espectro do sinal filtrado

2. Temos:

```

1 #https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.signal.buttord.html
2 minOrd, Wn = scipy.signal.buttord([80/5000,120/5000], [60/5000,140/5000],1,10, fs
   = 1/Ts)
3

```

Listing 24: Cálculo da ordem do filtro

(a) Fazendo:

```
1 print(minOrd)
2
3 Output:
4     4
5
```

Listing 25: Ordem mínima do filtro

(b) Temos os seguintes coeficientes para o filtro:

```
1 b5,a5 = scipy.signal.butter(minOrd, Wn, btype= 'bandpass')
2
```

Listing 26: Coeficientes do filtro

(c) Temos os seguintes coeficientes:

$$b_5 = \text{array}([0.00015515, 0., -0.0003103, 0., 0.00015515])$$

$$a_5 = \text{array}([1., -3.95695005, 5.87912768, -3.8872447, 0.96508117])$$

(d) Temos a seguinte resposta em frequência:

```
1 #Calcular a frequencia do sinal filtrado
2 # https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.signal.freqz.
  html
3 w, h = signal.freqz(b5, a5)
4 plt.plot(w*(1/Ts)*0.1592, 20 * np.log10(abs(h)))
5 plt.xscale('log')
6 plt.title('Filtro passa faixa')
7 plt.xlabel('Frequencia [Hz]')
8 plt.ylabel('Amplitude [dB]')
9 plt.margins(0, 0.1)
10 plt.grid(which='both', axis='both')
11 plt.show()
12
```

Listing 27: Resposta em frequência do filtro

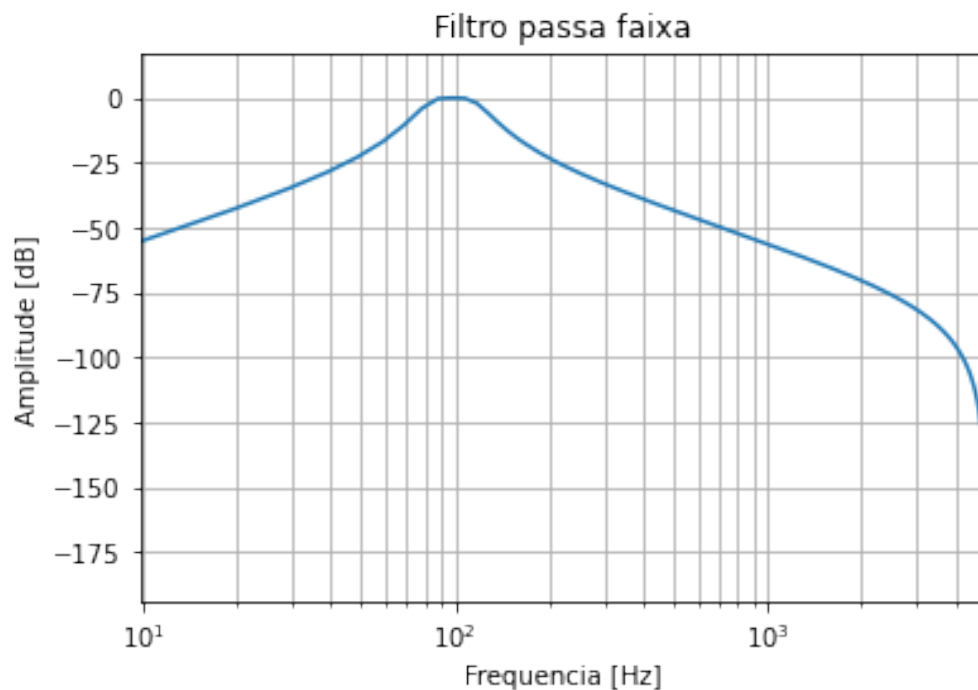


Figure 14: Resposta em frequência do filtro

(e) Temos o seguinte sinal filtrado:

```
1 sinalFiltrado5 = signal.lfilter(b5, a5, sinal2)
2
3 plt.stairs(sinalFiltrado5)
4 plt.grid()
5
```

Listing 28: Sinal Filtrado

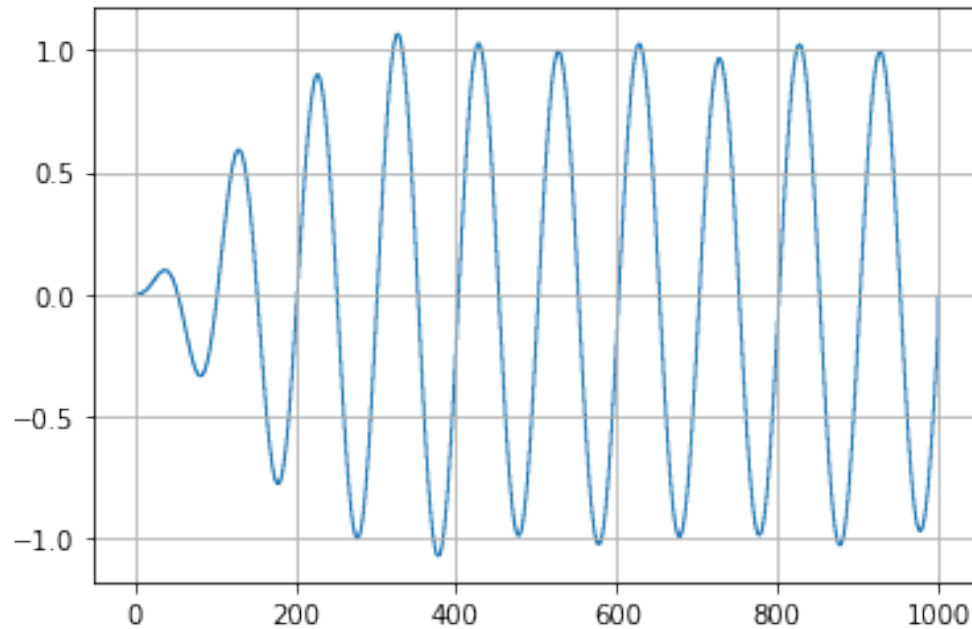


Figure 15: Saída do filtro

(f) Temos o seguinte espectro do sinal filtrado:

```
1 # Pegando o sinal filtrado depois do transitorio
2 N = len(sinalFiltrado5[400:-1])
3 T = T2
4 yf = scipy.fft.fft(sinalFiltrado5[400:-1])
5 xf = np.linspace(0.0, 1.0/(2.0*T), N//2)
6
7 plt.plot(xf[0:62], 2.0/N*np.abs(yf[0:62]))
8 plt.grid()
9 plt.show()
10
```

Listing 29: Espectro Sinal Filtrado

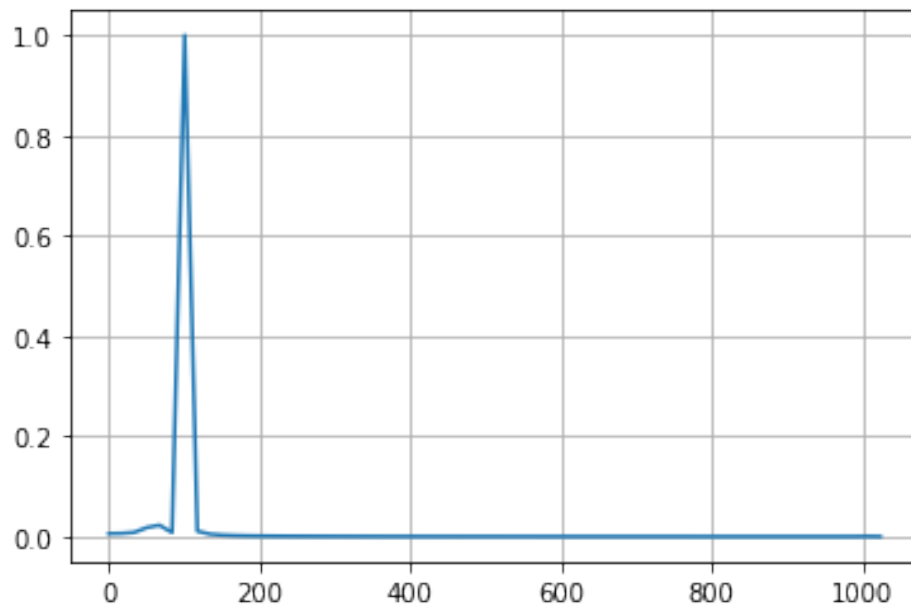


Figure 16: Espectro do sinal filtrado

De forma semelhante ao item anterior podemos ver que o sinal de interesse foi mantido e as frequências de ruído foram eliminadas.

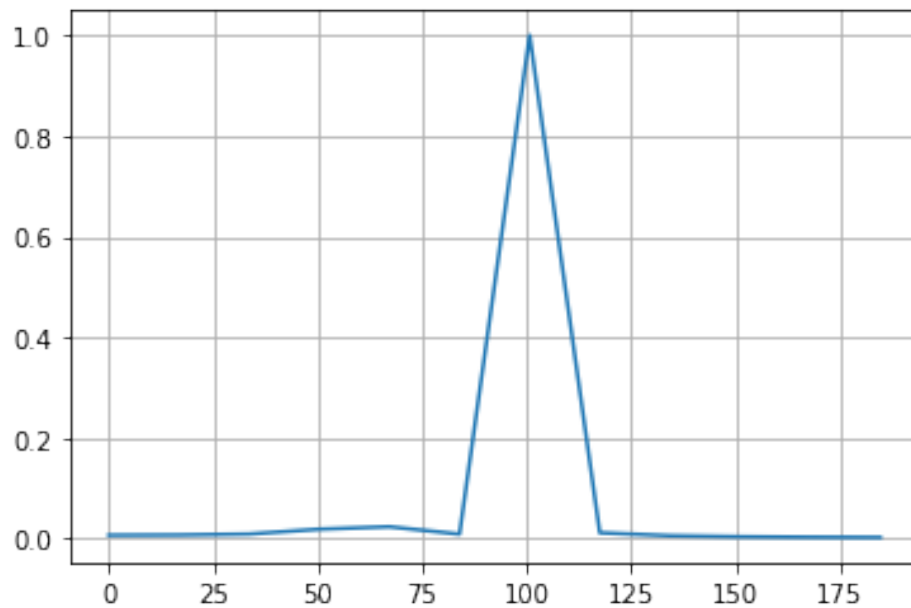


Figure 17: Espectro do sinal filtrado

3. Temos o seguinte filtro:

```
1 # Filtro eliptico
2 # https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.signal.ellipord.html
3 minOrd, Wn = scipy.signal.ellipord([80/5000,120/5000], [60/5000,140/5000],1,10, fs
   = 1/Ts)
4
5 #https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.signal.ellip.html
6 b6,a6 = scipy.signal.ellip(minOrd, 1, 10, Wn, btype= 'bandpass')
```

Listing 30: Filtro

(a) Temos a seguinte resposta em frequência para esse filtro:

```

1 #Calcular a frequencia do sinal filtrado
2 # https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.signal.freqz.
  html
3 w, h = signal.freqz(b6, a6)
4 plt.plot(w*(1/Ts)*0.1592, 20 * np.log10(abs(h)), label = 'Elíptico')
5 plt.xscale('log')
6 plt.title('Filtro passa faixa')
7 plt.xlabel('Frequencia [Hz]')
8 plt.ylabel('Amplitude [dB]')
9 plt.margins(0, 0.1)
10 plt.grid(which='both', axis='both')
11 plt.legend()
12 plt.show()
13

```

Listing 31: Resposta em frequência do Filtro

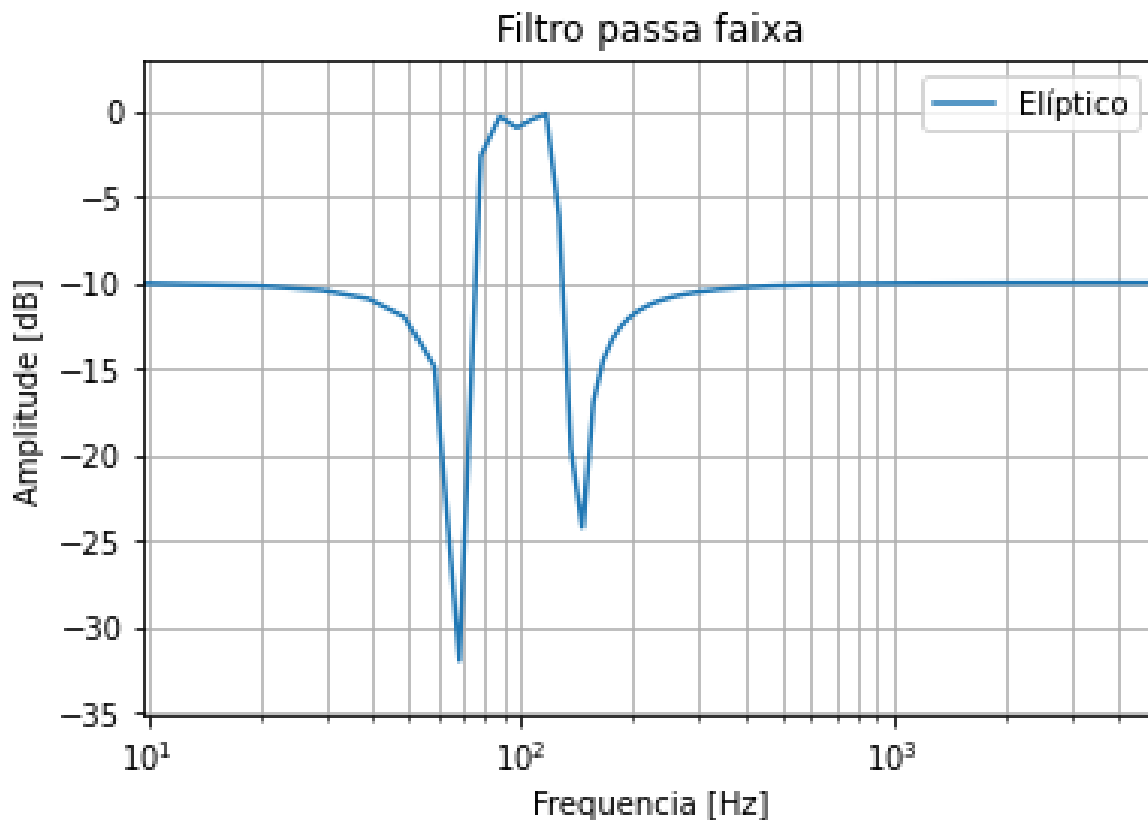


Figure 18: Resposta em frequência do filtro

(b) Podemos comparar a resposta em frequência dos dois filtros fazendo:

```

1 #Calcular a frequencia do sinal filtrado
2 # https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.signal.freqz.
  html
3 w, h = signal.freqz(b6, a6)
4 plt.plot(w*(1/Ts)*0.1592, 20 * np.log10(abs(h)), label = 'Elifptico')
5

```



```

6 w1, h1 = signal.freqz(b4, a4)
7 plt.plot(w1*(1/Ts)*0.1592, 20 * np.log10(abs(h1)), color = 'orange')
8
9 plt.xscale('log')
10 plt.title('Filtro passa faixa')
11 plt.xlabel('Frequencia [Hz]')
12 plt.ylabel('Amplitude [dB]')
13 plt.margins(0, 0.1)
14 plt.grid(which='both', axis='both')
15 plt.legend()
16 plt.show()
17
18

```

Listing 32: Comparação resposta dos filtros

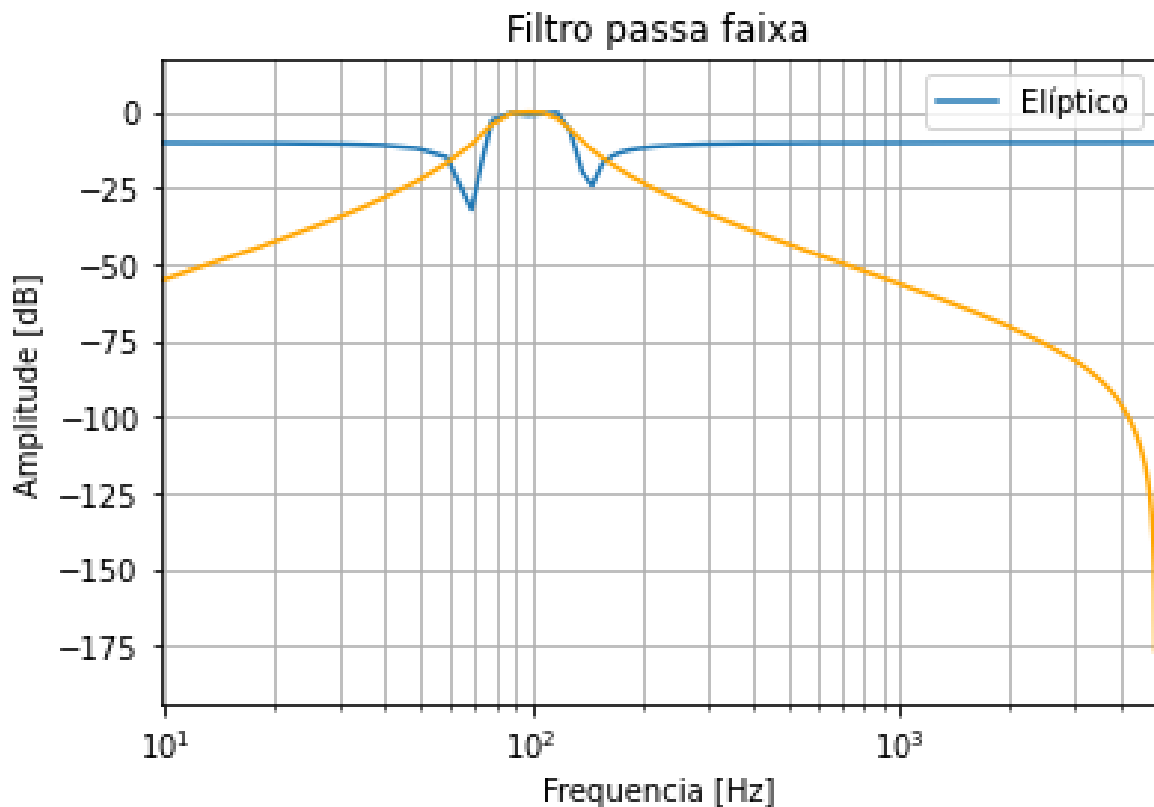


Figure 19: Comparação dos filtros

Podemos ver na figura 19 que o filtro elíptico apresenta uma atenuação melhor nas bandas perto da banda de passagem, o que pode ser útil em casos que o ruído esteja no limite da banda de passagem, desta forma ele é atenuado mesmo nesse caso, se não for nesse caso o filtro do item (b) do item anterior apresenta, no geral uma atenuação melhor.

3 Parte III – Projeto e simulação de filtros digitais FIR

1. Temos:

```
1 numCoef = 51
2 fsample = 200
3 srate = 1/fsample
4
5 filtkern = signal.firwin(numCoef, cutoff = 40, window = 'blackman', fs = fsample)
6
```

Listing 33: Projeto do filtro

(a) Temos:

```
1 plt.plot((40/100)*np.sinc((40/100)*np.arange(-25,25,1)))
2
```

Listing 34: Sinc

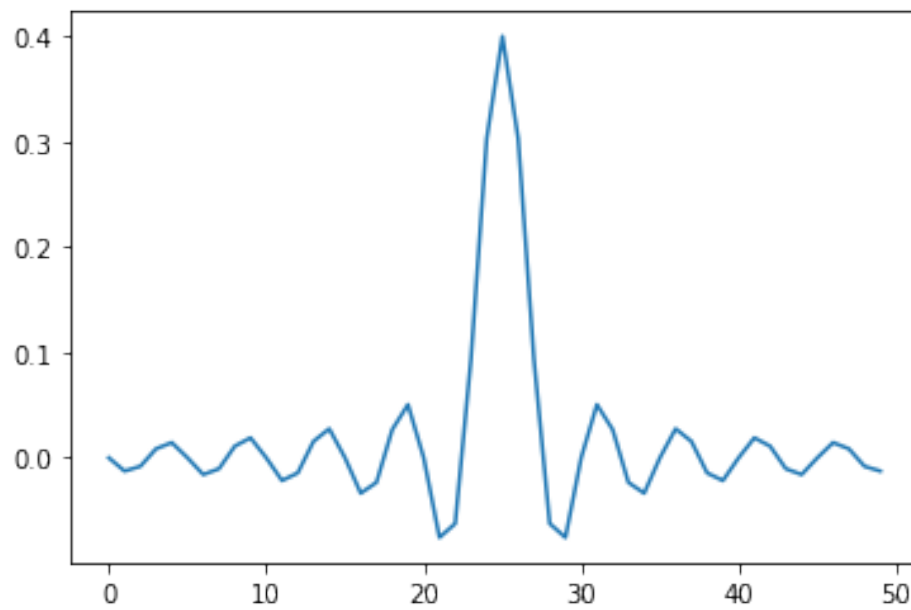


Figure 20: Sinc

(b) Temos:

```
1 plt.plot(np.blackman(50))
2
```

Listing 35: Janela

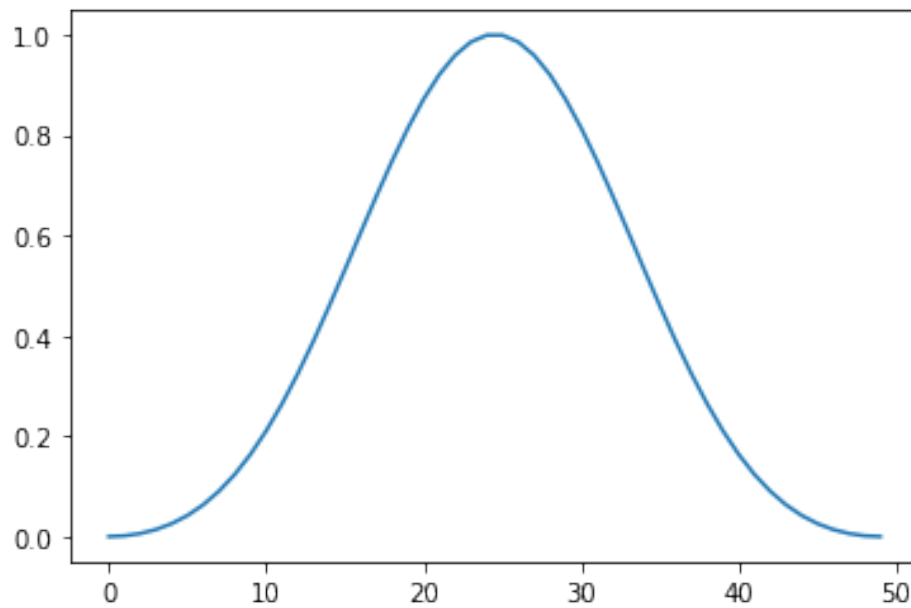


Figure 21: Janela Blackman

(c) Podemos também, obter o kernel do filtro de forma manual, fazendo:

```
1 kernel = ((40/100)*np.sinc((40/100)*np.arange(-25,25,1)))*np.hamming(50)
2 plt.plot(kernel)
3
```

Listing 36: Kernel manual

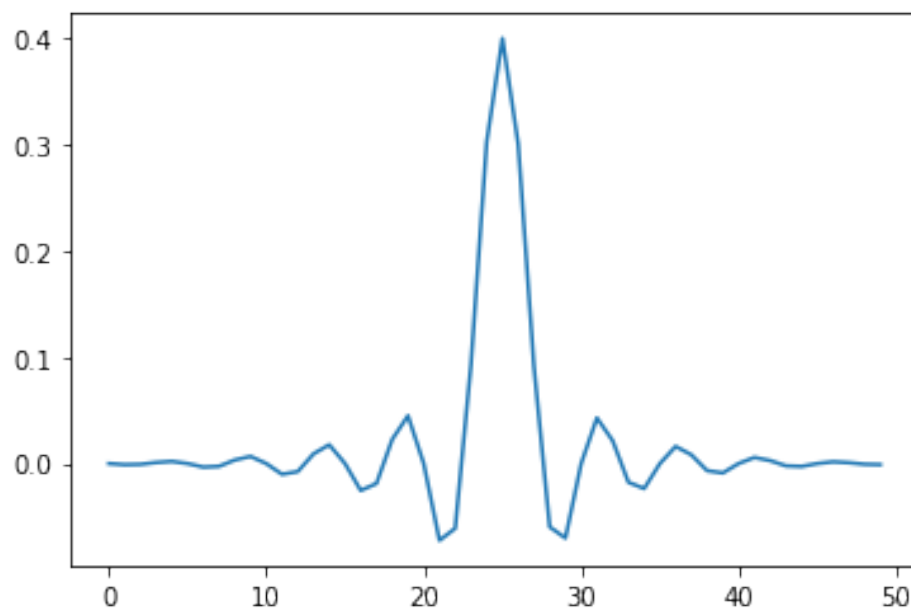


Figure 22: Kernel

Temos a seguinte resposta em frequência do filtro:

```
1 #Calcular a frequência do sinal filtrado
2 # https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.signal.freqz.html
```

```

3 w, h = signal.freqz(kernel)
4 plt.plot(w, 20 * np.log10(abs(h)))
5 plt.xscale('log')
6 plt.title('Filtro passa baixa')
7 plt.xlabel('Frequencia [radianos / segundo]')
8 plt.ylabel('Amplitude [dB]')
9 plt.margins(0, 0.1)
10 plt.grid(which='both', axis='both')
11 plt.show()
12

```

Listing 37: Resposta em frequência

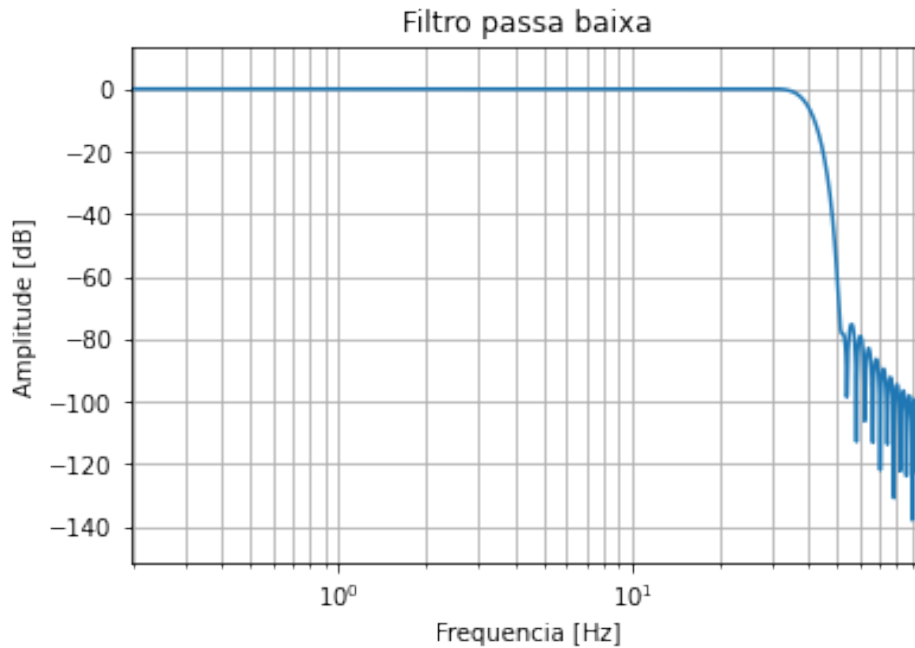


Figure 23: Resposta em frequência

- (d) Podemos perceber que o filtro está de acordo com o especificado.
- (e) Temos o seguinte sinal:

```

1 tsim3 = np.arange(0, 1, 1/fsample)
2 sinal = []
3 for t in tsim3:
4     sinal.append(np.sin(2*np.pi*10*t) + 0.25*np.sin(2*np.pi*50*t))
5 plt.plot(tsim3, sinal)
6
7 sinalFiltrado5 = signal.lfilter(kernel, 1, sinal)
8 plt.stairs(sinalFiltrado5)
9

```

Listing 38: Sinal para ser filtrado

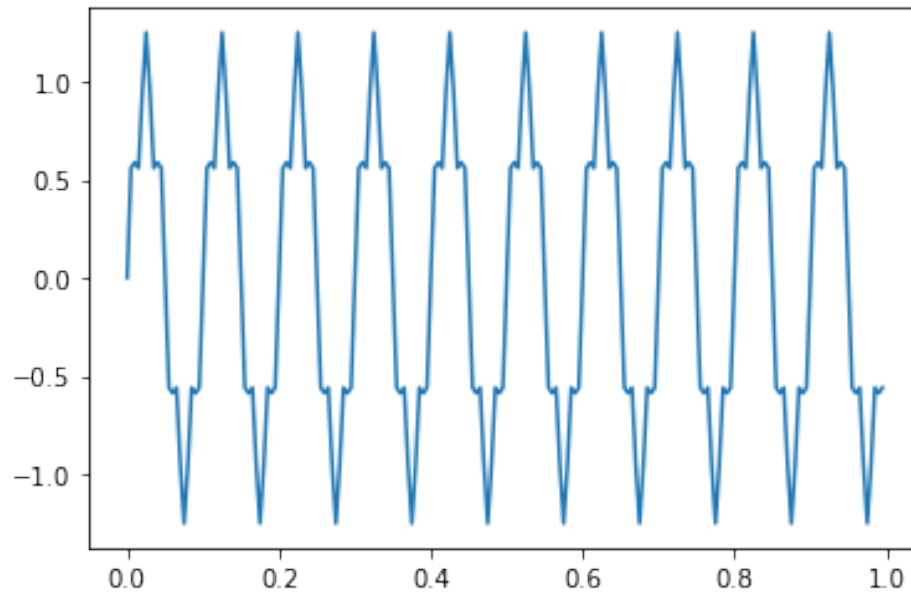


Figure 24: Sinal

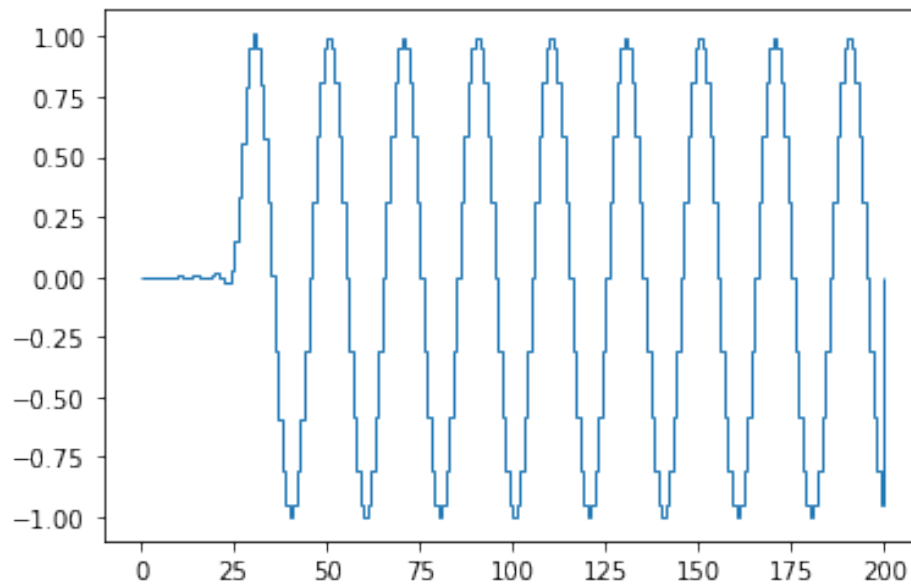


Figure 25: Sinal Filtrado

(f) Temos o seguinte espectro:

```

1 # Pegando o sinal filtrado depois do transitorio
2 N = len(sinalFiltrado5[75:-1])
3 T = srates
4 yf = scipy.fft.fft(sinalFiltrado5[75:-1])
5 xf = np.linspace(0.0, 1.0/(2.0*T), N//2)
6
7
8 plt.plot(xf[0:50], 2.0/N*np.abs(yf[0:50]))
9 plt.grid()
10 plt.show()
11

```

Listing 39: Espectro do sinal filtrado

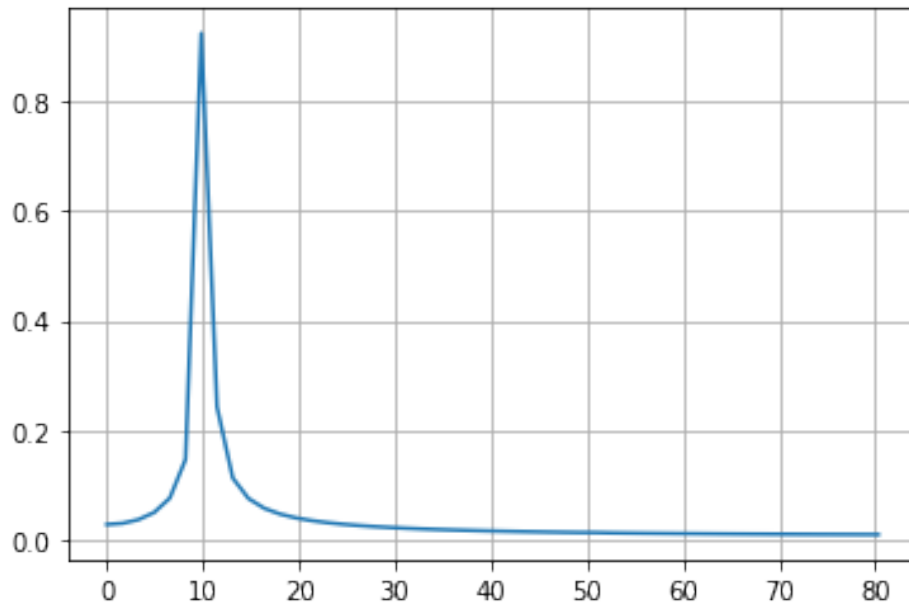


Figure 26: Espectro do Sinal Filtrado

Observando a figura 26 podemos perceber que o sinal teve alguma perda, mas no geral foi recuperado e a frequência do ruído eliminada.

2. Temos o seguinte filtro usando o comando firwin:

```

1 numCoef2 = 51
2 fsample2 = 200
3 srate2 = 1/fsample2
4
5 filtkern2 = signal.firwin(numCoef2, cutoff = [10, 30], window = 'hamming', fs =
   fsample2, pass_zero = False)
6
```

Listing 40: Calculo do filtro

(a) Calculando o filtro manualmente:

```

1 kernel2 = (((30/100)*np.sinc((30/100)*np.arange(-25,25,1))) - ((10/100)*np.sinc
   ((10/100)*np.arange(-25,25,1))))
2 plt.plot(kernel2)
3
```

Listing 41: Calculo manual do kernel

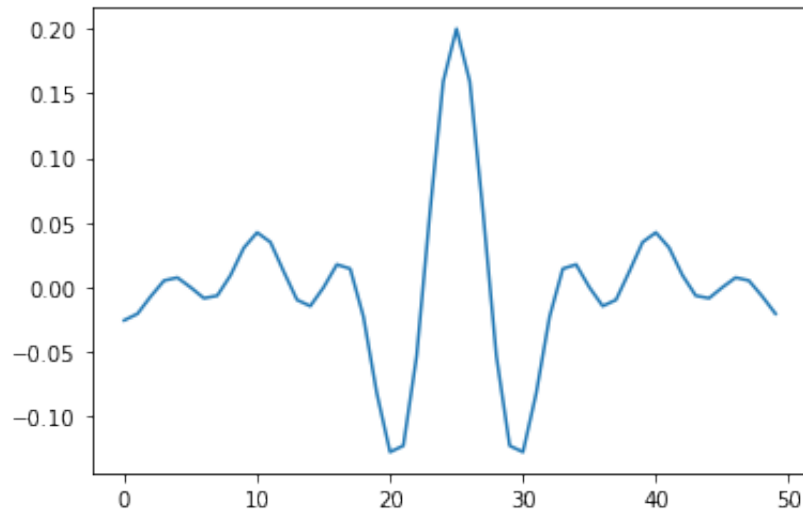


Figure 27: Kernel do filtro

Podemos perceber que o sinal foi normalizado de forma diferente em relação ao problema anterior, que foi normalizado entre 0 e 0.4, nesse caso o problema foi normalizado entre a diferença das frequências da banda de passagem $(30-10)/f_{nyquist} = 0.2$.

(b) Temos a seguinte resposta em frequência do filtro:

```

1 #Calcular a frequencia do sinal filtrado
2 # https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.signal.freqz.
  html
3 w, h = signal.freqz(filtkern)
4 plt.plot(w*200*0.1592, 20 * np.log10(abs(h)))
5 plt.xscale('log')
6 plt.title('Filtro passa baixa')
7 plt.xlabel('Frequencia [Hz]')
8 plt.ylabel('Amplitude [dB]')
9 plt.margins(0, 0.1)
10 plt.grid(which='both', axis='both')
11 plt.show()
12
13

```

Listing 42: Resposta em frequência do filtro

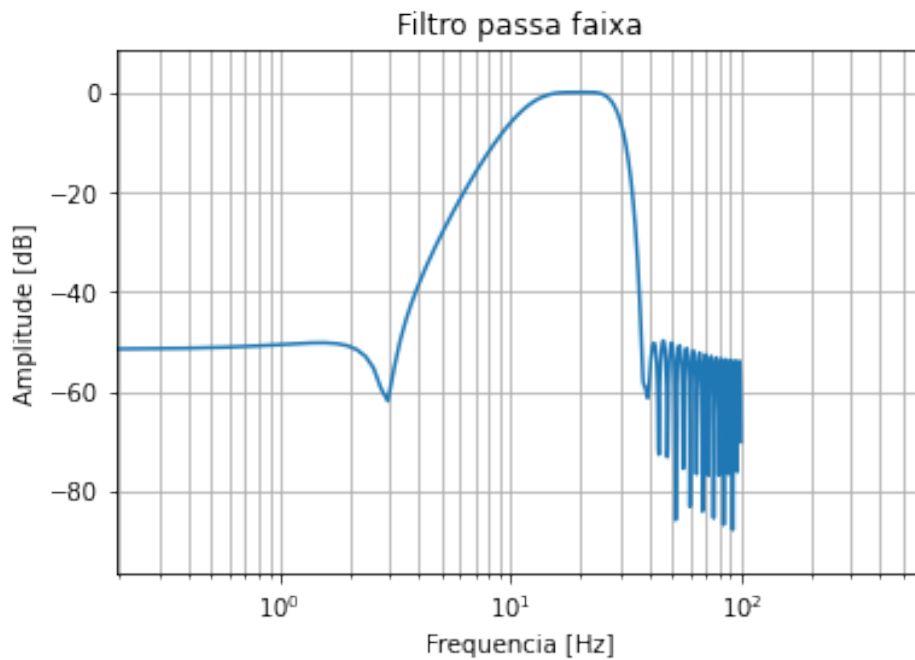


Figure 28: Resposta em frequência do filtro

- (c) Temos um ganho aproximadamente unitário nas frequências entre 10Hz e 30H e em média -50dB nas outras frequências.
- (d) Temos o seguinte sinal a ser simulado:

```

1 tsim4 = np.arange(0, 1, 1/fsample2)
2 sinal2 = []
3 for t in tsim4:
4     sinal2.append(0.1*np.sin(2*np.pi*4*t)+ np.sin(2*np.pi*20*t) + 0.5*np.sin
5     (2*np.pi*60*t))
6 plt.plot(tsim4, sinal2)

```

Listing 43: Sinal a ser filtrado

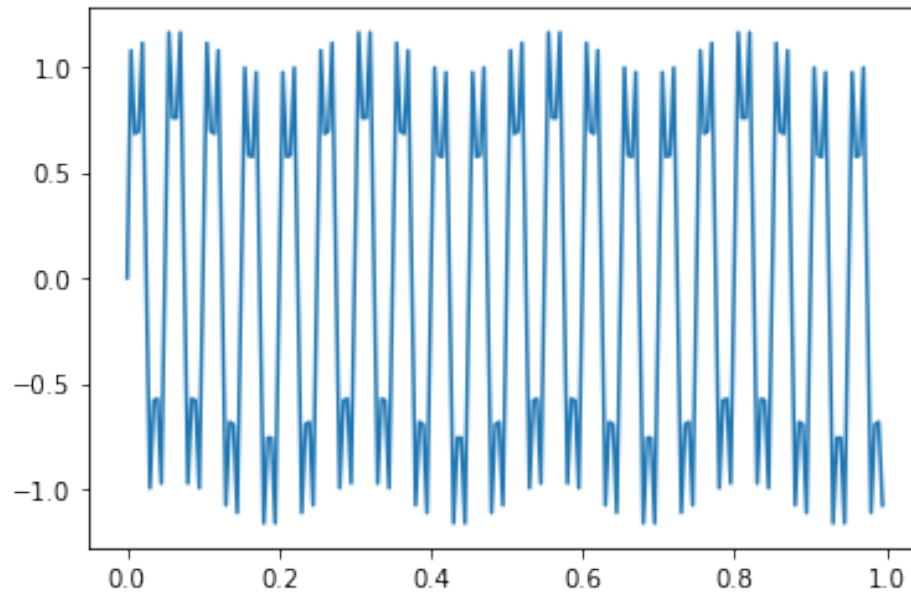


Figure 29: Sinal a ser filtrado

(e) Temos o seguinte sinal filtrado:

```
1 sinalFiltrado6 = signal.lfilter(kernel2, 1, sinal2)
2 plt.plot(sinalFiltrado6)
3
```

Listing 44: Sinal filtrado

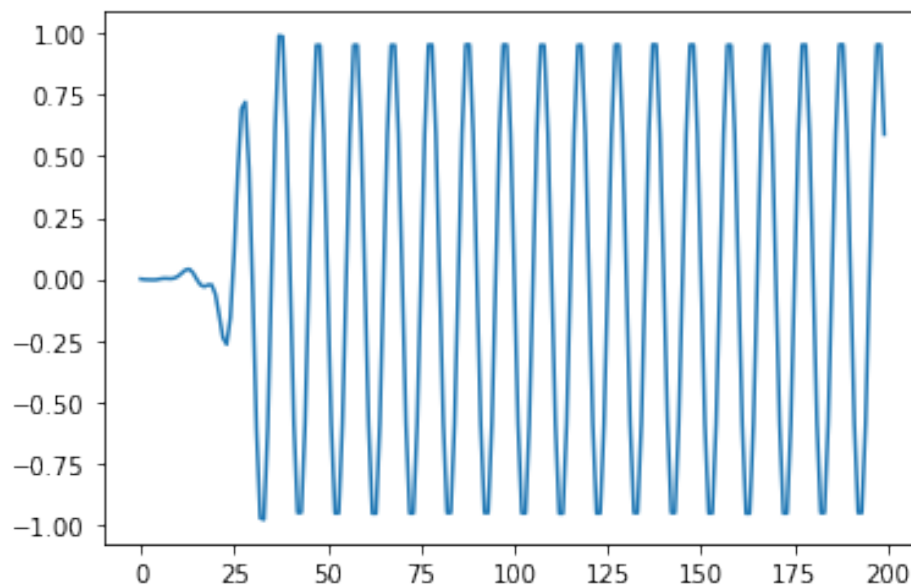


Figure 30: Sinal filtrado

(f) Temos o seguinte espectro para o sinal filtrado:

```
1 # Pegando o sinal filtrado depois do transitorio
2 N = len(sinalFiltrado6[75:-1])
3 T = srates2
4 yf = scipy.fft.fft(sinalFiltrado6[75:-1])
```

```

5 xf = np.linspace(0.0, 1.0/(2.0*T), N//2)
6
7
8 plt.plot(xf[0:50], 2.0/N*np.abs(yf[0:50]))
9 plt.grid()
10 plt.show()
11

```

Listing 45: Espectro do Sinal filtrado

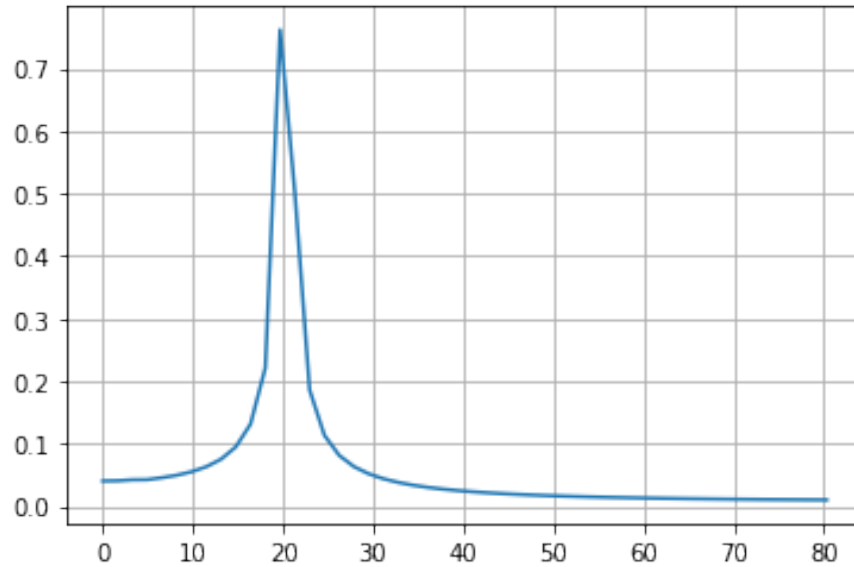


Figure 31: Espectro do Sinal filtrado

Podemos perceber que o sinal de interesse foi relativamente atenuado, mas os sinais de ruído, principalmente o de 60 Hz, que possuía uma amplitude grande, foi bem atenuado.

3. Temos o seguinte filtro:

```

1 N = 20
2 # N precisa ser impar
3 if N % 2 == 0:
4     N = N + 1
5 freqs = [0,800,1000,4000]
6 m = [1,1,0,0]
7
8 b8 = signal.firwin2(N, freqs, m, fs=8000)

```

Listing 46: Filtro

(a) Temos a seguinte resposta do filtro:

```

1 #Calcular a frequencia do sinal filtrado
2 # https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.signal.freqz.
   html
3 w, h = signal.freqz(b8,1)
4 plt.plot(w*(8000)*0.1592, 20 * np.log10(np.abs(h)))
5 plt.xscale('log')
6 plt.title('Filtro passa baixa')
7 plt.xlabel('Frequencia [Hz]')
8 plt.ylabel('Amplitude [dB]')
9 plt.margins(0, 0.1)
10 plt.grid(which='both', axis='both')
11 plt.show()
12

```

Listing 47: Resposta do Filtro

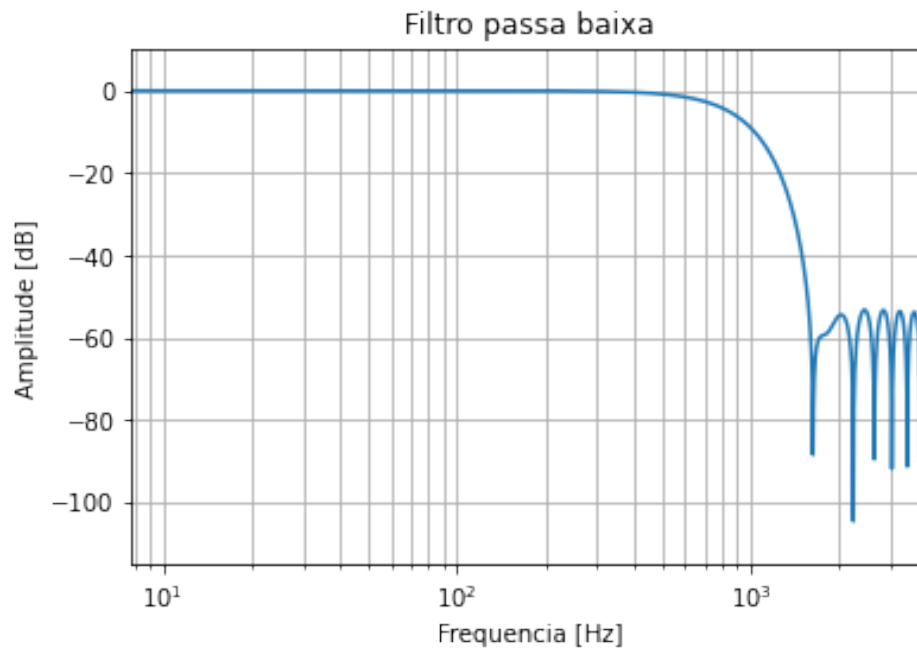


Figure 32: Resposta em frequência do filtro

(b) Temos o seguinte sinal a ser filtrado:

```
1 tsim5 = np.arange(0, 0.0125, 1/8000)
2 sinal3 = []
3 for t in tsim5:
4     sinal3.append(1 + 0.25*np.sin(2*np.pi*3500*t))
5 plt.plot(tsim5, sinal3)
6
```

Listing 48: Sinal

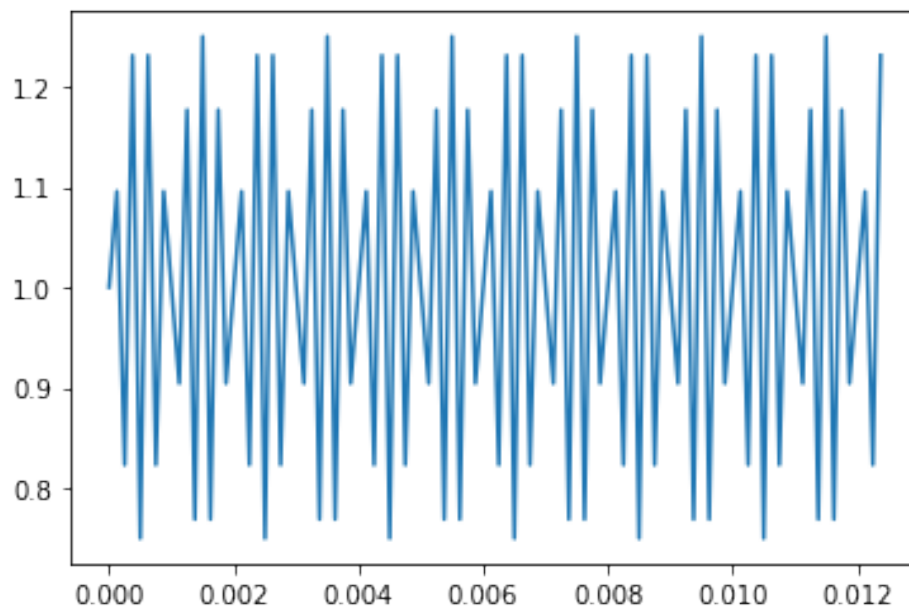


Figure 33: Sinal 3

(c) Temos o seguinte sinal filtrado:

```

1 sinalFiltrado7 = signal.lfilter(b8, 1, sinal3)
2 plt.plot(sinalFiltrado7)
3

```

Listing 49: Sinal filtrado

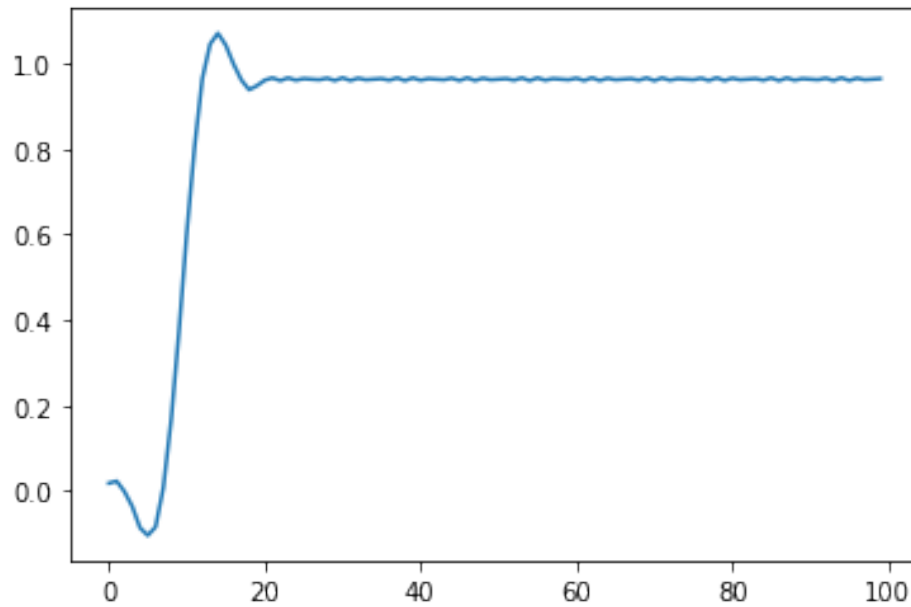


Figure 34: Sinal filtrado

(d) Temos o seguinte espectro do sinal:

```

1 # Pegando o sinal filtrado depois do transitorio
2 N = len(sinalFiltrado7[20:])
3 T = 1/8000
4 yf = scipy.fft.fft(sinalFiltrado7[20:])
5 xf = np.linspace(0.0, 1.0/(2.0*T), N//2)
6
7
8 plt.plot(xf, 1.0/N*np.abs(yf[0:N//2]))
9 plt.grid()
10 plt.show()
11

```

Listing 50: Sinal filtrado

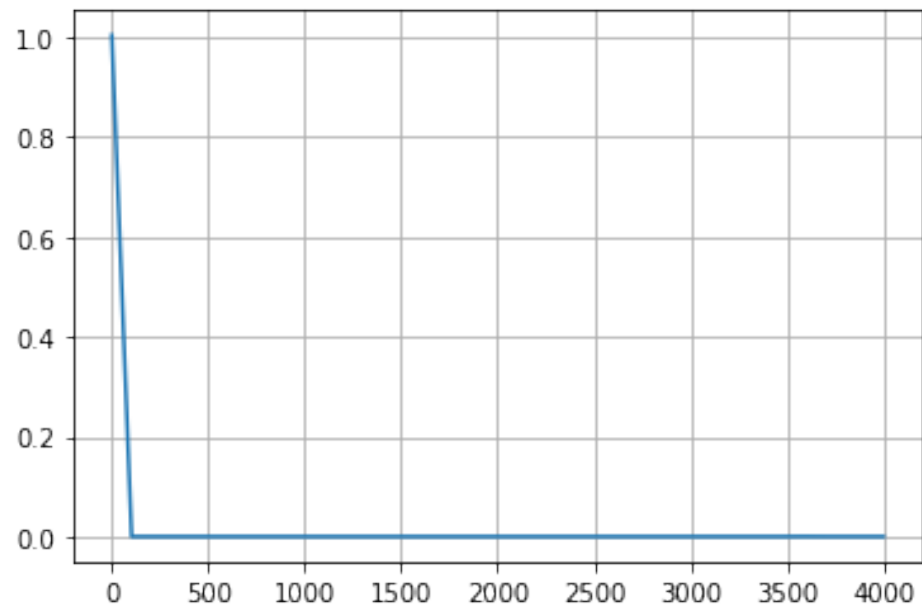


Figure 35: Espectro do Sinal filtrado

Podemos ver que o ruído na frequência de 3500 Hz foi eliminado e o sinal não apresentou perdas (após um transitório), o que mostra que o sinal foi recuperado.